HISETMATEMATICAS



Saul Lopez
Santiago Canyon College



Santiago Canyon College

HiSetMatematicas

Saul Lopez

This text is disseminated via the Open Education Resource (OER) LibreTexts Project (https://LibreTexts.org) and like the thousands of other texts available within this powerful platform, it is freely available for reading, printing, and "consuming."

The LibreTexts mission is to bring together students, faculty, and scholars in a collaborative effort to provide and accessible, and comprehensive platform that empowers our community to develop, curate, adapt, and adopt openly licensed resources and technologies; through these efforts we can reduce the financial burden born from traditional educational resource costs, ensuring education is more accessible for students and communities worldwide.

Most, but not all, pages in the library have licenses that may allow individuals to make changes, save, and print this book. Carefully consult the applicable license(s) before pursuing such effects. Instructors can adopt existing LibreTexts texts or Remix them to quickly build course-specific resources to meet the needs of their students. Unlike traditional textbooks, LibreTexts' web based origins allow powerful integration of advanced features and new technologies to support learning.



LibreTexts is the adaptable, user-friendly non-profit open education resource platform that educators trust for creating, customizing, and sharing accessible, interactive textbooks, adaptive homework, and ancillary materials. We collaborate with individuals and organizations to champion open education initiatives, support institutional publishing programs, drive curriculum development projects, and more.

The LibreTexts libraries are Powered by NICE CXone Expert and was supported by the Department of Education Open Textbook Pilot Project, the California Education Learning Lab, the UC Davis Office of the Provost, the UC Davis Library, the California State University Affordable Learning Solutions Program, and Merlot. This material is based upon work supported by the National Science Foundation under Grant No. 1246120, 1525057, and 1413739.

Any opinions, findings, and conclusions or recommendations expressed in this material are those of the author(s) and do not necessarily reflect the views of the National Science Foundation nor the US Department of Education.

Have questions or comments? For information about adoptions or adaptions contact info@LibreTexts.org or visit our main website at https://LibreTexts.org.

This text was compiled on 06/10/2025

TABLE OF CONTENTS

Licensing

HiSet Mathematica (Lopez)

- Materia Frontal
  - Título
  - InfoPage
  - Table of Contents
  - Licencias
- 1: Sentido numérico
  - 1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje
  - 1.2: Tema B- Conteo
  - 1.3: Tema C- Valor posicionar
  - 1.4: Tema D- Ordenando números
  - 1.5: Tema E- Redondeo de números
  - 1.6: Tema F- Más Conteo
  - 1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número
- 2: Adición
  - 2.1: Tema A- Adición
  - 2.2: Tema B- Suma de tres o más números
  - 2.3: Tema C- Adición de números más grandes
  - 2.4: Unidad 2 Revisión- Adición
- 3: Resta
  - 3.1: Tema A- Resta
  - 3.2: Tema B- Resta de Números Mayores
  - 3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta
- 4: Estimación, Tiempo y Formas
  - 4.1: Tema A- Estimación
  - 4.2: Tema B- Tiempo
  - 4.3: Tema C- Formas
  - 4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas
- 5: Multiplicación y división de números enteros
  - 5.1: Multiplicación de números enteros
  - 5.2: Conceptos de división de números enteros
  - 5.3: División de Números Enteros
  - 5.4: Algunos datos interesantes sobre la división
  - 5.5: Propiedades de la Multiplicación
  - 5.6: Resumen de conceptos clave
  - 5.7: Suplemento de ejercicio
  - 5.8: Examen de Aptitud
- 6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros
  - 6.1: Exponentes y Raíces
  - 6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones
  - 6.3: Factorización de números naturales primos
  - 6.4: El mayor factor común
  - 6.5: El múltiplo menos común

- 6.6: Resumen de conceptos clave
- 6.7: Suplemento de ejercicio
- 6.8: Examen de Aptitud

- 7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones
  - 7.1: Facciones de números enteros
  - 7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
  - 7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos
  - 7.4: Multiplicación de Fracciones
  - 7.5: División de Fracciones
  - 7.6: Aplicaciones que involucran fracciones
  - 7.7: Resumen de conceptos clave
  - 7.8: Suplemento de ejercicio
  - 7.9: Examen de Aptitud
- 8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas
  - 8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares
  - 8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos
  - 8.3: Suma y resta de números mixtos
  - 8.4: Comparando Fracciones
  - 8.5: Fracciones Complejas
  - 8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones
  - 8.7: Resumen de conceptos clave
  - 8.8: Suplemento de ejercicio
  - 8.9: Examen de competencia
- 9: Decimales
  - 9.1: Lectura y escritura de decimales
  - 9.2: Convertir un decimal a una fracción
  - 9.3: Redondeo de decimales
  - 9.4: Suma y resta de decimales
  - 9.5: Multiplicación de decimales
  - 9.6: División de Decimales
  - 9.7: Divisiones no terminadoras
  - 9.8: Convertir una Fracción a Decimal
  - 9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones
  - 9.10: Resumen de conceptos clave
  - 9.11: Suplemento de ejercicio
  - 9.12: Examen de Aptitud
- 10: Ratios y Tarifas
  - 10.1: Ratios y Tarifas
  - 10.2: Proporciones
  - 10.3: Aplicaciones de Proporciones
  - 10.4: Por ciento
  - 10.5: Fracciones del uno por ciento
  - 10.6: Aplicaciones de porcentajes
  - 10.7: Resumen de conceptos clave
  - 10.8: Suplemento de ejercicio
  - 10.9: Examen de Aptitud
- 11: Medición
  - 11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
  - 11.2: Unidades Métricas de Medida

- 11.3: Básculas de Temperatura
- 11.4: Ejercicios
- 12: Geometria
  - 12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
  - 12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
  - 12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
  - 12.4: Ejercicios
- 13: Estadísticas, Recopilación de Datos
  - 13.1: Poblaciones y muestras
  - 13.2: Categorizar datos
  - 13.3: Métodos de muestreo
  - 13.4: Cómo arruinar las cosas
  - 13.5: Experimentos
  - 13.6: Ejercicios
- 14: Estadísticas, descripción de datos
  - 14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
  - 14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
  - 14.3: Medidas de Tendencia Central
  - 14.4: Medidas de Variación
  - 14.5: Ejercicios
- 15: Probabilidad
  - 15.1: Conceptos básicos
  - 15.2: Trabajar con Eventos
  - 15.3: Conteo
  - 15.4: Valor esperado
  - 15.5: Ejercicios
- 16: Propiedades básicas de los números reales
  - 16.1: Objetivos
  - 16.2: Símbolos y Notaciones
  - 16.3: La línea numérica real y los números reales
  - 16.4: Propiedades de los números reales
  - 16.5: Exponentes
  - 16.6: Reglas de Exponentes
  - 16.7: Las reglas de poder para exponentes
  - 16.8: Resumen de conceptos clave
  - 16.9: Suplemento de ejercicio
  - 16.10: Examen de Aptitud
- 17: Operaciones Básicas con Números Reales
  - 17.1: Objetivos
  - 17.2: Números firmados
  - 17.3: Valor Absoluto
  - 17.4: Suma de números firmados
  - 17.5: Resta de números firmados
  - 17.6: Multiplicación y división de números firmados
  - 17.7: Exponentes negativos
  - 17.8: Notación científica
  - 17.9: Resumen de conceptos clave
  - 17.10: Suplemento de ejercicio
  - 17.11: Examen de Aptitud
- 18: Expresiones y ecuaciones algebraicas

- 18.1: Objetivos
- 18.2: Expresiones algebraicas
- 18.3: Ecuaciones
- 18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones
- 18.5: Combinar polinomios usando suma y resta
- 18.6: Combinar polinomios usando multiplicación
- 18.7: Productos Binomiales Especiales
- 18.8: Terminología asociada a ecuaciones
- 18.9: Resumen de conceptos clave
- 18.10: Suplemento de ejercicio
- 18.11: Examen de Aptitud

- 19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades
  - 19.1: Objetivos
  - 19.2: Resolver ecuaciones
  - 19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas
  - 19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas
  - 19.6: Aplicación II - Solución de Problemas
  - 19.7: Desigualdades lineales en una variable
  - 19.8: Ecuaciones lineales en dos variables
  - 19.9: Resumen de conceptos clave
  - 19.10: Suplemento de ejercicio
  - 19.11: Examen de Aptitud
  - 19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b
- 20: Factorización de polinomios
  - 20.1: Objetivos
  - 20.2: Encontrar los factores de un monomio
  - 20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio
  - 20.4: El mayor factor común
  - 20.5: Factorización por Agrupación
  - 20.6: Factorización de Dos Productos Especiales
  - 20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1
  - 20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1
  - 20.9: Resumen de conceptos clave
  - 20.10: Suplemento de ejercicio
  - 20.11: Examen de Aptitud
- 21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables
  - 21.1: Objetivos
  - 21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable
  - 21.3: Trazando puntos en el plano
  - 21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables
  - 21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea
  - 21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción
  - 21.7: Encontrar la ecuación de una línea
  - 21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables
  - 21.9: Resumen de conceptos clave
  - 21.10: Suplemento de ejercicio
  - 21.11: Examen de Aptitud
- 22: Expresiones racionales
  - 22.1: Objetivos
  - 22.2: Expresiones racionales
  - 22.3: Reducción de expresiones racionales

- 22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales
- 22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD
- 22.6: Sumando y restando expresiones racionales
- 22.7: Ecuaciones racionales
- 22.8: Aplicaciones
- 22.9: Expresiones racionales Complejas
- 22.10: Dividir polinomios
- 22.11: Resumen de conceptos clave
- 22.12: Suplemento de ejercicio
- 22.13: Examen de Competencia

- 23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada
  - 23.1: Objetivos
  - 23.2: Expresiones de raíz cuadrada
  - 23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada
  - 23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada
  - 23.5: División de expresiones de raíz cuadrada
  - 23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada
  - 23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones
  - 23.8: Resumen de conceptos clave
  - 23.9: Suplemento de ejercicio
  - 23.10: Examen de Aptitud
- 24: Ecuaciones cuadráticas
  - 24.1: Objetivos
  - 24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas
  - 24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización
  - 24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces
  - 24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado
  - 24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática
  - 24.7: Aplicaciones
  - 24.8: Graficar soluciones cuadráticas
  - 24.9: Resumen de conceptos clave
  - 24.10: Suplemento de ejercicio
  - 24.11: Examen de Aptitud
- 25: Sistemas de Ecuaciones Lineales
  - 25.1: Objetivos
  - 25.2: Soluciones por Grafiación
  - 25.3: Eliminación por sustitución
  - 25.4: Eliminación por Suma
  - 25.5: Aplicaciones
  - 25.6: Resumen de conceptos clave
  - 25.7: Suplemento de ejercicio
  - 25.8: Examen de Aptitud
- Información
  - Índice
  - Glossario
  - Licencias Detalladas

Index

Glossary

Detailed Licensing

Licensing

*A detailed breakdown of this resource's licensing can be found in **Back Matter/Detailed Licensing**.*

TABLE OF CONTENTS

HiSet Mathematica (Lopez)

Materia Frontal

Título

InfoPage

Table of Contents

Licencias

1: Sentido numérico

1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje

1.2: Tema B- Conteo

1.3: Tema C- Valor posicionar

1.4: Tema D- Ordenando números

1.5: Tema E- Redondeo de números

1.6: Tema F- Más Conteo

1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número

2: Adición

2.1: Tema A- Adición

2.2: Tema B- Suma de tres o más números

2.3: Tema C- Adición de números más grandes

2.4: Unidad 2 Revisión- Adición

3: Resta

3.1: Tema A- Resta

3.2: Tema B- Resta de Números Mayores

3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta

4: Estimación, Tiempo y Formas

4.1: Tema A- Estimación

4.2: Tema B- Tiempo

4.3: Tema C- Formas

4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas

5: Multiplicación y división de números enteros

5.1: Multiplicación de números enteros

5.2: Conceptos de división de números enteros

5.3: División de Números Enteros

5.4: Algunos datos interesantes sobre la división

5.5: Propiedades de la Multiplicación

5.6: Resumen de conceptos clave

5.7: Suplemento de ejercicio

5.8: Examen de Aptitud

6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros

6.1: Exponentes y Raíces

6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones

6.3: Factorización de números naturales primos

6.4: El mayor factor común

6.5: El múltiplo menos común
6.6: Resumen de conceptos clave
6.7: Suplemento de ejercicio
6.8: Examen de Aptitud
7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones
7.1: Facciones de números enteros
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos
7.4: Multiplicación de Fracciones
7.5: División de Fracciones
7.6: Aplicaciones que involucran fracciones
7.7: Resumen de conceptos clave
7.8: Suplemento de ejercicio
7.9: Examen de Aptitud
8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas
8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares
8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos
8.3: Suma y resta de números mixtos
8.4: Comparando Fracciones
8.5: Fracciones Complejas
8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones
8.7: Resumen de conceptos clave
8.8: Suplemento de ejercicio
8.9: Examen de competencia
9: Decimales
9.1: Lectura y escritura de decimales
9.2: Convertir un decimal a una fracción
9.3: Redondeo de decimales
9.4: Suma y resta de decimales
9.5: Multiplicación de decimales
9.6: División de Decimales
9.7: Divisiones no terminadoras
9.8: Convertir una Fracción a Decimal
9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones
9.10: Resumen de conceptos clave
9.11: Suplemento de ejercicio
9.12: Examen de Aptitud
10: Ratios y Tarifas
10.1: Ratios y Tarifas
10.2: Proporciones
10.3: Aplicaciones de Proporciones
10.4: Por ciento
10.5: Fracciones del uno por ciento
10.6: Aplicaciones de porcentajes
10.7: Resumen de conceptos clave
10.8: Suplemento de ejercicio

10.9: Examen de Aptitud
11: Medición
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
11.2: Unidades Métricas de Medida
11.3: Básculas de Temperatura
11.4: Ejercicios
12: Geometria
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
12.4: Ejercicios
13: Estadísticas, Recopilación de Datos
13.1: Poblaciones y muestras
13.2: Categorizar datos
13.3: Métodos de muestreo
13.4: Cómo arruinar las cosas
13.5: Experimentos
13.6: Ejercicios
14: Estadísticas, descripción de datos
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
14.3: Medidas de Tendencia Central
14.4: Medidas de Variación
14.5: Ejercicios
15: Probabilidad
15.1: Conceptos básicos
15.2: Trabajar con Eventos
15.3: Conteo
15.4: Valor esperado
15.5: Ejercicios
16: Propiedades básicas de los números reales
16.1: Objetivos
16.2: Símbolos y Notaciones
16.3: La línea numérica real y los números reales
16.4: Propiedades de los números reales
16.5: Exponentes
16.6: Reglas de Exponentes
16.7: Las reglas de poder para exponentes
16.8: Resumen de conceptos clave
16.9: Suplemento de ejercicio
16.10: Examen de Aptitud
17: Operaciones Básicas con Números Reales
17.1: Objetivos
17.2: Números firmados
17.3: Valor Absoluto

17.4: Suma de números firmados
17.5: Resta de números firmados
17.6: Multiplicación y división de números firmados
17.7: Exponentes negativos
17.8: Notación científica
17.9: Resumen de conceptos clave
17.10: Suplemento de ejercicio
17.11: Examen de Aptitud
18: Expresiones y ecuaciones algebraicas
18.1: Objetivos
18.2: Expresiones algebraicas
18.3: Ecuaciones
18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones
18.5: Combinar polinomios usando suma y resta
18.6: Combinar polinomios usando multiplicación
18.7: Productos Binomiales Especiales
18.8: Terminología asociada a ecuaciones
18.9: Resumen de conceptos clave
18.10: Suplemento de ejercicio
18.11: Examen de Aptitud
19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades
19.1: Objetivos
19.2: Resolver ecuaciones
19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas
19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas
19.6: Aplicación II - Solución de Problemas
19.7: Desigualdades lineales en una variable
19.8: Ecuaciones lineales en dos variables
19.9: Resumen de conceptos clave
19.10: Suplemento de ejercicio
19.11: Examen de Aptitud
19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b
20: Factorización de polinomios
20.1: Objetivos
20.2: Encontrar los factores de un monomio
20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio
20.4: El mayor factor común
20.5: Factorización por Agrupación
20.6: Factorización de Dos Productos Especiales
20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1
20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1
20.9: Resumen de conceptos clave
20.10: Suplemento de ejercicio
20.11: Examen de Aptitud
21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables
21.1: Objetivos

21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable
21.3: Trazando puntos en el plano
21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables
21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea
21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción
21.7: Encontrar la ecuación de una línea
21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables
21.9: Resumen de conceptos clave
21.10: Suplemento de ejercicio
21.11: Examen de Aptitud
22: Expresiones racionales
22.1: Objetivos
22.2: Expresiones racionales
22.3: Reducción de expresiones racionales
22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales
22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD
22.6: Sumando y restando expresiones racionales
22.7: Ecuaciones racionales
22.8: Aplicaciones
22.9: Expresiones racionales Complejas
22.10: Dividir polinomios
22.11: Resumen de conceptos clave
22.12: Suplemento de ejercicio
22.13: Examen de Competencia
23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada
23.1: Objetivos
23.2: Expresiones de raíz cuadrada
23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada
23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada
23.5: División de expresiones de raíz cuadrada
23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada
23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones
23.8: Resumen de conceptos clave
23.9: Suplemento de ejercicio
23.10: Examen de Aptitud
24: Ecuaciones cuadráticas
24.1: Objetivos
24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas
24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización
24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces
24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado
24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática
24.7: Aplicaciones
24.8: Graficar soluciones cuadráticas
24.9: Resumen de conceptos clave
24.10: Suplemento de ejercicio

24.11: Examen de Aptitud
25: Sistemas de Ecuaciones Lineales
25.1: Objetivos
25.2: Soluciones por Grafiación
25.3: Eliminación por sustitución
25.4: Eliminación por Suma
25.5: Aplicaciones
25.6: Resumen de conceptos clave
25.7: Suplemento de ejercicio
25.8: Examen de Aptitud
Información
Índice
Glossario
Licencias Detalladas

Santiago Canyon College is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

CHAPTER OVERVIEW

Materia Frontal

Título
InfoPage
Table of Contents
Licencias

HiSet Mathematica

Saul Lopez

Santiago Canyon College

This text is disseminated via the Open Education Resource (OER) LibreTexts Project (https://LibreTexts.org) and like the thousands of other texts available within this powerful platform, it is freely available for reading, printing, and "consuming."

The LibreTexts mission is to bring together students, faculty, and scholars in a collaborative effort to provide and accessible, and comprehensive platform that empowers our community to develop, curate, adapt, and adopt openly licensed resources and technologies; through these efforts we can reduce the financial burden born from traditional educational resource costs, ensuring education is more accessible for students and communities worldwide.

Most, but not all, pages in the library have licenses that may allow individuals to make changes, save, and print this book. Carefully consult the applicable license(s) before pursuing such effects. Instructors can adopt existing LibreTexts texts or Remix them to quickly build course-specific resources to meet the needs of their students. Unlike traditional textbooks, LibreTexts' web based origins allow powerful integration of advanced features and new technologies to support learning.



LibreTexts is the adaptable, user-friendly non-profit open education resource platform that educators trust for creating, customizing, and sharing accessible, interactive textbooks, adaptive homework, and ancillary materials. We collaborate with individuals and organizations to champion open education initiatives, support institutional publishing programs, drive curriculum development projects, and more.

The LibreTexts libraries are Powered by NICE CXone Expert and was supported by the Department of Education Open Textbook Pilot Project, the California Education Learning Lab, the UC Davis Office of the Provost, the UC Davis Library, the California State University Affordable Learning Solutions Program, and Merlot. This material is based upon work supported by the National Science Foundation under Grant No. 1246120, 1525057, and 1413739.

Any opinions, findings, and conclusions or recommendations expressed in this material are those of the author(s) and do not necessarily reflect the views of the National Science Foundation nor the US Department of Education.

Have questions or comments? For information about adoptions or adaptions contact info@LibreTexts.org or visit our main website at https://LibreTexts.org.

This text was compiled on 06/10/2025

TABLE OF CONTENTS

Materia Frontal

- Título
- InfoPage
- Table of Contents
- Licencias

1: Sentido numérico

- 1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje
- 1.2: Tema B- Conteo
- 1.3: Tema C- Valor posicionar
- 1.4: Tema D- Ordenando números
- 1.5: Tema E- Redondeo de números
- 1.6: Tema F- Más Conteo
- 1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número

2: Adición

- 2.1: Tema A- Adición
- 2.2: Tema B- Suma de tres o más números
- 2.3: Tema C- Adición de números más grandes
- 2.4: Unidad 2 Revisión- Adición

3: Resta

- 3.1: Tema A- Resta
- 3.2: Tema B- Resta de Números Mayores
- 3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta

4: Estimación, Tiempo y Formas

- 4.1: Tema A- Estimación
- 4.2: Tema B- Tiempo
- 4.3: Tema C- Formas
- 4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas

5: Multiplicación y división de números enteros

- 5.1: Multiplicación de números enteros
- 5.2: Conceptos de división de números enteros
- 5.3: División de Números Enteros
- 5.4: Algunos datos interesantes sobre la división
- 5.5: Propiedades de la Multiplicación
- 5.6: Resumen de conceptos clave
- 5.7: Suplemento de ejercicio
- 5.8: Examen de Aptitud

6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros

- 6.1: Exponentes y Raíces
- 6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones
- 6.3: Factorización de números naturales primos
- 6.4: El mayor factor común
- 6.5: El múltiplo menos común
- 6.6: Resumen de conceptos clave
- 6.7: Suplemento de ejercicio
- 6.8: Examen de Aptitud

7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones

- 7.1: Facciones de números enteros
- 7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
- 7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos
- 7.4: Multiplicación de Fracciones
- 7.5: División de Fracciones
- 7.6: Aplicaciones que involucran fracciones
- 7.7: Resumen de conceptos clave
- 7.8: Suplemento de ejercicio
- 7.9: Examen de Aptitud

8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas

- 8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares
- 8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos
- 8.3: Suma y resta de números mixtos
- 8.4: Comparando Fracciones
- 8.5: Fracciones Complejas
- 8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones
- 8.7: Resumen de conceptos clave
- 8.8: Suplemento de ejercicio
- 8.9: Examen de competencia

9: Decimales

- 9.1: Lectura y escritura de decimales
- 9.2: Convertir un decimal a una fracción
- 9.3: Redondeo de decimales
- 9.4: Suma y resta de decimales
- 9.5: Multiplicación de decimales
- 9.6: División de Decimales
- 9.7: Divisiones no terminadoras
- 9.8: Convertir una Fracción a Decimal
- 9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones
- 9.10: Resumen de conceptos clave
- 9.11: Suplemento de ejercicio
- 9.12: Examen de Aptitud

10: Ratios y Tarifas

- 10.1: Ratios y Tarifas
- 10.2: Proporciones
- 10.3: Aplicaciones de Proporciones
- 10.4: Por ciento
- 10.5: Fracciones del uno por ciento
- 10.6: Aplicaciones de porcentajes
- 10.7: Resumen de conceptos clave
- 10.8: Suplemento de ejercicio
- 10.9: Examen de Aptitud

11: Medición

- 11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
- 11.2: Unidades Métricas de Medida
- 11.3: Básculas de Temperatura
- 11.4: Ejercicios

12: Geometria

- 12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
- 12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
- 12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
- 12.4: Ejercicios

13: Estadísticas, Recopilación de Datos

- 13.1: Poblaciones y muestras
- 13.2: Categorizar datos
- 13.3: Métodos de muestreo
- 13.4: Cómo arruinar las cosas
- 13.5: Experimentos
- 13.6: Ejercicios

14: Estadísticas, descripción de datos

- 14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
- 14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
- 14.3: Medidas de Tendencia Central
- 14.4: Medidas de Variación
- 14.5: Ejercicios

15: Probabilidad

- 15.1: Conceptos básicos
- 15.2: Trabajar con Eventos
- 15.3: Conteo
- 15.4: Valor esperado
- 15.5: Ejercicios

16: Propiedades básicas de los números reales

- 16.1: Objetivos
- 16.2: Símbolos y Notaciones

- 16.3: La línea numérica real y los números reales
- 16.4: Propiedades de los números reales
- 16.5: Exponentes
- 16.6: Reglas de Exponentes
- 16.7: Las reglas de poder para exponentes
- 16.8: Resumen de conceptos clave
- 16.9: Suplemento de ejercicio
- 16.10: Examen de Aptitud

17: Operaciones Básicas con Números Reales

- 17.1: Objetivos
- 17.2: Números firmados
- 17.3: Valor Absoluto
- 17.4: Suma de números firmados
- 17.5: Resta de números firmados
- 17.6: Multiplicación y división de números firmados
- 17.7: Exponentes negativos
- 17.8: Notación científica
- 17.9: Resumen de conceptos clave
- 17.10: Suplemento de ejercicio
- 17.11: Examen de Aptitud

18: Expresiones y ecuaciones algebraicas

- 18.1: Objetivos
- 18.2: Expresiones algebraicas
- 18.3: Ecuaciones
- 18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones
- 18.5: Combinar polinomios usando suma y resta
- 18.6: Combinar polinomios usando multiplicación
- 18.7: Productos Binomiales Especiales
- 18.8: Terminología asociada a ecuaciones
- 18.9: Resumen de conceptos clave
- 18.10: Suplemento de ejercicio
- 18.11: Examen de Aptitud

19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades

- 19.1: Objetivos
- 19.2: Resolver ecuaciones
- 19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas
- 19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas
- 19.6: Aplicación II - Solución de Problemas
- 19.7: Desigualdades lineales en una variable
- 19.8: Ecuaciones lineales en dos variables
- 19.9: Resumen de conceptos clave
- 19.10: Suplemento de ejercicio
- 19.11: Examen de Aptitud
- 19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b

20: Factorización de polinomios

- 20.1: Objetivos
- 20.2: Encontrar los factores de un monomio
- 20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio
- 20.4: El mayor factor común
- 20.5: Factorización por Agrupación
- 20.6: Factorización de Dos Productos Especiales
- 20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1
- 20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1
- 20.9: Resumen de conceptos clave
- 20.10: Suplemento de ejercicio
- 20.11: Examen de Aptitud

21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables

- 21.1: Objetivos
- 21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable
- 21.3: Trazando puntos en el plano
- 21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables
- 21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea
- 21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción
- 21.7: Encontrar la ecuación de una línea
- 21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables
- 21.9: Resumen de conceptos clave
- 21.10: Suplemento de ejercicio
- 21.11: Examen de Aptitud

22: Expresiones racionales

- 22.1: Objetivos
- 22.2: Expresiones racionales
- 22.3: Reducción de expresiones racionales
- 22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales
- 22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD
- 22.6: Sumando y restando expresiones racionales
- 22.7: Ecuaciones racionales
- 22.8: Aplicaciones
- 22.9: Expresiones racionales Complejas
- 22.10: Dividir polinomios
- 22.11: Resumen de conceptos clave
- 22.12: Suplemento de ejercicio
- 22.13: Examen de Competencia

23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada

- 23.1: Objetivos
- 23.2: Expresiones de raíz cuadrada
- 23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada
- 23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada
- 23.5: División de expresiones de raíz cuadrada
- 23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada
- 23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones
- 23.8: Resumen de conceptos clave

- 23.9: Suplemento de ejercicio
- 23.10: Examen de Aptitud

24: Ecuaciones cuadráticas

- 24.1: Objetivos
- 24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas
- 24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización
- 24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces
- 24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado
- 24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática
- 24.7: Aplicaciones
- 24.8: Graficar soluciones cuadráticas
- 24.9: Resumen de conceptos clave
- 24.10: Suplemento de ejercicio
- 24.11: Examen de Aptitud

25: Sistemas de Ecuaciones Lineales

- 25.1: Objetivos
- 25.2: Soluciones por Grafiación
- 25.3: Eliminación por sustitución
- 25.4: Eliminación por Suma
- 25.5: Aplicaciones
- 25.6: Resumen de conceptos clave
- 25.7: Suplemento de ejercicio
- 25.8: Examen de Aptitud

Información

- Índice
- Glossario
- Licencias Detalladas

Licencias

*A detailed breakdown of this resource's licensing can be found in **Back Matter/Detailed Licensing**.*

Puede encontrar un desglose detallado de las licencias de este recurso en Información/Licencia Detallado.

CHAPTER OVERVIEW

1: Sentido numérico

1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje
1.2: Tema B- Conteo
1.3: Tema C- Valor posicionar
1.4: Tema D- Ordenando números
1.5: Tema E- Redondeo de números
1.6: Tema F- Más Conteo
1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número

This page titled 1: Sentido numérico is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje

Tema A: Emociones y Aprendizaje

Las emociones, o lo que sentimos por algo, juegan un papel importante en la forma en que aprendemos. Si estamos tranquilos, aprendemos bien. Si tenemos miedo o estresados, no aprendemos también. Mucha gente le teme a las matemáticas. Temen cometer un error. “Ansiedad matemática” es el miedo a las matemáticas.

Las personas que sufren de ansiedad matemática pueden tener dolores de cabeza, estómagos enfermos, manos frías, o pueden simplemente sudar mucho o simplemente sentir miedo.

¿Sufres de ansiedad matemática?

Lee la lista a continuación y pon una marca de verificación junto a las que sientes.

- ¿Tus palmas están húmedas?
- ¿Tu estómago está revoloteando?
- ¿Sientes que no puedes pensar con claridad?
- ¿Sientes que preferirías hacer otra cosa que aprender matemáticas?
- ¿Respiras más rápido de lo normal?
- ¿Tu corazón está latiendo fuerte?
- ¿Sientes frío?

Agrega cualquier otro sentimiento.

Ansiedad matemática

La “ansiedad matemática”, o el miedo a las matemáticas, es un hábito aprendido. Si se aprende, puede ser desaprendido. La mayor parte de la ansiedad matemática proviene de malos recuerdos mientras se aprende matemáticas. Puede ser por hacerlo mal en una prueba o hacer una pregunta y luego burlarse de él. Estos malos recuerdos pueden dificultar el aprendizaje de las matemáticas.

Todos pueden aprender matemáticas. No hay talento especial para las matemáticas. Hay algunas personas que son mejores en matemáticas que otras, pero incluso estas personas tuvieron que aprender a ser buenas en matemáticas.

This page titled 1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **1.1: Topic A- Emotions and Learning** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

1.2: Tema B- Conteo

Tema B: Conteo

Para aprender a leer, primero hay que aprender las letras del alfabeto. Una vez que conoces el alfabeto, juntas las letras para hacer palabras, luego oraciones, luego párrafos y luego historias.

Esas letras se convierten en las “herramientas” utilizadas para escribir todo.

Lo mismo ocurre con las matemáticas. En matemáticas utilizamos dígitos. Los dígitos son:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Los dígitos llevan el nombre de nuestros dedos. Nuestros dedos también se llaman dígitos. El término matemático viene de los días de contar con nuestros dedos. Tenemos diez dedos y hay diez dígitos. Usamos las letras del alfabeto para componer palabras, y usamos dígitos para componer números. Hay dos formas de escribir números. Puedes escribirlos como números. Puedes escribirlos usando nombres de palabras.

Dos formas de escribir números

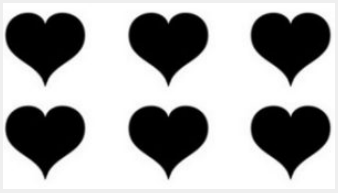
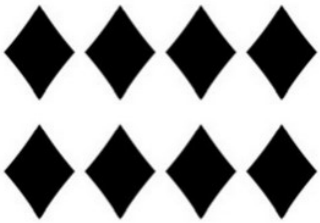
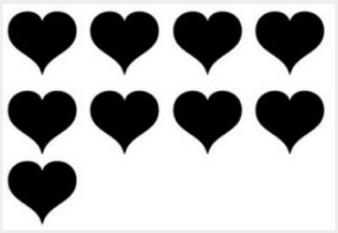
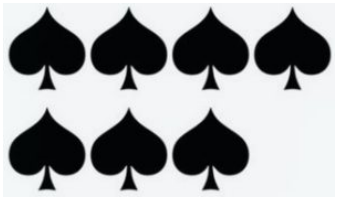
Numeral	Nombre de la palabra
0	cero
1	uno
2	dos
3	tres
4	cuatro
5	cinco
6	seis
7	siete
8	ocho
9	nueve

Contar es hacer coincidir el nombre del número con las cosas que se están contando. Se ve un tazón de manzanas sobre la mesa. Quieres saber cuántas manzanas hay en el bol. Respondes esa pregunta diciendo: “Hay una, dos, tres, cuatro manzanas”. Estás dando los nombres de los números “uno”, “dos”, “tres” y “cuatro” a las manzanas. El último número que dices es el número total de manzanas.

Ejercicio 1

Cuenta el número de formas en cada imagen. Después escribe el numeral y el nombre de la palabra. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Imagen	Contestar
	Número: 3 Nombre de la palabra: Three
a. 	Número: Nombre de la palabra:

b. 	Número: Nombre de la palabra:
c. 	Número: Nombre de la palabra:
d. 	Número: Nombre de la palabra:
e. 	Número: Nombre de la palabra:
f. 	Número: Nombre de la palabra:
g. 	Número: Nombre de la palabra:
h. 	Número: Nombre de la palabra:

Respuestas al Ejercicio 1

a. 2, dos

b. 6, seis

c. 8, ocho

d. 9, nueve

e. 1, uno

f. 5, cinco

g. 7, siete

h. 4, cuatro

Ejercicio 2

Aquí están los números del uno al diez.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Practica escribirlas a continuación.

Ahora practica escribir los números del uno al diez en lo siguiente. Intenta hacerlas sin mirar. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a.

1		3		5		7		9	

b.

	2		4		6		8		10

c.

1			4			7			

d.

		3			6			9	

Respuestas al Ejercicio 2

a.

	2		4		6		8		10

b.

1		3		5		7		9	

c.

	2	3		5	6		8	9	10

d.

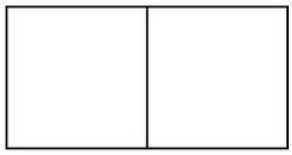
1	2		4	5		7	8		10

Autoprueba del Tema B

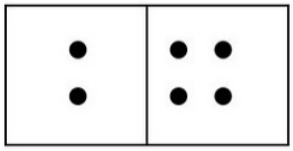
Marca/18 Objetivo 15/18

A. Cuenta el número de cosas en cada imagen, luego escribe el número y el nombre de la palabra.

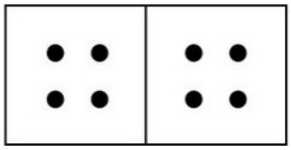
a.



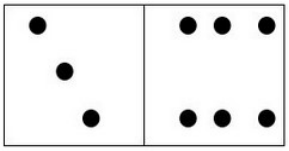
b.



c.



d.



B. Escribe los números del uno al diez.

Respuestas al Autoexamen del Tema B

a. 0, cero
b. 6, seis
c. 8, ocho
d. 9, nueve

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Cheque de Emociones

¿Cómo te sientes?

- ¿Tus palmas están húmedas?
- ¿Cómo es tu respiración?

Toma el control. Sé el jefe. Si te sientes ansioso, practica tu ejercicio de respiración.

Recuerda: Respira lentamente a la cuenta de cuatro. Sosténgalo por la cuenta de cuatro.

This page titled 1.2: Tema B- Conteo is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **1.2: Topic B- Counting** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

1.3: Tema C- Valor posicionar

Tema C: Valor positorio

Como saben, contamos mucho más alto que diez en nuestro mundo. Cada lugar en un número tiene un valor.

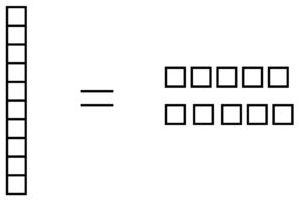
El lugar de unos dice cuantos hay.

- 3 significa 3 unos. □□□
- 0 significa 0 unos
- 9 significa 9 unos□□□□
  □□□□□

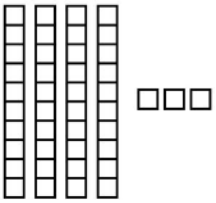
9 es la mayor cantidad que podemos expresar (escribir o decir) con un dígito.

El lugar de las decenas muestra cuántas decenas hay. El lugar de unos debe tener un dígito en él antes de que pueda haber un dígito en el lugar de las decenas.

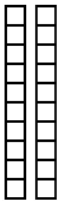
Cada diez son diez unos.



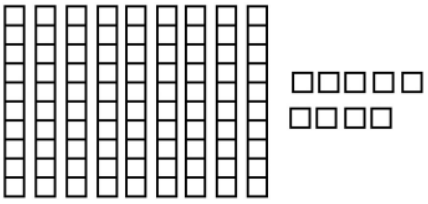
43 significa 4 decenas y 3 unas.



20 significa 2 decenas y 0 unas. El cero sostiene el lugar de los unos.



99 significa 9 decenas y 9 unas. 99 es la mayor cantidad que podemos expresar (escribir o decir) usando solo dos dígitos.

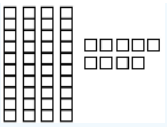


Ejercicio 1

Rellena los espacios en blanco para que cada oración sea verdadera. Dibuja una imagen para las preguntas c, f, h y j como los ejemplos. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Pídele a tu instructor que revise sus bocetos.

Ejemplo

49 significa **4** decenas y **9** unas.



a. 37 significa _____ decenas y _____ unas.
b. 65 significa _____ decenas y _____ unas.
c. 56 significa _____ decenas y _____ unas.
d. 87 significa _____ decenas y _____ unas
e. 33 significa _____ decenas y _____ unas.
f. 60 significa _____ decenas y _____ unas.

Respuestas al Ejercicio 1

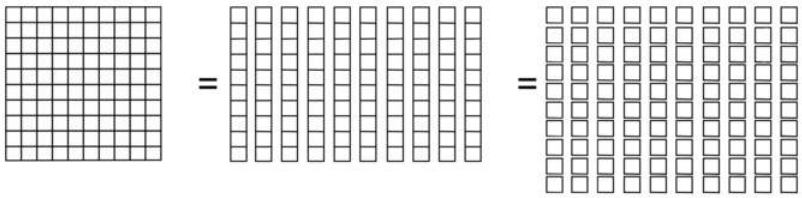
a. 3 decenas, 7 unas
b. 6 decenas, 5 unas
c. 5 decenas, 6 unas
d. 8 decenas, 7 unas
e. 3 decenas, 3 unas
f. 6 decenas, 0 unas

El lugar a la izquierda del lugar de las decenas es el lugar de los **cientos**. Muestra cuántos cientos hay. Un número escrito con tres dígitos enteros tiene un lugar de cientos, un lugar de decenas y un lugar de unos.

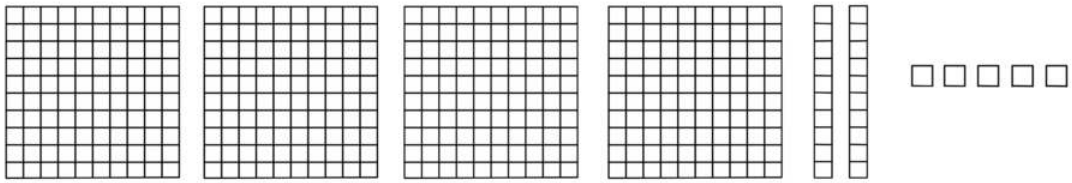
Cada cien es lo mismo que diez decenas, y cada cien es lo mismo que cien.

Cada cien es diez decenas — cada cien es lo mismo que cien.

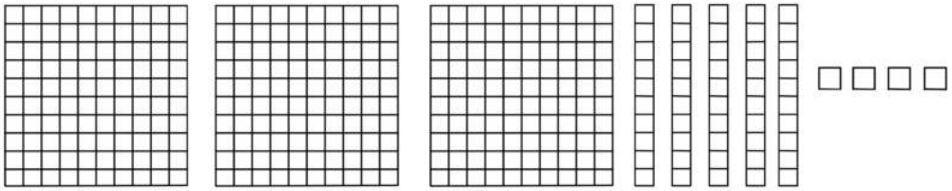
100 100 100



425 significa 4 cientos, 2 decenas y 5 unos



354 significa 3 cientos, 5 decenas y 4 unos



Ejercicio 2

Rellena los espacios en blanco para que cada oración sea verdadera. Dibuja un cuadro para las preguntas **b, c, d y e,** como los ejemplos. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Pídele a tu instructor que revise sus bocetos.

a. 190 = 1 cientos, 9 decenas, 0 unos.
b. 555 = _____ cientos, _____ decenas, _____ unos.
c. 309 = _____ cientos, _____ decenas, _____ unos.
d. 499 = _____ cientos, _____ decenas, _____ unos.
e. 480 = _____ cientos, _____ decenas, _____ unos.

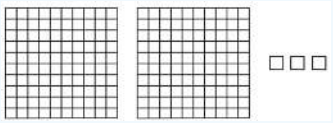
Respuestas al Ejercicio 2

b. 5 cientos, 5 dientes, 5 unos
c. 3 cientos, 0 decenas, 9 unos
d. 4 cientos, 9 decenas, 9 unos
e. 4 cientos, 8 decenas, 0 unos

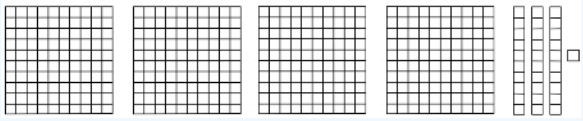
Ejercicio 3

Contar los cientos, decenas y los que se muestran en los dibujos. Las imágenes te ayudarán a entender la cantidad de un número. Después escribe el numeral. El primero está hecho por ti. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

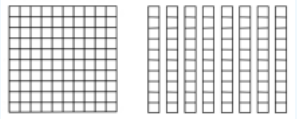
a. 2 cientos, 0 decenas, 3 unos = 203



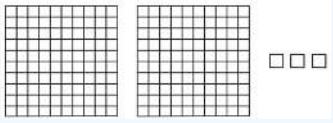
b. cientos, decenas, unos =



c. cientos, decenas, unos =



d. cientos, decenas, unos =



Respuestas al Ejercicio 3

b. 4 cientos, 3 decenas, 1 unos
c. 1 cientos, 8 decenas, 0 unos
d. 2 cientos, 0 decenas, 3 unos

¿Necesitas más práctica?

Pídele a tu instructor algo de dinero falso. Usando los billetes de uno, diez y cien dólares, practique negociar diez de un tipo de factura por uno de los siguientes valores.



Ejercicio 4

Escriba el nombre del valor positorio (unos, decenas, cientos) para cada dígito subrayado. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 6 22 cientos
b. 4 6 8 decenas
c. 92 0
d. 9 20
e. 6 4 8
f. 42 6
g. 5 34
h. 5 5
i. 4 5 1
j. 90 1
k. 2 26
l. 48 6

Respuestas al Ejercicio 4

c. unos
d. cientos
e. decenas
f. unos
g. cientos
h. decenas
i. decenas
j. unos
k. cientos
l. unos

Ejercicio 5

Subrayar el dígito para el valor positorio nombrado. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. cientos, 416
b. decenas, 368
c. decenas, 364
d. cientos, 456
e. unos, 206
f. unos, 634

Respuestas al Ejercicio 5

a. 4
b. 6
c. 6
d. 4
e. 6
f. 4

Cheque de Emociones

¿Cómo te sientes?

1. ¿Tus palmas están húmedas?
2. ¿Cómo es tu respiración?

Toma el control. Sé el jefe. Si te sientes ansioso, practica tu ejercicio de respiración.

Recuerda: Inhale lentamente a la cuenta de cuatro, sosténgalo para la cuenta de cuatro.

Lectura y escritura de números

Sabes que los **dígitos** son 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 y que los dígitos están dispuestos en diferentes lugares para que podamos contar cantidades mayores que nuestros diez dedos!

Cuando usamos **dígitos,** llamamos a lo que escribimos el **numeral.**

- 328 es un numeral
- 46 es un numeral
- 3 es un número

Usamos números para representar **números**.

Si pensamos en el lenguaje en lugar de las matemáticas será más claro.

Las letras se utilizan para hacer **palabras.** Respondemos al **significado** de las palabras.

- Los dígitos son las “letras” de las matemáticas.

- Los números son las “palabras” de las matemáticas.
- Los números son el “significado” de las matemáticas.

Ahora ya conoces el valor positorio de los dígitos hasta tres lugares. A continuación aprenderás a leer y escribir números y palabras numéricas. Algunas de las palabras para leer y deletrear pueden ser nuevas para ti.

Los números del 1 al 12 tienen palabras especiales. Estos son:

Números 1 a 12

Numeral	Nombre de la palabra
0	cero
1	uno
2	dos
3	tres
4	cuatro
5	cinco
6	seis
7	siete
8	ocho
9	nueve
10	diez
11	once
12	doce

Los nombres numéricos para los números del 13 al 19 se componen de dos partes. La primera parte nos dice **cuántas unidades**. La segunda parte (“adolescente”) nos dice que también hay **1 diez**.

Numerales 13 a 19

Numeral	Nombre de la palabra	Significado
13	trece	tres unidades y 1 diez
14	catorce	cuatro unidades y 1 diez
15	quince	cinco unidades y 1 diez
16	dieciséis	seis unidades y 1 diez
17	diecisiete	siete unidades y 1 diez
18	dieciocho	ocho unidades y 1 diez
19	diecinueve	nueve unidades y 1 diez

Ejercicio 6

Escribe el nombre de la palabra para cada número. Intenta no mirar la lista. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 6
b. 17
c. 4
d. 14
e. 12
f. 13

Respuestas al Ejercicio 6

a. seis
b. diecisiete
c. cuatro
d. catorce
e. doce
f. trece

Los nombres de las palabras para los números del 20 al 90 también se componen de dos partes. La primera parte nos dice **cuántos grupos de decenas**. La segunda parte (“ty”) nos dice que estamos contando **grupos de decenas** y no otra cosa. El “-ty” puede haber venido de un acortamiento de la palabra “diez”.

Numerales 20 a 90

Número	Nombre de la palabra	Significado
20	veinte	dos decenas
30	treinta	tres decenas
40	cuarenta	cuatro decenas
50	cincuenta	cinco decenas
60	sesenta	seis decenas
70	setenta	siete decenas
80	ochenta	ocho decenas
90	noventa	nueve decenas

Los nombres de los números **entre** grupos de decenas también siguen un patrón. El primer número nos dice cuántas decenas. El segundo número nos dice cuántos.

Números entre decenas

Decenas Ones	Decenas Ones	Decenas Ones
20 veinte	30 treinta	40 cuarenta
21 veintiuno	31 treinta y uno	41 cuarenta y uno
22 veintidós	32 treinta y dos	42 cuarenta y dos
23 veintitrés	33 treinta y tres	43 cuarenta y tres
24 veinticuatro	34 treinta y cuatro	44 cuarenta y cuatro
25 veinticinco	35 treinta y cinco	45 cuarenta y cinco
26 veintiséis	36 treinta y seis	46 cuarenta y seis
27 veintisiete	37 treinta y siete	47 cuarenta y siete
28 veintiocho	38 treinta y ocho	48 cuarenta y ocho
29 veintinueve	39 treinta y nueve	49 cuarenta y nueve

Los nombres escritos para los números que tienen decenas y unos se escriben con un guión (-) entre ellos. Este patrón con el guión continúa hasta noventa y nueve (99).

Ejercicio 7

Escribe los nombres de las palabras para estos números. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 24 veinticuatro
b. 35 treinta y cinco
c. 83 _____
d. 46 _____
e. 59 _____
f. 20 _____
g. 53 _____
h. 25 _____
i. 15 _____
j. 38 _____

Respuestas al Ejercicio 7

c. ochenta y tres
d. cuarenta y seis
e. cincuenta y nueve
f. veinte
g. cincuenta y tres
h. veinticinco
i. quince
j. treinta y ocho

Ejercicio 8

Escribe los números para estos nombres de palabras. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. noventa y nueve 99
b. sesenta y siete 67
c. ochenta y uno _____
d. dieciocho _____
e. veintiséis _____
f. trece _____
g. treinta _____
h. cuarenta y tres _____

Respuestas al Ejercicio 8

c. 81
d. 18
e. 26
f. 13
g. 30
h. 43

Cuando escribimos cientos en palabras, necesitamos dos palabras. La primera palabra nos dice cuántos cientos. La segunda palabra nos dice que estamos contando cientos.

> *200 doscientos*

Ya sabes escribir números en palabras hasta 999.

Recuerda

- guión (-) entre las decenas y unidades
- sin guión en ningún otro lugar
- no “s” en el centenar
- no “y” entre el lugar de los cientos y el lugar de las decenas

367 is made of:	**3** hundreds	**6** tens	**7** ones
Each is written:	three hundred	sixty	seven

Put the parts together: **three hundred sixty-seven** (1.3.1)

Aquí hay otro ejemplo. ¡Cuidado con el espacio vacío!

504 is made of:	**5** hundreds	**0** tens	**4** ones
Each is written:	fice hundred		four

Put the parts together: **five hundred four** (1.3.2)

Aquí hay otro ejemplo. ¡Cuidado con el espacio vacío!

890 is made of:	**8** hundreds	**9** tens	**0** ones
Each is written:	eight hundred	ninety	

Put the parts together: **eight hundred ninety** (1.3.3)

Aquí hay otro ejemplo. ¡Cuidado con el espacio vacío!

100 is made of:	**1** hundreds	**0** tens	**0** ones
Each is written:	one hundred		

Put the parts together: **one hundred** (1.3.4)

Recuerda

Los espacios vacíos no están escritos con palabras.

Ejercicio 9

Escriba los nombres de las palabras para estos números. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. **623** está hecho de: _____
   Cada uno está escrito: _____
   Juntar las partes: _____
b. **364** está hecho de: _____
   Cada uno está escrito: _____
   Juntar las partes: _____
c. **213** está hecho de: _____
   Cada uno está escrito: _____
   Juntar las partes: _____
d. **405** está hecho de: _____
   Cada uno está escrito: _____
   Juntar las partes: _____

Ahora, escribe la palabra nombre para cada número. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

e. 704
f. 470
g. 993
h. 100
i. 972

Respuestas al Ejercicio 9

a. **623** está hecho de: 6 cientos, 2 decenas, 3 unos
   Cada uno está escrito: seiscientos, veinte, tres
   Juntar las partes: seiscientos veintitrés
b. **364** está hecho de:3 cientos, 6 decenas, 4 unos
   Cada uno está escrito: trescientos, sesenta, cuatro
   Juntar las partes: trescientos sesenta y cuatro
c. **213** está hecho de: 2 cientos. 1 diez, 3 unos
   Cada uno está escrito: doscientos, trece
   Juntar las partes: doscientos trece
d. **405** está hecho de:4 cientos, 0 decenas, 5 unos
   Cada uno está escrito: cuatrocientos, cinco
   Juntar las partes: cuatrocientos cinco
e. setecientos cuatro
f. cuatrocientos setenta
g. novecientos noventa y tres
h. cien
i. novecientos setenta y dos

Autoprueba del tema C

Marca/17 Objetivo 14/17

A. Escriba el valor posicionar para el dígito subrayado. (6 marcas)

a. 7 <u>6</u> 5
b. 9 <u>0</u> 3
c. <u>4</u> 79
d. 18 <u>5</u>
e. 73 <u>2</u>
f. <u>3</u> 97

B. Escriba los nombres de las palabras para estos números. (6 marcas)

a. 79
b. 492
c. 378
d. 820

e. 405
f. 583

C. Escribe los números para estos nombres de palabras. (5 marcas)

a. quinientos cuarenta y siete
b. trescientos ochenta
c. doscientos setenta y cinco
d. cuatrocientos dieciséis
e. novecientos veintitrés

Respuestas al Tema C Autoexamen

A. a. decenas
b. decenas
c. cientos
d. unos
e. unos
f. cientos

B. a. setenta y nueve
b. cuatrocientos noventa y dos
c. trescientos setenta y ocho
d. ochocientos veinte
e. cuatrocientos cinco
f. quinientos ochenta y tres

C. a. 547
b. 380
c. 275
d. 416
e. 923

This page titled 1.3: Tema C- Valor posicionar is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **1.3: Topic C- Place Value** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

1.4: Tema D- Ordenando números

Tema D: Orden de números

Organizamos los **números** en orden de menor a mayor. Ordenar papeles numerados como formularios de pedido, organizar artículos por fecha y comparar precios son algunas de las formas en que usas esta habilidad.

Mire dos números y diga cuál es más grande. ¿Cómo se hace esto?

Ejercicio 1

Dibuja una línea debajo del número más grande en cada par.

a. 43, 48
b. 27, 21
c. 64, 63
d. 24, 35
e. 92, 89
f. 72, 81

Respuestas al Ejercicio 1

b. 27
c. 64
d. 35
e. 92
f. 81

Para comparar números, mira el lugar con mayor valor.

Ejemplo A: Comparar 63 y 59

Mira el lugar de las decenas.

- 63 tiene un 6 en el lugar de las decenas
- 59 tiene un 5 en el lugar de las decenas.
- 63 es mayor que 59.

Ejemplo B: Comparar 496 y 476

Mira el lugar de los cientos.

- Ambos tienen 4's.

Mira el lugar de las decenas.

- 496 tiene un 9 en el lugar de las decenas
- 476 tiene un 7 en el lugar de las decenas.
- 496 es mayor que 476.

Nota

Nota: Los números con un dígito son siempre menores que los números con dos dígitos. Los números con dos dígitos son siempre menores que los números con tres dígitos, y así sucesivamente.

- 9 es menor que 15
- 87 es menor que 107
- 999 es menos de 1 001

Ejercicio 2

Dibuja una línea debajo del número más grande en cada par. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 36, 46
b. 580, 59
c. 87, 67
d. 716, 116
e. 429, 449
f. 289, 283
g. 471, 422
h. 316, 322
i. 876, 318

Respuestas al Ejercicio 2

b. 580
c. 87
d. 716

e. 449
f. 289
g. 471
h. 322
i. 876

Ejercicio 3

Dibuja una línea debajo del número más grande en cada par. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 148, 151
b. 129, 132
c. 34, 37
d. 325, 236
e. 118, 13
f. 489 423
g. 471, 422
h. 316, 322
i. 876, 319

Respuestas al Ejercicio 3

b. 132
c. 37
d. 325
e. 118
f. 489
g. 471
h. 322
i. 876

Ahora usa las mismas ideas para disponer más de dos números en orden. Por ejemplo, para organizar **6, 616, 1, 66, 666, 61** y **16** en orden de **menor** a **mayor**, utilice el siguiente método.

Primero, ordene los números con el mismo número de dígitos en grupos:

- 6, 1
- 66, 61, 16 y
- 616, 666

El grupo de números de un dígito contiene 6 y 1. Como 1 es menor que 6, la lista comienza con 1, luego 6.

El grupo de números de dos dígitos contiene 66, 61 y 16. Usa tus habilidades para ordenar números para ver que 16 es el más pequeño, luego 61, y 66 es el más grande de este grupo. La lista ahora dice, 1, 6, 16, 61, 66.

Por último, mira los números de tres dígitos, 616 y 666. Como 616 es menor que 666, va a venir primero. El listado ahora dice: 1, 6, 16, 61, 66, 616, 666.

Ejercicio 4

Organice estos números en orden de menor a mayor. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 323, 32, 332, 33, 3, 322, 2
b. 44, 7, 474, 47, 744, 74, 77
c. 123, 135, 152, 125
d. 472, 427, 452, 475

Respuestas al Ejercicio 4

a. 2, 3, 32, 33, 322, 323, 332
b. 7, 44, 47, 74, 77, 474, 744
c. 123, 125, 135, 152
d. 427, 452, 472, 475

Mayor que, menor que, igual

El signo < significa “es menor que” (menor que).

El signo > significa “es mayor que” (mayor que).

Los signos **mayor que** y **menor que** siempre apuntan al número menor. Es decir, el punto o la punta del letrero está cerca del número pequeño.

- 5 < 12 significa que 5 es menor que 12
- 6 > 3 significa que 6 es mayor que 3

El signo = significa "**igual**" y se utiliza cuando dos cantidades son iguales.

Recuerda

La boca hambrienta va al mayor número.



Ejercicio 5

Escriba <, > o = en cada espacio en blanco según sea necesario. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $3 \leq 5$
b. $8 \geq 7$
c. 12 ____ 9
d. 28 ____ 28
e. 48 ____ 84
f. 376 ____ 376
g. 520 ____ 530
h. 582 ____ 521
i. 674 ____ 296
j. 214 ____ 251
k. 879 ____ 900
l. 784 ____ 784

Respuestas al Ejercicio 5

c. >
d. =
e. <
f. =
g. <
h. >
i. >
j. <
k. <
l. =

Autoprueba del tema D

Marca/12 Objetivo 10/12

A. Encuadra el mayor número de cada par. (6 marcas)

a. 978, 789
b. 566, 556
c. 120, 142
d. 701, 710
e. 430, 403
f. 879, 987

B. Organice estos números en orden de menor a mayor. (2 marcas)

a. 75, 754, 475, 47, 747, 574, 775
b. 18, 237, 429, 824, 37, 994, 112

C. Escribe >, <. o = en cada espacio en blanco para hacer una declaración verdadera. (4 marcas)

a. 678 ____ 768
b. 102 ____ 100
c. 463 ____ 846
d. 101 ____ 101

Respuestas al tema D Autoprueba

A. a. 978
b. 566
c. 142
d. 710
e. 430
f. 987

B. a. 47, 75, 475, 574, 747, 754, 775
b. 18, 37, 112, 237, 429, 824, 994

C. a. <
b. >
c. <
d. =

This page titled 1.4: Tema D- Ordenando números is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **1.4: Topic D- Ordering Numerals** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

1.5: Tema E- Redondeo de números

Tema E: Redondeo de números

Usamos mucho los números en nuestra vida cotidiana. Enumere algunas de las formas en que usa los números.

_____

_____

_____

Es posible que hayas escrito dinero, compras, tiempo y contando como parte de tu respuesta.

Piensa en el tiempo. Digamos que se tarda ocho minutos en caminar hasta el autobús. Si alguien te pregunta cuánto tarda, probablemente dirás: “Unos diez minutos”.

Si compras un jersey que costó 29 dólares, puede decir: “Oh, fue alrededor de treinta dólares”.

¿A cuánta distancia está Vancouver de Prince George? El mapa dice 796 km, pero probablemente diríamos: “Unos 800 kilómetros”.

Acabas de leer ejemplos de **números redondeados.**

Redondeamos números por muchas razones:

- Puede que no sepamos el número exacto.
- El número exacto puede no ser importante para lo que estamos haciendo.
- Es posible que **necesitemos una forma rápida de averiguar** algo.

Cuando esté redondeando números, use ceros para mantener los lugares al final del número. Trabaje a través de los siguientes ejemplos y ejercicios cuidadosamente. **El redondeo es una habilidad importante.**

Redondeo a los diez más cercanos

Aquí hay un método corto para redondear a los diez más cercanos. Al redondear a los diez más cercanos, haga esto:

1. Subrayar los dígitos de las decenas. 8 3
2. Mira el dígito siguiente en el lugar de unos. 8 3
3. Si el dígito en el lugar unos es menor que 5, escribe un 0 en el lugar de unos. Deja el dígito de las decenas como está.
   - 4 2, redondea a 40 (42 está más cerca de 40 que a 50)
   - 1 4, rondas a 10
   - 8 3, redondea a 80
4. Si el dígito en el lugar unos es 5 o más, escribe un 0 en el lugar de unos. Agrega uno más diez al lugar de las decenas.
   - 3 6, redondea a **4** 0 (36 está más cerca de 40 que a 30)
   - 2 5, redondea a **3** 0
   - 9 8, rondas a **10** 0 (una más diez de nueve decenas es diez decenas)

Nota

Nota: Si está redondeando al diez más cercano, los dígitos simples se redondean así:

- 0, 1, 2, 3, 4 todo redondo a **0**.
- 5, 6, 7, 8, 9 todo redondo a **10**.

Un número redondeado al diez más cercano tendrá un cero en el lugar unos.

El número terminará con

0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 o 90.

Al redondear un número, usa el signo que significa “aproximadamente igual”≈.

Ejercicio 1

Redondea cada número al 10 más cercano. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. **47** es entre _____ decenas y _____ decenas.
47 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.
b. **81** es entre _____ decenas y _____ decenas.
81 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.
c. **14** es entre _____ decenas y _____ decenas.
14 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.
d. **26** es entre _____ decenas y _____ decenas.
26 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.
e. **98** es entre _____ decenas y _____ decenas.
98 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.
f. **57** es entre _____ decenas y _____ decenas.
57 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.
g. **73** es entre _____ decenas y _____ decenas.
73 es el más cercano a _____ decenas.
El número redondeado es _____.

Respuestas al Ejercicio 1

a. 4 decenas, 5 decenas
5 decenas
50
b. 8 decenas, 9 decenas
8 decenas
80
c. 1 decenas, 2 decenas
1 diez
10
d. 2 decenas, 3 decenas
3 decenas
30
e. 9 decenas. 10 decenas
10 decenas
100
f. 5 decenas, 6 decenas
6 decenas
60
g. 7 decenas, 8 decenas
7 decenas
70

Ejercicio 2

Redondea cada número al diez más cercano. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 22 ≈ 20
b. 86 ≈ 90
c. 31 ≈ _____
d. 96 ≈ _____
e. 84 ≈ _____
f. 55 ≈ _____
g. 8 ≈ _____
h. 2 ≈ _____
i. 63 ≈ _____
j. 49 ≈ _____
k. 25 ≈ _____
l. 71 ≈ _____
m. 38 ≈ _____
n. 51 ≈ _____
o. 88 ≈ _____

Respuestas al Ejercicio 2

c. 30
d. 100
e. 80
f. 60
g. 10
h. 0
i. 60
j. 50
k. 30
l. 70
m. 40
n. 50
o. 90

Los números de cualquier tamaño se pueden redondear al diez más cercano usando el método que acabas de aprender.

$$\underset{\downarrow}{2\underline{3}8} \approx 240 \qquad \underset{\downarrow}{8\underline{8}3} \approx 880 \qquad \underset{\downarrow}{2\underline{9}8} \approx 300 \tag{1.5.1}$$

Ejercicio 3

Redondea cada número al diez más cercano. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 424 ≈ _____
b. 867 ≈ _____
c. 499 ≈ _____
d. 132 ≈ _____
e. 278 ≈ _____
f. 617 ≈ _____
g. 208 ≈ _____
h. 851 ≈ _____
i. 124 ≈ _____
j. 576 ≈ _____
k. 315 ≈ _____
l. 742 ≈ _____
m. 397 ≈ _____
n. 952 ≈ _____
o. 639 ≈ _____

Respuestas al Ejercicio 3

a. 420
b. 870
c. 500
d. 130
e. 280
f. 620
g. 210
h. 850
i. 120
j. 580
k. 320
l. 740
m. 400
n. 950
o. 640

Ejercicio 4

Para cada problema, redondea los números al diez más cercano. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Ejemplo:

Mei Ling acaba de mudarse a un nuevo departamento. Ella compró los siguientes artículos. Redondea cada cantidad al diez más cercano.

Artículo	Costo	Redondeado al diez más cercano
Toallas	$14	$10
Platos	$32	$30
Cazo	$43	$40
Microondas	$109	$110
Cuchillo para trinchar	$18	$20

a. Akkul caminó 12 kilómetros el lunes, 26 kilómetros el martes y 6 kilómetros el miércoles. Redondea cada número al diez más cercano.

Día	Número	Número redondeado
Lunes	12	
martes	26	
Miércoles	6	

b. Werner es un agudo observador de aves. El lunes vio 57 aves, el martes vio 124 aves, el miércoles vio 31 aves y el jueves vio 75 aves. Redondea cada número al diez más cercano.

Día	Número	Número redondeado
Lunes	57	
martes	124	

Miércoles	31	
jueves	75	

c. Jamir condujo 678 kilómetros, 493 kilómetros, 387 kilómetros y 914 kilómetros en una semana. Redondea cada kilometraje al diez más cercano.

Día	Kilómetros	Número redondeado
#1	678	
#2	493	
#3	387	
#4	914	

Respuestas al Ejercicio 4

a. 10, 30, 10
b. 60, 120, 30, 80
c. 680, 490, 390, 910

Autoprueba del Tema E

Marca/12 Objetivo 10/12

A. Redondea tu respuesta al diez más cercano. (8 marcas)

a. 47 ≈ _____
b. 123 ≈ _____
c. 4 ≈ _____
d. 945 ≈ _____
e. 329 ≈ _____
f. 481 ≈ _____
g. 865 ≈ _____
h. 916 ≈ _____

B. Redondea cada número al diez más cercano. (4 marcas)

Mary anotó 78, 91, 79, 67 y 102 en su prueba aritmética. Redondea sus puntajes al diez más cercano.

Score	Puntaje redondeado
78	
91	
79	
67	
102	

Respuestas al Tema E Autoexamen

A. a. 50
b. 120
c. 0
d. 950
e. 330
f. 480
g. 870
h. 920

B. 80, 90, 80, 70, 100

This page titled 1.5: Tema E- Redondeo de números is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **1.5: Topic E- Rounding Numbers** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

1.6: Tema F- Más Conteo

Tema F: Más Conteo

Practica tu conteo rellenando la tabla de conteo. Haga que su instructor revise su tabla cuando haya terminado.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10									

Si tuvieras un montón de centavos o tontos, contarías por unos para saber cuánto dinero tienes.

Use su gráfico de conteo y comience en 1. Anota cada segundo número.

0	1	3	5						

A los números anteriores se les llama números **impares**.

Usa tu gráfico de conteo y a partir de 0. Anota cada segundo número.

0	2	4	6						

A los números anteriores se les llama números **pares**. Si tuvieras un montón de toonies, podrías contar a dos para saber cuánto dinero tienes.

Usa tu gráfico de conteo y comienza en 0. Cuenta cinco y anota ese número.

0	5	10							

Si tuvieras un montón de nickels o billetes de cinco dólares y quisieras saber cuánto dinero tienes, contarías por 5s.

Usa tu gráfico de conteo y a partir de 0. Cuenta diez y anota ese número.

0	10	20							

Si tuvieras un montón de diez centavos o billetes de diez dólares y quisieras saber cuánto dinero tienes, contarías por 10s.

Ejercicio 1

Cuenta cuánto dinero tienes. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Ejemplo:



¿Cuántas monedas de cinco centavos? 3

¿Cuánto dinero tienes? 15 centavos

a. ¿Cuántos toonies tienes?

¿Cuánto dinero tienes? dólares.



b. ¿Cuántas monedas de diez centavos tienes?

¿Cuánto dinero tienes? centavos.



c. ¿Cuántas monedas de cinco centavos tienes?

¿Cuánto dinero tienes? centavos.



d. ¿Cuántas monedas de diez centavos tienes?

¿Cuánto dinero tienes? centavos.



e. ¿Cuántas monedas tienes?

¿Cuánto dinero tienes? centavos.



f. ¿Cuántos toonies tienes?

¿Cuánto dinero tienes? dólares.



g. ¿Cuántas monedas de diez centavos tienes?

¿Cuánto dinero tienes? centavos.



Respuestas al Ejercicio 1

a. 4 toonies, 8 dólares
b. 7 dimes, 70 centavos
c. 9 nickels, 45 centavos
d. 4 dimes, 40 centavos
e. 10 níqueles, 50 centavos
f. 13 toonies, 26 dólares
g. 9 dimes, 90 centavos

Autoprueba del tema F

Marca/16 Objetivo 13/16

A. Escribe los primeros 10 números impares comenzando por 1. (5 marcas)
B. Escribe los primeros 10 números pares a partir de 2. (5 marcas)
C. ¿Cuánto dinero tienes? (6 marcas, 2 marcas cada una)

a. ¿Cuánto dinero tienes? centavos.



b. ¿Cuánto dinero tienes? dólares.



c. ¿Cuánto dinero tienes? centavos.



Respuestas al Tema F Autoexamen

A. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 17, 19

B. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

C.
a. 75 centavos
b. 38 dólares
c. 80 centavos

Cheque de Emociones

¿Cómo te sientes?

- ¿Tus palmas están húmedas?
- ¿Cómo es tu respiración?

Toma el control. Sé el jefe. Si te sientes ansioso, practica tu ejercicio de respiración.

Recuerda: Inhale lentamente a la cuenta de cuatro, sosténgalo para la cuenta de cuatro.

This page titled 1.6: Tema F- Más Conteo is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

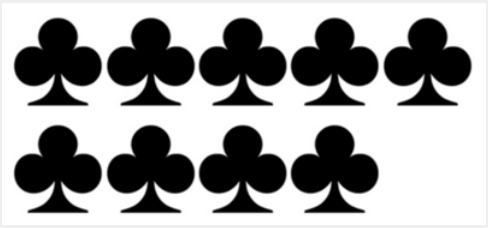
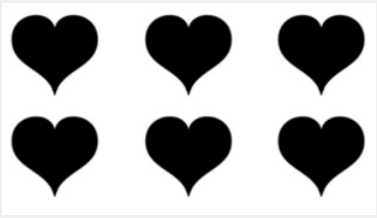
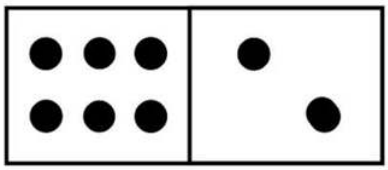
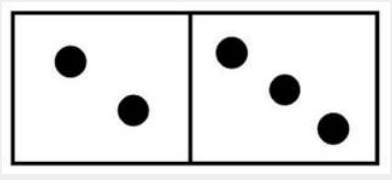
- **1.6: Topic F- More Counting** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número

Unidad 1 Revisión: Number Sense

Ahora practicarás todas las habilidades que aprendiste en la Unidad 1. Verifique su trabajo usando la clave de respuesta al final de la revisión.

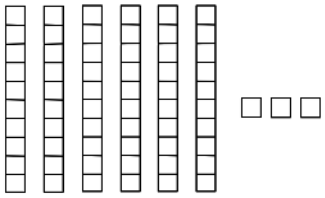
A. Contar el número de cosas en cada imagen. Escribe el número y el nombre de la palabra.

Imagen	Contestar
a. 	Número: Nombre de la palabra:
b. 	Número: Nombre de la palabra:
c. 	Número: Nombre de la palabra:
d. 	Número: Nombre de la palabra:
e. 	Número: Nombre de la palabra:

B. Rellena los espacios en blanco para que cada oración sea verdadera. Dibuja un cuadro para las preguntas b y e.

a. 46 significa _____ decenas y _____unas.
b. 25 significa _____ decenas y _____ unas. Dibuja tu imagen a continuación.

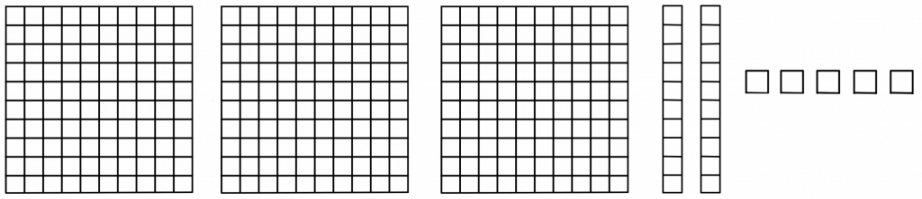
c. _____ significa _____ decenas y _____ unas.



d. 138 = _____ cientos, _____ decenas, _____ unos.

e. 231 = _____ cientos, _____ decenas, _____ unos. Dibuja tu imagen a continuación.

f. _____ cientos _____ decenas _____ unos =



C. Escriba los nombres del valor posicional (unos, decenas, cientos) para cada dígito individual.

a. 8 21
b. 2 9 4
c. 63 8
d. 4 17
e. 3 4 6
f. 57 3

D. Subrar el dígito para el valor posicional nombrado.

a. cientos, 164
b. decenas, 892
c. decenas, 250
d. cientos, 371
e. unos, 485
f. unos, 743

E. Escriba los nombres de las palabras para los números.

a. 73
b. 14
c. 5
d. 39
e. 52
f. 496
g. 803
h. 640

F. Escribe los números para estos nombres de palabras.

a. cuarenta y siete
b. diecinueve
c. sesenta y cinco
d. treinta y ocho
e. veinticuatro
f. quinientos treinta y cinco
g. trescientos sesenta
h. doscientos cuatro

G. Organizar estos números en orden de menor a mayor.

a. 258, 32, 23, 282, 345, 534
b. 452, 208, 27, 335, 635, 155

H. Escriba <, > o = en cada espacio en blanco según sea necesario.

a. 37 _____ 52
b. 4 _____ 0
c. 349 _____ 394
d. 67 _____ 67

I. Redondear cada número al diez más cercano.

a. 37 ≈ _____
b. 344 ≈ _____
c. 68 ≈ _____
d. 25 ≈ _____
e. 51 ≈ _____
f. 876 ≈ _____

J. ¿Cuánto dinero tienes?

a. _____ centavos



b. _____ dólares



c. _____ centavos



K. Problemas de palabras.

a. El puesto de frutas de Hussein vendió 114 sandías, 287 melones de melón y 345 cantalúpes. Redondear cada número al diez más cercano.

Melón	Número	Número redondeado
Sandías		

Honediws		
Cantaloupes		

b. Yi-Min condujo su camioneta de reparto 106 kilómetros el sábado, 187 kilómetros el domingo y 285 kilómetros el lunes. Redondear cada número al diez más cercano.

	Kilómetros	Número	Número redondeado
res	Sábado		
res	domingo		
res	Lunes		

Respuestas a la Unidad 1 Reseña

A. a. 9, nueve
b. 7, siete
c. 6, seis
d. 8, ocho
e. 5, cinco

B. a. 4 decenas, 6 unas
b. 2 decenas, 5 unas
c. 63, 6 decenas, 3 unas
d. 1 cien, 3 decenas, 8 unos
e. 2 cientos, 3 decenas, 1 uno
f. 325, 3 cientos, 2 decenas, 5 unos

C. a. cientos
b. decenas
c. unos
d. cientos
e. decenas
f. unos

D. a. 1 64
b. 8 9 2
c. 2 5 0
d. 3 71
e. 48 5
f. 74 3

E. a. setenta y tres
b. catorce
c. cinco
d. treinta y nueve
e. cincuenta y dos
f. cuatrocientos noventa y seis
g. ochocientos tres
h. seiscientos cuarenta

F. a. 47
b. 19
c. 65
d. 38
e. 24
f. 535
g. 360
h. 204

G. a. 23, 32, 258, 282, 345, 534
b. 27, 155, 208, 335, 452, 635

H. a. <
b. >
c. <
d. =

I. a. 40
b. 340
c. 70
d. 30

J. a. 70 centavos
b. 26 dólares
c. 90 centavos

K. a.

Melón	Número	Número redondeado
Sandías	114	110
Honediws	287	290
Cantaloupes	345	350

b.

Kilómetros	Número	Número redondeado
Sábado	106	110
domingo	187	190
Lunes	285	290

ENHORABUENA!!

Ahora ya ha terminado la Unidad 1.

TIEMPO DE PRUEBA!

Pídele a tu instructor el Test de Práctica para esta unidad.

Una vez que hayas hecho el Examen de Práctica,

Necesitas hacer la Prueba de Unidad 1.

Nuevamente, pídele esto a tu instructor.

¡BUENA SUERTE!

This page titled 1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **1.7: Unit 1 Review- Number Sense** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

CHAPTER OVERVIEW

2: Adición

2.1: Tema A- Adición
2.2: Tema B- Suma de tres o más números
2.3: Tema C- Adición de números más grandes
2.4: Unidad 2 Revisión- Adición

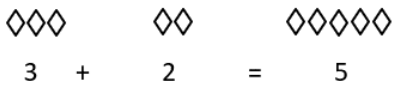
This page titled 2: Adición is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

2.1: Tema A- Adición

Tema A: Adición

La **suma suma** suma las cantidades juntas. La respuesta de la suma se llama la **suma** o el **total.**

El **signo más** + significa agregar.



dice “tres más dos es cinco” o “tres y dos son cinco”.

La **suma** es 5.

Puedes contar con tus dedos para obtener las respuestas a las preguntas de suma pero contar lleva demasiado tiempo.

Los **hechos de adición** son una herramienta que utilizas para hacer añadiendo preguntas.

Ejercicio 1

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 9. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 2 \\ +4 \\ \hline 6 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 3 \\ +1 \\ \hline 4 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 1 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 7 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 0 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 1 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 5 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 3 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 2 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 6 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 4 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 3 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 1 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 0 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 1

a. 6
b. 4
c. 3
d. 7
e. 4
f. 5
g. 7
h. 6
i. 2
j. 9
k. 8
l. 3
m. 8
n. 7
o. 5
p. 9

Ejercicio 2

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 9. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 9 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 1 \\ +8 \\ \hline 9 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 8 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 3 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 0 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 2 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 7 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 0 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 4 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 0 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 0 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 2 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 0 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 6 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 0 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 2

a. 9
b. 9
c. 8
d. 6
e. 0
f. 5
g. 8
h. 9
i. 6
j. 2
k. 7
l. 2
m. 9
n. 1
o. 8
p. 6

Ejercicio 3

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 9. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline 9 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 9 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 4 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 9 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 2 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 0 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 5 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 4 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 1 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 2 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 0 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 3

a. 9
b. 9
c. 5
d. 9
e. 4
f. 7
g. 6
h. 7
i. 4
j. 9
k. 5
l. 5

Ejercicio 4

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 12. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 6 \\ +5 \\ \hline 11 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline 10 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 5 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 2 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

g. $7 + 3$

h. $3 + 9$

i. $9 + 3$

j. $8 + 1$

k. $4 + 5$

l. $1 + 9$

m. $2 + 7$

n. $3 + 5$

o. $6 + 6$

p. $5 + 6$

Respuestas al Ejercicio 4

a. 11
b. 10
c. 8
d. 12
e. 7
f. 8
g. 10
h. 12
i. 12
j. 9
k. 9
l. 10
m. 9
n. 8
o. 12
p. 11

Ejercicio 5

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 12. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $9 + 2$

b. $6 + 4$

c. $4 + 7$

d. $2 + 5$

e. $8 + 3$

f. $7 + 4$

g. $6 + 3$

h. $5 + 5$

i. $9 + 1$

j. $7 + 5$

k. $4 + 8$

l. $6 + 2$

m. $7 + 2$

n. $1 + 2$

o. $3 + 6$

p. $5 + 4$

Respuestas al Ejercicio 5

a. 11
b. 10
c. 11
d. 7
e. 11
f. 11
g. 9
h. 10
i. 10
j. 12
k. 12
l. 8
m. 9
n. 3
o. 9
p. 9

Ejercicio 6

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 12. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 6 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 9 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 7 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 5 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 2 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 6

a. 12
b. 8
c. 10
d. 7
e. 11
f. 10
g. 10
h. 12
i. 11
j. 7
k. 12
l. 11

¿Necesitas más práctica?

Practica tus datos de suma usando un juego de dados.

Ruede los dados y agregue las cantidades en los dados.

Ejercicio 7

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline 13 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 5 \\ +9 \\ \hline 14 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 10 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 5 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 7 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 10 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 8 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 5 \\ +10 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 8 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 10 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 7 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 1 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 7

a. 13
b. 14
c. 13
d. 12
e. 16
f. 19
g. 15
h. 10
i. 15
j. 17
k. 10
l. 16
m. 11
n. 8
o. 9
p. 9

Ejercicio 8

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 10 \\ +1 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 7 \\ +7 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 10 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 7 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 1 \\ +10 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 4 \\ +7 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 3 \\ +10 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 0 \\ +7 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 10 \\ +7 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 8

a. 11
b. 14
c. 18
d. 15
e. 10
f. 11
g. 11
h. 13
i. 7
j. 12
k. 17
l. 10

Ejercicio 9

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 4 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 7 \\ +2 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 5 \\ +5 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 6 \\ +10 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 8 \\ +5 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 6 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 3 \\ +7 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 5 \\ +10 \\ \hline \end{array}$
m. $\begin{array}{r} 5 \\ +5 \\ \hline \end{array}$
n. $\begin{array}{r} 10 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
o. $\begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
p. $\begin{array}{r} 2 \\ +10 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 9

a. 13
b. 9
c. 10
d. 9
e. 16
f. 13
g. 15
h. 12
i. 10
j. 12
k. 10
l. 15
m. 10
n. 13
o. 16
p. 12

Ejercicio 10

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del

ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 7 \\ +10 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 10 \\ +4 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 2 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 3 \\ +10 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 7 \\ +4 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 8 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 7 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 5 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 9 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 10

a. 17
b. 14
c. 16
d. 11
e. 10
f. 13
g. 11
h. 11
i. 11
j. 15
k. 14
l. 14

Ejercicio 11

Consulta tus **datos de adición** haciendo este ejercicio lo más rápido posible sin contar con tus dedos. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 7 \\ +2 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 4 \\ +4 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 9 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 1 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 0 \\ +2 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 4 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 9 \\ +2 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 4 \\ +1 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 11

a. 9
b. 8
c. 8
d. 10
e. 9
f. 15
g. 4
h. 2
i. 13
j. 11
k. 5
l. 16

¿Necesitas algo de práctica extra?

Encuentra un compañero y juega el siguiente juego de cartas. Usarás una baraja regular de cartas

- Saca los gatos, las reinas y los reyes.
- Baraja las cartas y reparte.
- No mires tus tarjetas. Déjalos en un montón de tu parte.
- Cada jugador voltea una carta.
- Se turnan para sumar los números en las tarjetas.
- Si la persona cuyo turno es obtiene la respuesta correcta esa persona consigue quedarse con las tarjetas.
- Si la persona cuyo turno es obtiene la respuesta equivocada el otro jugador obtiene las cartas.
- La persona que recoge todas las tarjetas es la ganadora.
- También podrías establecer un límite de tiempo y la persona con más cartas cuando se acabe el tiempo es la ganadora.

Ejercicio 12

Aquí hay algunas preguntas adicionales si necesitas más práctica. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio. Entonces, haz una lista de cualquier dato adicional que desconozcas, o que sean lentos, practícalos.

a. $\begin{array}{r} 6 \\ +7 \\ \hline 13 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 8 \\ +3 \\ \hline 11 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 4 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 8 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 1 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 5 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 2 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 0 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 9 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 7 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 4 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 12

a. 13
b. 11
c. 6
d. 15
e. 3
f. 10
g. 13
h. 7
i. 13
j. 3
k. 16
l. 9
m. 8
n. 8
o. 10
p. 9

Adición a través

Hasta el momento sólo has estado sumando números cuando están **arriba y abajo** o **verticales.**

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 4 \qquad (2.1.1) \\ +5 \qquad (2.1.2) \\ \hline 9 \qquad (2.1.3) \end{array}$$

Otra forma de sumar números es **transversal** u **horizontalmente.**

$$4 + 5 = 9$$

En matemáticas, a veces necesitarás trabajar de izquierda a derecha.

Ejercicio 13

Practica sumar a través u horizontalmente. El total o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos de números es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 10 + 0 =
b. 2 + 2 =
c. 5 + 3 =
d. 1 + 1 =
e. 8 + 4 =
f. 7 + 1 =
g. 0 + 4 =
h. 6 + 3 =
i. 3 + 2 =
j. 1 + 10 =
k. 9 + 3 =
l. 4 + 9 =
m. 3 + 7 =
n. 4 + 8 =

Respuestas al Ejercicio 13

a. 10
b. 4
c. 8
d. 2
e. 12
f. 8
g. 4
h. 9
i. 5
j. 11
k. 12
l. 13
m. 10
n. 12

Ejercicio 14

Practica sumar a través u horizontalmente. El **total** o **suma** más alto (lo que suman los números) para estos hechos numérica es 20. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 9 + 6 =
b. 8 + 9 =
c. 9 + 9 =
d. 2 + 3 =
e. 7 + 3 =
f. 10 + 8 =
g. 9 + 7 =
h. 8 + 8 =
i. 8 + 10 =
j. 3 + 9 =
k. 9 + 2 =
l. 4 + 4 =

Respuestas al Ejercicio 14

a. 15
b. 17
c. 18
d. 5
e. 10
f. 18
g. 16
h. 16
i. 18
j. 12
k. 11
l. 8

Problemas de palabras

Aprender hechos de adición es muy importante. Una vez que los conoces todos, puedes usarlos para resolver problemas de palabras.

Palabra como:

- más de
- más
- agregado a
- suma
- total
- tener en conjunto
- en todos

te dicen que sumes los números juntos.

Busque estas palabras al leer problemas de palabras y subrayarlas antes de intentar resolver un problema. Encierra en un círculo la información que se da.

Ejemplo:

Antes del almuerzo Jane leyó 2 páginas. Después del almuerzo leyó 9 páginas. ¿Cuántas páginas leyó en total?

Antes del almuerzo Jane leyó 2 páginas. Después del almuerzo leyó 9 páginas. ¿Cuántas páginas leyó en total?

- Tiene un círculo de 2 páginas y 9 páginas. Esta es la información que utilizará para encontrar la respuesta.
- Usted ha subrayado “en todo”. Estas palabras te dicen que agregues.

$$\begin{aligned} 2 \text{ pages} &\quad (2.1.4)\\ +9 \text{ pages} &\quad (2.1.5)\\ \hline 11 \text{ pages} &\quad (2.1.6) \end{aligned}$$

Jane leyó 11 páginas en total.

Ejercicio 15

Resuelve cada uno de los siguientes problemas de palabras. Asegúrate de subrayar las palabras que te indiquen que agregues. Encierra en un círculo la información que se da. Haga que su instructor revise su subrayado y dando vueltas.

a. Sven compró 7 latas de jugo el lunes. Compró 9 latas de jugo el miércoles. ¿Cuántas latas de jugo compró en conjunto?
b. Durante el juego de hockey, Ewan sacó 8 tiros desde la línea azul y 4 tiros de frente a la red. ¿Cuántos disparos tomó en total?
c. Marlene notó que había 4 personas en su clase de matemáticas. Al día siguiente 6 personas más estaban en su clase de matemáticas. ¿Cuál es el número total de personas en la clase de matemáticas de Marlene?
d. Los Blue Jays jugaron dos partidos de béisbol seguidos. Consiguieron 10 carreras en el primer juego y 7 carreras en el segundo juego. ¿Cuántas carreras anotaron en conjunto?
e. Jaswinder tenía 9 manzanas en su carrito de comestibles. Añadió 5 manzanas más diferentes. ¿Cuántas manzanas tenía en total?

Respuestas al Ejercicio 15

a. 16 latas
b. 12 disparos
c. 10 personas
d. 17 carreras
e. 14 manzanas

Autoexamen del tema A

Marca/22 Objetivo 19/22

A. Encuentra las sumas. Asegúrate de revisar tus respuestas. (12 marcas)

a. $\begin{array}{r} 9 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 5 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 4 \\ +2 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 1 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 2 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 9 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 7 \\ +4 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 5 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

B. Encuentra las sumas. Asegúrate de revisar tus respuestas. (4 marcas)

a. 6 + 7 =
b. 3 + 8 =
c. 4 + 6 =
d. 8 + 5 =

C. Resuelve cada uno de los siguientes problemas de palabras. Asegúrese de incluir la unidad de medida en su respuesta. Asegúrese de rodear la información y subrayar lo que se le pide. (6 marcas, 2 marcas cada una)

a. Paco trabajó 5 horas el lunes y 9 horas el martes. ¿Cuántas horas trabajó Paco en total?
b. En el parque, Ming-Mai contaba 6 petirrojos por la mañana. Por la tarde, contó 8 robins más. ¿Cuántos petirrojos en total contó Ming-Mai?
c. Omari compró 3 plátanos el lunes. Compró 5 plátanos el martes. ¿Cuántos plátanos compró en conjunto?

Respuestas al tema A Self Test

a. 15
b. 13
c. 6
d. 13
e. 8
f. 10
g. 5
h. 10
i. 9

j. 17 k. 11 l. 11

a. 13 c. 10
b. 11 d. 13

a. 14 horas b. 14 robins c. 8 plátanos

This page titled 2.1: Tema A- Adición is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **2.1: Topic A- Addition** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

2.2: Tema B- Suma de tres o más números

Tema B: Suma de tres o más números

Para sumar tres o más números juntos, siga los siguientes pasos.

1. Suma los dos primeros números juntos.
2. Agrega esa suma al siguiente número.
3. Agrega esa suma al siguiente número (si es necesario).

Ejemplo A:

$$\begin{array}{r} 6 \\ 1 \\ +3 \\ \hline \end{array}$$

Primero suma los dos primeros números juntos.

$$\begin{array}{r} 6 \\ +1 \\ \hline 7 \end{array}$$

Despues agrega esa suma al siguiente número.

$$\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$$

La suma de:

$$\begin{array}{r} 6 \\ 1 \\ +3 \\ \hline 10 \end{array}$$

Ejemplo B:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ +7 \\ \hline \end{array}$$

1. Suma los dos primeros números juntos.

$$\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 9 \end{array}$$

2. Agrega esa suma al tercer número.

$$\begin{array}{r} 9 \\ +7 \\ \hline 16 \end{array}$$

La suma de:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ +7 \\ \hline 16 \end{array}$$

Ejercicio 1

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ +5 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ +2 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 7 \\ 1 \\ +6 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ +5 \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 8 \\ 1 \\ +4 \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ +8 \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 1 \\ 5 \\ +7 \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 7 \\ 2 \\ +5 \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 1 \\ 8 \\ +3 \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ +9 \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ +8 \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ +5 \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 7 \\ 2 \\ +5 \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ +5 \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 6 \\ 2 \\ +5 \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ +5 \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 1

a. 8
b. 11
c. 14
d. 14
e. 13
f. 17
g. 13
h. 14
i. 12
j. 18
k. 12
l. 14
m. 14
n. 10
o. 13
p. 13

Ejercicio 2

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ +7 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 2 \\ 6 \\ +8 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ +9 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ +2 \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ +4 \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 2 \\ 5 \\ +4 \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ +2 \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ +3 \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ +7 \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 4 \\ 5 \\ +9 \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ +2 \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ +9 \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 2

a. 15
b. 16
c. 14
d. 11
e. 13
f. 11
g. 11
h. 11
i. 14
j. 18
k. 11
l. 16

Ejercicio 3

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a.
$$\begin{array}{r} 3\\2\\+8\\\hline \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 2\\1\\+4\\\hline \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 4\\3\\+1\\\hline \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 1\\2\\+8\\\hline \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} 3\\2\\+2\\\hline \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 5\\1\\+2\\\hline \end{array}$$

g.
$$\begin{array}{r} 7\\2\\+8\\\hline \end{array}$$

h.
$$\begin{array}{r} 4\\2\\+6\\\hline \end{array}$$

i.
$$\begin{array}{r} 7\\2\\+7\\\hline \end{array}$$

j.
$$\begin{array}{r} 6\\1\\+1\\\hline \end{array}$$

k.
$$\begin{array}{r} 2\\7\\+6\\\hline \end{array}$$

l.
$$\begin{array}{r} 3\\4\\+2\\\hline \end{array}$$

m.
$$\begin{array}{r} 3\\4\\+1\\\hline \end{array}$$

n.
$$\begin{array}{r} 7\\1\\+9\\\hline \end{array}$$

o.
$$\begin{array}{r} 2\\6\\+4\\\hline \end{array}$$

p.
$$\begin{array}{r} 3\\1\\+2\\\hline \end{array}$$

Respuestas al Ejercicio 3

a. 13
b. 7
c. 8
d. 11
e. 7
f. 8
g. 17
h. 12
i. 16
j. 8
k. 15
l. 9
m. 8
n. 17
o. 12
p. 6

Ejercicio 4

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a.
$$\begin{array}{r} 1\\3\\4\\+5\\\hline \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 2\\3\\4\\+6\\\hline \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 4\\3\\2\\+8\\\hline \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 3\\1\\5\\+6\\\hline \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} 2\\2\\3\\+2\\\hline \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 3\\3\\1\\+2\\\hline \end{array}$$

g.
$$\begin{array}{r} 2\\1\\2\\+4\\\hline \end{array}$$

h.
$$\begin{array}{r} 1\\2\\4\\+6\\\hline \end{array}$$

i.
$$\begin{array}{r} 2\\4\\1\\+6\\\hline \end{array}$$

j.
$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 3 \\ +3 \end{array}$$

k.
$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 4 \\ +0 \end{array}$$

l.
$$\begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ 4 \\ +1 \end{array}$$

Respuestas al Ejercicio 4

a. 13
b. 15
c. 17
d. 15
e. 9
f. 9
g. 9
h. 13
i. 13
j. 11
k. 7
l. 9

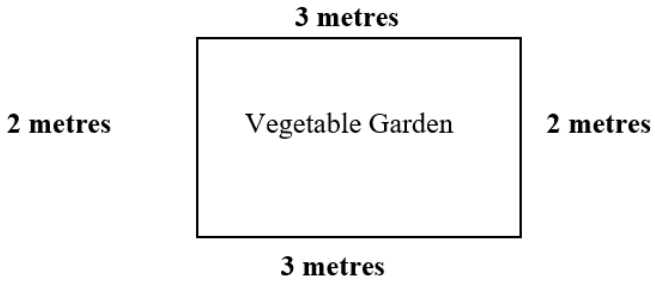
Perímetro

¿Detectó el hecho de que cada respuesta en la palabra problemas antes tenía una **unidad de medida**? Una **unidad de medida** solo te dice lo que has medido. **Las unidades de medida** pueden ser páginas, peces, latas, kilómetros, metros, centímetros, litros, mililitros, gramos o kilogramos. Cuando respondes a un problema de palabras, debes incluir la **unidad de medida** en tu respuesta.

Prueba las siguientes preguntas. Asegúrese de incluir la unidad de medida en su respuesta.

Perímetro significa **distancia alrededor**. Para encontrar el **perímetro** de una forma, encuentra los largos de los lados y agréguelos juntos.

Ejemplo: Rectángulo



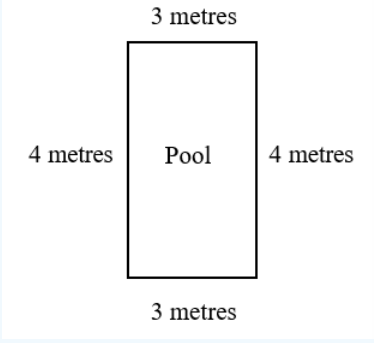
Para encontrar el perímetro, agregue las longitudes de los lados del rectángulo.

- Perímetro $=3+2+3+2$
- Perímetro $=10$ metros

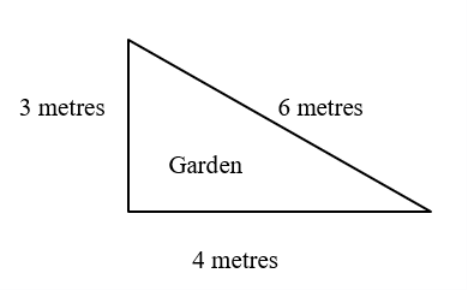
Ejercicio 5

Encuentra el perímetro de cada figura. Asegúrese de incluir las unidades de medida en su respuesta. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

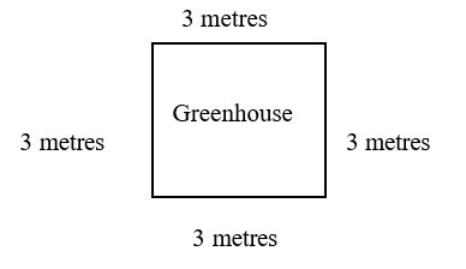
a. Encuentra el perímetro de la piscina.



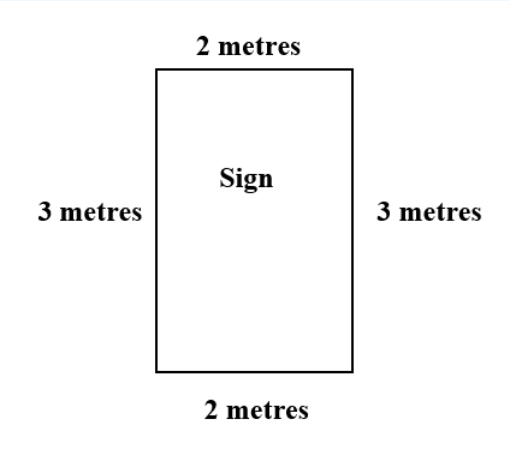
b. Encuentra el perímetro del jardín.



c. Encuentra el perímetro del invernadero.



d. Encuentra el perímetro de la señal.



Respuestas al Ejercicio 5

a. 14 metros
b. 13 metros
c. 12 metros
d. 10 metros

Autoprueba del Tema B

Marca/18 Objetivo 15/18

A. Encuentra las sumas. Asegúrate de revisar tus respuestas. (12 marcas)

a. $\begin{array}{r} 4 \\ 6 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 7 \\ 2 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 4 \\ 6 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ 5 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 3 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 5 \\ 3 \\ 1 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ 1 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

k.
$$\begin{array}{r} 1\,5\,4 \\ +\,6 \\ \hline \end{array}$$

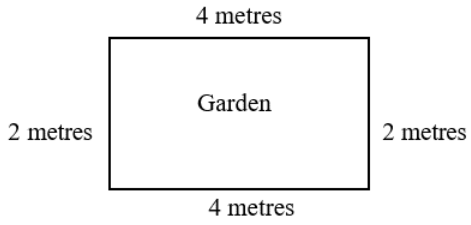
l.
$$\begin{array}{r} 2\,1\,6 \\ +\,5 \\ \hline \end{array}$$

B. Resuelve cada uno de los siguientes problemas de palabras. Asegúrese de incluir la unidad de medida en su respuesta. Asegúrese de rodear la información y subrayar lo que se le pide. (6 marcas, 2 marcas cada una)

a. El equipo de limpieza tardó 4 horas el lunes, 3 horas el martes y 9 horas el miércoles en limpiar la fábrica después de cada día de trabajo. ¿Cuántas horas en total se tardó en limpiar la fábrica?

b. Nella quiere poner una cerca alrededor de su jardín. El jardín mide 5 metros, 3 metros y 1 metro. ¿Cuánta barda necesita?

c. Encuentra el perímetro del jardín.



Respuestas al Autoexamen del Tema B

A. a. 12
b. 18
c. 17
d. 7
e. 16
f. 17
g. 11
h. 16
i. 17
j. 12
k. 16
l. 14

B. a. 16 horas
b. 9 metros
c. 12 metros

This page titled 2.2: Tema B- Suma de tres o más números is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **2.2: Topic B- Addition of Three or More Numbers** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

2.3: Tema C- Adición de números más grandes

Tema C: Suma de números más grandes

Sigue estos pasos para completar cada pregunta de adición.

1. Agrega los unos a los.
2. Agrega las decenas a las decenas.
3. Agrega los cientos a los cientos.

Ejemplo A:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +56 \\ \hline \end{array}$$

1. Agrega los unos a los unos. 3 unos + 6 unos = 9 unos. Escribe la respuesta en línea con las de la ecuación.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +56 \\ \hline 9 \end{array}$$

2. Sumar las decenas. 2 decenas + 5 decenas = 7 decenas

$$\begin{array}{r} 23 \\ +56 \\ \hline 79 \end{array}$$

La suma de 23 + 56 = 79

Ejemplo B:

$$\begin{array}{r} 372 \\ +415 \\ \hline \end{array}$$

1. Agrega las unidades: 2 unos + 5 unos = 7 unos

$$\begin{array}{r} 372 \\ +415 \\ \hline 7 \end{array}$$

2. Sumar las decenas: 7 decenas + 1 diez = 8 decenas

$$\begin{array}{r} 372 \\ +415 \\ \hline 87 \end{array}$$

3. Sumar los cientos: 3 cientos + 4 cientos = 7 cientos

$$\begin{array}{r} 372 \\ +415 \\ \hline 787 \end{array}$$

La suma de 372 + 415 = 787

Ejercicio 1

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $23 + 56$

b. $20 + 69$

c. $58 + 21$

d. $62 + 13$

e. $73 + 14$

f. $44 + 54$

g. $10 + 75$

h. $36 + 22$

i. $10 + 36$

j. $16 + 23$

k. $40 + 50$

l. $37 + 32$

m. $14 + 50$

n. $23 + 16$

o. $41 + 38$

p. $40 + 11$

Respuestas al Ejercicio 1

a. 79
b. 89
c. 79
d. 75
e. 87
f. 98
g. 85
h. 58
i. 46
j. 39
k. 90
l. 69
m. 64
n. 39
o. 79
p. 51

Ejercicio 2

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $47 + 51$

b. $65 + 24$

c. $78 + 21$

d. $84 + 12$

e. $73 + 22$

f. $64 + 13$

g. $25 + 64$

h. $51 + 38$

i. $26 + 43$

j. $40 + 57$

k. $76 + 23$

l. $86 + 13$

Respuestas al Ejercicio 2

a. 98
b. 89
c. 99
d. 96
e. 95
f. 77
g. 89
h. 89
i. 69
j. 97
k. 99
l. 99

Ejercicio 3

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $32 + 64$

b. $23 + 54$

c. $62 + 22$

d. $83 + 11$

e. $32 + 45$

f. $63 + 33$

g. $\begin{array}{r} 75 \\ +24 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 46 \\ +12 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 44 \\ +35 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 25 \\ +42 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 41 \\ +38 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 54 \\ +45 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 25 \\ +32 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 35 \\ +42 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 32 \\ +44 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 22 \\ +14 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 3

a. 96
b. 77
c. 84
d. 94
e. 77
f. 96
g. 99
h. 58
i. 79
j. 67
k. 79
l. 99
m. 57
n. 77
o. 76
p. 36

Ejercicio 4

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 286 \\ +513 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 649 \\ +250 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 156 \\ +542 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 503 \\ +361 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 273 \\ +620 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 27 \\ +961 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 852 \\ +36 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 300 \\ +50 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 364 \\ +523 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 4

a. 799
b. 899
c. 698
d. 864
e. 893
f. 988
g. 888
h. 350
i. 887

Ejercicio 5

Encuentra las sumas. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 171 \\ +401 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 314 \\ +553 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 431 \\ +317 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 213 \\ +384 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 163 \\ +224 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 412 \\ +513 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 731 \\ +142 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 314 \\ +524 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 253 \\ +401 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 5

a. 572
b. 867
c. 748
d. 597
e. 387
f. 925
g. 873
h. 838
i. 654

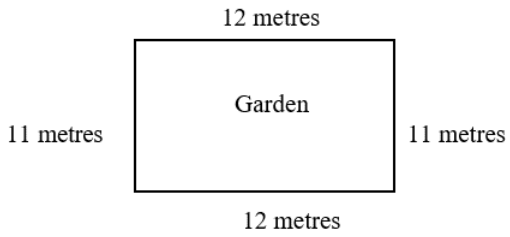
Autoprueba del tema C

A. Encuentra las sumas. Asegúrate de revisar tus respuestas. (12 marcas)

a. $\begin{array}{r} 46 \\ +23 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 32 \\ +13 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 72 \\ +25 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 56 \\ +12 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 65 \\ +34 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 25 \\ +51 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 324 \\ +263 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 183 \\ +514 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 753 \\ +145 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 618 \\ +120 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 224 \\ +465 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 563 \\ +216 \\ \hline \end{array}$

B. Resuelve cada uno de los siguientes problemas de palabras. Asegúrese de incluir la unidad de medida en su respuesta. Asegúrese de rodear la información y subrayar lo que se le pide. (6 marcas, 2 marcas cada una)

a. El papá de Mahala trabajaba 45 horas una semana y 52 horas la semana siguiente. ¿Cuántas horas trabajó durante esas dos semanas?
b. Un camionero recorrió 526 kilómetros en el primer viaje y 341 kilómetros en el siguiente. ¿Cuántos kilómetros condujo el camionero en conjunto?
c. Encuentra el perímetro del jardín.



Respuestas al Tema C Autoexamen

A. a. 69, b. 45, c. 97, d. 68, e. 99, f. 76, g. 587, h. 697, i. 898, j. 738, k. 689, l. 779

B. a. 97 horas, b. 867 kilómetros, c. 46 metros

Cheque de emociones

¿Cómo te sientes?

- ¿Tus palmas están húmedas?
- ¿Cómo es tu respiración?

Toma el control. Sé el jefe. Si te sientes ansioso, practica tu ejercicio de respiración.

Recuerda: Inhale lentamente a la cuenta de cuatro, sosténgalo para la cuenta de cuatro.

This page titled 2.3: Tema C- Adición de números más grandes is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **2.3: Topic C- Addition of Larger Numbers** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

2.4: Unidad 2 Revisión- Adición

Unidad 2 Revisión: Adición

Ahora practicarás todas las habilidades que aprendiste en la Unidad 2. Verifique su trabajo usando la clave de respuesta al final de la revisión.

A. Consulta tus datos adicionales.

a. $\begin{array}{r} 5 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 9 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 7 \\ +10 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 6 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 9 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 2 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 8 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 3 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 9 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 1 \\ +2 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 3 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 6 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline \end{array}$

B. Añadir a través u horizontalmente.

a. 8 + 7 =
b. 0 + 3 =
c. 8 + 10 =
d. 5 + 2 =
e. 2 + 2 =
f. 7 + 5 =
g. 9 + 8 =
h. 3 + 6 =
i. 9 + 5 =
j. 1 + 5 =

C. Encuentra las sumas.

a. $\begin{array}{r} 6 \\ 2 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ +1 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 7 \\ 2 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

D. Encuentra las sumas.

a. $\begin{array}{r} 26 \\ +30 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 42 \\ +57 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 44 \\ +32 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 32 \\ +81 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 83 \\ +13 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 76 \\ +12 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 34 \\ +51 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 54 \\ +22 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 52 \\ +43 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 25 \\ +42 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 72 \\ +35 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 66 \\ +12 \\ \hline \end{array}$

E. Encuentra las sumas.

a. $\begin{array}{r} 342 \\ +523 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 725 \\ +142 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 362 \\ +417 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 425 \\ +172 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 284 \\ +314 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 315 \\ +132 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 363 \\ +415 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 741 \\ +225 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 404 \\ +445 \\ \hline \end{array}$

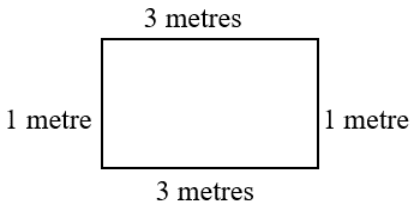
j. $\begin{array}{r} 654 \\ +215 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 234 \\ +352 \\ \hline \end{array}$

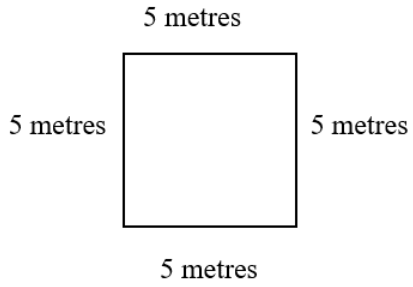
l. $\begin{array}{r} 525 \\ +431 \\ \hline \end{array}$

F. Problemas de palabras. Encuentra el perímetro de la forma. Asegúrate de poner la unidad de medida en tu respuesta. Escribe el nombre de la forma debajo de la imagen.

a.



b.



c. La Torre CN en Toronto tiene 554 metros de altura. Encima de la torre se encuentra un mástil de TV que tiene 122 metros de altura. ¿Cuál es la altura total de la torre y del mástil de TV?

d. Seung pesa 36 kilogramos. Su padre pesa 62 kilogramos. ¿Cuánto pesan en conjunto?

Respuestas a la revisión de la Unidad 2

A. a. 11, b. 10, c. 7, d. 16, e. 17, f. 14, g. 13, h. 5, i. 12, j. 6, k. 18, l. 9, m. 3, n. 4, o. 15, p. 8

B. a. 15, b. 3, c. 18, d. 7, e. 4, f. 12, g. 17, h. 9, i. 14, j. 6

C. a. 12, b. 8, c. 16, d. 12, e. 9, f. 17, g. 13, h. 13, i. 17

D. a. 56, b. 99, c. 76

d. 113
e. 96
f. 88
g. 85
h. 76
i. 95
j. 67
k. 107
l. 78

E. a. 865
b. 867
c. 779
d. 597
e. 598
f. 447
g. 778
h. 966
i. 849
j. 869
k. 586
l. 956

F. a. 8 metros, rectángulo
b. 20 metros, cuadrado
c. 676 metros
d. 98 kilogramos

ENHORABUENA!!

Ahora ya ha terminado la Unidad 2.

TIEMPO DE PRUEBA!

Pide a tu instructor el Test de Práctica para esta unidad.

Una vez que hayas hecho el Examen de Práctica,

Necesitas hacer la Prueba de Unidad 2.

Nuevamente, pídele esto a tu instructor.

¡BUENA SUERTE!

This page titled 2.4: Unidad 2 Revisión- Adición is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **2.4: Unit 2 Review- Addition** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

CHAPTER OVERVIEW

3: Resta

3.1: Tema A- Resta

3.2: Tema B- Resta de Números Mayores

3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta

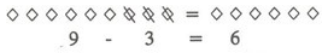
This page titled 3: Resta is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

3.1: Tema A- Resta

Tema A: Resta

La **resta** le quita una cantidad **a** otra cantidad. El resultado de la resta se llama la **diferencia.**

El **signo menos** − significa restar.



dice nueve menos tres es seis **o** nueve quitar tres es seis.

La **diferencia** entre 9 y 3 es 6.

La resta es lo opuesto a la suma.

Mira los ejemplos:

$$\begin{aligned} 5+4&=9 \quad 9-4=5 \\ 4+5&=9 \quad 9-5=4 \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

$$\begin{aligned} 8+3&=11 \quad 11-3=8 \\ 3+8&=11 \quad 11-8=3 \end{aligned} \tag{3.1.2}$$

Los **hechos de resta** son una herramienta que usarás para hacer preguntas de resta.

Ejercicio 1

Consulta tus **datos de resta** haciendo los siguientes ejercicios lo más rápido que puedas. Use sus datos de suma para ayudar a encontrar los hechos de resta. Revisa tu trabajo usando la clave de respuesta al final de los ejercicios. Entonces, haz una lista de cualquier dato de resta que desconozcas o que te resulte lento y practícalo.

a. $\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 3 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 7 \\ -7 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 8 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 7 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
j. $\begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
k. $\begin{array}{r} 7 \\ -6 \\ \hline \end{array}$
l. $\begin{array}{r} 8 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 1

a. 1
b. 1
c. 0
d. 1
e. 6
f. 2
g. 1
h. 5
i. 5
j. 0
k. 1
l. 1

Ejercicio 2

a. $\begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 9 \\ -1 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 9 \\ -4 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 5 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 8 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 6 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 4 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 9 \\ -0 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 2

a. 4
b. 8
c. 2
d. 2
e. 5
f. 3
g. 2
h. 3
i. 5
j. 1
k. 0
l. 9

Ejercicio 3

a. $\begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 3 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 7 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 9 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 9 \\ -0 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 8 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 4 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 7 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 9 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 3

a. 4
b. 0
c. 1
d. 1
e. 0
f. 3
g. 1
h. 7
i. 9
j. 1
k. 0
l. 2
m. 0
n. 2
o. 5
p. 1

Ejercicio 4

a. $\begin{array}{r} 11 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 10 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 12 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 10 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 7 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 9 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 4

a. 4
b. 6
c. 5
d. 2
e. 2
f. 3
g. 6
h. 4

Ejercicio 5

a. $\begin{array}{r} 12 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 9 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 11 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 10 \\ -5 \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 8 \\ -8 \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 10 \\ -4 \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 12 \\ -4 \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 7 \\ -6 \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 5

a. 9
b. 3
c. 2
d. 5
e. 0
f. 6
g. 8
h. 1

Ejercicio 6

a. $\begin{array}{r} 11 \\ -7 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 12 \\ -6 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 10 \\ -9 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 8 \\ -3 \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 12 \\ -5 \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 10 \\ -4 \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 9 \\ -7 \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 8 \\ -4 \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 11 \\ -9 \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 9 \\ -5 \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 7 \\ -2 \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 6

a. 4
b. 6
c. 1
d. 5
e. 7
f. 6
g. 2
h. 4
i. 4
j. 2
k. 1
l. 5

Ejercicio 6

a. $\begin{array}{r} 11 \\ -7 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 12 \\ -6 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 10 \\ -9 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 8 \\ -3 \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 12 \\ -5 \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 10 \\ -4 \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 9 \\ -7 \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 7 \\ -3 \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 8 \\ -4 \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 11 \\ -9 \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 6 \\ -5 \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 7 \\ -2 \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 6

a. 4
b. 6
c. 1
d. 5
e. 7
f. 6
g. 2
h. 4
i. 4
j. 2
k. 4
l. 5

Ejercicio 7

a. $\begin{array}{r} 13 \\ -5 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 10 \\ -1 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 9 \\ -4 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 9 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 16 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 11 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 18 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 7 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 13 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 7

a. 8
b. 9
c. 5
d. 1
e. 0
f. 8
g. 4
h. 3
i. 9
j. 5
k. 6
l. 2

Practica tus datos de resta usando dominó. Coloca todos los dominós boca abajo.

Ejercicio 8

a. $\begin{array}{r} 12 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 10 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 11 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 8 \\ -1 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 11 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 3 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 11 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 14 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 8 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 15 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 7 \\ -1 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 11 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 8

a. 9
b. 4
c. 6
d. 2
e. 1
f. 7
g. 7
h. 9
i. 1
j. 3
k. 7
l. 5
m. 6
n. 2
o. 6
p. 6

¿Necesitas algo de práctica extra?

- Encuentra un compañero y juega a este juego de cartas.
- Usando una baraja regular de cartas, una jota tendrá once, una reina tendrá doce y un rey trece.
- Baraja las cartas y reparte. Mantén tus cartas en una pila frente a ti.
- Cada jugador voltea una carta.
- Se turnan para restar los números de las tarjetas. Si la persona obtiene la respuesta correcta, esa persona consigue quedarse con las tarjetas. Si la persona recibe la respuesta equivocada el otro jugador recibe las cartas.
- La persona que recoge todas las tarjetas es la ganadora.
- También podrías establecer un límite de tiempo y la persona con más cartas cuando se acabe el tiempo es la ganadora.

Restar a través

Hasta el momento sólo has estado restando números cuando están **arriba y abajo** o **verticales.**

Ejemplo:

\ begin {alineado}
9\\
-5\
\ hline 4
\ end {alineado}

Otra forma de restar números es **transversal** u **horizontalmente.**

$$9 - 5 = 4$$

Cuando restas números, trabajas de izquierda a derecha.

Ejercicio 9

Practica restar a través u horizontalmente. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 6 − 3 =
b. 12 − 8 =
c. 4 − 1 =
d. 8 − 6 =
e. 18 − 9 =
f. 11 − 4 =
g. 7 − 2 =
h. 16 − 7 =
i. 10 − 5 =
j. 2 − 0 =
k. 9 − 5 =
l. 17 − 8 =

Respuestas al Ejercicio 9

a. 3
b. 4
c. 3
d. 2
e. 9
f. 7
g. 5
h. 9
i. 5
j. 2
k. 4
l. 9

Ejercicio 10

Practica restar a través u horizontalmente. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 9 − 6 =
b. 14 − 5 =
c. 8 − 4 =
d. 7 − 1 =
e. 11 − 7 =
f. 5 − 0 =
g. 4 − 3 =
h. 15 − 8 =
i. 11 − 9 =
j. 10 − 2 =
k. 9 − 2 =
l. 8 − 3 =

Respuestas al Ejercicio 10

a. 3
b. 9
c. 4
d. 6
e. 4
f. 5
g. 1
h. 7
i. 2
j. 8
k. 7
l. 5

Ejercicio 11

Practica restar a través u horizontalmente. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. 3 − 2 =
b. 17 − 9 =
c. 14 − 7 =
d. 9 − 3 =
e. 12 − 5 =
f. 8 − 8 =
g. 6 − 1 =
h. 13 − 4 =
i. 11 − 6 =
j. 4 − 0 =
k. 8 − 1 =
l. 16 − 9 =
m. 7 − 0 =
n. 13 − 8 =
o. 12 − 3 =
p. 9 − 4 =
q. 15 − 7 =
r. 10 − 6 =
s. 11 − 5 =
t. 5 − 2 =

Respuestas al Ejercicio 11

a. 1
b. 8
c. 7
d. 6
e. 7
f. 0
g. 5
h. 9
i. 5
j. 4
k. 7
l. 7
m. 7
n. 5
o. 9
p. 5
q. 8
r. 4
s. 6
t. 3

Problemas de palabras

Aprender hechos de resta es muy importante porque una vez que los conoces todos se convierten en una herramienta para usar a la hora de resolver problemas.

Palabras como:

- menos de
- menos
- restado de
- cuantos mas
- cuánto más, y
- diferencia

te dicen que restes los números.

Busque estas palabras al leer problemas de palabras y subrayarlas antes de intentar resolver un problema. Encierra en un círculo la información que se da.

Ejemplo:

Había 14 clavos en una caja. Lu usó 7 de ellos. ¿Cuántos clavos todavía había en la caja?

Había 14 clavos en una caja. Lu usó 7 de ellos. ¿Cuántos clavos todavía había en la caja?

Tienes un círculo de 14 clavos y 7. Esta es la información que utilizará para encontrar la respuesta.

Usted ha subrayado “cuántos”. Estas palabras te dicen que restes.

\ begin {alineada}
14\ texto {uñas}\\
-7\ texto {uñas}\\
\ hline 7\ texto {uñas}
\ end {alineadas}

Ejercicio 12

a. Wolfgang caminó 11 cuadras. Ingrid caminó 6 cuadras. Wolfgang caminó ¿cuánto más lejos que Ingrid?
b. Mika y su padre fueron a pescar. Mika capturó 18 peces y su padre capturó 9 peces. ¿Cuántos peces más capturó Mika?
c. Kuan-Lin estaba haciendo pasteles de luna para la fiesta de clase. Ella necesitaba 15 pasteles para la fiesta. El lunes había hecho 7 pasteles de luna. ¿Cuántos pasteles de luna todavía necesitaba hacer?
d. Malik contó 12 autos en el estacionamiento donde trabajaba. Una hora después, contabilizó sólo 4 autos. ¿Cuántos autos quedan?

Respuestas al Ejercicio 12

a. 5 cuadras
b. 9 peces
c. 8 pasteles de luna
d. 8 autos

Autoexamen del tema A

Marca/21 Objetivo 18/27

A. Encuentra la diferencia. Asegúrate de revisar tus respuestas. (9 marcas)

a. $\begin{array}{r} 16 \\ -8 \\ \hline \end{array}$
b. $\begin{array}{r} 18 \\ -9 \\ \hline \end{array}$
c. $\begin{array}{r} 14 \\ -8 \\ \hline \end{array}$
d. $\begin{array}{r} 11 \\ -4 \\ \hline \end{array}$
e. $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
f. $\begin{array}{r} 17 \\ -9 \\ \hline \end{array}$
g. $\begin{array}{r} 10 \\ -6 \\ \hline \end{array}$
h. $\begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline \end{array}$
i. $\begin{array}{r} 15 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

B. Encuentra la diferencia. Asegúrate de revisar tus respuestas. (6 marcas)

a. 3 − 2 =
b. 17 − 9 =
c. 14 − 7 =
d. 9 − 3 =
e. 12 − 5 =
f. 8 − 8 =

C. Resuelve cada uno de los siguientes problemas de palabras. Asegúrese de incluir la unidad de medida en su respuesta. Asegúrese de rodear la información y subrayar lo que se le pide. (6 marcas, 2 marcas cada una)

a. Shada capturó 17 peces. Ella le dio 8 peces a su abuela. ¿Cuántos peces le quedan?
b. Yuan fue a la tienda con 15 dólares para comprar un poco de arroz. El arroz costó $6. ¿Cuánto le quedaba?
c. Carlo tenía 13 metros de esgrima. Utilizó 8 metros alrededor de su jardín de flores. ¿Cuántos metros le quedan?

Respuestas al tema A Autoexamen

A. a. 8, b. 9, c. 6, d. 7, e. 6, f. 8, g. 4, h. 2, i. 9
B. a. 1, b. 8, c. 7, d. 6, e. 7, f. 0
C. a. 9 peces, b. $9, c. 5 metros

This page titled 3.1: Tema A- Resta is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **3.1: Topic A- Subtraction** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

3.2: Tema B- Resta de Números Mayores

Tema B: Resta de Números Mayores

Puedes encontrar la diferencia entre dos números grandes usando los hechos básicos de resta que has estado practicando. Siempre **quita** o resta el **número después del signo menos.**

Sigue estos pasos para completar cada pregunta de resta.

1. Restar los unos de los unos.
2. Restar las decenas de las decenas.
3. Restar los cientos de los cientos.

Ejemplo A:

$$\begin{array}{r} 57 \\ -26 \\ \hline \end{array}$$

1. Restar los unos de los unos. 7 unos − 6 unos = 1 uno. Escribe la respuesta en línea con las de la pregunta.

$$\begin{array}{r} 57 \\ -26 \\ \hline 1 \end{array}$$

2. Restar las decenas de las decenas. 5 decenas — 2 decenas = 3 decenas

$$\begin{array}{r} 57 \\ -26 \\ \hline 31 \end{array}$$

La **diferencia** entre 57 y 26 es **31**.

Ejemplo B:

$$\begin{array}{r} 628 \\ -524 \\ \hline \end{array}$$

1. Restar los unos de los unos. 8 unos — 4 unos = 4 unos. Escribe la respuesta en línea con las de la pregunta.

$$\begin{array}{r} 628 \\ -524 \\ \hline 4 \end{array}$$

2. Resta las decenas. 2 decenas — 2 decenas = 0 decenas.

$$\begin{array}{r} 628 \\ -524 \\ \hline 04 \end{array}$$

3. Restar los cientos. 6 cientos — 5 cientos = cien.

$$\begin{array}{r} 628 \\ -524 \\ \hline 104 \end{array}$$

Escribe la respuesta en línea con los cientos en la pregunta. La **diferencia** entre 628 y 524 es de **104**.

Ejercicio 1

Encuentra las diferencias. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 87 \\ -36 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 29 \\ -21 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 48 \\ -40 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 99 \\ -63 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 75 \\ -45 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 73 \\ -20 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 92 \\ -21 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 58 \\ -27 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 84 \\ -23 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 69 \\ -38 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 45 \\ -23 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 49 \\ -19 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 59 \\ -14 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 87 \\ -63 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 88 \\ -15 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 56 \\ -44 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 1

a. 51
b. 8
c. 8
d. 36
e. 30
f. 53
g. 71
h. 31
i. 61
j. 31
k. 22
l. 30
m. 45
n. 24
o. 73
p. 12

Ejercicio 2

Encuentra las diferencias. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 46 \\ -23 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 65 \\ -42 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 45 \\ -13 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 53 \\ -20 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 34 \\ -21 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 48 \\ -32 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 56 \\ -13 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 26 \\ -15 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 49 \\ -22 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 58 \\ -27 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 95 \\ -71 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 89 \\ -14 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 69 \\ -19 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 86 \\ -71 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 99 \\ -50 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 89 \\ -55 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 2

a. 23
b. 23
c. 32
d. 33
e. 13
f. 16
g. 43
h. 11
i. 27
j. 31
k. 24
l. 75
m. 50
n. 15
o. 49
p. 34

Ejercicio 3

Encuentra las diferencias. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 23 \\ -11 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 53 \\ -21 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 32 \\ -20 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 77 \\ -32 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 32 \\ -21 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 38 \\ -15 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 33 \\ -13 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 92 \\ -30 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 94 \\ -23 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 54 \\ -42 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 74 \\ -33 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 88 \\ -72 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 46 \\ -36 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 75 \\ -41 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 85 \\ -12 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 56 \\ -45 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 3

a. 12
b. 32
c. 12
d. 45
e. 11
f. 23
g. 20
h. 62
i. 71
j. 12
k. 41
l. 16
m. 10
n. 34
o. 73
p. 11

Ejercicio 4

Encuentra las diferencias. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 476 \\ -413 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 873 \\ -560 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 589 \\ -384 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 793 \\ -170 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 228 \\ -123 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 995 \\ -452 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 869 \\ -423 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 769 \\ -405 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 788 \\ -435 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 579 \\ -234 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 958 \\ -403 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 696 \\ -251 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 657 \\ -435 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 745 \\ -412 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 967 \\ -143 \\ \hline \end{array}$

Respuestas al Ejercicio 4

a. 63
b. 313
c. 205
d. 623
e. 105
f. 543
g. 446
h. 364
i. 353
j. 345
k. 555
l. 445
m. 222
n. 333
o. 824

Autoprueba del Tema B

Marca/27 Objetivo 23/27

A. Encuentra la diferencia. Asegúrate de revisar tus respuestas. (6 marcas)

a. $\begin{array}{r} 16 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 18 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 14 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 11 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 17 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

B. Encuentra la diferencia. Asegúrate de revisar tus respuestas. (6 marcas)

a. $\begin{array}{r} 896 \\ -422 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 788 \\ -531 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 549 \\ -318 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 936 \\ -702 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 936 \\ -725 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 654 \\ -242 \\ \hline \end{array}$

C. Resuelve cada uno de los siguientes problemas de palabras. Asegúrese de incluir la unidad de medida en su respuesta. Asegúrese de rodear la información y subrayar lo que se le pide. (6 marcas, 2 marcas cada una)

a. Al mediodía la temperatura era de 34 grados centígrados. A las nueve de la noche, eran los 12 grados centígrados. ¿Cuántos grados bajó la temperatura?

b. La familia de Misha está en un viaje de 179 kilómetros. Ya han recorrido 123 kilómetros. ¿Cuánto más tienen que ir?

c. El Burj Khalifa en Dubai es uno de los edificios más altos del mundo con 828 metros. La Torre Eiffel en París tiene 324 metros de altura. ¿Cuánto más alto es el Burj Khalifa que la Torre Eiffel?

Respuestas al tema B Autoprueba

1. a. 8 c. 6 e. 6
   b. 9 d. 7 f. 8
2. a. 474 c. 231 e. 211
   b. 257 d. 234 f. 412
3. a. 22 grados Celsius b. 56 kilómetros c. 504 metros

This page titled 3.2: Tema B- Resta de Números Mayores is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **3.2: Topic B- Subtraction of Larger Numbers** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta

Revisión de la Unidad 3: Resta

Ahora practicarás todas las habilidades que aprendiste en la Unidad 3. Verifique su trabajo usando la clave de respuesta al final de la revisión.

A. Consulta tus datos de sustracción.

a. $\begin{array}{r} 5 \\ -2 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 8 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 3 \\ -1 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 9 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 18 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 11 \\ -4 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 13 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 6 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 14 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 16 \\ -7 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 12 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

m. $\begin{array}{r} 17 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

n. $\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$

o. $\begin{array}{r} 13 \\ -6 \\ \hline \end{array}$

p. $\begin{array}{r} 15 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

B. Restar transversal u horizontalmente.

a. $8 - 6 =$
b. $12 - 5 =$
c. $10 - 10 =$
d. $9 - 8 =$
e. $11 - 6 =$
f. $8 - 4 =$
g. $7 - 3 =$
h. $14 - 9 =$

C. Encuentra las diferencias.

a. $\begin{array}{r} 45 \\ -23 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 78 \\ -15 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 84 \\ -52 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 57 \\ -10 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 78 \\ -21 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 69 \\ -43 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 96 \\ -45 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 88 \\ -35 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 95 \\ -33 \\ \hline \end{array}$

D. Encuentra las diferencias.

a. $\begin{array}{r} 583 \\ -163 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 799 \\ -265 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 629 \\ -305 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 847 \\ -406 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 978 \\ -252 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 797 \\ -652 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 765 \\ -243 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 854 \\ -344 \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 536 \\ -314 \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 897 \\ -246 \\ \hline \end{array}$

k. $\begin{array}{r} 669 \\ -238 \\ \hline \end{array}$

l. $\begin{array}{r} 769 \\ -564 \\ \hline \end{array}$

E. Problemas de palabras.

a. Una semana, Tiago cambió 258 bombillas en el edificio. A la semana siguiente, Tiago cambió 141 bombillas. ¿Cuántas bombillas más cambió Tiago la primera semana?
b. Anoki manejó 769 kilómetros mientras su amigo Dasan manejaba 534 kilómetros en su viaje. ¿Cuántos kilómetros más manejó Anoki?

Respuestas a la revisión de la Unidad 3

A. a. 3
b. 1
c. 2
d. 4
e. 9
f. 7
g. 8
h. 5
i. 0
j. 6
k. 9
l. 3
m. 8
n. 6
o. 7
p. 7

B. a. 2
b. 7
c. 0
d. 1
e. 5
f. 4
g. 4
h. 5

C. a. 22
b. 63
c. 32
d. 47
e. 57
f. 26
g. 51
h. 53
i. 62

D. a. 420
b. 534
c. 324
d. 441
e. 726
f. 145
g. 522
h. 510
i. 222
j. 651
k. 431
l. 205

E. a. 117 bombillas
b. 235 kilómetros

ENHORABUENA!!

Ahora ya ha terminado la Unidad 3.

TIEMPO DE PRUEBA!

Pide a tu instructor el Test de Práctica para esta unidad.

Una vez que hayas hecho el Examen de Práctica,

Necesitas hacer la Prueba de Unidad 3.

Nuevamente, pídele esto a tu instructor.

¡BUENA SUERTE!

This page titled 3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **3.3: Unit 3 Review- Subtraction** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

CHAPTER OVERVIEW

4: Estimación, Tiempo y Formas

4.1: Tema A- Estimación

4.2: Tema B- Tiempo

4.3: Tema C- Formas

4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas

This page titled 4: Estimación, Tiempo y Formas is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

4.1: Tema A- Estimación

Tema A: Estimación

Usas números en tu vida cotidiana. A menudo usas la **estimación** en tu vida cotidiana.

Vas de compras y solo tienes veinte dólares, es posible que necesites **estimar** cuánto van a costar tus abarrotes antes de ir a pagarlos.

Se conmuta en autobús todos los días al trabajo y toma treinta y tres minutos ir a trabajar y treinta y tres minutos llegar a casa al final del día. Dirías que te lleva aproximadamente una hora en el autobús.

Estos son ejemplos de **estimación.**

Ya has aprendido a **redondear** números. Necesitas poder redondear números para poder **estimar**.

Cuando resuelves problemas matemáticos, es una buena idea **estimar** cuál puede ser la respuesta. **Estimar** la respuesta significa encontrar una respuesta cercana a la respuesta real. La **estimación** te ayuda a ver si la respuesta real es sensata. Para **estimar** una respuesta, es necesario redondear los números y luego sumar o restar los números redondeados. Recuerda redondear al diez más cercano.

Ejemplo	Estimar
$\begin{array}{r} 23 \\ -45 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \\ +50 \\ \hline 70 \end{array}$
$\begin{array}{r} 67 \\ -31 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ -30 \\ \hline 40 \end{array}$
$\begin{array}{r} 372 \\ +416 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 370 \\ +420 \\ \hline 790 \end{array}$
$\begin{array}{r} 564 \\ -243 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 560 \\ -240 \\ \hline 320 \end{array}$

Ejercicio 1

Estime las siguientes respuestas. Asegúrate de redondear al 10 más cercano antes de agregar. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $\begin{array}{r} 27 \\ +31 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 42 \\ +51 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 26 \\ +32 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 14 \\ +52 \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 44 \\ +24 \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r} 31 \\ +27 \\ \hline \end{array}$

g. $\begin{array}{r} 65 \\ +22 \\ \hline \end{array}$

h. $\begin{array}{r} 46 \\ +23 \\ \hline \end{array}$

i. $23 + 72$

j. $42 + 36$

k. $64 + 14$

l. $32 + 20$

m. $423 + 324$

n. $526 + 345$

o. $123 + 541$

p. $752 + 243$

Respuestas al Ejercicio 1

a. 60
b. 90
c. 60
d. 60
e. 60
f. 60
g. 90
h. 70
i. 90
j. 80
k. 70
l. 50
m. 740
n. 880
o. 660
p. 990

Ejercicio 2

Estime las siguientes respuestas. Asegúrate de redondear al 10 más cercano antes de agregar. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

a. $35 - 16$

b. $52 - 14$

c. $67 - 19$

d. $51 - 23$

e. $36 - 17$

f. $72 - 44$

g. $38 - 19$

h. $74 - 26$

i. $93 - 89$

j. $82 - 57$

k. $56 - 27$

l. $93 - 48$

m. $752 - 342$

n. $765 - 439$

o. $673 - 424$

p. $645 - 309$

Respuestas al Ejercicio 2

a. 20
b. 40
c. 50
d. 30
e. 20
f. 30
g. 20
h. 40
i. 0
j. 20
k. 30
l. 40

m. 410
n. 330
o. 250
p. 340

Ejercicio 3

Estime las siguientes respuestas. Asegúrate de redondear al diez más cercano antes de sumar o restar.

Asegúrese de (rodear) la información y subrayar lo que se le pide.

Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Ejemplo:

Hay 186 personas viviendo en mi edificio de departamentos. Si 103 son niños, ¿cuántos son adultos?

Hay (186) personas viviendo en mi edificio de departamentos. Si (103) son niños, ¿cuántos son adultos?

$$\begin{array}{r} 186 \\ -103 \\ \hline \end{array}$$

Estimación:

$$\begin{array}{r} 190 \\ -100 \\ \hline 90 \end{array}$$

Alrededor de 90 personas son adultos.

a. El autobús cuenta con 84 asientos para pasajeros. Todos los asientos están llenos y 39 pasajeros están de pie. ¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?
b. Trisha contó 67 cajas en una repisa. Contó 78 cajas en la siguiente repisa. ¿Cuántas cajas había en total?
c. La biblioteca prestó 157 libros el lunes. Prestó 118 libros el martes. ¿Cuántos libros prestó en ambos días?
d. Ryan trabajó en la computadora durante 78 minutos. Helen trabajó 54 minutos en la computadora. ¿Cuánto tiempo más trabajó Ryan en la computadora?
e. La fábrica Ludlow tiene 73 personas trabajando en la fábrica. La fábrica Watson cuenta con 48 personas trabajando en su fábrica. ¿Cuántas personas más trabajan en la fábrica Ludlow?
f. El señor Martínez necesita 257 metros de esgrima. Tiene 125 metros. ¿Cuánto más esgrima necesita comprar?

Respuestas al Ejercicio 3

a. 120 pasajeros
b. 150 cajas
c. 280 libros
d. 30 minutos
e. 20 personas
f. 130 metros

This page titled 4.1: Tema A- Estimación is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **4.1: Topic A- Estimating** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

4.2: Tema B- Tiempo

Tema B: Tiempo

Los antiguos babilonios utilizaron un sistema numérico basado en 60. Seguimos usando su sistema numérico cuando hablamos de tiempo.

Hay 60 minutos en una hora, y hay 60 segundos en un minuto.

- 60 minutos = 1 hora
- 60 segundos = 1 minuto

Tiempo de escritura en formato estándar

El tiempo se escribe en un formato estándar.

Horario: Minutos: Segundos

Ejemplo:

12 del mediodía

estaría escrito como 12:00:00

o 12:00 (sin los segundos)

Ejemplo:

4 en punto

estaría escrito como 4:00:00

o 4:00 (sin los segundos)

Ejemplo:

8 horas, 47 minutos, 3 segundos

estaría escrito como 8:47:03

Nota: Cuando solo haya un número, ponga un cero para mantener el lugar de las decenas.

Ejemplo:

3 horas, 9 minutos, 3 segundos

estaría escrito como 3:09:03

Ejercicio 1

Escribe los siguientes horarios en formato estándar. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Ejemplo:

2 horas, 7 minutos, 31 segundos. 2:07:31

a. 3 horas, 56 minutos, 42 segundos
b. 12 horas, 2 minutos, 29 segundos
c. 1 hora, 23 minutos, 54 segundos
d. 6 horas, 7 minutos, 39 segundos
e. 11 horas, 41 minutos
f. 7 horas, 14 minutos, 59 segundos
g. 21 horas, 36 minutos
h. 1 hora, 51 minutos, 41 segundos
i. 5 horas, 18 minutos, 10 segundos

Respuestas al Ejercicio 1

a. 3:56:42 b. 12:02:29 c. 1:23:54

d. 6:07:39	f. 7:14:59	h. 1:51:41
e. 11:41	g. 21:36	i. 5:18:10

A.M. y P.M.

Es necesario acudir al odontólogo a las 9:00 a.m. Esto es por la mañana debido **a la a.m.** La abreviatura **a.m.** significa **ante meridiem** o **antes del mediodía.** Usamos a.m. para cualquier horario entre las 12 de la medianoche y las 12 del mediodía.

Te encuentras con amigos para cenar a las 6:00 p.m. Esto es por la noche debido a la **p.m.** La abreviatura **p.m.** significa **post meridiem** o **después del mediodía**. Usamos p.m. para cualquier horario entre las 12 del mediodía y las 12 de la medianoche.

Ejemplo:

Se toma el autobús a las 7 de la mañana.

La hora estaría escrita como 7:00 a.m.

Ejemplo:

Te encuentras con amigos para ir a pescar a las 6:30 de la noche.

El tiempo estaría escrito como 6:30 p.m.

Ejercicio 2

Escribe los siguientes horarios usando la mañana o la tarde Revisa tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Ejemplo:

El sol sale a las 7:07 de la mañana.

7:07 a.m.

a. Tu turno en el trabajo comienza a las 8:30 de la mañana.
b. Tu clase comienza a la 1:00 de la tarde.
c. Tu hijo tiene práctica de futbol a las 4:00 de la tarde.
d. Coges tu autobús a las 6:15 de la mañana.
e. Tienes que ir al médico a las 3:20 de la tarde.

Respuestas al Ejercicio 2

a. 8:30 a.m.	c. 4:00 p.m.	e. 3:20 p.m.
b. 1:00 p.m.	d. 6:15 a.m.	

Tiempo de redondeo

Al redondear el tiempo, si los minutos son más de treinta, redondear hasta el siguiente número de horas. Si los minutos son menores a treinta, permaneces en el mismo número de horas.

Ejemplo:

Si tardaran 45 minutos en conducir a la escuela, redondearías eso a una hora porque 45 minutos es mayor que 30 minutos.

Ejemplo:

Si tardaras una hora y 15 minutos en llegar a la escuela en autobús, redondearías eso a una hora porque 15 minutos son menos de 30 minutos.

Ejemplo:

Si tardaras 8 horas y 37 minutos en completar el trabajo de pintura, redondearías eso a 9 horas porque 37 minutos es mayor a 30 minutos.

Ejercicio 3

Redondear los siguientes horarios a la hora más cercana. Consulta tu trabajo usando la clave de respuesta al final del ejercicio.

Ejemplo:

La película duró 3 horas y 13 minutos.

3 horas.

a. Necesitabas 2 horas y 15 minutos para hacer compras de comestibles.
b. Se tardó 1 hora y 50 minutos en cocinar la cena.
c. Condujiste 9 horas y 23 minutos.
d. Tu bebé durmió 1 hora y 47 minutos.
e. Visitaste con amigos por 3 horas y 11 minutos.
f. El juego de hockey tardó 2 horas y 35 minutos.
g. Usted viajó en el autobús durante 1 hora y 28 minutos.
h. Caminaste al trabajo en 38 minutos.
i. ¿Cuánto tiempo te lleva llegar a la escuela?

Respuestas al Ejercicio 3

a. 2 horas
b. 2 horas
c. 9 horas
d. 2 horas
e. 3 horas
f. 3 horas
g. 1 hora
h. 1 hora
i. Consulta con tu instructor.

This page titled 4.2: Tema B- Tiempo is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

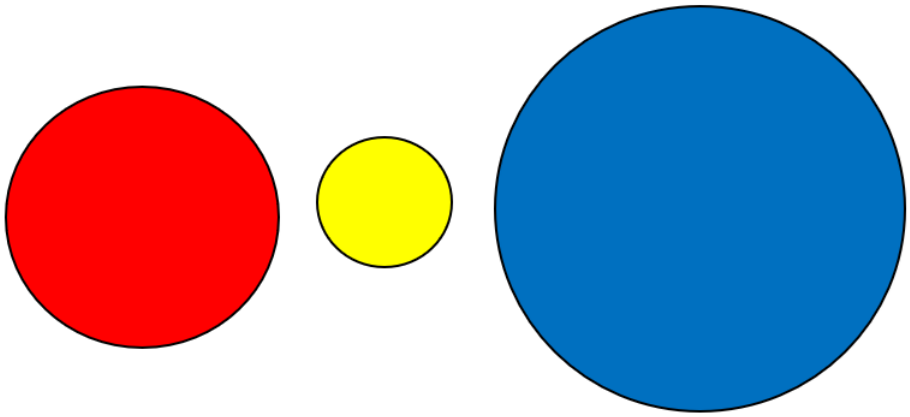
- **4.2: Topic B- Time** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

4.3: Tema C- Formas

Tema C: Formas

Círculo

El círculo es una forma que todos conocemos.



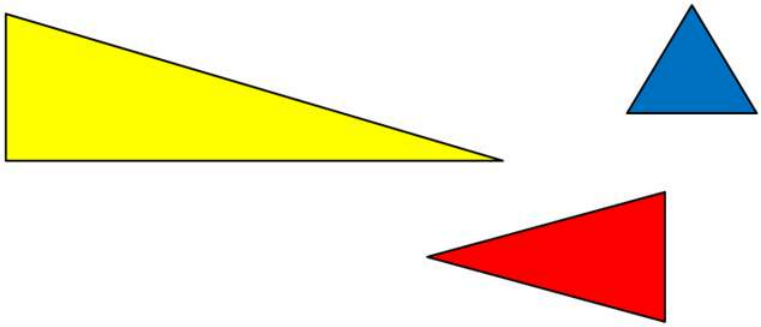
Estos objetos sugieren la idea de un círculo:

- borde de tazas de café y vasos
- parte superior de las pantallas de lámpara, parte superior de latas de comida
- discos compactos
- los extremos de las tuberías y mangueras (llamados la sección transversal)
- la parte coloreada de tu ojo (el iris)

Agrega algunos ejemplos propios.

Triángulo

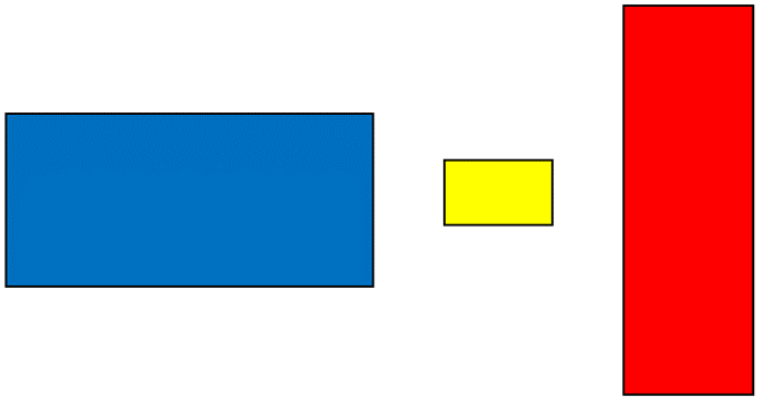
Un **triángulo** es una forma de tres lados. Los triángulos tienen **tres lados** y **tres ángulos**.



Dibuja algunos triángulos de diferentes tamaños aquí.

Rectángulo

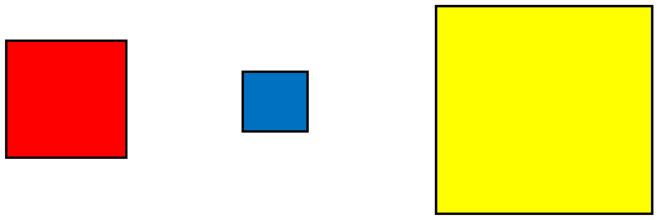
Un **rectángulo** tiene una forma de cuatro lados. Los rectángulos tienen cuatro lados y cuatro ángulos **rectos** (esquinas cuadradas).



¿Se te ocurre algo que tenga forma de rectángulo? Escríbelo aquí.

Cuadrado

Un **cuadrado** es un tipo especial de rectángulo. Los cuadrados tienen esquinas cuadradas y los cuatro lados tienen la misma



longitud.

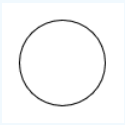
¿Se te ocurre algo que tenga forma cuadrada? Escríbelo aquí.

Ejercicio 1

Las siguientes cosas dan la idea de una forma. Escribe el nombre de la forma en cada espacio en blanco. Después dibuja la forma.

Ejemplo:

Una galleta es un círculo.



a. Una puerta es un _____.
b. Esta página es un _____.
c. Un signo de rendimiento es un _____.
d. Una habitación suele ser un _____.
e. Una moneda es un _____.
f. Un billete de diez dólares es un _____.
g. El borde de un frasco es un _____.
h. Esta señal de advertencia es un _____.



i. Una pizza es una _____.

Respuestas al Ejercicio 1

a. rectángulo
b. rectángulo
c. triángulo
d. rectángulo
e. círculo
f. rectángulo
g. círculo
h. triángulo
i. círculo

Ejercicio 2

Mire alrededor de la habitación y encuentre cada una de las siguientes formas. Escribe el nombre en la línea. Haga que su instructor revise sus respuestas.

Ejemplo:

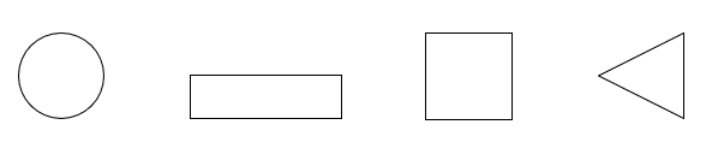
Una puerta rectangular.

a. Un círculo _____.
b. Un rectángulo _____.
c. Un cuadrado _____.
d. Un triángulo _____.

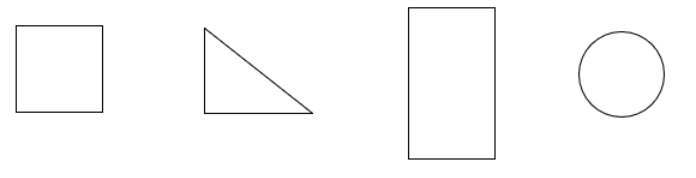
Ejercicio 3

Encierra en círculo la forma correcta en cada línea. Haga que su instructor revise sus respuestas.

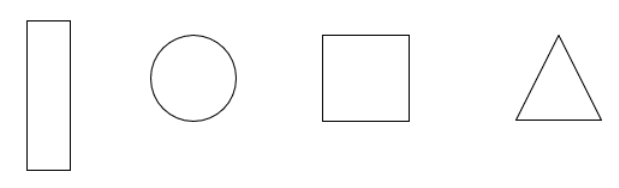
a. Un rectángulo



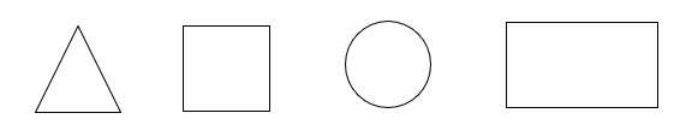
b. Un círculo



c. Un cuadrado



d. Un triángulo



Ejercicio 4

¿Qué forma son las siguientes cosas? Escribe **triángulo, cuadrado, rectángulo o círculo**.

a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

g. 

h. 

Respuestas al Ejercicio 4

a. círculo
b. triángulo
c. rectángulo
d. cuadrado
e. rectángulo o triángulo
f. círculo
g. cuadrado
h. rectángulo

This page titled 4.3: Tema C- Formas is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **4.3: Topic C- Shapes** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas

Revisión de la Unidad 4: Estimación, Tiempo y Formas

Ahora practicarás todas las habilidades que aprendiste en la Unidad 4. Verifique su trabajo usando la clave de respuesta al final de la revisión.

A. Estime las siguientes respuestas. Asegúrate de redondear al 10 más cercano antes de agregar.

a. $23 + 32$

b. $68 + 17$

c. $34 + 28$

d. $42 + 53$

e. $74 + 24$

f. $33 + 28$

g. $17 + 42$

h. $27 + 18$

B. Estimar las siguientes sumas. Asegúrate de redondear al 10 más cercano antes de agregar.

a. $625 + 254$

b. $432 + 325$

c. $328 + 163$

d. $529 + 248$

e. $536 + 137$

f. $867 + 215$

g. $843 + 107$

h. $435 + 127$

C. Estime las siguientes respuestas. Asegúrese de redondear al 10 más cercano antes de restar.

a. $43 - 28$

b. $64 - 25$

c. $73 - 47$

d. $83 - 24$

e. $68 - 28$

f. $54 - 22$

g. $67 - 29$

h. $85 - 29$

D. Estime las siguientes respuestas. Asegúrese de redondear al 10 más cercano antes de restar.

a. $625 - 407$

b. $908 - 413$

c. $976 - 134$

d. $882 - 257$

e. $572 - 154$

f. $908 - 713$

g. $965 - 702$

h. $988 - 254$

E. Escribe los siguientes horarios en formato estándar.

a. 10 horas, 20 minutos, 12 segundos
b. 8 horas,45 minutos, 6 segundos
c. 5 horas, 32 minutos, 45 segundos
d. 1 hora, 7 minutos, 28 segundos
e. 12 horas, 55 minutos
f. 6 horas, 5 minutos, 39 segundos

F. Escriba los siguientes horarios usando la mañana o la tarde.

a. La película comienza a las 6:45 de la tarde.
b. Tu amigo te llama y te despierta a las 3:23 de la mañana.
c. Tu perro ladra al cartero a las 2:35 de la tarde.
d. Tu descanso matutino es a las 10:15.

G. Redondea los siguientes horarios a la hora más cercana.

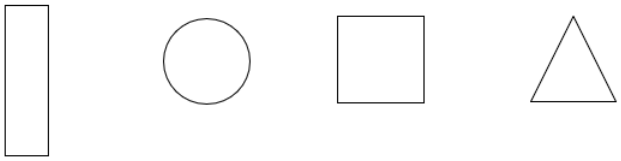
a. Saliste a pie por 47 minutos.
b. Su viaje de ida y vuelta (de ida y vuelta) al centro comercial tomó 2 horas y 12 minutos.

H. Encierra en círculo la forma correcta en cada línea.

a. Un triángulo



b. Un cuadrado



I. Las siguientes cosas dan la idea de una forma. Escribe el nombre de la forma en cada espacio en blanco.

a. Una ventana es un _____.
b. Un tablero de ajedrez es un _____.
c. Un reloj es un _____.
d. Un signo de rendimiento es un _____.

J. Problemas de la Palabra. Estime las siguientes respuestas. Asegúrate de redondear al 10 más cercano antes de sumar o restar. Asegúrese de rodear la información y subrayar lo que se le pide.

a. La Torre Sears mide 443 metros de altura. Cuenta con una antena de TV de 105 metros en la parte superior. Estimar la altura del edificio y la antena.
b. Un restaurante utilizó 76 kilogramos de papas y 68 kilogramos de carne. Estima cuántos kilogramos de papas y carne utilizó en conjunto el restaurante.
c. El padre de Paolo pesa 78 kilogramos. Paolo pesa 29 kilogramos. Estima cuánto más pesa el padre de Paolo.
d. Chi compró 54 litros de gasolina el martes. Debería 38 litros de gasolina el viernes. Estimar cuántos litros de gas compró en conjunto.

Respuestas a la revisión de la Unidad 4

A. a. 50
b. 90
c. 60
d. 90
e. 90
f. 60
g. 60
h. 50

B. a. 880
b. 760
c. 490
d. 780
e. 680
f. 1090
g. 950
h. 570

C. a. 10
b. 30
c. 20
d. 60
e. 40
f. 30
g. 40
h. 60

D. a. 220
b. 500
c. 850
d. 620
e. 420
f. 200
g. 270
h. 740

E. a. 10:20:12
b. 8:45:06
c. 5:32:45
d. 1:07:28
e. 12:55
f. 6:05:39

F. a. 6:45 p.m.
b. 3:23 a.m.
c. 2:35 p.m.
d. 10:15 a.m.

G. a. 1 hora
b. 2 horas

H. a. 
b. 

I. a. rectángulo
b. cuadrado
c. círculo
d. triángulo

J. a. 550 metros
b. 50 kilogramos
c. 150 kilogramos
d. 90 litros

This page titled 4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas is shared under a CC BY 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **4.4: Unit 4 Review- Estimating, Time, and Shapes** is licensed CC BY 4.0. Original source: https://opentextbc.ca/alfm1.

CHAPTER OVERVIEW

5: Multiplicación y división de números enteros

5.1: Multiplicación de números enteros
5.2: Conceptos de división de números enteros
5.3: División de Números Enteros
5.4: Algunos datos interesantes sobre la división
5.5: Propiedades de la Multiplicación
5.6: Resumen de conceptos clave
5.7: Suplemento de ejercicio
5.8: Examen de Aptitud

This page titled 5: Multiplicación y división de números enteros is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.1: Multiplicación de números enteros

Multiplicación de números enteros

- entender el proceso de multiplicación
- ser capaz de multiplicar números enteros
- ser capaz de simplificar las multiplicaciones con números que terminan en cero
- poder usar una calculadora para multiplicar un número entero por otro

Multiplicación

Definición: Multiplicación

La multiplicación es una descripción de la adición repetida.

Además de

$5+5+5$

el número 5 se repite 3 veces. Por lo tanto, decimos que tenemos tres por cinco y lo describimos por escrito

3×5

Por lo tanto,

$3 \times 5=5+5+5$

Definición: Multiplicando

En una multiplicación, la adición repetida (número que se agrega) se llama **multiplicando**. En3×5, el 5 es el multiplicando.

Definición: Multiplicador

También, en una multiplicación, el número que registra el número de veces que se usa el multiplicando se llama **multiplicador**. En3×5, el 3 es el multiplicador.

Conjunto de Muestras A

Expresar cada adición repetida como una multiplicación. En cada caso, especifique el multiplicador y el multiplicando.

$7+7+7+7+7+7$

Solución

6×7, Multiplicador es 6. Multiplicando es 7.

Conjunto de Muestras A

$18+18+18$

Solución

3×18. El multiplicador es 3. Multiplicando es 18.

Conjunto de práctica A

Expresar cada adición repetida como una multiplicación. En cada caso, especifique el multiplicador y el multiplicando.

$12+12+12+12$

. Multiplicador es. Multiplicando es.

Contestar

4×12. El multiplicador es 4. Multiplicando es 12.

Conjunto de práctica A

$36+36+36+36+36+36+36+36$

. Multiplicador es. Multiplicando es.

Contestar

8×36. El multiplicador es 8. Multiplicando es 36.

Conjunto de práctica A

$0+0+0+0+0$

. Multiplicador es. Multiplicando es.

Contestar

5×0. El multiplicador es 5. Multiplicando es 0.

Conjunto de práctica A

$\underbrace{1847+1847+\cdots+1847}_{12{,}000 \text{ times}}$

s. multiplicador es. Multiplicando es .me

Contestar

$12,000 \times 1,847$ El multiplicador es de 12,000. Multiplicando es 1,847.

Definición: Factores

En una multiplicación, los números que se multiplican también se denominan **factores**.

Definición: Productos

El resultado de una multiplicación se llama **producto**. En$3 \times 5 = 15$, a los 3 y 5 no sólo se les llama multiplicador y multiplicando, sino que también se les llama factores. El producto es 15.

Indicadores de Multiplicación$\times, \cdot, ()$

El símbolo de multiplicación $(\times)$ no es el único símbolo utilizado para indicar multiplicación. Otros símbolos incluyen el punto $(\cdot)$ y los pares de paréntesis (). Las expresiones

$3 \times 5, 3 \cdot 5, 3(5), (3)5, (3)(5)$

todos representan el mismo producto.

El proceso de multiplicación con un multiplicador de un solo dígito

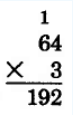
Dado que la multiplicación es suma repetida, no debemos sorprendernos al notar que puede ocurrir el **acarreo**. El transporte ocurre cuando encontramos el producto de 38 y 7:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5} \\ 38 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 266 \end{array}$$

Primero, calculamos$7 \times 8 = 56$. Escribe el 6 en la columna unos. Llevar el 5. Entonces toma$7 \times 3 = 21$. Agregar al 21 el 5 que se llevó:$21 + 5 = 26$. El producto es 266.

Conjunto de Muestras B

Encuentra los siguientes productos.

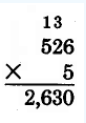


Solución

$3 \times 4 = 12$	Write the 2, carry the 1.
$3 \times 6 = 18$	Add to 18 the 1 that was carried: $18 + 1 = 19$.

El producto es 192.

Conjunto de Muestras B

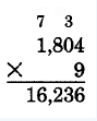


Solución

$5 \times 6 = 30$	Write the 0, carry the 3.
$5 \times 2 = 10$	Add to 10 the 3 that was carried: $10 + 3 = 13$. Write the 3, carry the 1.
$5 \times 5 = 25$	Add to 25 the 1 that was carried: $25 + 1 = 6$.

El producto es 2,630.

Conjunto de Muestras B



Solución

$9 \times 4 = 36$	Write the 6, carry the 3.
$9 \times 0 = 0$	Add to 0 the 3 that was carried: $0 + 3 = 13$. Write the 3.
$9 \times 8 = 72$	Write the 2, carry the 7.
	Since there are no more multiplications to perform, write both the 1 and 6.

El producto es 16,236.

Set de práctica B

Encuentra los siguientes productos.



Contestar

185

Set de práctica B

Encuentra los siguientes productos.

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

624

Set de práctica B

Encuentra los siguientes productos.

$$\begin{array}{r} 537 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

3,752

Set de práctica B

Encuentra los siguientes productos.

$$\begin{array}{r} 40,019 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

320,152

Set de práctica B

Encuentra los siguientes productos.

$$\begin{array}{r} 301,599 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

904,797

El proceso de multiplicación con un multiplicador de múltiples dígitos

En una multiplicación en la que el multiplicador esté compuesto por dos o más dígitos, la *multiplicación debe realizarse en partes*. El proceso es el siguiente:

- **Primer Producto Parcial** Multiplique el multiplicando por el dígito del multiplicador. Este producto se llama el **primer producto parcial**.
- **Segundo Producto Parcial** Multiplique el multiplicando por el dígito de las decenas del multiplicador. Este producto se llama el **segundo producto parcial**. Dado que el dígito de las decenas se usa como factor, el segundo producto parcial se escribe debajo del primer producto parcial para que su dígito más a la derecha aparezca en la columna de decenas.
- Si es necesario, continúe de esta manera encontrando productos parciales. Escribe cada uno debajo del anterior para que el dígito más a la derecha aparezca en la columna directamente debajo del dígito que se utilizó como factor.
- **Producto Total** Agrega los productos parciales para obtener el **producto total**.

Nota

Puede ser necesario llevar a la hora de encontrar cada producto parcial.

Conjunto de Muestras C

Multiplica 326 por 48.

Solución

Parte 1:

```
  24
 326
×  48
 2608   ← First partial product.
```

Parte 2:

```
  12
  24
 326
×  48
 2608
1304    ← Second partial product.
```

Parte 3: Este paso es innecesario ya que se han utilizado todos los dígitos del multiplicador.

Parte 4: Agregar los productos parciales para obtener el producto total.

```
   12
   24
  326
×  48
 2608
+1304
15648   ← Total product.
```

El producto es 15,648.

Conjunto de Muestras C

Multiplica 5,369 por 842.

Solución

Parte 1:

```
   11
 5369
×842
10738   ← First partial product.
```

Parte 2:

```
  123
   11
 5369
×842
10738
21476   ← Second partial product.
```

Parte 3:

```
  257
  123
   11
 5369
×842
10738
21476
42952   ← Third partial product.
4520698 ← Total product (Part 4).
```

El producto es 4,520,698.

Conjunto de Muestras C

Multiplica 1,508 por 206.

Solución

Parte 1:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 4} \\ 1508 \\ \times\ 206 \\ \hline 9048 \end{array} \longleftarrow \textbf{First partial product (in first column from the right).}$$

Parte 2:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 4} \\ 1508 \\ \times\ 206 \\ \hline 9048 \end{array}$$

Ya que 0 veces 1508 es 0, el producto parcial no cambiará la identidad del producto total (el cual se obtiene por adición). Ir al siguiente producto parcial.

Parte 3:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ {\scriptstyle 3\ 4} \\ 1508 \\ \times\ 206 \\ \hline 9048 \\ 3016 \\ \hline 310648 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \longleftarrow \textbf{Third partial product (in third column from the right).} \\ \longleftarrow \textbf{Total product (Part 4).} \end{array}$$

El producto es 310.648

Set de práctica C

Multiplica 73 por 14.

Contestar

1,022

Set de práctica C

Multiplica 86 por 52.

Contestar

4,472

Set de práctica C

Multiplica 419 por 85.

Contestar

35,615

Set de práctica C

Multiplica 2,376 por 613.

Contestar

1,456,488

Set de práctica C

Multiplica 8,107 por 304.

Contestar

2,464,528

Set de práctica C

Multiplica 66,260 por 1,008.

Contestar

66,790,080

Set de práctica C

Multiplica 209 por 501.

Contestar

104,709

Set de práctica C

Multiplica 24 por 10.

Contestar

240

Set de práctica C

Multiplica 3,809 por 1,000.

Contestar

3,809,000

Set de práctica C

Multiplica 813 por 10,000.

Contestar

8,130,000

Multiplicaciones con números que terminan en cero

A menudo, al realizar una multiplicación, uno o ambos factores terminarán en ceros. Dichas multiplicaciones se pueden hacer rápidamente alineando los números para que los dígitos distintos de cero más a la derecha estén en la misma columna.

Conjunto de Muestras D

Realizar la multiplicación (49,000) (1,200).

$(49,000)(1,200) \Rightarrow \begin{array}{r} 49000 \\ \times\ 1200 \\ \hline \end{array}$

Dado que 9 y 2 son los dígitos distintos de cero más a la derecha, póngalos en la misma columna.

$$\begin{array}{r} 49000 \\ \times 1200 \\ \hline \end{array}$$

Dibuja (quizás mentalmente) una línea vertical para separar los ceros de los nonceros.

$$\begin{array}{r|l} 49 & 000 \\ \times 12 & 00 \\ \hline \end{array}$$

Multiplique los números a la izquierda de la línea vertical como de costumbre, luego adjunte al extremo derecho de este producto el número total de ceros.



El producto es 58,800,000

Set de Práctica D

Multiplica 1,800 por 90.

Contestar

162,000

Set de Práctica D

Multiplica 420,000 por 300.

Contestar

126,000,000

Set de Práctica D

Multiplica 20,500,000 por 140,000.

Contestar

2,870,000,000,000

Calculadoras

La mayoría de las multiplicaciones se realizan usando una calculadora.

Juego de Muestras E

Multiplica 75,891 por 263.

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	75891	75891
Prensa	×	75891
Tipo	263	263
Prensa	=	19959333

El producto es 19,959,333.

Juego de Muestras E

Multiplica 4,510,000,000,000 por 1,700.

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	451	451
Prensa	×	451
Tipo	17	17
Prensa	=	7667

La pantalla ahora lee 7667. Tendremos que sumar los ceros nosotros mismos. Hay un total de 12 ceros. Adjuntando 12 ceros a 7667, obtenemos 7,667,000,000,000,000.

El producto es 7,667,000,000,000,000.

Juego de Muestras E

Multiplica 57,847,298 por 38,976.

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	57847298	57847298
Prensa	×	57847298
Tipo	38976	38976
Prensa	=	2.2546563 12

La pantalla ahora lee 2.2546563 12. ¿Qué tipo de número es este? Este es un ejemplo de un número entero escrito en **notación científica**. Estudiaremos este concepto cuando lleguemos a los números decimales.

Set de práctica E

Usa una calculadora para realizar cada multiplicación.

52×27

Contestar

1,404

Set de práctica E

$1,448 \times 6,155$

Contestar

8,912,440

Set de práctica E

$8,940,000 \times 205,000$

Contestar

1,832,700,000,000

Ejercicios

Para los siguientes problemas, realice las multiplicaciones. Puedes consultar cada producto con una calculadora.

Ejercicio5.1.1

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

24

Ejercicio5.1.2

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.3

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

48

Ejercicio5.1.4

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.5

6×1

Contestar

6

Ejercicio5.1.6

4×5

Ejercicio5.1.7

75×3

Contestar

225

Ejercicio5.1.8

35×5

Ejercicio5.1.9

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

270

Ejercicio5.1.10

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.11

$$\begin{array}{r} 97 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

582

Ejercicio5.1.12

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 57 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.13

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

960

Ejercicio5.1.14

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.15

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 95 \\ \hline \end{array}$$

Responder

7,695

Ejercicio5.1.16

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 33 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.17

57×64

Responder

3,648

Ejercicio5.1.18

76×42

Ejercicio5.1.19

894×52

Responder

46,488

Ejercicio5.1.20

684×38

Ejercicio5.1.21

$$\begin{array}{r} 115 \\ \times\ 22 \\ \hline \end{array}$$

Responder

2,530

Ejercicio5.1.22

$$\begin{array}{r} 706 \\ \times\ 81 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio5.1.23

$$\begin{array}{r} 328 \\ \times\ 21 \\ \hline \end{array}$$

Responder

6,888

Ejercicio 5.1.24

$$\begin{array}{r} 550 \\ \times\ 94 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.25

930×26

Responder

24,180

Ejercicio 5.1.26

318×63

Ejercicio 5.1.27

$$\begin{array}{r} 582 \\ \times 127 \\ \hline \end{array}$$

Responder

73,914

Ejercicio 5.1.28

$$\begin{array}{r} 247 \\ \times 116 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.29

$$\begin{array}{r} 305 \\ \times 225 \\ \hline \end{array}$$

Responder

68,625

Ejercicio 5.1.30

$$\begin{array}{r} 782 \\ \times 547 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.31

$$\begin{array}{r} 771 \\ \times 663 \\ \hline \end{array}$$

Responder

511,173

https://math.libretexts.org/@go/page/127600

Ejercicio 5.1.32

$$\begin{array}{r} 638 \\ \times 516 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.33

$1,905 \times 710$

Responder

1,352,550

Ejercicio 5.1.34

$5,757 \times 5,010$

Ejercicio 5.1.35

$$\begin{array}{r} 3,106 \\ \times 1,752 \\ \hline \end{array}$$

Responder

5,441,712

Ejercicio 5.1.36

$$\begin{array}{r} 9,300 \\ \times 1,130 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.37

$$\begin{array}{r} 7,057 \\ \times 5,229 \\ \hline \end{array}$$

Responder

36,901,053

Ejercicio 5.1.38

$$\begin{array}{r} 8,051 \\ \times 5,580 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.39

$$\begin{array}{r} 5,804 \\ \times 4,300 \\ \hline \end{array}$$

Responder

24,957,200

Ejercicio 5.1.40

$$\begin{array}{r} 357 \\ \times\ 16 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.41

$$\begin{array}{r} 724 \\ \times\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Responder

0

Ejercicio 5.1.42

$$\begin{array}{r} 2,649 \\ \times\ 41 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.43

$$\begin{array}{r} 5,173 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Responder

41,384

Ejercicio 5.1.44

$$\begin{array}{r} 1,999 \\ \times\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.45

$$\begin{array}{r} 1,666 \\ \times\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Responder

0

Ejercicio 5.1.46

$$\begin{array}{r} 51,730 \\ \times\ 142 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.47

$$\begin{array}{r} 387 \\ \times 190 \\ \hline \end{array}$$

Responder

73,530

Ejercicio 5.1.48

$$\begin{array}{r} 3,400 \\ \times \quad 70 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.49

$$\begin{array}{r} 460,000 \\ \times \ 14,000 \\ \hline \end{array}$$

Responder

6,440,000,000

Ejercicio 5.1.50

$$\begin{array}{r} 558,000,000 \\ \times \quad 81,000 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.51

$$\begin{array}{r} 37,000 \\ \times \quad 120 \\ \hline \end{array}$$

Responder

4,440,000

Ejercicio 5.1.52

$$\begin{array}{r} 498,000 \\ \times \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.53

$$\begin{array}{r} 4,585,000 \\ \times \quad 140 \\ \hline \end{array}$$

Responder

641,900,000

Ejercicio 5.1.54

$$\begin{array}{r} 30,700,000 \\ \times \quad 180 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.1.55

$$\begin{array}{r} 8,000 \\ \times \quad 10 \\ \hline \end{array}$$

Responder

80,000

Ejercicio5.1.56

Supongamos que un teatro tiene 426 personas. Si el teatro cobra 4 dólares por boleto y vende cada asiento, ¿cuánto dinero aceptarían?

Ejercicio5.1.57

En una clase de inglés, se espera que un estudiante lea 12 novelas durante el semestre y prepare un reportaje sobre cada una de ellas. Si hay 32 alumnos en la clase, ¿cuántos informes se elaborarán?

Responder

384 informes

Ejercicio5.1.58

En una clase de matemáticas, un examen final consta de 65 problemas. Si este examen se da a 28 personas, ¿cuántos problemas debe calificar el instructor?

Ejercicio5.1.59

Una instructora de derecho empresarial da un examen de 45 problemas a dos de sus clases. Si cada clase tiene 37 personas en ella, ¿cuántos problemas tendrá el instructor para calificar?

Responder

3,330 problemas

Ejercicio5.1.60

Un instructor de álgebra da un examen que consta de 43 problemas a cuatro de sus clases. Si las clases tienen 25, 28, 31 y 35 alumnos en ellas, ¿cuántos problemas tendrá el instructor para calificar?

Ejercicio5.1.61

En estadística, el término “desviación estándar” se refiere a un número que se calcula a partir de ciertos datos. Si los datos indican que una desviación estándar es de 38 unidades, ¿cuántas unidades son tres desviaciones estándar?

Responder

114 unidades

Ejercicio5.1.62

Los refrescos vienen en cajas de 24 latas. Si un supermercado vende 857 cajas durante una semana, ¿cuántas latas individuales se vendieron?

Ejercicio5.1.63

Hay 60 segundos en 1 minuto y 60 minutos en 1 hora. ¿Cuántos segundos hay en 1 hora?

Responder

3,600 segundos

Ejercicio5.1.64

Hay 60 segundos en 1 minuto, 60 minutos en una hora, 24 horas en un día y 365 días en un año. ¿Cuántos segundos hay en 1 año?

Ejercicio5.1.65

La luz recorre 186.000 millas en un segundo. ¿Cuántas millas recorre la luz en un año? (*Pista:* ¿Se puede utilizar el resultado del problema anterior?)

Responder

5,865,696,000,000 millas por año

Ejercicio5.1.66

Una cafetería de la escuela primaria vende 328 almuerzos todos los días. Cada almuerzo cuesta $1. ¿Cuánto dinero trae la cafetería en 2 semanas?

Ejercicio5.1.67

Una empresa de informática está vendiendo acciones por $23 la acción. Si 87 personas compraran 55 acciones cada una, ¿cuánto dinero se traería?

Responder

$110,055

Ejercicios para revisión

En el número 421,998, ¿cómo pueden haber diez miles?

Vuelta 448,062,187 a los cien mil más cercanos.

Responder

448.100,000

Encuentra la suma. 22,451 + 18,976.

Restar 2,289 de 3,001.

Responder

712

Especificar qué propiedad de suma justifica el hecho de que (un primer número entero + un segundo número entero) = (el segundo número entero + el primer número entero)

This page titled 5.1: Multiplicación de números enteros is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.2: Conceptos de división de números enteros

Objetivos de aprendizaje

- entender el proceso de división
- entender la división de un número distinto de cero en cero
- entender por qué la división por cero es indefinida
- poder usar una calculadora para dividir un número entero entre otro

División

La división es una descripción de la resta repetida.

En el proceso de división, la preocupación es cuántas veces un número está contenido en otro número. Por ejemplo, podríamos estar interesados en cuántos 5's están contenidos en 15. La palabra *tiempos* es significativa porque implica una relación entre división y multiplicación.

Existen varias notaciones utilizadas para indicar división. Supongamos que$Q$ registra el número de veces que 5 está contenido en 15. Podemos indicarlo escribiendo

$$\underbrace{\begin{array}{r} Q \\ \hline 5)15 \end{array}}_{5 \text{ into } 15} \qquad \underbrace{\frac{15}{5} = Q}_{15 \text{ divided by } 5}$$

$$\underbrace{15/5 = Q}_{15 \text{ divided by } 5} \qquad \underbrace{15 \div 5 = Q}_{15 \text{ divided by } 5}$$

Cada una de estas notaciones de división describe el *mismo* número, representado aquí por el símbolo$Q$. Cada notación también se convierte a la misma forma de multiplicación. Es$15 = 5 \times Q$

Definición: Dividendo

En división, el número en el que se divide se llama **dividendo**.

Definición: Divisor

En división, el número que divide en el dividendo es el **divisor**.

Definición: Cociente

En división, el resultado de la división se llama **cociente**.

$$\begin{array}{r} \text{quotient} \\ \hline \text{divisor})\text{dividend} \end{array}$$

$$\frac{\text{dividend}}{\text{divisor}} = \text{quotient}$$

$$\text{dividend}/\text{divisor} = \text{quotient}$$

$$\text{dividend} \div \text{divisor} = \text{quotient}$$

Conjunto de Muestras A

Encuentra los siguientes cocientes usando hechos de multiplicación.

$18 \div 6$

Solución

Dado que$6 \times 3 = 18$,

$18 \div 6 = 3$

Observe también que

$$\left.\begin{array}{r} 18 \\ \underline{-6} \\ 12 \\ \underline{-6} \\ 6 \\ \underline{-6} \\ 0 \end{array}\right\} \text{Repeated subtraction}$$

Así, 6 está contenido en 18 tres veces.

Conjunto de Muestras A

$\frac{24}{3}$

Solución

Dado que$3 \times 8 = 24$,

$\frac{24}{3} = 8$

Observe también que 3 podrían restarse exactamente 8 veces de 24. Esto implica que 3 está contenido en 24 ocho veces.

Conjunto de Muestras A

$\frac{36}{6}$

Solución

Dado que$6 \times 6 = 36$,

$\frac{36}{6} = 6$

Así, hay 6 seis en 36.

Conjunto de Muestras A

$9\overline{)72}$

Solución

Dado que$9 \times 8 = 72$,

$$\begin{array}{r} 8 \\ 9\overline{)72} \end{array}$$

Así, hay 8 nueves en 72.

Conjunto de práctica A

Utilice los hechos de multiplicación para determinar los siguientes cocientes.

$32 \div 8$

Contestar

4

Conjunto de práctica A

$18 \div 9$

Contestar

2

Conjunto de práctica A

$\frac{25}{5}$

Contestar

5

Conjunto de práctica A

$\frac{48}{8}$

Contestar

6

Conjunto de práctica A

$\frac{28}{7}$

Contestar

4

Conjunto de práctica A

$4\overline{)36}$

Contestar

4

División en Cero (Cero como Dividendo: $\frac{0}{a}, a \neq 0$)

Veamos qué sucede cuando el dividendo (el número que se divide en) es cero, y el divisor (el número que hace la división) es cualquier número entero excepto cero. La pregunta es

Qué número, en su caso, es

$$\frac{0}{\text{any nonzero whole number}}?$$

Representemos este cociente desconocido por$Q$. Entonces,

$$\frac{0}{\text{any nonzero whole number}} = Q$$

Convirtiendo este problema de división a su problema de multiplicación correspondiente, obtenemos

$$0 = Q \times (\text{any nonzero whole number})$$

A partir de nuestro conocimiento de la multiplicación, podemos entender que si el producto de dos números enteros es cero, entonces uno o ambos números enteros deben ser cero. Dado que cualquier número entero distinto de cero ciertamente no es cero, Q debe representar cero. Entonces,

$$\frac{0}{\text{any nonzero whole number}} = 0$$

Por lo tanto **cero dividido cualquier número entero distinto de cero es cero**.

División por Cero (Cero como Divisor: $\frac{a}{0}, a \neq 0$)

Ahora preguntamos: ¿Qué número, en su caso, es

$$\frac{\text{any nonzero whole number}}{0}?$$

Dejando$Q$ representar un posible cociente, obtenemos

Convirtiendo a la forma de multiplicación correspondiente, tenemos

$$(\text{any nonzero whole number}) = Q \times 0$$

Desde$Q \times 0 = 0$, (cualquier número entero distinto de cero) = 0. Pero esto es absurdo. Esto significaría eso$6 = 0$, o$37 = 0$. ¡Un número entero distinto de cero *no puede ser* igual a 0! Por lo tanto,

$$\frac{\text{any nonzero whole number}}{0}$$

no nombra un número

División por Cero es Indefinida
La división por cero no nombra un número. Es, por tanto, indefinido.

División por e Into Cero (Cero como Dividendo y Divisor: $\frac{0}{0}$)

Ahora tenemos curiosidad por el cero dividido por cero($\frac{0}{0}$). Si dejamos$Q$ representar un cociente potencial, obtenemos

$$\frac{0}{0} = Q \tag{5.2.1}$$

Conversión a la forma de multiplicación,

$$0 = Q \times 0 \tag{5.2.2}$$

Esto da como resultado

$$0 = 0 \tag{5.2.3}$$

Esta es una afirmación que es cierta independientemente del número utilizado en lugar de$Q$. Por ejemplo,

$$\frac{0}{0} = 5 \tag{5.2.4}$$

ya que$0 = 5 \times 0$.

$$\frac{0}{0} = 31 \tag{5.2.5}$$

ya que$0 = 31 \times 0$.

$$\frac{0}{0} = 286 \tag{5.2.6}$$

ya que$0 = 286 \times 0$.

No se puede determinar un cociente *único*.

Definición: Indeterminante

Dado que el resultado de las divisiones anteriores no es concluyente, decimos que $\frac{0}{0}$ es **indeterminante**.

Conjunto de Muestras B

Realizar, si es posible, cada división.

$\frac{19}{0}$. Dado que la división por 0 no nombra un número entero, no existe ningún cociente, y declaramos que no $\frac{19}{0}$ está definido

Conjunto de Muestras B

$0\overline{)14}$. Dado que la división por 0 no nombra un número definido, no existe ningún cociente, y declaramos que no $0\overline{)14}$ está definido

Conjunto de Muestras B

$9\overline{)0}$. Dado que la división en 0 por cualquier número entero distinto de cero resulta en 0, tenemos $\frac{0}{9\overline{)0}}$

Conjunto de Muestras B

$\frac{0}{7}$. Dado que la división en 0 por cualquier número entero distinto de cero resulta en 0, tenemos $\frac{0}{7} = 0$

Set de práctica B

Realizar, si es posible, las siguientes divisiones.

$\frac{5}{0}$

Contestar

undefined

Set de práctica B

$\frac{0}{4}$

Contestar

0

Set de práctica B

$0\overline{)0}$

Contestar

indeterminantes

Set de práctica B

$0\overline{)9}$

Contestar

undefined

Set de práctica B

$\frac{9}{0}$

Contestar

undefined

Set de práctica B

$\frac{0}{1}$

Contestar

0

Calculadoras

Las divisiones también se pueden realizar usando una calculadora.

Conjunto de Muestras C

Divide 24 por 3.

Solución

Lee en pantalla		
Tipo	24	24
Prensa	÷	24
Tipo	3	3
Prensa	=	8

La pantalla ahora dice 8, y concluimos que$24 \div 3 = 8$.

Conjunto de Muestras C

Divide 0 por 7.

Solución

Lee en pantalla		
Tipo	0	0
Prensa	÷	0
Tipo	7	7
Prensa	=	8

La pantalla ahora lee 0, y concluimos que$0 \div 7 = 0$.

Conjunto de Muestras C

Divide 7 por 0.

Dado que la división por cero no está definida, la calculadora debe registrar algún tipo de mensaje de error.

Solución

Lee en pantalla		
Tipo	7	7
Prensa	÷	7
Tipo	0	0
Prensa	=	Error

El mensaje de error indica que se intentó una operación indefinida, en este caso, división por cero.

Set de práctica C

Usa una calculadora para realizar cada división.

$35 \div 7$

Contestar

5

Set de práctica C

$56 \div 8$

Contestar

7

Set de práctica C

$0 \div 6$

Contestar

0

Set de práctica C

$3 \div 0$

Contestar

Un mensaje de error nos dice que esta operación es indefinida. El mensaje particular depende de la calculadora.

Set de práctica C

$0 \div 0$

Contestar

Un mensaje de error nos indica que esta operación no se puede realizar. Algunas calculadoras en realidad establecen$0 \div 0$ igual a 1. ¡Sabemos mejor! $0 \div 0$ es indeterminante.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, determinar los cocientes (si es posible). Puedes usar una calculadora para verificar el resultado.

Ejercicio5.2.1

$4\overline{)32}$

Contestar

8

Ejercicio5.2.2

$7\overline{)42}$

Ejercicio5.2.3

$6\overline{)18}$

Contestar

3

Ejercicio5.2.4

$2\overline{)14}$

Ejercicio5.2.5

$3\overline{)27}$

Contestar

9

Ejercicio5.2.6

$1\overline{)6}$

Ejercicio5.2.7

$4\overline{)28}$

Responder

7

Ejercicio5.2.8

$\frac{30}{5}$

Ejercicio 5.2.9

$\frac{16}{4}$

Responder

4

Ejercicio 5.2.10

$24 \div 8$

Ejercicio 5.2.11

$10 \div 2$

Responder

5

Ejercicio 5.2.12

$21 \div 7$

Ejercicio 5.2.13

$21 \div 3$

Responder

7

Ejercicio 5.2.14

$0 \div 6$

Ejercicio 5.2.15

$8 \div 0$

Responder

no definido

Ejercicio 5.2.16

$12 \div 4$

Ejercicio 5.2.17

$3\overline{)9}$

Responder

3

Ejercicio 5.2.18

$0\overline{)0}$

Ejercicio 5.2.19

$7\overline{)0}$

Responder

0

Ejercicio 5.2.20

$6\overline{)48}$

Ejercicio 5.2.21

$\frac{15}{3}$

Responder

5

Ejercicio 5.2.22

$\frac{35}{0}$

Ejercicio 5.2.23

$56 \div 7$

Responder

8

Ejercicio 5.2.24

$\frac{0}{9}$

Ejercicio 5.2.25

$72 \div 8$

Responder

9

Ejercicio 5.2.26

Escribir $\frac{16}{2} = 8$ usando tres notaciones diferentes.

Ejercicio5.2.27

Escribir $\frac{27}{9}=3$ usando tres notaciones diferentes.

Responder

$27\div 9=3;9\overline{)27}=3;\frac{27}{9}=3$

Ejercicio5.2.28

En el comunicado $\begin{array}{r}4\\ \hline 6)24\end{array}$

6 se llama el.

24 se llama el.

4 se llama el.

Ejercicio5.2.29

En el comunicado$56\div 8=7$.

7 se llama el.

8 se llama el.

56 se llama el.

Responder

7 es cociente; 8 es divisor; 56 es dividendo

Ejercicios para revisión

Ejercicio5.2.28

¿Cuál es el dígito más grande?

Ejercicio5.2.29

Encuentra la suma. $\begin{array}{r}8,006\\ +4,118\\ \hline\end{array}$

Responder

12,124

Ejercicio5.2.28

Encuentra la diferencia. $\begin{array}{r}631\\ -589\\ \hline\end{array}$

Ejercicio5.2.29

Utilice los números 2, 3 y 7 para ilustrar la propiedad asociativa de la suma.

Responder

$$(2+3)+7=2+(3+7)=12$$
$$5+7=2+10=12$$

Ejercicio 5.2.28

Encuentra el producto. $\begin{array}{r} 86 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$

This page titled 5.2: Conceptos de división de números enteros is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.3: División de Números Enteros

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de dividir un número entero por un divisor de uno o varios dígitos
- ser capaz de interpretar una declaración de calculadora de que una división da como resultado un resto

División con un Divisor de Dígito Único

Nuestra experiencia con la multiplicación de números enteros nos permite realizar tales divisiones como$75 \div 5$. Realizamos la división realizando la multiplicación correspondiente,$5 \times Q = 75$. Cada división que consideramos en [link] tenía un cociente de un dígito. Ahora consideraremos divisiones en las que el cociente puede constar de dos o más dígitos. Por ejemplo,$75 \div 5$.

Examinemos la división$75 \div 5$. Se nos pide determinar cuántos 5's están contenidos en 75. Abordaremos el problema de la siguiente manera.

1. Hacer una conjetura educada basada en la experiencia con la multiplicación.
2. Encuentra qué tan cerca está la estimación multiplicando la estimación por 5.
3. Si el producto obtenido en el paso 2 es menor a 75, averigua cuánto menos restándolo de 75.
4. Si el producto obtenido en el paso 2 es mayor a 75, disminuya la estimación hasta que el producto sea menor a 75. Disminuir la estimación tiene sentido porque no deseamos superar los 75.

Podemos sugerir a partir de esta discusión que el proceso de división consiste en

Los cuatro pasos en la división

1. una suposición educada
2. una multiplicación
3. una resta
4. bajando el siguiente dígito (si es necesario)

La conjetura educada se puede hacer determinando cuántas veces el divisor está contenido en el dividendo usando solo uno o dos dígitos del dividendo.

Conjunto de Muestras A

Encontrar$75 \div 5$.

Solución

$5\overline{)75}$Reescribe el problema usando un soporte de división.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5\overline{)75} \end{array}$$

Haz una conjetura educada señalando que uno 5 está contenido en 75 como máximo 10 veces.
Dado que 7 es el dígito de las decenas, estimamos que 5 entra en 75 como máximo 10 veces.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5\overline{)75} \\ \underline{-50} \\ 25 \end{array}$$

Ahora determina qué tan cerca está la estimación.
10 cincos es$10 \times 5 = 50$. Restar 50 de 75.
Estima el número de 5's en 25.
Hay exactamente 5 cincos en 25.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 10 \\ 5\overline{)75} \\ -50 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \text{10 fives + 5 fives = 15 fives.} \\ \text{There are 15 fives contained in 75.} \end{array}$$

Comprobar:

$$75 \stackrel{?}{=} 15 \times 5$$
$$75 \not\stackrel{?}{=} 75$$

Así,$75 \div 5 = 15$.

La notación en esta división se puede acortar por escrito.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 5\overline{)75} \\ -5\downarrow \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{Divide:} & \text{5 goes into 7 at most 1 time.} \\ \text{Multiply:} & 1 \times 5 = 5. \text{Write 5 below 7.} \\ \text{Subtract:} & 7 - 5 = 2. \text{Bring down the 5.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ll} \text{Divide:} & \text{5 goes into 25 exactly 5 times} \\ \text{Multiply:} & 5 \times 5 = 25. \text{Write 25 below 25.} \\ \text{Subtract:} & 25 - 25 = 0 \end{array}\right.$$

Conjunto de Muestras A

Encontrar$4,944 \div 8$.

Solución

$$8\overline{)4944}$$

Reescribe el problema usando un soporte de división.

$$\begin{array}{r} 600 \\ 8\overline{)4944} \\ \underline{-4800} \\ 144 \end{array}$$

8 entra en 49 como máximo 6 veces, y 9 está en la columna de cientos. Adivina 600.
Entonces,$8 \times 600 = 4800$.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 600 \\ 8\overline{)4944} \\ \underline{-4800} \\ 144 \\ \underline{-\ 80} \\ 64 \end{array}$$

8 entra en 14 como máximo 1 vez, y 4 está en la columna de decenas. Vamos a adivinar 10.

$$
\begin{array}{r}
8 \\
10 \\
600 \\
\hline
8\overline{)4944} \\
-4800 \\
\hline
144 \\
-\ 80 \\
\hline
64 \\
-64 \\
\hline
0
\end{array}
$$

8 entra en 64 exactamente 8 veces.
600 ochos + 10 ochos + 8 ochos = 618 ochos.

Comprobar:

$$4944 \stackrel{?}{=} 8 \times 618$$
$$4944 \stackrel{?}{=} 4944$$

Así, $4,944 \div 8 = 618$.

Al igual que en el primer problema, la notación en esta división se puede acortar eliminando los signos de resta y los ceros en cada conjetura educada.

$$
\begin{array}{r}
618 \\
8\overline{)4944} \\
48\downarrow \\
\hline
14 \\
8\downarrow \\
\hline
64 \\
64 \\
\hline
0
\end{array}
$$

$$\begin{cases} \text{Divide:} & 8 \text{ goes into } 49 \text{ at most } 6 \text{ times.} \\ \text{Multiply:} & 6 \times 8 = 48. \text{Write } 48 \text{ below } 49. \\ \text{Subtract:} & 49 - 48 = 1. \text{Bring down the } 4. \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Divide:} & 8 \text{ goes into } 14 \text{ at most } 1 \text{ time.} \\ \text{Multiply:} & 1 \times 8 = 8. \text{Write } 8 \text{ below } 14. \\ \text{Subtract:} & 14 - 8 = 6. \text{Bring down the } 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Divide:} & 8 \text{ goes into } 64 \text{ exactly } 8 \text{ times.} \\ \text{Multiply:} & 8 \times 8 = 64. \text{Write } 64 \text{ below } 64. \\ \text{Subtract:} & 64 - 64 = 0. \end{cases}$$

Nota

No todas las divisiones terminan en cero. Examinaremos dichas divisiones en una subsección posterior.

Conjunto de práctica A

Realizar las siguientes divisiones.

$126 \div 7$

Responder

18

Conjunto de práctica A

$324 \div 4$

Responder

81

Conjunto de práctica A

$2,559 \div 3$

Responder

853

Conjunto de práctica A

$5,645 \div 5$

Responder

1,129

Conjunto de práctica A

$757,125 \div 9$

Responder

84,125

División con un Divisor de Dígitos Múltiples

El proceso de división también funciona cuando el divisor consta de dos o más dígitos. Ahora hacemos conjeturas educadas usando el primer dígito del divisor y uno o dos dígitos del dividendo.

Conjunto de Muestras B

Encontrar$2,232 \div 36$.

Solución

$36\overline{)2232}$

Usa el primer dígito del divisor y los dos primeros dígitos del dividendo para hacer la conjetura educada.

3 entra en 22 como máximo 7 veces.

Prueba 7:$7 \times 36 = 252$ que es mayor que 223. Reducir la estimación.

Prueba 6:$6 \times 36 = 216$ que es menor a 223.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 36\overline{)\ 2232} \\ \underline{-216\downarrow} \\ 72 \end{array}$$

$\begin{array}{ll} \text{Multiply:} & 6 \times 36 = 216. \text{Write 216 below 223.} \\ \text{Subtract:} & 223 - 216 = 7. \text{Bring down the 2.} \end{array}$

Divide 3 en 7 para estimar el número de veces que 36 entra en 72. El 3 entra en 7 como máximo 2 veces.

Prueba 2:$2 \times 36 = 72$.

$$\begin{array}{r} 62 \\ 36\overline{)2232} \\ \underline{216\downarrow} \\ 72 \\ \underline{-72} \\ 0 \end{array}$$

Comprobar:

$$2232 \triangleq 36 \times 62$$
$$2232 \trianglelefteq 2232$$

Así$2,232 \div 36 = 62$.

Conjunto de Muestras B

Encontrar$2,417,228 \div 802$

Solución

$802\overline{)2417228}$

Primero, la conjetura educada:$24 \div 8 = 3$. Entonces$3 \times 802 = 2406$, que es menos de 2417. Usa 3 como suposición. Ya que $3 \times 802 = 2406$, y 2406 tiene cuatro dígitos, coloca el 3 por encima del cuarto dígito del dividendo.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 802\overline{)\ 2417228} \\ -2406\downarrow \\ \hline 112 \end{array}$$

Restar: 2417 - 2406 = 11.
Derribar el 2.

El divisor 802 entra en 112 como máximo 0 veces. Utilice 0.

$$\begin{array}{r} 30 \\ 802\overline{)\ 2417228} \\ -2406\downarrow\ \ \\ \hline 112\ \ \\ -0\downarrow \\ \hline 1122 \end{array}$$

Multiply:	$0 \times 802 = 0.$
Subtract:	$112 - 0 = 112.$
Bring down the 2.	

El 8 entra en 11 como máximo 1 vez, y$1 \times 802 = 802$, que es menor que 1122. Prueba 1.

$$\begin{array}{r} 301 \\ 802\overline{)\ 2417228} \\ -2406\downarrow\ \ \\ \hline 112\ \ \\ -0\downarrow\ \ \\ \hline 1122\ \ \\ -802\downarrow \\ \hline 3208 \end{array}$$

Restar 1122 - 802 = 320
Baje el 8.

8 entra en 32 como máximo 4 veces.

$4 \times 802 = 3208.$

Utilice 4.

$$\begin{array}{r} 3014 \\ 802\overline{)\ 2417228} \\ -2406\downarrow\ \ \\ \hline 112\ \ \\ -0\downarrow\ \ \\ \hline 1122\ \ \\ -802\downarrow \\ \hline 3208 \\ -3208 \\ \hline 0 \end{array}$$

Comprobar:

$2417228 \triangleq 3014 \times 802$
$2417228 \measuredangle 2417228$

Así,$2,417,228 \div 802 = 3,014$

Set de práctica B

Realizar las siguientes divisiones.

$1,376 \div 32$

Responder

43

Set de práctica B

$6,160 \div 55$

Responder

112

Set de práctica B

$18,605 \div 61$

Responder

305

Set de práctica B

$144,768 \div 48$

Responder

3,016

División con un Resto

Podríamos preguntarnos cuántas veces 4 está contenido en 10. Rendimientos repetidos de resta

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ 4 \\ \hline 6 \\ -4 \\ \hline 2 \end{array}$$

Dado que el resto es menor a 4, detenemos la resta. Así, 4 entra en 10 dos veces con 2 restantes. Podemos escribir esto como una división de la siguiente manera.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 4)10 \\ -\ 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

Divide:	4 goes into 10 at most 2 times.
Multiply:	$2 \times 4 = 8$.Write 8 below 0.
Subtract:	$10 - 8 = 2$.

$$\begin{array}{r} 2\text{R}2 \\ 4\overline{)\,10} \\ \underline{-8} \\ 2 \end{array} \text{o} 10 \div 4 = \underbrace{2\text{R}2}_{2 \text{ with remainder } 2}$$

Conjunto de Muestras C

Encontrar$85 \div 3$.

Solución

$$\begin{array}{r} 28 \\ 3\overline{)85} \\ \underline{6\downarrow} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} \text{Divide:} & 3 \text{ goes into } 8 \text{ at most } 2 \text{ times.} \\ \text{Multiply:} & 2 \times 3 = 6. \text{ Write } 6 \text{ below } 8. \\ \text{Subtract:} & 8 - 6 = 2. \text{ Bring down the } 5. \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Divide:} & 3 \text{ goes into } 25 \text{ at most } 8 \text{ times.} \\ \text{Multiply:} & 3 \times 8 = 24. \text{ Write } 24 \text{ below } 25. \\ \text{Subtract:} & 25 - 24 = 1 \end{cases}$$

Conjunto de Muestras C

Encontrar$726 \div 23$.

Solución

$$\begin{array}{r} 31 \\ 23\overline{)726} \\ \underline{69\downarrow} \\ 36 \\ \underline{23} \\ 13 \end{array}$$

Comprobar: Multiplica 31 por 23, luego agrega 13.

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times\ 23 \\ \hline 93 \\ 62 \\ \hline 713 \\ +\ 13 \\ \hline 726 \end{array}$$

Así,$726 \div 23 = 31R13$.

Set de práctica C

Realizar las siguientes divisiones.

$75 \div 4$

Responder

18 R3

Set de práctica C

$346 \div 8$

Responder

43 R2

Set de práctica C

$489 \div 21$

Responder

23 R6

Set de práctica C

$5,016 \div 82$

Responder

61 R14

Set de práctica C

$41,196 \div 67$

Responder

614 R58

Calculadoras

La calculadora puede ser útil para encontrar cocientes con divisores de uno y varios dígitos. Sin embargo, si la división debería resultar en un resto, la calculadora no puede proporcionarnos el valor particular del resto. Además, algunas calculadoras (la mayoría no científicas) son incapaces de realizar divisiones en las que uno de los números tiene más de ocho dígitos.

Conjunto de Muestras D

Usa una calculadora para realizar cada división.

$328 \div 8$.

Solución

Tipo	328
Prensa	÷
Tipo	8
Prensa	=

La pantalla ahora lee 41.

Conjunto de Muestras D

$53,136 \div 82$.

Solución

Tipo	53136
Prensa	÷
Tipo	82
Prensa	=

La pantalla ahora lee 648.

Conjunto de Muestras D

$730,019,001 \div 326$

Solución

Primero intentamos entrar 730,019,001 pero encontramos que solo podemos ingresar 73001900. Si nuestra calculadora solo tiene una pantalla de ocho dígitos (como lo hacen la mayoría de las calculadoras no científicas), no podremos usar la calculadora para realizar esta división.

Conjunto de Muestras D

$3727 \div 49$.

Solución

Tipo	3727
Prensa	÷
Tipo	49
Prensa	=

La pantalla ahora lee 76.061224.

Este número es un ejemplo de un número decimal (ver [enlace]). Cuando un número decimal da como resultado una división de calculadora, podemos concluir que la división produce un resto.

Set de Práctica D

Usa una calculadora para realizar cada división.

$3,330 \div 74$

Responder

45

Set de Práctica D

$63,365 \div 115$

Responder

551

Set de Práctica D

$21,996,385,287 \div 53$

Responder

Dado que el dividendo tiene más de ocho dígitos, esta división no se puede realizar en la mayoría de las calculadoras no científicas. En otros, la respuesta es 415,026,137.4

Set de Práctica D

$4,558 \div 67$

Responder

Esta división resulta en 68.02985075, un número decimal, y por lo tanto, no podemos, en este momento, encontrar el valor del resto. Posteriormente, discutiremos los números decimales.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, realizar las divisiones.

Los primeros 38 problemas se pueden verificar con una calculadora multiplicando el divisor y el cociente luego agregando el resto.

Ejercicio5.3.1

$52 \div 4$

Responder

13

Ejercicio5.3.2

$776 \div 8$

Ejercicio5.3.3

$603 \div 9$

Responder

67

Ejercicio5.3.4

$240 \div 8$

Ejercicio5.3.5

$208 \div 4$

Responder

52

Ejercicio5.3.6

$576 \div 6$

Ejercicio5.3.7

$21 \div 7$

Responder

3

Ejercicio 5.3.8

$0 \div 0$

Ejercicio 5.3.9

$140 \div 2$

Responder

70

Ejercicio 5.3.10

$528 \div 8$

Ejercicio 5.3.11

$244 \div 4$

Responder

61

Ejercicio 5.3.12

$0 \div 7$

Ejercicio 5.3.13

$177 \div 3$

Responder

59

Ejercicio 5.3.14

$96 \div 8$

Ejercicio 5.3.15

$67 \div 1$

Responder

67

Ejercicio 5.3.16

$896 \div 56$

Ejercicio 5.3.17

$1,044 \div 12$

Responder

87

Ejercicio 5.3.18

$988 \div 19$

Ejercicio 5.3.19

$5,238 \div 97$

Responder

54

Ejercicio 5.3.20

$2530 \div 55$

Ejercicio 5.3.21

$4,264 \div 82$

Responder

52

Ejercicio 5.3.22

$637 \div 13$

Ejercicio 5.3.23

$3,420 \div 90$

Responder

38

Ejercicio 5.3.24

$5,655 \div 87$

Ejercicio 5.3.25

$2,115 \div 47$

Responder

45

Ejercicio 5.3.26

$9,328 \div 22$

Ejercicio5.3.27

$55,167 \div 71$

Responder

777

Ejercicio5.3.28

$68,356 \div 92$

Ejercicio5.3.29

$27,702 \div 81$

Responder

342

Ejercicio5.3.30

$6,510 \div 31$

Ejercicio5.3.31

$60,536 \div 94$

Responder

644

Ejercicio5.3.32

$31,844 \div 38$

Ejercicio5.3.33

$23,985 \div 45$

Responder

533

Ejercicio5.3.34

$60,606 \div 74$

Ejercicio5.3.35

$2,975,400 \div 285$

Responder

10,440

Ejercicio 5.3.36

$1,389,660 \div 795$

Ejercicio 5.3.37

$7,162,060 \div 879$

Contestar

8,147 resto 847

Ejercicio 5.3.38

$7,561,060 \div 909$

Ejercicio 5.3.39

$38 \div 9$

Contestar

4 resto 2

Ejercicio 5.3.40

$97 \div 4$

Ejercicio 5.3.41

$199 \div 3$

Contestar

66 resto 1

Ejercicio 5.3.42

$573 \div 6$

Ejercicio 5.3.43

$10,701 \div 13$

Contestar

823 resto 2

Ejercicio 5.3.44

$13,521 \div 53$

Ejercicio 5.3.45

$3,628 \div 90$

Contestar

40 resto 28

Ejercicio 5.3.46

$10,592 \div 43$

Ejercicio 5.3.47

$19,965 \div 30$

Contestar

665 resto 15

Ejercicio 5.3.48

$8,320 \div 21$

Ejercicio 5.3.49

$61,282 \div 64$

Contestar

957 resto 34

Ejercicio 5.3.50

$1,030 \div 28$

Ejercicio 5.3.51

$7,319 \div 11$

Contestar

665 resto 4

Ejercicio 5.3.52

$3,628 \div 90$

Ejercicio 5.3.53

$35,279 \div 77$

Contestar

458 resto 13

Ejercicio 5.3.54

$52,196 \div 68$

Ejercicio5.3.55

$67,751 \div 68$

Contestar

996 resto 23

Para los siguientes 5 problemas, use una calculadora para encontrar los cocientes.

Ejercicio5.3.56

$4,346 \div 53$

Ejercicio5.3.57

$3,234 \div 77$

Contestar

42

Ejercicio5.3.58

$6,771 \div 37$

Ejercicio5.3.59

$4,272,320 \div 520$

Contestar

8.216

Ejercicio5.3.60

$7,558,110 \div 651$

Ejercicio5.3.61

A un instructor de matemáticas en una preparatoria se le paga $17,775 por 9 meses. ¿Cuánto dinero gana este instructor cada mes?

Contestar

$1,975 al mes

Ejercicio5.3.62

Una pareja paga $4,380 al año por un departamento de una habitación. ¿Cuánto paga esta pareja cada mes por este departamento?

Ejercicio5.3.63

Treinta y seis personas invierten un total de $17,460 en una acción en particular. Si cada uno invirtió la misma cantidad, ¿cuánto invirtió cada persona?

Contestar

$485 cada persona invirtió

Ejercicio5.3.64

Cada uno de los 28 alumnos de una clase de matemáticas compra un libro de texto. Si la librería vende libros por valor de 644 dólares, ¿cuál es el precio de cada libro?

Ejercicio5.3.65

Cierta marca de refrigerador tiene una máquina automática de cubitos de hielo que fabrica 336 cubitos de hielo en un día. Si la máquina de hielo fabrica cubitos de hielo a un ritmo constante, ¿cuántos cubitos de hielo hace cada hora?

Contestar

14 cubos por hora

Ejercicio5.3.66

Un fabricante de cerveza embotella 52,380 onzas de cerveza cada hora. Si cada botella contiene la misma cantidad de onzas de cerveza, y el fabricante llena 4,365 botellas por hora, ¿cuántas onzas de cerveza contiene cada botella?

Ejercicio5.3.67

Un programa de computadora consta de 68,112 bits. 68,112 bits equivale a 8,514 bytes. ¿Cuántos bits en un byte?

Contestar

8 bits en cada byte

Ejercicio5.3.68

Un edificio de 26 pisos en San Francisco cuenta con un total de 416 oficinas. Si cada piso tiene el mismo número de oficinas, ¿cuántos pisos tiene este edificio?

Ejercicio5.3.69

Un colegio cuenta con 67 aulas y un total de 2,546 escritorios. ¿Cuántos escritorios hay en cada aula si cada aula tiene el mismo número de escritorios?

Contestar

38

Ejercicios para la revisión

Ejercicio5.3.70

¿Cuál es el valor de 4 en el número 124,621?

Ejercicio5.3.71

Ronda 604,092 a los cien mil más cercanos.

Contestar

600,000

Ejercicio 5.3.72

¿Qué número entero es la identidad aditiva?

Ejercicio 5.3.73

Encuentra el producto. $6,256 \times 100$.

Contestar

625.600

Ejercicio 5.3.74

Encuentra el cociente. $0 \div 11$

This page titled 5.3: División de Números Enteros is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.4: Algunos datos interesantes sobre la división

Algunos Datos Interesantes sobre la División

- ser capaz de reconocer un número entero que sea divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 o 10

División por 2, 3, 4 y 5

Definición: División por 2

Un número entero es **divisible por 2** si su *último dígito* es 0, 2, 4, 6 u 8.

Los números 80, 112, 64, 326 y 1,008 son todos divisibles por 2 ya que el último dígito de cada uno es 0, 2, 4, 6 u 8, respectivamente.

Los números 85 y 731 *no* son divisibles por 2.

Definición: División por 3

Un número entero es **divisible por 3** si la *suma de sus dígitos* es divisible por 3.

El número 432 es divisible por 3 ya que 4 + 3 + 2 = 9 y 9 es divisible por 3.

$432 \div 3 = 144$

El número 25 *no* es divisible por 3 desde entonces$2 + 5 = 7$, y 7 no es divisible por 3.

Definición: División por 4

Un número entero es **divisible por 4** si sus *dos últimos dígitos* forman un número que es divisible por 4.

El número 31.048 es divisible por 4 ya que los dos últimos dígitos, 4 y 8, forman un número, 48, que es divisible por 4.

$31048 \div 4 = 7262$

El número 137 no es divisible por 4 ya que 37 no es divisible por 4.

Definición: División por 5

Un número entero es **divisible por 5** si su *último dígito* es 0 o 5.

Conjunto de Muestras A

Los números 65, 110, 8.030 y 16.955 son divisibles cada uno por 5 ya que el último dígito de cada uno es 0 o 5.

Conjunto de práctica A

Indique cuáles de los siguientes números enteros son divisibles por 2, 3, 4 o 5. Un número puede ser divisible por más de un número.

26

Contestar

2

Conjunto de práctica A

81

Contestar

3

Conjunto de práctica A

51

Contestar

3

Conjunto de práctica A

385

Contestar

5

Conjunto de práctica A

6,112

Contestar

2, 4

Conjunto de práctica A

470

Contestar

2, 5

Conjunto de práctica A

113,154

Contestar

2, 3

División por 6, 8, 9, 10

Definición: División por 6

Un número es **divisible por 6** si es divisible *tanto por 2 como* por 3.

El número 234 es divisible por 2 ya que su último dígito es 4. También es divisible por 3 ya que 2 + 3 + 4 = 9 y 9 es divisible por 3. Por lo tanto, 234 es divisible por 6.

El número 6.532 *no* es divisible por 6. Si bien su último dígito es 2, haciéndola divisible por 2, la suma de sus dígitos, 6 + 5 + 3 + 2 = 16, y 16 no es divisible por 3.

Definición: División por 8

Un número entero es **divisible por 8** si sus *últimos tres dígitos* forman un número que es divisible por 8.

El número 4.000 es divisible por 8 ya que 000 es divisible por 8.
El número 13.128 es divisible por 8 ya que 128 es divisible por 8.
El número 1.170 *no* es divisible por 8 ya que 170 no es divisible por 8.

Definición: División por 9

Un número entero es **divisible por 9** si la *suma de sus dígitos* es divisible por 9.

El número 702 es divisible por 9 ya que 7 + 0 + 2 es divisible por 9.
El número 6588 es divisible por 9 ya que 6 + 5 + 8 + 8 = 27 es divisible por 9.
El número 14.123 *no* es divisible por 9 ya que 1 + 4 + 1 + 2 + 3 = 11 no es divisible por 9.

Definición: División por 10

Un número entero es **divisible por 10** si su *último dígito* es 0.

Conjunto de Muestras B

Los números 30, 170, 16.240 y 865.000 son todos divisibles por 10.

Set de práctica B

Indique cuáles de los siguientes números enteros son divisibles 6, 8, 9 o 10. Algunos números pueden ser divisibles por más de un número.

900

Contestar

6, 9, 10

Set de práctica B

6,402

Contestar

6

Set de práctica B

6,660

Contestar

6, 9, 10

Set de práctica B

55,116

Contestar

6, 9

Ejercicios

Para los siguientes 30 problemas, especifique si el número entero es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 o 10. Escribe “ninguno” si el número no es divisible por ningún dígito que no sea 1. Algunos números pueden ser divisibles por más de un número.

Ejercicio 5.4.1

48

Contestar

2, 3, 4, 6, 8

Ejercicio 5.4.2

85

Ejercicio 5.4.3

30

Contestar

2, 3, 5, 6, 10

Ejercicio 5.4.4

83

Ejercicio 5.4.5

98

Contestar

2

Ejercicio 5.4.6

972

Ejercicio 5.4.7

892

Contestar

2, 4

Ejercicio 5.4.8

676

Ejercicio 5.4.9

903

Contestar

3

Ejercicio5.4.10

800

Ejercicio5.4.11

223

Contestar

ninguno

Ejercicio5.4.12

836

Ejercicio5.4.13

665

Contestar

5

Ejercicio5.4.14

4,381

Ejercicio5.4.15

2,195

Contestar

5

Ejercicio5.4.16

2,544

Ejercicio5.4.17

5,172

Contestar

2, 3, 4, 6

Ejercicio5.4.18

1,307

Ejercicio5.4.19

1,050

Contestar

2, 3, 5, 6, 10

Ejercicio5.4.20

3,898

Ejercicio5.4.21

1,621

Contestar

ninguno

Ejercicio5.4.22

27,808

Ejercicio5.4.23

45,764

Contestar

2, 4

Ejercicio5.4.24

49,198

Ejercicio5.4.25

296,122

Contestar

2

Ejercicio5.4.26

178,656

Ejercicio5.4.27

5,102,417

Contestar

ninguno

Ejercicio5.4.28

16,990,792

Ejercicio5.4.29

620,157,659

Contestar

ninguno

Ejercicio5.4.30

457,687,705

Ejercicios para la revisión

Ejercicio5.4.31

En el número 412, ¿cuántas decenas hay?

Contestar

1

Ejercicio5.4.32

Restar 613 de 810.

Ejercicio5.4.33

Agrega 35, 16 y 7 de dos maneras diferentes.

Contestar

(35 + 16) + 7 = 51 + 7 = 58
(35 + (16 + 7) = 35 + 23 = 58

Ejercicio5.4.34

Encuentra el cociente$35 \div 0$, si existe.

Ejercicio5.4.35

Encuentra el cociente. $3654 \div 42$.

Contestar

87

This page titled 5.4: Algunos datos interesantes sobre la división is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.5: Propiedades de la Multiplicación

Propiedades de la Multiplicación

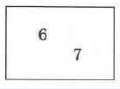
- comprender y apreciar las propiedades conmutativas y asociativas de la multiplicación
- entender por qué 1 es la identidad multiplicativa

La propiedad conmutativa de la multiplicación

Propiedad conmutativa de la **multiplicación**
El producto de dos números enteros es el mismo independientemente del orden de los factores.

Conjunto de Muestras A

Multiplica los dos números enteros.



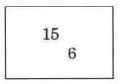
Solución

$6 \cdot 7 = 42$
$7 \cdot 6 = 42$

Los números 6 y 7 se pueden multiplicar en cualquier orden. Independientemente del orden en que se multipliquen, el producto es 42.

Conjunto de práctica A

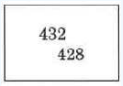
Utilice la propiedad conmutativa de la multiplicación para encontrar los productos de dos maneras.



Contestar

$15 \cdot 6 = 90 y 6 \cdot 15 = 90$

Conjunto de práctica A



Contestar

$432 \cdot 428 = 184,896 y 428 \cdot 432 = 184,896$

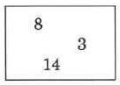
La propiedad asociativa de la multiplicación

Propiedad Asociativa de Multiplicación
Si se multiplican tres números enteros, el producto será el mismo si los dos primeros se multiplican primero y luego ese producto se multiplica por el tercero, o si los dos segundos se multiplican primero y ese producto se multiplica por el primero. Obsérvese que se mantiene el orden de los factores.

Es una práctica matemática común *usar paréntesis* para mostrar qué par de números se va a combinar primero.

Conjunto de Muestras B

Multiplicar los números enteros.

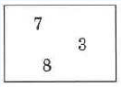


Solución

$(8 \cdot 3) \cdot 14 = 24 \cdot 14 = 336$
$8 \cdot (3 \cdot 14) = 8 \cdot 42 = 336$

Set de práctica B

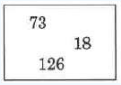
Utilice la propiedad asociativa de la multiplicación para encontrar los productos de dos maneras.



Contestar

168

Set de práctica B



Responder

165,564

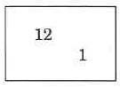
La Identidad Multiplicativa

Definición: La identidad de multiplicación es 1

El número entero 1 se llama la **identidad multiplicativa**, ya que no se cambia ningún número entero multiplicado por 1.

Conjunto de Muestras C

Multiplicar los números enteros.

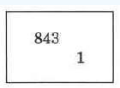


Solución

$12 \cdot 1 = 12$
$1 \cdot 12 = 12$

Set de práctica C

Multiplicar los números enteros.



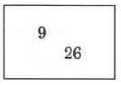
Responder

843

Ejercicios

Para los siguientes problemas, multiplique los números.

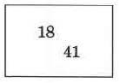
Ejercicio5.5.1



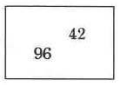
Responder

234

Ejercicio5.5.2



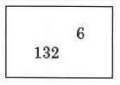
Ejercicio5.5.3



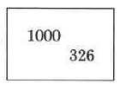
Responder

4,032

Ejercicio5.5.4



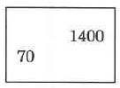
Ejercicio5.5.5



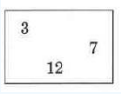
Responder

326,000

Ejercicio5.5.6



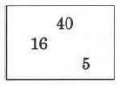
Ejercicio5.5.7



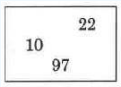
Responder

252

Ejercicio5.5.8



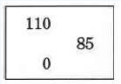
Ejercicio5.5.9



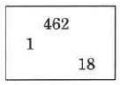
Responder

21,340

Ejercicio5.5.10



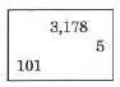
Ejercicio5.5.11



Responder

8,316

Ejercicio5.5.12



Para los siguientes 4 problemas, mostrar que las cantidades rinden los mismos productos al realizar las multiplicaciones.

Ejercicio5.5.13

$(4 \cdot 8) \cdot 2 \, \text{y} 4 \cdot (8 \cdot 2)$

Responder

$32 \cdot 2 = 64 = 4 \cdot 16$

Ejercicio5.5.14

$(100 \cdot 62) \cdot 4 y 100 \cdot (62 \cdot 4)$

Ejercicio5.5.15

$23 \cdot (11 \cdot 106) y (23 \cdot 11) \cdot 106$

Responder

$23 \cdot 1,166 = 26,818 = 253 \cdot 106$

Ejercicio5.5.16

$1 \cdot (5 \cdot 2)\, y (1 \cdot 5) \cdot 2$

Ejercicio5.5.17

El hecho de que

$(\text{a first number } \cdot \text{ a second number}) \cdot \text{a third number} = \text{a first number} \cdot (\text{second number } \cdot \text{ a third number})$

un ejemplo de la propiedad de la multiplicación.

Responder

asociativo

Ejercicio5.5.18

El hecho de que$1 \cdot \text{ any number} = \text{that particular number}$ sea un ejemplo de la propiedad de la multiplicación.

Ejercicio5.5.19

Utilice los números 7 y 9 para ilustrar la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Responder

$7 \cdot 9 = 63 = 9 \cdot 7$

Ejercicio5.5.20

Utilice los números 6, 4 y 7 para ilustrar la propiedad asociativa de la multiplicación.

Ejercicios para revisión

Ejercicio5.5.21

En el número 84,526,098,441, ¿cuántos millones hay?

Responder

6

Ejercicio 5.5.22

Reemplazar la letra m por el número entero que haga verdadera la suma.

$$\begin{array}{r} 85 \\ +\ m \\ \hline 97 \end{array}$$

Ejercicio 5.5.23

Utilice los números 4 y 15 para ilustrar la propiedad conmutativa de la suma.

Responder

$4+15=19$
$15+4=19$

Ejercicio 5.5.24

Encuentra el producto. $8,000,000 \times 1,000$

Ejercicio 5.5.25

Especifique cuál de los dígitos 2, 3, 4, 5, 6, 8,10 son divisores del número 2.

Responder

2, 3, 4, 6

This page titled 5.5: Propiedades de la Multiplicación is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.6: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Multiplicación La
multiplicación es una descripción de la adición repetida.

$$\underbrace{7+7+7+7}_{7 \text{ appears } 4 \text{ times}}$$

Esta expresión se describe por escrito4×7.

Multiplicador/Multiplicador/Producto
En una multiplicación de números enteros, el agregado repetido se llama **multiplicando**, y el número que registra el número de veces que se usa el multiplicando es el **multiplicador**. El resultado de la multiplicación es el **producto**.

Factores
En una multiplicación, los números que se multiplican también se denominan **factores**. Así, el multiplicando y el multiplicador pueden llamarse factores.

División
División es una descripción de la resta repetida.

Dividendo/divisor/cociente
En una división, el número dividido en se llama **dividendo**, y el número que divide en el dividendo se llama **divisor**. El resultado de la división se llama **cociente**.

$$\begin{array}{r} \text{quotient} \\ \text{divisor}\overline{)\text{dividend}} \end{array}$$

La división en
Cero Cero dividido por cualquier número entero distinto de cero es cero.

División por Cero

División por cero no nombra un número entero. Es, por tanto, indefinido. El cociente$\frac{0}{0}$ es indeterminante.

División por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 La
división por los números enteros 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10 se puede determinar señalando algunas propiedades determinadas del número entero particular.

Propiedad conmutativa de la multiplicación
El producto de dos números enteros es el mismo independientemente del orden de los factores. $3 \times 5 = 5 \times 3$

Propiedad asociativa de la multiplicación
Si se van a multiplicar tres números enteros, el producto será el mismo si los dos primeros se multiplican primero y luego ese producto se multiplica por el tercero, o si los dos segundos se multiplican primero y luego ese producto se multiplica por la primera.
$(3 \times 5) \times 2 = 3 \times (5 \times 2)$
Tenga en cuenta que se mantiene el orden de los factores.

Identidad Multiplicativa
El número entero 1 se llama la **identidad multiplicativa** ya que no se cambia ningún número entero multiplicado por 1.
$4 \times 1 = 4$
$1 \times 4 = 4$

This page titled 5.6: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.7: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Multiplicación de números enteros

Ejercicio5.7.1

En la multiplicación$5 \times 9 = 45$, se llaman 5 y 9 y 45 se llama el.

Contestar

factores; producto

Ejercicio5.7.2

En la multiplicación$4 \times 8 = 32$, se llaman 4 y 8 y 32 se llama el.

Conceptos de división de números enteros

Ejercicio5.7.3

En la división$24 \div 6 = 4$, 6 se llama el, y 4 se llama el.

Contestar

divisor; cociente

Ejercicio5.7.4

En la división$36 \div 2 = 18$, 2 se llama el, y 18 se llama el.

Algunos Datos Interesantes sobre la División

Ejercicio5.7.5

Un número es divisible por 2 solo si su último dígito es.

Contestar

un dígito par (0, 2, 4, 6 u 8)

Ejercicio5.7.6

Un número es divisible por 3 solo si de sus dígitos es divisible por 3.

Ejercicio5.7.7

Un número es divisible por 4 solo si los dos dígitos más a la derecha forman un número que es.

Contestar

divisible por 4

Multiplicación y división de números enteros ([link], [link])

Encuentra cada producto o cociente.

Ejercicio 5.7.8

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.9

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

112

Ejercicio 5.7.10

$21 \div 7$

Ejercicio 5.7.11

$35 \div 5$

Contestar

7

Ejercicio 5.7.12

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.13

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

3,045

Ejercicio 5.7.14

$$\begin{array}{r} 117 \\ \times 42 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.15

$208 \div 52$

Contestar

4

Ejercicio 5.7.16

$$\begin{array}{r} 521 \\ \times\ 87 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.17

$$\begin{array}{r} 1005 \\ \times\ 15 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

15.075

Ejercicio 5.7.18

$1338 \div 446$

Ejercicio 5.7.19

$2814 \div 201$

Contestar

14

Ejercicio 5.7.20

$$\begin{array}{r} 5521 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.21

$$\begin{array}{r} 6016 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

42,112

Ejercicio 5.7.22

$576 \div 24$

Ejercicio 5.7.23

$3969 \div 63$

Contestar

63

Ejercicio 5.7.24

$$\begin{array}{r} 5482 \\ \times\ 322 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.25

$$\begin{array}{r} 9104 \\ \times\ 115 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

1,046,960

Ejercicio 5.7.26

$$\begin{array}{r} 6102 \\ \times 1000 \\ \hline \end{array}$$

Ejercicio 5.7.27

$$\begin{array}{r} 10101 \\ \times 100000 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

101,010,000

Ejercicio 5.7.28

$162,006 \div 31$

Ejercicio 5.7.29

$0 \div 25$

Contestar

0

Ejercicio 5.7.30

$25 \div 0$

Ejercicio 5.7.31

$4280 \div 10$

Contestar

428

Ejercicio 5.7.32

$2126000 \div 100$

Ejercicio 5.7.33

$84 \div 15$

Contestar

5 resto 9

Ejercicio 5.7.34

$126 \div 4$

Ejercicio 5.7.35

$424 \div 0$

Contestar

no definido

Ejercicio 5.7.36

$1198 \div 46$

Ejercicio 5.7.37

$995 \div 31$

Contestar

32 resto 3

Ejercicio 5.7.38

$0 \div 18$

Ejercicio 5.7.39

$$\begin{array}{r} 2162 \\ \times 1421 \\ \hline \end{array}$$

Contestar

3,072,202

Ejercicio 5.7.40

0×0

Ejercicio5.7.41

5×0

Contestar

0

Ejercicio5.7.42

64×1

Ejercicio5.7.43

1×0

Contestar

0

Ejercicio5.7.44

$0 \div 3$

Ejercicio5.7.45

$14 \div 0$

Contestar

no definido

Ejercicio5.7.46

$35 \div 1$

Ejercicio5.7.47

$1 \div 1$

Contestar

1

Propiedades de la Multiplicación

Ejercicio5.7.48

Utilice la propiedad conmutativa de la multiplicación para reescribir36×128.

Ejercicio5.7.49

Utilice la propiedad conmutativa de la multiplicación para reescribir114×226.

Contestar

226×114

Ejercicio5.7.50

Utilice la propiedad asociativa de la multiplicación para reescribir$(5 \cdot 4) \cdot 8$.

Ejercicio5.7.51

Utilice la propiedad asociativa de la multiplicación para reescribir$16 \cdot (14 \cdot 0)$.

Contestar

$(16 \cdot 14) \cdot 0$

Multiplicación y división de números enteros ([link], [link])

Ejercicio5.7.52

Una tienda de informática está vendiendo disquetes por $4 cada uno. A este precio, ¿cuánto costarían 15 disquetes?

Ejercicio5.7.53

La luz recorre 186.000 millas en un segundo. ¿Qué tan lejos viaja la luz en 23 segundos?

Contestar

4,278,000

Ejercicio5.7.54

Una factura de cena para ocho personas llega exactamente a 112 dólares. ¿Cuánto debe pagar cada persona si todos están de acuerdo en dividir la cuenta por partes iguales?

Ejercicio5.7.55

Cada uno de los 33 alumnos de una clase de matemáticas compra un libro de texto. Si la librería vende libros por valor de $1089, ¿cuál es el precio de cada libro?

Contestar

$33

This page titled 5.7: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

5.8: Examen de Aptitud

Ejercicio5.8.1

En la multiplicación de$8 \times 7 = 56$, ¿cuáles son los nombres que se le dan al 8 y al 7 y al 56?

Contestar

8 y 7 son factores; 56 es el producto

Ejercicio5.8.2

La multiplicación es una descripción de qué proceso repetido?

Contestar

Adición

Ejercicio5.8.3

En la división$12 \div 3 = 4$, ¿cuáles son los nombres que se le dan al 3 y al 4?

Contestar

3 es el divisor; 4 es el cociente

Ejercicio5.8.4

Nombra los dígitos en los que un número debe terminar para ser divisible por 2.

Contestar

0, 2, 4, 6 u 8

Ejercicio5.8.5

Nombra la propiedad de multiplicación que establece que el orden de los factores en una multiplicación se puede cambiar sin cambiar el producto.

Contestar

conmutativo

Ejercicio5.8.6

¿Qué número se llama la identidad multiplicativa?

Contestar

1

Para problemas 7-17, encuentra el producto o cociente.

Ejercicio 5.8.7

14×6

Contestar

84

Ejercicio 5.8.8

37×0

Contestar

0

Ejercicio 5.8.9

352×1000

Contestar

352,000

Ejercicio 5.8.10

5986×70

Contestar

419.020

Ejercicio 5.8.11

12×12

Contestar

144

Ejercicio 5.8.12

$856 \div 0$

Contestar

no definido

Ejercicio 5.8.13

$0 \div 8$

Contestar

0

Ejercicio5.8.14

$136 \div 8$

Contestar

17

Ejercicio5.8.15

$432 \div 24$

Contestar

18

Ejercicio5.8.16

$5286 \div 37$

Contestar

142 resto 32

Ejercicio5.8.17

211×1

Contestar

211

Para problemas 18-20, use los números 216, 1,005 y 640.

Ejercicio5.8.18

¿Qué números son divisibles por 3?

Contestar

216; 1,005

Ejercicio5.8.19

¿Qué número es divisible por 4?

Contestar

216; 640

Ejercicio5.8.20

¿Qué número (s) es divisible por 5?

Contestar

1,005; 640

This page titled 5.8: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

CHAPTER OVERVIEW

6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros

6.1: Exponentes y Raíces
6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones
6.3: Factorización de números naturales primos
6.4: El mayor factor común
6.5: El múltiplo menos común
6.6: Resumen de conceptos clave
6.7: Suplemento de ejercicio
6.8: Examen de Aptitud

This page titled 6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.1: Exponentes y Raíces

Objetivos de aprendizaje

- entender y ser capaz de leer la notación exponencial
- entender el concepto de raíz y ser capaz de leer la notación raíz
- poder usar una calculadora que tenga lay^x clave para determinar una raíz

Notación exponencial

Definición: Notación exponencial

Hemos observado que la multiplicación es una descripción de la adición repetida. **La notación exponencial** es una descripción de la multiplicación repetida.

Supongamos que tenemos la multiplicación repetida

$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

Definición: Exponente

El factor 8 se repite 5 veces. La notación exponencial utiliza un *superíndice* para el número de veces que se repite el factor. El superíndice se coloca sobre el factor repetido,8^5, en este caso. Al superíndice se le llama **exponente**.

Definición: La función de un exponente

Un **exponente** registra el número de factores idénticos que se repiten en una multiplicación.

Conjunto de Muestras A

Escribe la siguiente multiplicación usando exponentes.

$3 \cdot 3$. Como el factor 3 aparece 2 veces, registramos esto como

Solución

3^2

Conjunto de Muestras A

$62 \cdot 62 \cdot 62 \cdot 62 \cdot 62 \cdot 62 \cdot 62 \cdot 62 \cdot 62$. Como el factor 62 aparece 9 veces, registramos esto como

Solución

62^9

Expandir (escribir sin exponentes) cada número.

Conjunto de Muestras A

12^4. El exponente 4 está registrando 4 factores de 12 en una multiplicación. Por lo tanto,

Solución

$12^4 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12$

Conjunto de Muestras A

706^3. El exponente 3 está registrando 3 factores de 706 en una multiplicación. Por lo tanto,

Solución

$706^3 = 706 \cdot 706 \cdot 706$

Conjunto de práctica A

Escribe lo siguiente usando exponentes.

$37 \cdot 37$

Contestar

37^2

Conjunto de práctica A

$16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16$

Contestar

16^5

Conjunto de práctica A

$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

Contestar

9^{10}

Escribe cada número sin exponentes.

Conjunto de práctica A

85^3

Contestar

$85 \cdot 85 \cdot 85$

Conjunto de práctica A

4^7

Contestar

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

Conjunto de práctica A

$1,739^2$

Contestar

$1,739 \cdot 1,739$

Lectura de Notación Exponencial

En un número como8^5.

La base
8 se llama la **base**.

Exponente, Poder
5 se llama el **exponente**, o **poder**. 8^5se lee como “ocho al quinto poder”, o más simplemente como “ocho al quinto”, o “el quinto

poder de ocho".

Al **cuadrado** Cuando se eleva un número entero a la segunda potencia, se dice que está al **cuadrado**. El número5^2 se puede leer como

5 a la segunda potencia, o
5 a la segunda, o
5 al cuadrado.

Cubicado
Cuando se eleva un número entero a la tercera potencia, se dice que está en **cubos**. El número5^3 se puede leer como

5 a la tercera potencia, o
5 a la tercera, o
5 cubos.

Cuando se eleva un número entero a la potencia de 4 o superior, simplemente decimos que ese número se eleva a esa potencia en particular. El número5^8 se puede leer como

5 a la octava potencia, o apenas
5 a la octava.

Raíces

En el idioma inglés, la palabra "raíz" puede significar una fuente de algo. En términos matemáticos, se utiliza la palabra "raíz" para indicar que un número es la fuente de otro número a través de multiplicación repetida.

Raíz cuadrada
Sabemos que$49 = 7^2$, es decir,$49 = 7 \cdot 7$. A través de la multiplicación repetida, 7 es la fuente de 49. Así, 7 es una raíz de 49. Dado que dos 7's deben multiplicarse juntos para producir 49, al 7 se le llama la segunda o **raíz cuadrada** de 49.

Raíz cúbica
Sabemos que$8 = 2^3$, es decir,$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$. A través de la multiplicación repetida, 2 es la fuente de 8. Así, 2 es una raíz de 8. Dado que tres 2's deben multiplicarse juntos para producir 8, 2 se llama la tercera o **raíz cúbica** de 8.

Podemos continuar de esta manera para ver raíces como las cuartas raíces, las quintas raíces, las sextas raíces, y así sucesivamente.

Lectura de Notación Raíz

Hay un símbolo que se utiliza para indicar las raíces de un número. Se llama el signo radical$\sqrt[n]{}$

El Signo Radical$\sqrt[n]{}$

El símbolo$\sqrt[n]{}$ se llama **signo radical** e indica la enésima raíz de un número.

Se discuten *raíces particulares* usando el signo radical de la siguiente manera:

Raíz cuadrada
$\sqrt[2]{\text{number}}$ indica la **raíz cuadrada** del número bajo el signo radical. Se acostumbra dejar caer el 2 en el signo radical cuando se habla de raíces cuadradas. Se entiende$\sqrt{}$ que el símbolo es el signo radical de raíz cuadrada.
$\sqrt{49} = 7$ desde$7 \cdot 7 = 7^2 = 49$

Raíz cúbica
$\sqrt[3]{\text{number}}$ indica la **raíz cúbica** del número bajo el signo radical.
$\sqrt[3]{8} = 2$ desde$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$

Cuarta Raíz
$\sqrt[4]{\text{number}}$ indica la **cuarta raíz** del número bajo el signo radical.
$\sqrt[4]{81} = 3$ ya que$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$
en una expresión como$\sqrt[5]{32}$

Signo Radical

$\sqrt{}$ se llama el **signo radical**.

El índice

5 se llama **índice**. (El índice describe la raíz indicada.)

Radicand

32 se llama el **radicando**.

Radical

$\sqrt[5]{32}$ se llama **radical** (o expresión radical).

Conjunto de Muestras B

Encuentra cada raíz.

$\sqrt{25}$Para determinar la raíz cuadrada de 25, preguntamos: "¿Qué número entero al cuadrado equivale a 25?" Por nuestra experiencia con la multiplicación, sabemos que este número es 5. Por lo tanto,

Solución

$\sqrt{25}=5$

Comprobar:$5 \cdot 5=5^2=25$

Conjunto de Muestras B

$\sqrt[5]{32}$Para determinar la quinta raíz de 32, nos preguntamos: "¿Qué número entero elevado a la quinta potencia equivale a 32?" Este número es 2.

Solución

$\sqrt[5]{32}=2$

Comprobar:$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^5=32$

Set de práctica B

Encuentra las siguientes raíces utilizando sólo un conocimiento de la multiplicación.

$\sqrt{64}$

Contestar

8

Set de práctica B

$\sqrt{100}$

Contestar

10

Set de práctica B

$\sqrt[3]{64}$

Contestar

4

Set de práctica B

$\sqrt[6]{64}$

Contestar

2

Calculadoras

Las calculadoras con las$1/x$claves$\sqrt{x}y^x$,, y se pueden utilizar para encontrar o aproximar raíces.

Conjunto de Muestras C

Usa la calculadora para encontrar$\sqrt{121}$

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	121	121
Prensa	$\sqrt{x}$	11

Conjunto de Muestras C

Encuentra$\sqrt[7]{2187}$.

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	2187	2187
Prensa	y^x	2187
Tipo	7	7
Prensa	$1/x$	.14285714
Prensa	=	3

$\sqrt[3]{2187} = 3$(lo que significa que$3^7 = 2187$)

Set de práctica C

Usa una calculadora para encontrar las siguientes raíces.

$\sqrt[3]{729}$

Contestar

9

Set de práctica C

$\sqrt[4]{8503056}$

Contestar

54

Set de práctica C

$\sqrt{53361}$

Contestar

231

Set de práctica C

$\sqrt[12]{16777216}$

Contestar

4

Ejercicios

Para los siguientes problemas, escriba las expresiones usando notación exponencial.

Ejercicio6.1.1

$4 \cdot 4$

Contestar

4^2

Ejercicio6.1.2

$12 \cdot 12$

Ejercicio6.1.3

$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

Contestar

9^4

Ejercicio6.1.4

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

Ejercicio6.1.5

$826 \cdot 826 \cdot 826$

Contestar

826^3

Ejercicio6.1.6

$3,021 \cdot 3,021 \cdot 3,021 \cdot 3,021 \cdot 3,021$

Ejercicio6.1.7

$\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \cdots \cdot 6}_{85 \text{ factors of } 6}$

Contestar

6^{85}

Ejercicio6.1.8

$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot 2}_{112 \text{ factors of } 2}$

Ejercicio6.1.9

$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot \cdots \cdot 1}_{3{,}008 \text{ factors of } 1}$

Contestar

1^{3008}

Para los siguientes problemas, ampliar los términos. (No encuentre el valor real.)

Ejercicio6.1.10

5^3

Ejercicio6.1.11

7^4

Contestar

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Ejercicio6.1.12

15^2

Ejercicio6.1.13

117^5

Contestar

$117 \cdot 117 \cdot 117 \cdot 117 \cdot 117$

Ejercicio6.1.14

61^6

Ejercicio6.1.15

30^2

Contestar

$30 \cdot 30$

Para los siguientes problemas, determinar el valor de cada una de las potencias. Usa una calculadora para verificar cada resultado.

Ejercicio6.1.16

3^2

Ejercicio6.1.17

4^2

Contestar

$4 \cdot 4 = 16$

Ejercicio6.1.18

1^2

Ejercicio6.1.19

10^2

Contestar

$10 \cdot 10 = 100$

Ejercicio6.1.20

11^2

Ejercicio6.1.21

12^2

Contestar

$12 \cdot 12 = 144$

Ejercicio6.1.22

13^2

Ejercicio6.1.23

15^2

Contestar

$15 \cdot 15 = 225$

Ejercicio6.1.24

1^4

Ejercicio6.1.25

3^4

Contestar

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Ejercicio6.1.26

7^3

Ejercicio6.1.27

10^3

Contestar

$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

Ejercicio6.1.28

100^2

Ejercicio6.1.29

8^3

Contestar

$8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

Ejercicio6.1.30

5^5

Ejercicio6.1.31

9^3

Contestar

$9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

Ejercicio6.1.32

6^2

Ejercicio6.1.33

7^1

Contestar

$7^1 = 7$

Ejercicio6.1.34

1^{28}

Ejercicio6.1.35

2^7

Contestar

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$

Ejercicio6.1.36

0^5

Ejercicio6.1.37

8^4

Contestar

$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4,096$

Ejercicio6.1.38

5^8

Ejercicio6.1.39

6^9

Contestar

$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 10,077,696$

Ejercicio6.1.40

25^3

Ejercicio6.1.41

42^2

Contestar

$42 \cdot 42 = 1,764$

Ejercicio6.1.42

31^3

Ejercicio6.1.43

15^5

Contestar

$15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = 759,375$

Ejercicio6.1.44

2^{20}

Ejercicio6.1.45

816^2

Contestar

$816 \cdot 816 = 665,856$

Para los siguientes problemas, encuentra las raíces (usando tus conocimientos de multiplicación). Usa una calculadora para verificar cada resultado.

Ejercicio6.1.46

$\sqrt{9}$

Ejercicio6.1.47

$\sqrt{16}$

Contestar

4

Ejercicio6.1.48

$\sqrt{36}$

Ejercicio6.1.49

$\sqrt{64}$

Contestar

8

Ejercicio6.1.50

$\sqrt{121}$

Ejercicio6.1.51

$\sqrt{144}$

Contestar

12

Ejercicio6.1.52

$\sqrt{169}$

Ejercicio6.1.53

$\sqrt{225}$

Contestar

15

Ejercicio6.1.54

$\sqrt[3]{27}$

Ejercicio6.1.55

$\sqrt[5]{32}$

Contestar

2

Ejercicio6.1.56

$\sqrt[7]{1}$

Ejercicio6.1.57

$\sqrt{400}$

Contestar

20

Ejercicio6.1.58

$\sqrt{900}$

Ejercicio6.1.59

$\sqrt{10,000}$

Contestar

100

Ejercicio6.1.60

$\sqrt{324}$

Ejercicio6.1.61

$\sqrt{3,600}$

Contestar

60

Para los siguientes problemas, use una calculadora con las claves$\sqrt{x}$,y^x, y$1/x$para encontrar cada uno de los valores.

Ejercicio6.1.62

$\sqrt{676}$

Ejercicio6.1.63

$\sqrt{1,156}$

Contestar

34

Ejercicio6.1.64

$\sqrt{46,225}$

Ejercicio6.1.65

$\sqrt{17,288,964}$

Contestar

4,158

Ejercicio6.1.66

$\sqrt[3]{3,375}$

Ejercicio6.1.67

$\sqrt[4]{331,776}$

Contestar

24

Ejercicio6.1.68

$\sqrt[8]{5,764,801}$

Ejercicio6.1.69

$\sqrt[12]{16,777,216}$

Contestar

4

Ejercicio6.1.70

$\sqrt[8]{16,777,216}$

Ejercicio6.1.71

$\sqrt[10]{9,765,625}$

Contestar

5

Ejercicio6.1.72

$\sqrt[4]{160,000}$

Ejercicio6.1.73

$\sqrt[3]{531,441}$

Contestar

81

Ejercicios para la revisión

Ejercicio6.1.74

Utilice los números 3, 8 y 9 para ilustrar la propiedad asociativa de la suma.

Ejercicio6.1.75

En la multiplicación$8 \cdot 4 = 32$, especifique el nombre dado a los números 8 y 4.

Contestar

81

Ejercicio6.1.76

¿$15 \div 0$Existe el cociente? Si es así, ¿qué es?

Ejercicio6.1.77

¿$0 \div 15$Existe el cociente? Si es así, ¿qué es?

Contestar

Sí; 0

Ejercicio6.1.78

Utilice los números 4 y 7 para ilustrar la propiedad conmutativa de la multiplicación.

This page titled 6.1: Exponentes y Raíces is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones

Objetivos de aprendizaje

- entender el uso de símbolos de agrupación
- entender y ser capaz de utilizar el orden de las operaciones
- usar la calculadora para determinar el valor de una expresión numérica

Agrupación de símbolos

Los símbolos de agrupación se utilizan para indicar que una colección particular de números y operaciones significativas deben agruparse y considerarse como un número. Los símbolos de agrupación utilizados comúnmente en matemáticas son los siguientes:

(), [], {},
Paréntesis: ()
Corchetes: []
Brackets: {}
Barra:

En un cálculo en el que está involucrada más de una operación, los símbolos de agrupación indican qué operación realizar primero. Si es posible, primero realizamos operaciones *dentro* de los símbolos de agrupación.

Conjunto de Muestras A

Si es posible, determinar el valor de cada uno de los siguientes.

$$9+(3\cdot 8)$$

Solución

Dado que 3 y 8 están entre paréntesis, se van a combinar primero.

$$\begin{aligned} 9+(3\cdot 8) &= 9+24 \\ &= 33 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$9+(3\cdot 8)=33$$

Conjunto de Muestras A

$$(10\div 0)\cdot 6$$

Solución

Ya que no$10\div 0$ está definido, esta operación carece de sentido, y no le damos valor alguno. Escribimos, “indefinido”.

Conjunto de práctica A

Si es posible, determinar el valor de cada uno de los siguientes.

$16-(3\cdot 2)$

Contestar

10

Conjunto de práctica A

$5+(7\cdot 9)$

Contestar

68

Conjunto de práctica A

$(4+8)\cdot 2$

Contestar

24

Conjunto de práctica A

$28\div(18-11)$

Contestar

4

Conjunto de práctica A

$(33\div 3)-11$

Contestar

0

Conjunto de práctica A

$4+(0\div 0)$

Contestar

no es posible (indeterminante)

Símbolos de agrupación múltiple

Cuando se produce un conjunto de símbolos de agrupación *dentro* de otro conjunto de símbolos de agrupación, primero realizamos las operaciones dentro del conjunto más interno.

Conjunto de Muestras A

Determinar el valor de cada uno de los siguientes.

$$2+(8\cdot 3)-(5+6)$$

Solución

Combine primero 8 y 3, luego combine 5 y 6.

$$\begin{aligned} &2+24-11 \quad \text{Now combine left to right.}\\ &26-11\\ &15 \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras A

$$10 + [30 - (2 \cdot 9)]$$

Solución

Combina 2 y 9 ya que aparecen en el conjunto más interno de paréntesis.

$$\begin{aligned} &10 + [30 - 18] \quad \text{Now combine 30 and 18.} \\ &10 + 12 \\ &22 \end{aligned}$$

Set de práctica B

Determinar el valor de cada uno de los siguientes.

$(17 + 8) + (9 + 20)$

Contestar

54

Set de práctica B

$(55 - 6) - (13 \cdot 2)$

Contestar

23

Set de práctica B

$23 + (12 \cdot 4) - (11 \cdot 2)$

Contestar

4

Set de práctica B

$86 + [14 \div (10 - 8)]$

Contestar

93

Set de práctica B

$31 + \{9 + [1 + (35 - 2)]\}$

Contestar

74

Set de práctica B

$\{6 - [24 \div (4 \cdot 2)]\}^3$

Contestar

27

El orden de operaciones

En ocasiones no hay símbolos de agrupación que indiquen qué operaciones realizar primero. Por ejemplo, supongamos que deseamos encontrar el valor de$3+5\cdot 2$. Podríamos hacer *cualquiera* de dos cosas:

Agrega 3 y 5, luego multiplica esta suma por 2.

$$\begin{aligned} 3+5\cdot 2 &= 8\cdot 2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Multiplica 5 y 2, luego agrega 3 a este producto.

$$\begin{aligned} 3+5\cdot 2 &= 3+10 \\ &= 13 \end{aligned}$$

Ahora tenemos dos valores para un número. Para determinar el valor correcto, debemos utilizar el *orden de operaciones aceptado*.

Orden de Operaciones

1. Realizar todas las operaciones *dentro* de los símbolos de agrupación, comenzando por el conjunto más interno, en el orden 2, 3, 4 descrito a continuación,
2. Realizar todas las operaciones exponenciales y raíz.
3. Realiza todas las multiplicaciones y divisiones, moviéndote de izquierda a derecha.
4. Realizar todas las sumas y restaciones, moviéndose de izquierda a derecha.

Conjunto de Muestras C

Determinar el valor de cada uno de los siguientes.

$21+3\cdot 12$	Multiply first.
$21+36$	Add.
57	

Conjunto de Muestras C

$(15-8)+5\cdot(6+4)$.	Simplify inside parentheses first.
$7+5\cdot 10$	Multiply.
$7+50$	Add.
57	

Conjunto de Muestras C

$63-(4+6\cdot 3)+76-4$	Simplify first within the parenthesis by multiplying, then adding.
$63-(4+18)+76-4$	
$63-22+76-4$	Now perform the additions and subtractions, moving left to right.
$41+76-4$	Add 41 and 76: $41+76=117$.
$117-4$	Subtract 4 from 117: 117 - 4 $=113$.
113	

Conjunto de Muestras C

$7\cdot 6-4^2+1^5$	Evaluate the exponential forms, moving left to right.
$7\cdot 6-16-1$	Multiply 7 and 6: 7 \cdot 6 $=42$
$42-16+1$	Subtract 16 from 42: 42 - 16 $=26$
$26+1$	Add 26 and 1: $26+1=27$
27	

Conjunto de Muestras C

$6 \cdot (3^2 + 2^2) + 4^2$	Evaluate the exponential forms in the parentheses: $3^2 = 9$ and $2^2 = 4$
$6 \cdot (9 + 4) + 4^2$	Add the 9 and 4 in the parentheses: $9 + 4 = 13$
$6 \cdot (13) + 4^2$	Evaluate the exponential form: $4^2 = 16$
$6 \cdot (13) + 16$	Multiply 6 and 13: $6 \cdot 13 = 78$
$78 + 16$	Add 78 and 16: $78 + 16 = 94$
94	

Conjunto de Muestras C

$$\frac{6^2 + 2^2}{4^2 + 6 \cdot 2^2} + \frac{1^2 + 8^2}{10^2 - 19 \cdot 5}$$

Recall that the bar is a grouping symbol.

The fraction · is equivalent to $(6^2 + 2^2) \div (4^2 + 6 \cdot 2^2)$

$$\frac{36 + 4}{16 + 6 \cdot 4} + \frac{1 + 64}{100 - 19 \cdot 5}$$

$$\frac{36 + 4}{16 + 24} + \frac{1 + 64}{100 - 95}$$

$$\frac{40}{40} + \frac{65}{5}$$

$$1 + 13$$

$$14$$

Set de práctica C

Determinar el valor de cada uno de los siguientes.

$8 + (32 - 7)$

Contestar

33

Set de práctica C

$(34 + 18 - 2 \cdot 3) + 11$

Contestar

57

Set de práctica C

$8(10) + 4(2 + 3) - (20 + 3 \cdot 15 + 40 - 5)$

Contestar

0

Set de práctica C

$5 \cdot 8 + 4^2 - 2^2$

Contestar

52

Set de práctica C

$4(6^2-3^3)\div(4^2-4)$

Contestar

3

Set de práctica C

$(8+9\cdot 3)\div 7+5\cdot(8\div 4+7+3\cdot 5)$

Responder

125

Set de práctica C

$$\frac{3^3-2^3}{6^2-29}+5\left(\frac{8^2+2^4}{7^2-3^2}\right)\div\frac{8\cdot 3+1^8}{2^3-3}$$

Responder

7

Calculadoras

El uso de una calculadora es útil para simplificar los cálculos que involucran grandes números.

Conjunto de Muestras D

Usa una calculadora para determinar cada valor.

$9,842+56\cdot 85$

Solución

	clave		Lee en pantalla
Realiza primero la multiplicación.	Tipo	56	56
	Prensa	×	56
	Tipo	85	85
Ahora realiza la adición.	Prensa	+	4760
	Tipo	9842	9842
	Prensa	=	14602

La pantalla ahora lee 14,602.

Conjunto de Muestras D

$42(27+18)+105(810\div 18)$

Solución

	clave		Lee en pantalla

Operar dentro de los paréntesis	Tipo	27	27
	Prensa	+	27
	Tipo	18	18
	Prensa	=	45
Multiplicar por 42.	Prensa	×	45
	Tipo	42	42
	Prensa	=	1890

Coloque este resultado en la memoria presionando la tecla de memoria.

	Clave		Lee en pantalla
Ahora opere en los otros paréntesis.	Tipo	810	810
	Prensa	÷	810
	Tipo	18	18
	Prensa	=	45
Ahora multiplica por 105.	Prensa	×	45
	Tipo	105	105
	Prensa	=	4725
Ya estamos listos para sumar estas dos cantidades juntas.	Prensa	+	4725
Presione la tecla de recuperación de memoria.			1890
	Prensa	=	6615

Por lo tanto,$42(27+18)+105(810\div 18)=6,615$

Conjunto de Muestras D

16^4+37^3

Solución

Calculadoras no científicas

Clave		Lee en pantalla
Tipo	16	16
Prensa	×	16
Tipo	16	16
Prensa	×	256
Tipo	16	16
Prensa	×	4096

Clave		Lee en pantalla
Tipo	16	16
Prensa	=	65536
Presione la tecla de memoria		
Tipo	37	37
Prensa	×	37
Tipo	37	37
Prensa	×	1396
Tipo	37	37
Prensa	×	50653
Prensa	+	50653
Presione la tecla de recuperación de memoria		65536
Prensa	=	116189

Calculadoras cony^x Clave

Clave		Lee en pantalla
Tipo	16	16
Prensa	y^x	16
Tipo	4	4
Prensa	=	4096
Prensa	+	4096
Tipo	37	37
Prensa	y^x	37
Tipo	3	3
Prensa	=	116189

Por lo tanto,$16^4 + 37^3 = 116,189$

Ciertamente podemos ver que la calculadora más potente simplifica los cómputos.

Conjunto de Muestras D

Las calculadoras no científicas son incapaces de manejar cálculos que involucran números muy grandes.

$85612 \cdot 21065$

Solución

Clave		Lee en pantalla
Tipo	85612	85612
Prensa	×	85612

Clave		Lee en pantalla
Tipo	21065	21065
Prensa	=	

Este número es demasiado grande para la visualización de algunas calculadoras y probablemente obtendremos algún tipo de mensaje de error. En algunas calculadoras científicas se hace frente a números tan grandes colocándolos en una forma llamada “notación científica”. Otros pueden hacer la multiplicación directamente. (1803416780)

Set de Práctica D

$9,285+86(49)$

Responder

13,499

Set de Práctica D

$55(84-26)+120(512-488)$

Responder

6,070

Set de Práctica D

106^3-17^4

Responder

1,107,495

Set de Práctica D

$6,053^3$

Responder

Este número es demasiado grande para una calculadora no científica. Una calculadora científica probablemente te dará 2.217747109×10^{11}

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra cada valor. Verifique cada resultado con una calculadora.

Ejercicio6.2.1

$2+3\cdot(8)$

Responder

26

Ejercicio 6.2.2

$18 + 7 \cdot (4 - 1)$

Ejercicio 6.2.3

$3 + 8 \cdot (6 - 2) + 11$

Responder

46

Ejercicio 6.2.4

$1 - 5 \cdot (8 - 8)$

Ejercicio 6.2.5

$37 - 1 \cdot 6^2$

Responder

1

Ejercicio 6.2.6

$98 \div 2 \div 7^2$

Ejercicio 6.2.7

$(4^2 - 2 \cdot 4) - 2^3$

Responder

0

Ejercicio 6.2.8

$\sqrt{9} + 14$

Ejercicio 6.2.9

$\sqrt{100} + \sqrt{81} - 4^2$

Responder

3

Ejercicio 6.2.10

$\sqrt[3]{8} + 8 - 2 \cdot 5$

Ejercicio 6.2.11

$\sqrt[4]{16} - 1 + 5^2$

Responder

26

Ejercicio6.2.12

$61-22+4[3\cdot(10)+11]$

Ejercicio6.2.13

$121-4\cdot[(4)\cdot(5)-12]+\frac{16}{2}$

Responder

97

Ejercicio6.2.14

$\frac{(1+16)-3}{7}+5\cdot(12)$

Ejercicio6.2.15

$\frac{8\cdot(6+20)}{8}+\frac{3\cdot(6+16)}{22}$

Responder

29

Ejercicio6.2.16

$10\cdot[8+2\cdot(6+7)]$

Ejercicio6.2.17

$21\div7\div3$

Responder

1

Ejercicio6.2.18

$10^2\cdot3\div5^2\cdot3-2\cdot3$

Ejercicio6.2.19

$85\div5\cdot5-85$

Responder

0

Ejercicio6.2.20

$\frac{51}{17}+7-2\cdot 5\cdot(\frac{12}{3})$

Ejercicio6.2.21

$2^2\cdot 3+2^3\cdot(6-2)-(3+17)+11(6)$

Responder

90

Ejercicio6.2.22

$26-2\cdot\{\frac{6+20}{13}\}$

Ejercicio6.2.23

$2\cdot\{(7+7)+6\cdot[4\cdot(8+2)]\}$

Responder

508

Ejercicio6.2.24

$0+10(0)+15\cdot\{4\cdot 3+1\}$

Ejercicio6.2.25

$18+\frac{7+2}{9}$

Responder

19

Ejercicio6.2.26

$(4+7)\cdot(8-3)$

Ejercicio6.2.27

$(6+8)\cdot(5+2-4)$

Responder

144

Ejercicio6.2.28

$(21-3)\cdot(6-1)\cdot(7)+4(6+3)$

Ejercicio6.2.29

$(10+5)\cdot(10+5)-4\cdot(60-4)$

Responder

1

Ejercicio6.2.30

$6\cdot\{2\cdot 8+3\}-(5)\cdot(2)+\frac{8}{4}+(1+8)\cdot(1+11)$

Ejercicio6.2.31

$2^5+3\cdot(8+1)$

Responder

52

Ejercicio6.2.32

$3^4+2^4\cdot(1+5)$

Ejercicio6.2.33

$1^6+0^8+5^2\cdot(2+8)^3$

Responder

25,001

Ejercicio6.2.34

$(7)\cdot(16)-3^4+2^2\cdot(1^7+3^2)$

Ejercicio6.2.35

$\frac{2^3-7}{5^2}$

Responder

$\frac{1}{25}$

Ejercicio6.2.36

$\frac{(1+6)^2+2}{3\cdot 6+1}$

Ejercicio6.2.37

$\frac{6^2-1}{2^3-3}+\frac{4^3+2\cdot 3}{2\cdot 5}$

Responder

14

Ejercicio6.2.38

$$\frac{5(8^2-9\cdot 6)}{2^5-7}+\frac{7^2-4^2}{5\cdot 5^2}$$

Ejercicio6.2.39

$$\frac{(2+1)^3+2^3+1^{10}}{6^2}-\frac{15^2-[2\cdot 5]^2}{5\cdot 5^2}$$

Responder

0

Ejercicio6.2.40

$$\frac{6^3-2\cdot 10^2}{2^2}+\frac{18(2^3+7^2)}{2(19)-3^3}$$

Ejercicio6.2.41

$$2\cdot\{6+[10^2-6\sqrt{25}]\}$$

Responder

152

Ejercicio6.2.42

$$181-3\cdot(2\sqrt{36}+3\sqrt[3]{64})$$

Ejercicio6.2.43

$$\frac{2\cdot(\sqrt{81}-\sqrt[3]{125})}{4^2-10+2^2}$$

Responder

$$\frac{4}{5}$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio6.2.44

El hecho de que 0 + cualquier número entero = ese número entero en particular es un ejemplo de qué propiedad de suma?

Ejercicio6.2.45

Encuentra el producto$4,271\times 630$.

Responder

2,690,730

Ejercicio 6.2.46

En el enunciado $27 \div 3 = 9$, ¿qué nombre se le da al resultado 9?

Ejercicio 6.2.47

¿Qué número es la identidad multiplicativa?

Responder

1

Ejercicio 6.2.48

Encuentra el valor de 2^4.

This page titled 6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.3: Factorización de números naturales primos

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de determinar los factores de un número entero
- ser capaz de distinguir entre números primos y compuestos
- estar familiarizado con el principio fundamental de la aritmética
- poder encontrar la factorización prima de un número entero

Factores

De las observaciones realizadas en el proceso de multiplicación, hemos visto que

$$(\text{factor}) \cdot (\text{factor}) = \text{product}$$

Factores, Producto
Los dos números que se multiplican son los **factores** y el resultado de la multiplicación es el **producto**. Ahora, usando nuestro conocimiento de división, podemos ver que un primer número es un factor de un segundo número si el primer número se divide en el segundo número un número entero de veces (sin un resto).

Un número como factor de otro
Un primer número es un **factor** de un segundo número si el primer número se divide en el segundo número un número entero de veces (sin un resto).

Esto lo mostramos en los siguientes ejemplos:

Ejemplo6.3.1

3 es un factor de 27, ya que$27 \div 3 = 9$, o$3 \cdot 9 = 27$.

Ejemplo6.3.2

7 es un factor de 56, ya que$56 \div 7 = 8$, o$7 \cdot 8 = 56$.

Ejemplo6.3.3

4 *no* es un factor de 10, ya que$10 \div 4 = 2\text{R}2$. (Hay un resto.)

Determinar los factores de un número entero

Podemos utilizar las pruebas de divisibilidad de [link] para determinar *todos los* factores de un número entero.

Conjunto de Muestras A

Encuentra todos los factores de 24.

Solución

Try 1:	$24 \div 1 = 24$	1 and 24 are factors
Try 2:	24 is even, so 24 is divisible by 2.	
	$24 \div 2 = 12$	2 and 12 are factors
Try 3:	$2 + 4 = 6$ and 6 is divisible by 3, so 24 is divisible by 3.	
	$24 \div 3 = 8$	3 and 8 are factors
Try 4:	$24 \div 4 = 6$	4 and 6 are factors
Try 5:	$24 \div 5 = 4\text{R}4$	5 is not a factor

El siguiente número a probar es 6, pero ya tenemos que 6 es un factor. Una vez que nos encontramos con un factor que ya hemos descubierto, podemos detenernos.

Todos los factores numéricos enteros de 24 son 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

Conjunto de práctica A

Encuentra todos los factores de cada uno de los siguientes números.

6

Responder

1, 2, 3, 6

Conjunto de práctica A

12

Responder

1, 2, 3, 4, 6, 12

Conjunto de práctica A

18

Responder

1, 2, 3, 6, 9, 18

Conjunto de práctica A

5

Responder

1, 5

Conjunto de práctica A

10

Responder

1, 2, 5, 10

Conjunto de práctica A

33

Responder

1, 3, 11, 33

Conjunto de práctica A

19

Responder

1, 19

Números primos y compuestos

Observe que los únicos factores de 7 son 1 y 7 en sí, y que los únicos factores de 3 son 1 y 3 en sí. Sin embargo, el número 8 tiene los factores 1, 2, 4 y 8, y el número 10 tiene los factores 1, 2, 5 y 10. Así, podemos ver que un número entero puede tener sólo *dos* factores (él mismo y 1) y otro número entero puede tener *varios* factores.

Podemos usar esta observación para hacer una clasificación útil para números enteros: números primos y números compuestos.

Definición: Prime Number

Un número entero (mayor que uno) cuyos únicos factores son él mismo y 1 se llama **número primo**.

El Número 1 *no* es un número primo

Los primeros siete números primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13 y 17. Observe que el número entero 1 *no* se considera un número primo, y el número entero 2 es el *primer número primo* y el *único número primo par*.

Definición: Número compuesto

Un número entero compuesto por factores distintos a sí mismo y 1 se llama **número compuesto**. Los números compuestos no son números primos.

Algunos números compuestos son 4, 6, 8, 9, 10, 12 y 15.

Conjunto de Muestras B

Determine qué números enteros son primos y cuáles son compuestos.

39. Dado que 3 se divide en 39, el número 39 es compuesto:$39 \div 3 = 13$

Conjunto de Muestras B

47. Unos cuantos juicios de división nos asegurarán que 47 sólo es divisible por 1 y 47. Por lo tanto, 47 es primo.

Set de práctica B

Determine cuáles de los siguientes números enteros son primos y cuáles son compuestos.

3

Responder

prime

Set de práctica B

16

Responder

compuesto

Set de práctica B

21

Responder

compuesto

Set de práctica B

35

Responder

compuesto

Set de práctica B

47

Responder

prime

Set de práctica B

29

Responder

prime

Set de práctica B

101

Responder

prime

Set de práctica B

51

Responder

compuesto

El principio fundamental de la aritmética

Los números primos son muy útiles en el estudio de las matemáticas. Veremos cómo se utilizan en secciones posteriores. Ahora declaramos el Principio Fundamental de la Aritmética.

Principio Fundamental de Aritmética
Excepto por el orden de los factores, cada número natural que no sea 1 puede ser factorizado de una y sólo una manera como producto de números primos.

Definición: Factorización Prime

Cuando se descompone un número de modo que todos sus factores son números primos. La factorización se llama la **factorización primo** del número.

La técnica de factorización prima se ilustra en los siguientes tres ejemplos.

$10 = 5 \cdot 2$. Tanto 2 como 5 son primos. Por lo tanto,$2 \cdot 5$ es la factorización prima de 10.
11. El número 11 es un número primo. La factorización de primos se aplica solo a los números compuestos. Así, 11 *no* tiene descomposición primo.
$60 = 2 \cdot 30$. El número 30 no es primo:$30 = 2 \cdot 15$.

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 15$

El número 15 no es primo:$15 = 3 \times 5$

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Utilizaremos exponentes.

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Los números 2, 3 y 5 son primos cada uno. Por lo tanto,$2^2 \cdot 3 \cdot 5$ es la factorización prima de 60.

La factorización principal de un número natural

El siguiente método proporciona una manera de encontrar la factorización prima de un número natural.

El método para encontrar la factorización prima de un número natural

1. Divide el número repetidamente por el número primo más pequeño que dividirá en él un número entero de veces (sin un resto).
2. Cuando el número primo utilizado en el paso 1 ya no se divida en el número dado sin un resto, repita el proceso de división con el siguiente primo más grande que divide el número dado.
3. Continuar con este proceso hasta que el cociente sea menor que el divisor.
4. La descomposición como primo del número dado es el *producto* de todos estos divisores primos. Si el número no tiene divisores primos, es un número primo.

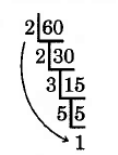
Es posible que podamos usar algunas de las pruebas de divisibilidad que estudiamos en [link] para ayudar a encontrar los primos que dividen el número dado.

Conjunto de Muestras C

Encuentra la factorización prime de 60.

Solución

Dado que el último dígito de 60 es 0, que es par, 60 es divisible por 2. Vamos a dividir repetidamente por 2 hasta que ya no podamos. Dividiremos de la siguiente manera:



30 is divisible by 2 again
15 is not divisible by 2, but it is divisible by 3, the next prime
5 is not divisible by 3, but it is divisible by 5, the next prime.

El cociente 1 es finalmente más pequeño que el divisor 5, y la descomposición como primo de 60 es el producto de estos divisores primos.

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Utilizamos exponentes cuando es posible.

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

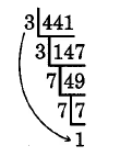
Conjunto de Muestras C

Encuentra la factorización prima de 441.

Solución

441 no es divisible por 2 ya que su último dígito no es divisible por 2.

441 es divisible por 3 desde$4 + 4 + 1 = 9$ y 9 es divisible por 3.



147 is divisible by $3(1+4+7=12)$.

49 is not divisible by 3, nor is it divisible by 5. It is divisible by 7.

El cociente 1 es finalmente más pequeño que el divisor 7, y la descomposición como primo de 441 es el producto de estos divisores primos.

$441 = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$

Usa exponentes.

$441 = 3^2 \cdot 7^2$

Conjunto de Muestras C

Encuentra la factorización prima de 31.

Solución

31 is not divisible by 2	Its last digit is not even
	$31 \div 2 = 15\text{R}1$
	The quotient, 15, is larger than the divisor, 3. Continue.
31 is not divisible by 3	The digits $3+1=4,$ and 4 is not divisible by 3.
	$31 \div 3 = 10\text{R}1$
	The quotient, 10, is larger than the divisor, 3. Continue.
31 is not divisible by 5	The last digit of 31 is not 0 or 5.
	$31 \div 5 = 6\text{R}1$
	The quotient, 6, is larger than the divisor, 5. Continue.
31 is not divisible by 7.	Divide by 7.
	$31 \div 7 = 4\text{R}1$
	The quotient, 4 is smaller than the divisor, 7.
	We can stop the process and conclude that 31 is a prime number.

El número 31 es un número primo

Set de práctica C

Encuentra la factorización primo de cada número entero.

22

Responder

$22 = 2 \cdot 11$

Set de práctica C

40

Responder

$40 = 2^3 \cdot 5$

Set de práctica C

48

Responder

$48 = 2^4 \cdot 3$

Set de práctica C

63

Responder

$63 = 3^2 \cdot 7$

Set de práctica C

945

Responder

$945 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

Set de práctica C

1,617

Responder

$1617 = 3 \cdot 7^2 \cdot 11$

Set de práctica C

17

Responder

17 es primo

Set de práctica C

61

Responder

61 es primo

Ejercicios

Para los siguientes problemas, determine el/los factor (es) faltante (es).

Ejercicio6.3.1

$14 = 7 \cdot$

Responder

2

Ejercicio6.3.2

$20 = 4 \cdot$

Ejercicio6.3.3

$36 = 9 \cdot$

Responder

4

Ejercicio6.3.4

$42 = 21 \cdot$

Ejercicio6.3.5

$44 = 4 \cdot$

Responder

11

Ejercicio6.3.6

$38 = 2 \cdot$

Ejercicio6.3.7

$18 = 3 \cdot .$

Responder

$3 \cdot 2$

Ejercicio6.3.8

$28 = 2 \cdot .$

Ejercicio6.3.9

$300 = 2 \cdot 5 \cdot .$

Responder

$2 \cdot 3 \cdot 5$

Ejercicio6.3.10

$840 = 2 \cdot .$

Para los siguientes problemas, encuentra todos los factores de cada uno de los números.

Ejercicio6.3.11

16

Responder

1, 2, 4, 8, 16

Ejercicio6.3.12

22

Ejercicio6.3.13

56

Responder

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

Ejercicio6.3.14

105

Ejercicio6.3.15

220

Responder

1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220

Ejercicio6.3.16

15

Ejercicio6.3.17

32

Responder

1, 2, 4, 8, 16, 32

Ejercicio6.3.18

80

Ejercicio6.3.19

142

Responder

1, 2, 71, 142

Ejercicio6.3.20

218

Para los siguientes problemas, determine cuáles de los números enteros son primos y cuáles son compuestos.

Ejercicio6.3.21

23

Responder

prime

Ejercicio6.3.22

25

Ejercicio6.3.23

27

Responder

compuesto

Ejercicio6.3.24

2

Ejercicio6.3.25

3

Responder

prime

Ejercicio6.3.26

5

Ejercicio6.3.27

7

Responder

prime

Ejercicio6.3.28

9

Ejercicio 6.3.29

11

Responder

prime

Ejercicio 6.3.30

34

Ejercicio 6.3.31

55

Responder

compuesto $(5 \cdot 11)$

Ejercicio 6.3.32

63

Ejercicio 6.3.33

1,044

Responder

compuesto

Ejercicio 6.3.34

924

Ejercicio 6.3.35

339

Responder

compuesto

Ejercicio 6.3.36

103

Ejercicio 6.3.37

209

Responder

compuesto$(11 \cdot 19)$

Ejercicio 6.3.38

667

Ejercicio 6.3.39

4,575

Responder

compuesto

Ejercicio 6.3.40

119

Para los siguientes problemas, encuentra la factorización prima de cada uno de los números enteros.

Ejercicio 6.3.41

26

Responder

$2 \cdot 13$

Ejercicio 6.3.42

38

Ejercicio 6.3.43

54

Responder

$2 \cdot 3^3$

Ejercicio 6.3.44

62

Ejercicio 6.3.45

56

Responder

$2^3 \cdot 7$

Ejercicio 6.3.46

176

Ejercicio6.3.47

480

Responder

$2^5 \cdot 3 \cdot 5$

Ejercicio6.3.48

819

Ejercicio6.3.49

2,025

Contestar

$3^4 \cdot 5^2$

Ejercicio6.3.50

148,225

Ejercicios para revisión

Ejercicio6.3.51

Redondear 26,584 al diez más cercano.

Contestar

26,580

Ejercicio6.3.52

¿Cuánto más grande es 106 que 79?

Ejercicio6.3.53

¿Verdadero o falso? El cero dividido por cualquier número entero distinto de cero es cero.

Contestar

true

Ejercicio6.3.54

Encuentra el cociente. $10,584 \div 126$.

Ejercicio6.3.55

Encuentra el valor de $\sqrt{121} - \sqrt{81} + 6^2 \div 3$.

Contestar

14

This page titled 6.3: Factorización de números naturales primos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.4: El mayor factor común

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de encontrar el mayor factor común de dos o más números enteros

El mayor factor común (GCF)

Usando el método que estudiamos en [link], pudimos obtener las factorizaciones prime de 30 y 42.

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

Definición: Factor común

Notamos que 2 aparece como factor en ambos números, es decir, 2 es un **factor común** de 30 y 42. También notamos que 3 aparece como factor en ambos números. Tres es también un factor común de 30 y 42.

Definición: Mayor factor común (GCF)

Al considerar dos o más números, suele ser útil saber si existe un mayor factor común de los números, y de ser así, cuál es ese número. El factor común más grande de dos o más números enteros se llama el **factor común más grande**, y es abreviado por **GCF**. El mayor factor común de una colección de números enteros es útil para trabajar con fracciones (lo que haremos en [link]).

Un método para determinar el mayor factor común

Un método sencillo para determinar el GCF de dos o más números enteros hace uso tanto de la factorización prima de los números como de los exponentes.

Cómo encontrar el mayor factor común (GCF) de dos o más números enteros

1. Escribe la factorización prima de cada número, usando exponentes sobre factores repetidos.
2. Escribe cada base que sea común a cada uno de los números.
3. A cada base listada en el paso 2, adjuntar el *exponente más pequeño* que aparece en ella en cualquiera de las factorizaciones primos.
4. El GCF es el producto de los números que se encuentran en el paso 3.

Conjunto de Muestras A

Encuentra el GCF de los siguientes números.

12 y 18

Solución

1. $12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$
   $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$
2. Las bases comunes son 2 y 3.
3. *Los exponentes más pequeños* que aparecen en 2 y 3 en las factorizaciones primos son, respectivamente, 1 y 1 ($2^1 y 3^1$), o 2 y 3.
4. El GCF es el producto de estos números.
   $2 \cdot 3 = 6$

El GCF de 30 y 42 es 6 porque 6 es el mayor número que divide tanto 30 como 42 sin un resto.

Conjunto de Muestras A

18, 60 y 72

Solución

$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

1. $60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
   $72 = 2 \cdot 36 = 2 \cdot 2 \cdot 18 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$
2. Las bases comunes son 2 y 3.
3. Los exponentes más pequeños que aparecen en 2 y 3 en las factorizaciones primos son, respectivamente, 1 y 1:
   2^1 de 18
   3^1 de 60
4. El GCF es el producto de estos números.
   GCF es$2 \cdot 3 = 6$

Así, 6 es el número más grande que divide 18, 60 y 72 sin un resto.

Conjunto de Muestras A

700, 1,880 y 6,160

Solución

$$\begin{aligned} 700 = 2 \cdot 350 = 2 \cdot 2 \cdot 175 &= 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 35 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \\ &= 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ 1,880 = 2 \cdot 940 = 2 \cdot 2 \cdot 470 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 235 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 47 \\ &= 2^3 \cdot 5 \cdot 47 \\ 6,160 = 2 \cdot 3,080 = 2 \cdot 2 \cdot 1,540 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 770 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 385 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 77 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \\ &= 2^4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \end{aligned}$$

1.
2. Las bases comunes son 2 y 5
3. Los exponentes más pequeños que aparecen en 2 y 5 en las factorizaciones primos son, respectivamente, 2 y 1.
   2^2desde 700.
   5^1ya sea de 1,880 ó 6,160.
4. El GCF es el producto de estos números.
   GCF es$2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$

Así, 20 es el número más grande que divide 700, 1,880 y 6,160 sin un resto.

Conjunto de práctica A

Encuentra el GCF de los siguientes números.

24 y 36

Responder

12

Conjunto de práctica A

48 y 72

Responder

24

Conjunto de práctica A

50 y 140

Contestar

10

Conjunto de práctica A

21 y 225

Contestar

3

Conjunto de práctica A

450, 600 y 540

Contestar

30

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra el mayor factor común (GCF) de los números.

Ejercicio6.4.1

6 y 8

Contestar

2

Ejercicio6.4.2

5 y 10

Ejercicio6.4.3

8 y 12

Contestar

4

Ejercicio6.4.4

9 y 12

Ejercicio6.4.5

20 y 24

Contestar

4

Ejercicio6.4.6

35 y 175

Ejercicio6.4.7

25 y 45

Contestar

5

Ejercicio6.4.8

45 y 189

Ejercicio6.4.9

66 y 165

Contestar

33

Ejercicio6.4.10

264 y 132

Ejercicio6.4.11

99 y 135

Contestar

9

Ejercicio6.4.12

65 y 15

Ejercicio6.4.13

33 y 77

Contestar

11

Ejercicio6.4.14

245 y 80

Ejercicio6.4.15

351 y 165

Contestar

3

Ejercicio6.4.16

60, 140 y 100

Ejercicio6.4.17

147, 343 y 231

Contestar

7

Ejercicio6.4.18

24, 30 y 45

Ejercicio6.4.19

175, 225 y 400

Contestar

25

Ejercicio6.4.20

210, 630 y 182

Ejercicio6.4.21

14, 44 y 616

Contestar

2

Ejercicio6.4.22

1,617, 735 y 429

Ejercicio6.4.23

1,573, 4,862 y 3,553

Contestar

11

Ejercicio6.4.24

3,672, 68 y 920

Ejercicio6.4.25

7, 2,401, 343, 16 y 807

Contestar

1

Ejercicio6.4.26

500, 77 y 39

Ejercicio6.4.27

441, 275 y 221

Contestar

1

Ejercicios para la revisión

Ejercicio6.4.28

Encuentra el producto. $2,753 \times 4,006$

Ejercicio6.4.29

Encuentra el cociente. $954 \div 18$

Contestar

53

Ejercicio6.4.30

Especifique cuál de los dígitos 2, 3 o 4 se divide en 9,462.

Ejercicio6.4.31

Escribir$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$ usando exponentes.

Contestar

$8^6 = 262,144$

Ejercicio 6.4.32

Encuentra la factorización prima de 378.

This page titled 6.4: El mayor factor común is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.5: El múltiplo menos común

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de encontrar el múltiplo menos común de dos o más números enteros

Múltiplos

Cuando un número entero se multiplica por otros números enteros, con la excepción de cero, los productos resultantes se denominan **múltiplos** del número entero dado. Tenga en cuenta que cualquier número entero es un múltiplo de sí mismo.

Conjunto de Muestras A

Multiplos de 2	Multiplos de 3	Multiplos 8	Multiplos de 10
$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$8 \times 1 = 8$	$10 \times 1 = 10$
$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$8 \times 2 = 16$	$10 \times 2 = 20$
$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$8 \times 3 = 24$	$10 \times 3 = 30$
$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$8 \times 4 = 32$	$10 \times 4 = 40$
$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$8 \times 5 = 40$	$10 \times 5 = 50$
...	...	...	...

Conjunto de práctica A

Encuentra los primeros cinco múltiplos de los siguientes números.

4

Contestar

4, 8, 12, 16, 20

Conjunto de práctica A

5

Contestar

5, 10, 15, 20, 25

Conjunto de práctica A

6

Contestar

6, 12, 18, 24, 30

Conjunto de práctica A

7

Contestar

7, 14, 21, 28, 35

Conjunto de práctica A

9

Contestar

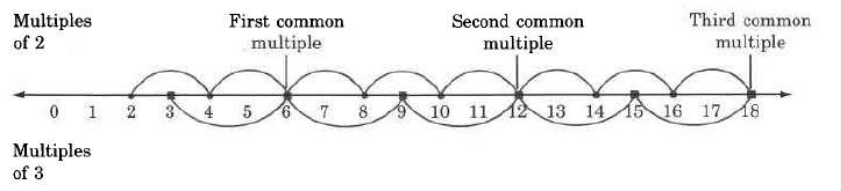
9, 18, 27, 36, 45

Multiplos Comunes

Habrá momentos en los que se nos den dos o más números enteros y necesitaremos saber si hay múltiplos que sean comunes a cada uno de ellos. Si las hay, necesitaremos saber cuáles son. Por ejemplo, algunos de los múltiplos que son comunes a 2 y 3 son 6, 12 y 18.

Conjunto de Muestras B

Podemos visualizar múltiplos comunes usando la línea numérica.



Observe que los múltiplos comunes se pueden dividir por *ambos* números enteros.

Set de práctica B

Encuentra los primeros cinco múltiplos comunes de los siguientes números.

2 y 4

Contestar

4, 8, 12, 16, 20

Set de práctica B

3 y 4

Contestar

12, 24, 36, 48, 60

Set de práctica B

2 y 5

Contestar

10, 20, 30, 40, 50

Set de práctica B

3 y 6

Contestar

6, 12, 18, 24, 30

Set de práctica B

4 y 5

Contestar

20, 40, 60, 80, 100

El múltiplo menos común (LCM)

Observe que en nuestra visualización de líneas numéricas de múltiplos comunes (arriba), el primer múltiplo común es también el **múltiplo más pequeño, o menos común**, abreviado por **LCM**.

Definición: Mínimo Común Múltiple

El **múltiplo menos común (LCM)** de dos o más números enteros es el número entero más pequeño en el que se dividirá cada uno de los números dados sin un resto.

El múltiplo menos común será extremadamente útil para trabajar con fracciones.

Encontrar el múltiplo menos común

Encontrar el LCM
Para encontrar el LCM de dos o más números:

1. Escribe la factorización prima de cada número, usando exponentes sobre factores repetidos.
2. Escribe cada base que aparece en cada una de las factorizaciones principales.
3. A cada base, adjuntar el *mayor exponente* que aparece en ella en las factorizaciones primos.
4. El LCM es el producto de los números que se encuentran en el paso 3.

Existen algunas diferencias importantes entre el uso de los procesos para obtener el GCF y el LCM que debemos anotar cuidadosamente:

La diferencia entre los procesos para obtener el GCF y el MCM

1. Observe la diferencia entre el paso 2 para el LCM y el paso 2 para el GCF. Para el GCF, utilizamos solo las bases que son *comunes* en las factorizaciones primos, mientras que para el LCM, usamos *cada* base que aparece en las factorizaciones primos.
2. Observe la diferencia entre el paso 3 para el LCM y el paso 3 para el GCF. Para el GCF, adjuntamos los exponentes *más pequeños* a las bases comunes, mientras que para el LCM, adjuntamos los exponentes *más grandes* a las bases.

Conjunto de Muestras C

Encuentra el LCM de los siguientes números.

9 y 12

Solución

1. $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$
   $12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$
2. Las bases que aparecen en las factorizaciones prime son 2 y 3.
3. Los *mayores exponentes* que aparecen en 2 y 3 en las factorizaciones primos son, respectivamente, 2 y 2:
   2^2 de 12.
   3^2a partir de 9.
4. El LCM es el producto de estos números.
   LCM =$2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

Así, 36 es el número más pequeño en el que tanto el 9 como el 12 dividen sin restos.

Conjunto de Muestras C

90 y 630

Solución

$$\begin{aligned} 90 &= 2 \cdot 45 = 2 \cdot 3 \cdot 15 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 630 &= 2 \cdot 315 = 2 \cdot 3 \cdot 105 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 35 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ &= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{aligned}$$

1. Las bases que aparecen en las factorizaciones primos son 2, 3, 5 y 7.
2. Los exponentes más grandes que aparecen en 2, 3, 5 y 7 son, respectivamente, 1, 2, 1 y 1:
   2^1 de 90 o 630.
   3^2desde 90 ó 630.
   5^1desde 90 ó 630.
   7^1desde 630.
3. El LCM es el producto de estos números.
   LCM =$2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 7 = 630$

Así, 630 es el número más pequeño en el que tanto 90 como 630 dividen sin restos.

Conjunto de Muestras C

33, 110 y 484

Solución

$$\begin{aligned} 33 &= 3 \cdot 11 \\ 110 &= 2 \cdot 55 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \\ 484 &= 2 \cdot 242 = 2 \cdot 2 \cdot 121 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11 = 2^2 \cdot 11^2 \end{aligned}$$

1. Las bases que aparecen en las factorizaciones primos son 2, 3, 5 y 11.
2. Los exponentes más grandes que aparecen en 2, 3, 5 y 11 son, respectivamente, 2, 1, 1 y 2:
   2^2 de 484.
   3^1a partir del 33.
   5^1desde 110.
   11^2a partir de 484.
3. El LCM es el producto de estos números.

$$\begin{aligned} \text{LCM} &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^2 \\ &= 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 121 \\ &= 7260 \end{aligned}$$

Así, 7260 es el número más pequeño en el que 33, 110 y 484 dividen sin restos.

Set de práctica C

Encuentra el LCM de los siguientes números.

20 y 54

Contestar

540

Set de práctica C

14 y 28

Contestar

28

Set de práctica C

6 y 63

Contestar

126

Set de práctica C

28, 40 y 98

Contestar

1,960

Set de práctica C

16, 27, 125 y 363

Contestar

6,534.000

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra el múltiplo menos común de los números.

Ejercicio6.5.1

8 y 12

Contestar

24

Ejercicio6.5.2

6 y 15

Ejercicio6.5.3

8 y 10

Contestar

40

Ejercicio6.5.4

10 y 14

Ejercicio6.5.5

4 y 6

Contestar

12

Ejercicio6.5.6

6 y 12

Ejercicio6.5.7

9 y 18

Contestar

18

Ejercicio6.5.8

6 y 8

Ejercicio6.5.9

5 y 6

Contestar

30

Ejercicio6.5.10

7 y 8

Ejercicio6.5.11

3 y 4

Contestar

12

Ejercicio6.5.12

2 y 9

Ejercicio6.5.13

7 y 9

Contestar

63

Ejercicio6.5.14

28 y 36

Ejercicio6.5.15

24 y 36

Contestar

72

Ejercicio6.5.16

28 y 42

Ejercicio6.5.17

240 y 360

Contestar

720

Ejercicio6.5.18

162 y 270

Ejercicio6.5.19

20 y 24

Contestar

120

Ejercicio6.5.20

25 y 30

Ejercicio6.5.21

24 y 54

Contestar

216

Ejercicio6.5.22

16 y 24

Ejercicio6.5.23

36 y 48

Contestar

144

Ejercicio6.5.24

24 y 40

Ejercicio6.5.25

15 y 21

Contestar

105

Ejercicio6.5.26

50 y 140

Ejercicio6.5.27

7, 11 y 33

Contestar

231

Ejercicio6.5.28

8, 10 y 15

Ejercicio6.5.29

18, 21 y 42

Contestar

126

Ejercicio6.5.30

4, 5 y 21

Ejercicio6.5.31

45, 63 y 98

Contestar

4,410

Ejercicio6.5.32

15, 25 y 40

Ejercicio6.5.33

12, 16 y 20

Contestar

240

Ejercicio6.5.34

84 y 96

Ejercicio6.5.35

48 y 54

Contestar

432

Ejercicio6.5.36

12, 16 y 24

Ejercicio6.5.37

12, 16, 24 y 36

Contestar

144

Ejercicio6.5.38

6, 9, 12 y 18

Ejercicio6.5.39

8, 14, 28 y 32

Contestar

224

Ejercicio6.5.40

18, 80, 108 y 490

Ejercicio6.5.41

22, 27, 130 y 225

Contestar

193,050

Ejercicio6.5.42

38, 92, 115 y 189

Ejercicio6.5.43

8 y 8

Contestar

8

Ejercicio6.5.44

12, 12 y 12

Ejercicio6.5.45

3, 9, 12 y 3

Contestar

36

Ejercicios para la revisión

Ejercicio6.5.46

Vuelta 434.892 a los diez mil más cercanos.

Ejercicio6.5.47

¿Cuánto más grande es 14,061 que 7,509?

Contestar

6,552

Ejercicio6.5.48

Encuentra el cociente. $22,428 \div 14$.

Ejercicio6.5.49

Ampliar84^7. No encuentre el valor.

Contestar

$84 \cdot 84 \cdot 84$

Ejercicio6.5.50

Encuentra el mayor factor común de 48 y 72.

This page titled 6.5: El múltiplo menos común is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.6: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Notación **exponencial La notación**
exponencial es una descripción de la multiplicación repetida.

Exponente
Un **exponente** registra el número de factores idénticos repetidos en una multiplicación.
En un número como7^3.

La base
7 se llama la **base**.

El **exponente**
3 se llama el **exponente**, o poder.

7^3El **poder** se lee “siete al tercer poder”, o “siete en cubos”.

Cuadrado, Cubicado
Un número elevado a la segunda potencia a menudo se llama **cuadrado**. Un número elevado a la tercera potencia a menudo se llama en **cubos**.

Raíz
En matemáticas, la palabra **raíz** se utiliza para indicar que, a través de multiplicación repetida, un número es la fuente de otro número.

El Signo Radical$\sqrt{}$
El símbolo$\sqrt{}$ se llama **signo radical** e indica la raíz cuadrada de un número. El símbolo$\sqrt[n]{}$ representa la raízn th.

Radical, Index, Radicand
Una expresión como$\sqrt[4]{16}$ se llama **radical** y 4 se llama el **índice**. Al número 16 se le llama **radicando**.

Símbolos de
agrupación Los símbolos de agrupación se utilizan para indicar que una colección particular de números y operaciones significativas deben agruparse y considerarse como un número. Los símbolos de agrupación utilizados comúnmente en matemáticas son

Paréntesis: ()
Corchetes: []
Tirantes: {}
Barra:

Orden de Operaciones

1. Realice todas las operaciones dentro de los símbolos de agrupación, comenzando por el conjunto más interno, en el orden de 2, 3 y 4 a continuación.
2. Realizar todas las operaciones exponenciales y raíz, moviéndose de izquierda a derecha.
3. Realiza todas las multiplicaciones y divisiones, moviéndote de izquierda a derecha.
4. Realizar todas las sumas y restaciones, moviéndose de izquierda a derecha.

Un número como factor de otro
Un primer número es un factor de un segundo número si el primer número se divide en el segundo número un número entero de veces.

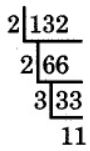
Número primo
Un número entero mayor que uno cuyos únicos factores son él mismo y 1 se llama **número primo**. El número entero 1 no es un número primo. El número entero 2 es el primer número primo y el único número primo par.

Número compuesto
Un número entero mayor que uno que se compone de factores distintos a sí mismo y 1 se denomina **número compuesto**.

Principio Fundamental de la Aritmética
Excepto por el orden de los factores, cada número entero que no sea 1 puede escribirse de una y sólo una manera como producto de números primos.

Factorización Prime
La factorización de primos de 45 es$3 \cdot 3 \cdot 5$. Los números que ocurren en esta factorización de 45 son cada uno primo.

Determinar la factorización primo de un número entero
Existe un método sencillo, basado en la división por números primos, que produce la factorización primo de un número entero. Por ejemplo, determinamos la factorización prima de 132 de la siguiente manera.



La descomposición primo de 132 es$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$.

Factor común
Un factor que ocurre en cada número de un grupo de números se denomina **factor común**. 3 es un factor común al grupo 18, 6 y 45

Mayor factor común (GCF)
El factor común más grande de un grupo de números enteros se llama el **mayor factor común**. Por ejemplo, para encontrar el mayor factor común de 12 y 20,

Escribe la factorización prima de cada número.
\text{array} {l} {12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3} \\ {60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5} \end{array}
Escribe cada base que sea común a cada uno de los números:

2 y 3
El exponente más pequeño que aparece en 2 es 2.
El exponente más pequeño que aparece en 3 es 1.
El GCF de 12 y 60 es el producto de los números2^2 y 3.
$2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

Así, 12 es el número más grande que divide tanto 12 como 60 sin un resto.

Encontrar el GCF
Existe un método sencillo, basado en la factorización prima, que determina el GCF de un grupo de números enteros.

Múltiple
Cuando un número entero se multiplica por todos los demás números enteros, con la excepción de cero, los productos individuales resultantes se llaman **múltiplos** de ese número entero. Algunos múltiplos de 7 son 7, 14, 21 y 28.

Multiplos comunes Los
múltiplos que son comunes a un grupo de números enteros se denominan **múltiplos comunes**. Algunos múltiplos comunes de 6 y 9 son 18, 36 y 54.

El MCM
El **múltiplo menos común** (LCM) de un grupo de números enteros es el número entero más pequeño en el que cada uno de los números enteros dados divide sin un resto. El múltiplo menos común de 9 y 6 es 18.

Encontrar el LCM
Existe un método sencillo, basado en la factorización prima, que determina el LCM de un grupo de números enteros. Por ejemplo, el mínimo común múltiplo de 28 y 72 se encuentra de la siguiente manera.

Escribe la factorización prima de cada número
$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$
$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

Escribe cada base que aparece en cada una de las factorizaciones primos, 2, 3 y 7.
A cada una de las bases listadas en el paso 2, adjuntar el *mayor* exponente que aparece en ella en la factorización prima.
2^3,3^2, y 7
El LCM es el producto de los números que se encuentran en el paso 3.
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 8 \cdot 9 \cdot 7 = 504$

Así, 504 es el número más pequeño en el que tanto el 28 como el 72 dividirán sin un resto.

La diferencia entre el GCF y el MCM
El GCF de dos o más números enteros es el número más grande que divide en cada uno de los números enteros dados. El LCM de dos o más números enteros es el número entero más pequeño en el que cada uno de los números dados divide sin un resto.

This page titled 6.6: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.7: Suplemento de ejercicio

Exponentes y Raíces

Para problemas 1 -25, determinar el valor de cada potencia y raíz.

Ejercicio6.7.1

3^3

Contestar

27

Ejercicio6.7.2

4^3

Ejercicio6.7.3

0^5

Contestar

0

Ejercicio6.7.4

1^4

Ejercicio6.7.5

12^2

Contestar

144

Ejercicio6.7.6

7^2

Ejercicio6.7.7

8^2

Contestar

64

Ejercicio6.7.8

11^2

Ejercicio6.7.9

2^5

Contestar

32

Ejercicio6.7.10

3^4

Ejercicio6.7.11

15^2

Contestar

225

Ejercicio6.7.12

20^2

Ejercicio6.7.13

25^2

Contestar

625

Ejercicio6.7.14

$\sqrt{36}$

Ejercicio6.7.15

$\sqrt{225}$

Contestar

15

Ejercicio6.7.16

$\sqrt[3]{64}$

Ejercicio6.7.17

$\sqrt[4]{16}$

Contestar

2

Ejercicio 6.7.18

$\sqrt{0}$

Ejercicio 6.7.19

$\sqrt[3]{1}$

Contestar

1

Ejercicio 6.7.20

$\sqrt[3]{216}$

Ejercicio 6.7.21

$\sqrt{144}$

Contestar

12

Ejercicio 6.7.22

$\sqrt{196}$

Ejercicio 6.7.23

$\sqrt{1}$

Contestar

1

Ejercicio 6.7.24

$\sqrt[4]{0}$

Ejercicio 6.7.25

$\sqrt[6]{64}$

Contestar

2

Sección 3.2

Para los problemas 26-45, utilice el orden de las operaciones para determinar cada valor.

Ejercicio 6.7.26

$2^3 - 2 \cdot 4$

Ejercicio6.7.27

$5^2 - 10 \cdot 2 - 5$

Contestar

0

Ejercicio6.7.28

$\sqrt{81} - 3^2 + 6 \cdot 2$

Ejercicio6.7.29

$15^2 + 5^2 \cdot 2^2$

Contestar

325

Ejercicio6.7.30

$3 \cdot (2^2 + 3^2)$

Ejercicio6.7.31

$64 \cdot (3^2 - 2^3)$

Contestar

64

Ejercicio6.7.32

$$\frac{5^2 + 1}{13} + \frac{3^3 + 1}{14}$$

Ejercicio6.7.33

$$\frac{6^2 - 1}{5 \cdot 7} - \frac{49 + 7}{2 \cdot 7}$$

Contestar

-3

Ejercicio6.7.34

$$\frac{2 \cdot [3 + 5(2^2 + 1)]}{5 \cdot 2^3 - 3^2}$$

Ejercicio6.7.35

$$\frac{3^2 \cdot [2^5 - 1^4(2^3 + 25)]}{2 \cdot 5^2 + 5 + 2}$$

Contestar

$$-\frac{9}{57}$$

Ejercicio6.7.36

$$\frac{(5^2-2^3)-2\cdot 7}{2^2-1}+5\cdot\left[\frac{3^2-3}{2}+1\right]$$

Ejercicio6.7.37

$(8-3)^2+(2+3^2)^2$

Contestar

146

Ejercicio6.7.38

$3^2\cdot(4^2+\sqrt{25})+2^3\cdot(\sqrt{81}-3^2)$

Ejercicio6.7.39

\sqrt{16 + 9}}

Contestar

5

Ejercicio6.7.40

$\sqrt{16}+\sqrt{9}$

Ejercicio6.7.41

Comparar los resultados de los problemas 39 y 40. ¿Qué podríamos concluir?

Contestar

La suma de raíces cuadradas no es necesariamente igual a la raíz cuadrada de la suma.

Ejercicio6.7.42

$\sqrt{18\cdot 2}$

Ejercicio6.7.43

$\sqrt{6\cdot 6}$

Contestar

6

Ejercicio6.7.44

$\sqrt{7 \cdot 7}$

Ejercicio6.7.45

$\sqrt{8 \cdot 8}$

Contestar

8

Ejercicio6.7.46

A registra el número de factores idénticos que se repiten en una multiplicación.

Factorización Prime de Números Naturales

Para problemas 47- 53, encuentra todos los factores de cada número.

Ejercicio6.7.47

18

Contestar

1, 2, 3, 6, 9, 18

Ejercicio6.7.48

24

Ejercicio6.7.49

11

Contestar

1, 11

Ejercicio6.7.50

12

Ejercicio6.7.51

51

Contestar

1, 3, 17, 51,

Ejercicio6.7.52

25

Ejercicio6.7.53

2

Contestar

1, 2

Ejercicio6.7.54

¿Cuál es el número primo más pequeño?

Símbolo de Agrupación y Orden de Operaciones

Para problemas 55 -64, escriba cada número como producto de factores primos.

Ejercicio6.7.55

55

Contestar

$5 \cdot 11$

Ejercicio6.7.56

20

Ejercicio6.7.57

80

Contestar

$2^4 \cdot 5$

Ejercicio6.7.58

284

Ejercicio6.7.59

700

Contestar

$2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

Ejercicio6.7.60

845

Ejercicio6.7.61

1,614

Contestar

$2 \cdot 3 \cdot 269$

Ejercicio 6.7.62

921

Ejercicio 6.7.63

29

Contestar

29 es un número primo

Ejercicio 6.7.64

37

El mayor factor común

Para los problemas 65 - 75, encuentra el mayor factor común de cada colección de números.

Ejercicio 6.7.65

5 y 15

Contestar

5

Ejercicio 6.7.66

6 y 14

Ejercicio 6.7.67

10 y 15

Contestar

5

Ejercicio 6.7.68

6, 8 y 12

Ejercicio 6.7.69

18 y 24

Contestar

6

Ejercicio6.7.70

42 y 54

Ejercicio6.7.71

40 y 60

Contestar

20

Ejercicio6.7.72

18, 48 y 72

Ejercicio6.7.73

147, 189 y 315

Contestar

21

Ejercicio6.7.74

64, 72 y 108

Ejercicio6.7.75

275, 297 y 539

Contestar

11

El múltiplo menos común

Para los problemas 76-86, encuentra el múltiplo menos común de cada colección de números.

Ejercicio6.7.76

5 y 15

Ejercicio6.7.77

6 y 14

Contestar

42

Ejercicio6.7.78

10 y 15

Ejercicio6.7.79

36 y 90

Contestar

180

Ejercicio6.7.80

42 y 54

Ejercicio6.7.81

8, 12 y 20

Contestar

120

Ejercicio6.7.82

40, 50 y 180

Ejercicio6.7.83

135, 147 y 324

Contestar

79, 380

Ejercicio6.7.84

108, 144 y 324

Ejercicio6.7.85

5, 18, 25 y 30

Contestar

450

Ejercicio6.7.86

12, 15, 18 y 20

Ejercicio6.7.87

Encuentra todos los divisores de 24.

Contestar

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Ejercicio6.7.88

Encuentra todos los factores de 24.

Ejercicio6.7.89

Escribe todos los divisores de$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$.

Contestar

1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 25, 35, 40, 50, 56, 70, 100, 140, 175, 200, 280, 700, 1,400

Ejercicio6.7.90

Escribe todos los divisores de$6 \cdot 8^2 \cdot 10^3$.

Ejercicio6.7.91

¿Divide $75^3 \cdot 6^4 \cdot 7^2 \cdot 8^5$?

Contestar

si

Ejercicio6.7.86

¿13 divide$8^3 \cdot 10^2 \cdot 11^4 \cdot 13^2 \cdot 15$?

This page titled 6.7: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

6.8: Examen de Aptitud

Ejercicio6.8.1

En el número8^5, escriba los nombres utilizados para el número 8 y el número 5.

Responder

base; exponente

Ejercicio6.8.2

Escribir usando exponentes. $12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12$

Responder

12^7

Ejercicio6.8.3

Ampliar9^4.

Responder

$9^4 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6,561$

Para problemas 4-15, determinar el valor de cada expresión.

Ejercicio6.8.4

4^3

Responder

64

Ejercicio6.8.5

1^5

Responder

1

Ejercicio6.8.6

0^3

Responder

0

Ejercicio6.8.7

2^6

Responder

64

Ejercicio 6.8.8

$\sqrt{49}$

Responder

7

Ejercicio 6.8.9

$\sqrt[3]{27}$

Responder

3

Ejercicio 6.8.10

$\sqrt[8]{1}$

Responder

1

Ejercicio 6.8.11

$16+2\cdot(8-6)$

Responder

20

Ejercicio 6.8.12

$5^3-\sqrt{100}+8\cdot 2-20\div 5$

Responder

127

Ejercicio 6.8.13

$3\cdot\dfrac{8^2-2\cdot 3^2}{5^2-2}\cdot\dfrac{6^3-4\cdot 5^2}{29}$

Responder

24

Ejercicio 6.8.14

$\dfrac{20+2^4}{2^3\cdot 2-5\cdot 2}\cdot\dfrac{5\cdot 7-\sqrt{81}}{7+3\cdot 2}$

Contestar

8

Ejercicio6.8.15

$[(8-3)^2+(33-4\sqrt{49})]-2[(10-3^2)+9]-5$

Contestar

5

Para los problemas 16-20, encuentra la factorización prima de cada número entero. Si el número es primo, escribe “primo”.

Ejercicio6.8.15

18

Contestar

$3^2 \cdot 2$

Ejercicio6.8.15

68

Contestar

$2^2 \cdot 17$

Ejercicio6.8.15

142

Contestar

$2 \cdot 71$

Ejercicio6.8.15

151

Contestar

prime

Ejercicio6.8.15

468

Contestar

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$

Para los problemas 21 y 22, encuentra el mayor factor común.

Ejercicio6.8.21

200 y 36

Contestar

4

Ejercicio6.8.22

900 y 135

Contestar

45

Ejercicio6.8.23

Escribe todos los factores de 36.

Contestar

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Ejercicio6.8.24

Escribe todos los divisores de 18.

Contestar

1, 2, 3, 6, 9, 18

Ejercicio6.8.25

¿7 divide en$5^2 \cdot 6^3 \cdot 7^4 \cdot 8$? Explicar.

Contestar

Sí, porque uno de los factores primos del número es 7.

Ejercicio6.8.26

¿3 es un factor de$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 4^6$? Explicar.

Contestar

Sí, porque es uno de los factores del número.

Ejercicio6.8.27

¿13 divide en$11^3 \cdot 12^4 \cdot 15^2$? Explicar.

Contestar

No, porque el primo 13 no es factor ninguno de los factores enumerados del número.

Para los problemas 28 y 29, encuentra el múltiplo menos común.

Ejercicio6.8.28

432 y 180

Contestar

2,160

Ejercicio6.8.29

28, 40 y 95

Contestar

5,320

6.8: Examen de Aptitud is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

CHAPTER OVERVIEW

7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones

7.1: Facciones de números enteros
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos
7.4: Multiplicación de Fracciones
7.5: División de Fracciones
7.6: Aplicaciones que involucran fracciones
7.7: Resumen de conceptos clave
7.8: Suplemento de ejercicio
7.9: Examen de Aptitud

This page titled 7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

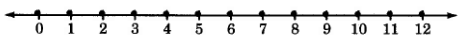
7.1: Facciones de números enteros

Objetivos de aprendizaje

- entender el concepto de fracciones de números enteros
- ser capaz de reconocer las partes de una fracción

Más números en la línea numérica

En los Capítulos [link], [link], y [link], estudiamos los números enteros y los métodos para combinarlos. Señalamos que podíamos mostrar visualmente los números enteros dibujando una línea numérica y colocando círculos cerrados en ubicaciones de números enteros.



Al observar esta recta numérica, podemos ver que los números enteros no dan cuenta de cada punto de la línea. ¿Qué números, si los hay, se pueden asociar a estos puntos? En esta sección veremos que muchos de los puntos en la recta numérica, incluyendo los puntos ya asociados a números enteros, pueden asociarse con números llamados *fracciones*.

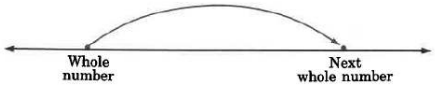
Fracciones de números enteros

La naturaleza de las fracciones positivas

Podemos ampliar nuestra colección de números, que ahora contiene sólo los números enteros, al incluir fracciones de números enteros. Podemos determinar la naturaleza de estas fracciones usando la recta numérica.

Si colocamos un lápiz en algún número entero y procedemos a viajar a la derecha al siguiente número entero, vemos que nuestro viaje puede *dividirse* en diferentes tipos de partes iguales como se muestra en los siguientes ejemplos.

1 parte.



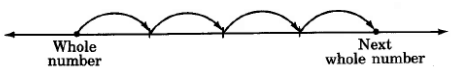
2 partes iguales.



3 partes iguales.



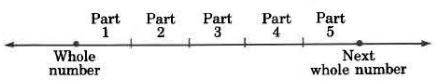
4 partes iguales.



El vocablo latino Fractio

Observe que el número de piezas, 2, 3 y 4, en las que estamos dividiendo la cantidad original es siempre un *número entero distinto de cero*. La idea de romper una cantidad entera nos da la palabra *fracción*. La palabra fracción proviene del vocablo latino “fractio” que significa una rotura, o fractura.

Supongamos que dividimos el intervalo de algún número entero al siguiente número entero en cinco partes iguales.



Después de comenzar a pasar de un número entero al siguiente, decidimos detenernos después de cubrir solo dos partes. Hemos cubierto 2 partes de 5 partes iguales. Esta situación se describe por escrito $\frac{2}{5}$.



Definición: Fracción positiva

Un número como $\frac{2}{5}$ se llama **fracción positiva**, o más simplemente, **fracción**.

Las Partes de una Fracción

Una fracción tiene *tres partes*.

La barra de fracción -.

Barra de **fracciones**
La barra de fracciones sirve como símbolo de agrupación. Separa una cantidad en grupos individuales. Estos grupos tienen nombres, como se señala en 2 y 3 a continuación.
El número distinto de cero por debajo de la barra de fracciones.

Denominador
Este número se llama **denominador** de la fracción, e indica el número de partes en las que se ha dividido la cantidad total. Observe que el denominador debe ser un número entero distinto de cero ya que el menor número de partes que puede tener cualquier cantidad es uno.
El número por encima de la barra de fracciones.

Numerador
Este número se llama el **numerador** de la fracción, e indica cuántas de las partes especificadas se están considerando. Observe que el numerador puede ser cualquier número entero (incluyendo cero) ya que se puede considerar cualquier número de las partes especificadas.

$$\frac{\text{whole number}}{\text{nonzero whole number}} \leftrightarrow \frac{\text{numerator}}{\text{denominator}}$$

Conjunto de Muestras A

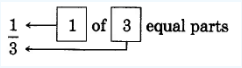
Los diagramas en los siguientes problemas son ilustraciones de fracciones.

Diagramas**:**



1a: Un círculo entero **1b:** Todo el círculo dividido en 3 partes iguales **1c:** 1 de las 3 iguales partes

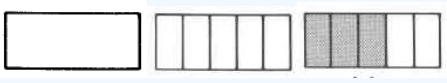
Figura 1.



La fracción $\frac{1}{3}$ se lee como “un tercio”.

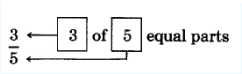
Conjunto de Muestras A

Diagramas**:**



2a: Un rectángulo entero **2b:** Todo el rectángulo dividido en 5 partes iguales **2c:** 3 de las 5 partes iguales

Figura 2.

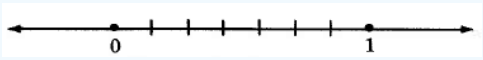


La fracción $\frac{3}{5}$ “se lee como “tres quintos”.

Conjunto de Muestras A



3a: La línea numérica entre 0 y 1

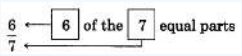


3b: La línea numérica entre 0 y 1 dividida en 7 partes iguales



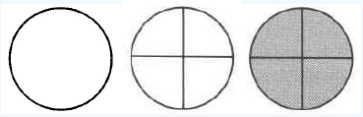
3c: 6 de las 7 partes iguales

Figura 3.



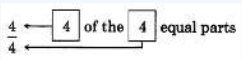
La fracción $\frac{6}{7}$ se lee como “seis séptimos”.

Conjunto de Muestras A



4a: Un círculo entero **4b:** Todo el círculo dividido en 4 partes iguales **4c:** 4 de las 4 partes iguales

Figura 4.



Cuando el numerador y el denominador son iguales, la fracción representa la cantidad total, y su valor es 1.

$$\frac{\text{nonzero whole number}}{\text{same nonzero whole number}} = 1$$

Conjunto de práctica A

Especifique el numerador y denominador de las siguientes fracciones.

$\frac{4}{7}$

Contestar

4, 7

Conjunto de práctica A

$\frac{5}{8}$

Contestar

5, 8

Conjunto de práctica A

$\frac{10}{15}$

Contestar

10, 15

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{9}$

Contestar

1, 9

Conjunto de práctica A

$\frac{0}{2}$

Contestar

0, 2

Lectura y Escritura de Fracciones

Para traducir correctamente las fracciones de forma de palabra a forma numérica, o de forma numérica a forma de palabra, es necesario entender el uso del *guión*.

Uso del guión

Uno de los usos principales del **guión** es decirle al lector que dos palabras que no se unen ordinariamente deben tomarse en combinación como una unidad. Los guiones *siempre* se utilizan para números entre 21 y 99 (excepto los que terminan en cero).

Conjunto de Muestras B

Escribe cada fracción usando números enteros.

Cincuenta y trescentésimas. El guión une las palabras tres y centésimas y nos dice que las consideremos como una sola unidad. Por lo tanto, cincuenta y tres centésimas se traduce como $\frac{50}{300}$

Conjunto de Muestras B

Cincuenta y tres centésimas. El guión une los números cincuenta y tres y nos dice que los consideremos como una sola unidad. Por lo tanto, cincuenta y tres centésimas se traduce como $\frac{53}{100}$

Conjunto de Muestras B

Cuatrocientos siete milésimas. El guión une las palabras siete y milésimas y nos dice que las consideremos como una sola unidad. Por lo tanto, cuatrocientos siete milésimas se traduce como $\frac{400}{7,000}$

Conjunto de Muestras B

Cuatrocientos siete milésimas. La ausencia de guiones indica que las palabras *siete* y *milésimas* deben considerarse individualmente. cuatrocientos siete milésimas se traduce como $\frac{407}{1000}$

Escribe cada fracción usando palabras.

Conjunto de Muestras B

$\frac{21}{85}$ se traduce como veintiún ochenta y cinco.

Conjunto de Muestras B

$\frac{200}{3,000}$ se traduce como doscientos tres milésimas. Se necesita un guión entre las palabras tres y milésimas para decirle al lector que estas palabras deben considerarse como una sola unidad.

Conjunto de Muestras B

$\frac{203}{1,000}$ se traduce como doscientos tres milésimas.

Set de práctica B

Escribe las siguientes fracciones usando números enteros.

una décima

Contestar

$\frac{1}{10}$

Set de práctica B

once decimocuarto

Contestar

$\frac{11}{14}$

Set de práctica B

dieciséis treinta y quintos

Contestar

$\frac{16}{35}$

Set de práctica B

ochocientos siete milésimas

Contestar

$\frac{800}{7,000}$

Escribe lo siguiente usando palabras.

Set de práctica B

$\frac{3}{8}$

Contestar

tres octavos

Set de práctica B

$\frac{1}{10}$

Contestar

una décima

Set de práctica B

$\frac{3}{250}$

Contestar

tres doscientos cincuenta

Set de práctica B

$\frac{114}{3,190}$

Contestar

ciento catorce tres mil ciento noventa

Nombra la fracción que describe cada porción sombreada.

Set de práctica B



Contestar

$\frac{3}{8}$

Set de práctica B



Contestar

$\frac{1}{16}$

En los siguientes 2 problemas, indique el numerador y denominador, y escriba cada fracción en palabras.

Set de práctica B

El número $\frac{5}{9}$ se utiliza para convertir de Fahrenheit a Celsius.

Contestar

5, 9, cinco novenos

Set de práctica B

Un centavo es $\frac{1}{10}$ de un dólar.

Contestar

1, 10, una décima

Ejercicios

Para los siguientes 10 problemas, especifique el numerador y denominador en cada fracción.

Ejercicio7.1.1

$\frac{3}{4}$

Contestar

numerador, 3; denominador, 4

Ejercicio7.1.2

$\frac{9}{10}$

Ejercicio7.1.3

$\frac{1}{5}$

Contestar

numerador, 1; denominador, 5

Ejercicio7.1.4

$\frac{5}{6}$

Ejercicio7.1.5

$\frac{7}{7}$

Contestar

numerador, 7; denominador, 7

Ejercicio7.1.6

$\frac{4}{6}$

Ejercicio7.1.7

$\frac{0}{12}$

Contestar

numerador, 0; denominador, 12

Ejercicio7.1.8

$\frac{25}{25}$

Ejercicio7.1.9

$\frac{18}{1}$

Contestar

numerador, 18; denominador, 1

Ejercicio7.1.10

$\frac{0}{16}$

Para los siguientes 10 problemas, escriba las fracciones usando números enteros.

Ejercicio7.1.11

cuatro quintas

Contestar

$\frac{4}{5}$

Ejercicio7.1.12

dos novenos

Ejercicio7.1.13

quince veinteavos

Contestar

$\frac{15}{20}$

Ejercicio7.1.14

cuarenta y siete ochenta y tercios

Ejercicio7.1.15

noventa y uno ciento séptumos

Contestar

$\frac{91}{107}$

Ejercicio7.1.16

veintidós cuatrocientos once

Ejercicio7.1.17

seiscientos quinientos ochocientos treinta y cuartos

Contestar

$\frac{605}{834}$

Ejercicio7.1.18

tres mil tres cuarenta y cuatro diez milésimas

Ejercicio7.1.19

noventa y dos millonésimas

Contestar

$\frac{92}{1,000,000}$

Ejercicio7.1.20

uno tres mil millonésimas

Para los siguientes 10 problemas, escribe las fracciones usando palabras.

Ejercicio7.1.21

$\frac{5}{9}$

Contestar

cinco novenos

Ejercicio7.1.22

$\frac{6}{10}$

Ejercicio7.1.23

$\frac{8}{15}$

Contestar

ocho quintas

Ejercicio7.1.24

$\frac{10}{13}$

Ejercicio7.1.25

$\frac{75}{100}$

Contestar

setenta y cinco centésimas

Ejercicio7.1.26

$\frac{86}{135}$

Ejercicio7.1.27

$\frac{916}{1,014}$

Contestar

novecientos dieciséis mil catorce

Ejercicio7.1.28

$\frac{501}{10,001}$

Ejercicio7.1.29

$\frac{18}{31,608}$

Contestar

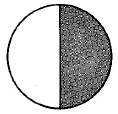
dieciocho treinta y uno mil seiscientos octavos

Ejercicio7.1.30

$$\frac{1}{500,000}$$

Para los siguientes 4 problemas, nombra la fracción correspondiente a la porción sombreada.

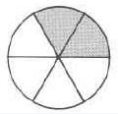
Ejercicio7.1.31



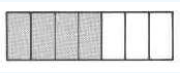
Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio7.1.32



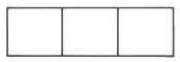
Ejercicio7.1.33



Contestar

$\frac{4}{7}$

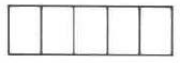
Ejercicio7.1.34



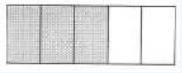
Para los siguientes 4 problemas, sombree la porción correspondiente a la fracción dada en la figura dada.

Ejercicio7.1.35

$\frac{3}{5}$

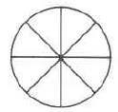


Contestar



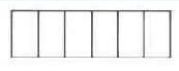
Ejercicio7.1.36

$\frac{1}{8}$



Ejercicio7.1.37

$\frac{6}{6}$

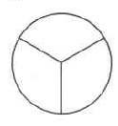


Contestar



Ejercicio7.1.38

$\frac{0}{3}$



Indicar el numerador y denominador y escribir con palabras cada una de las fracciones que aparecen en los enunciados para los siguientes 10 problemas.

Ejercicio7.1.39

Un contratista está vendiendo casas en lotes de $\frac{1}{4}$ acres.

Contestar

Numerador, 1; denominador, 4; un cuarto

Ejercicio7.1.40

La fracción $\frac{22}{7}$ se utiliza a veces como una aproximación al número π. (El símbolo se lee “pi.”)

Ejercicio7.1.41

La fracción $\frac{4}{3}$ se utiliza para encontrar el volumen de una esfera.

Contestar

Numerador, 4; denominador, 3; cuatro tercios

Ejercicio7.1.42

Una pulgada es $\frac{1}{12}$ de pie.

Ejercicio7.1.43

Acerca $\frac{2}{7}$ de los alumnos de una clase universitaria de estadística recibieron una “B” en el curso.

Contestar

Numerador, 2; denominador, 7; dos séptimos

Ejercicio7.1.44

La probabilidad de seleccionar aleatoriamente un palo al sacar una carta de una baraja estándar de 52 cartas es $\frac{13}{52}$.

Ejercicio7.1.45

En una caja que contiene ocho chips de computadora, se sabe que cinco son buenos y tres son defectuosos. Si se seleccionan tres chips al azar, la probabilidad de que los tres sean defectuosos es $\frac{1}{56}$.

Contestar

Numerador, 1; denominador, 56; un quincuagésimo sexto

Ejercicio7.1.46

En una habitación de 25 personas, la probabilidad de que al menos dos personas tengan la misma fecha de nacimiento (fecha y mes, no año) es $\frac{569}{1000}$.

Ejercicio7.1.47

La media (promedio) de los números 21, 25, 43 y 36 es $\frac{125}{4}$.

Contestar

Numerador, 125; denominador, 4; ciento veinticinco cuartas partes

Ejercicio7.1.48

Si una roca cae desde una altura de 20 metros sobre Júpiter, la roca tendrá $\frac{32}{25}$ metros de altura después de $\frac{6}{5}$ segundos.

Ejercicios para revisión

Ejercicio7.1.49

Utilice los números 3 y 11 para ilustrar la propiedad conmutativa de la suma.

Contestar

$3+11=11+3=14$

Ejercicio7.1.50

Encuentra el cociente. $676 \div 26$

Ejercicio7.1.51

Escribir$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ usando exponentes.

Contestar

7^5

Ejercicio7.1.52

Encuentra el valor de$\frac{8 \cdot (6+20)}{8} + \frac{3 \cdot (6+16)}{22}$.

Ejercicio7.1.53

Encuentra el múltiplo menos común de 12, 16 y 18.

Contestar

144

This page titled 7.1: Facciones de números enteros is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos

Objetivos de aprendizaje

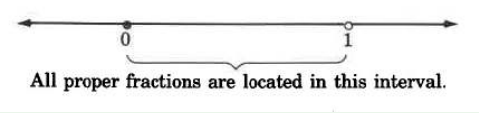
- ser capaz de distinguir entre fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
- poder convertir una fracción impropia en un número mixto
- poder convertir un número mixto en una fracción impropia

Ahora que sabemos qué son las fracciones positivas, consideramos tres tipos de fracciones positivas: fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos.

Fracciones propias positivas

Definición: Fracción apropiada positiva

Las fracciones en las que el número entero en el numerador es estrictamente menor que el número entero en el denominador se denominan **fracciones propiamente positivas**. En la recta numérica, las fracciones propias se ubican en el intervalo de 0 a 1. Las fracciones positivas propiamente dichas son siempre menores a una.



El círculo cerrado en 0 indica que 0 está incluido, mientras que el círculo abierto en 1 indica que 1 no está incluido.

Algunos ejemplos de fracciones propias positivas son

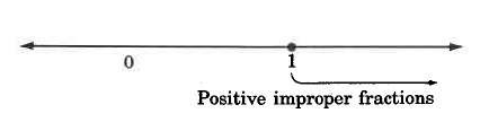
$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{20}{27}, \text{y} \frac{106}{255}$

Tenga en cuenta que$1 < 23 < 5, 20 < 27,$, y$106 < 225$.

Fracciones impropias positivas

Definición: Fracciones impropias positivas

Las fracciones en las que el número entero en el numerador es mayor o igual que el número entero en el denominador se denominan **fracciones impropias positivas**. En la recta numérica, las fracciones impropias se encuentran a la derecha de (e incluyendo) 1. Las fracciones impropias positivas son siempre mayores o iguales a 1.



Algunos ejemplos de fracciones impropias positivas son

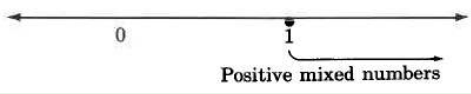
$\frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{4}{4}, \text{y} \frac{105}{16}$

Tenga en cuenta que$3 \geq 2, 8 \geq 5, 4 \geq 4$, y$105 \geq 16$.

Números Mixtos Positivos

Definición: Números Mixtos Positivos

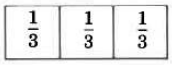
Un número de la formanonzero whole number $+$ proper fraction se llama un **número mixto positivo**. Por ejemplo, $2\frac{3}{5}$ es un número mixto. En la recta numérica, los números mixtos se ubican en el intervalo a la derecha de (e incluyendo) 1. Los números mixtos son siempre mayores o iguales a 1.



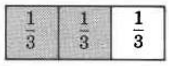
Relacionar fracciones impropias positivas y números mixtos positivos

Dos hechos sugieren una relación entre fracciones impropias y números mixtos. La primera es que las fracciones impropias y los números mixtos se localizan en el mismo intervalo en la recta numérica. El segundo hecho, que los números mixtos son la suma de un número natural y una fracción, se puede apreciar haciendo las siguientes observaciones.

Divide una cantidad entera en 3 partes iguales.



Ahora, considere los siguientes ejemplos observando las respectivas áreas sombreadas.



En la región sombreada, hay 2 un tercio, o $\frac{2}{3}$.

$2(\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$



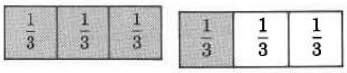
Hay 3 un tercio, o $\frac{3}{3}$, o 1.

$3(\frac{1}{3}) = \frac{3}{3}$ o 1

Por lo tanto,

$\frac{3}{3} = 1$

Fracción impropia = número entero.



Hay 4 un tercio, o $\frac{4}{3}$, o 1 y $\frac{1}{3}$.

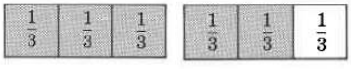
$4(\frac{1}{3}) = \frac{4}{3}$ o 1 y $\frac{1}{3}$

Los términos 1 y se $\frac{1}{3}$ pueden representar como $1 + \frac{1}{3}$ $1\frac{1}{3}$

Por lo tanto,

$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

fracción mpropia= número mixto.



Hay 5 un tercio, o $\frac{5}{3}$, o 1 y $\frac{2}{3}$.

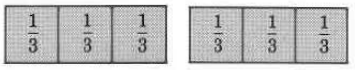
$5(\frac{1}{3}) = \frac{5}{3}$ o 1 y $\frac{2}{3}$

Los términos 1 y se $\frac{2}{3}$ pueden representar como $1 + \frac{2}{3}$ o $1\frac{2}{3}$.

Por lo tanto,

$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

Fracción impropia = número mixto.



Hay 6 un tercio, o $\frac{6}{3}$, o 2.

$6(\frac{1}{3}) = \frac{6}{3} = 2$

Por lo tanto,

$\frac{6}{3} = 2$

Fracción impropia = número entero.

El siguiente dato importante se ilustra en los ejemplos anteriores.

Número Mixto = Número Natural + Fracción Propia Los **números mixtos** son la *suma* de un número natural y una fracción propia. Número mixto = (número natural) + (fracción propia)

Por ejemplo se $1\frac{1}{3}$ puede expresar como $1 + \frac{1}{3}$ La fracción se $5\frac{7}{8}$ puede expresar como $5 + \frac{7}{8}$.

Es importante señalar que un número como $5 + \frac{7}{8}$ *no* indica multiplicación. Para indicar multiplicación, necesitaríamos usar un símbolo de multiplicación (como $\cdot$)

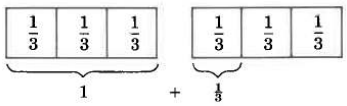
Ejemplo 7.2.1

$5\frac{7}{8}$ significa $5 + \frac{7}{8}$ y *no* $5 \cdot \frac{7}{8}$, lo que significa 5 veces $\frac{7}{8}$ o 5 multiplicado por $\frac{7}{8}$.

Así, los números mixtos pueden ser representados por fracciones impropias, y las fracciones impropias pueden ser representadas por números mixtos.

Conversión de fracciones impropias a números mixtos

Para entender cómo podríamos convertir una fracción impropia a un número mixto, consideremos la fracción, $\frac{4}{3}$.



$$\begin{aligned} \frac{4}{3} &= \underbrace{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}_{1} + \frac{1}{3} \\ &= 1 + \frac{1}{3} \\ &= 1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Podemos ilustrar un procedimiento para convertir una fracción impropia a un número mixto usando este ejemplo. Sin embargo, la conversión se logra *más fácilmente* dividiendo el numerador por el denominador y usando el resultado para escribir el número mixto.

Convertir una fracción impropia en un número mixto

Para convertir una fracción impropia en un número mixto, divida el numerador por el denominador.

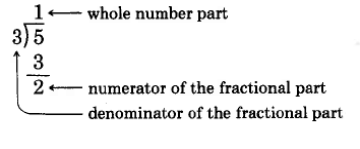
La parte del número entero del número mixto es el cociente.
La parte fraccionaria del número mixto es el resto escrito sobre el divisor (el denominador de la fracción impropia).

Conjunto de Muestras A

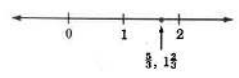
Convertir cada fracción impropia a su número mixto correspondiente.

$\frac{5}{3}$ Divide 5 por 3.

Solución



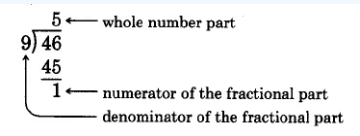
La fracción impropia $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.



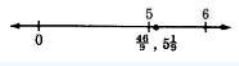
Conjunto de Muestras A

$\frac{46}{9}$ Divide 46 por 9.

Solución



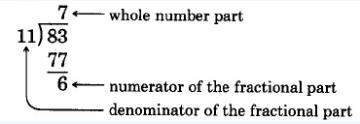
La fracción impropia $\frac{46}{9} = 5\frac{1}{9}$.



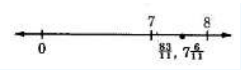
Conjunto de Muestras A

$\frac{83}{11}$ Divide 83 por 11.

Solución



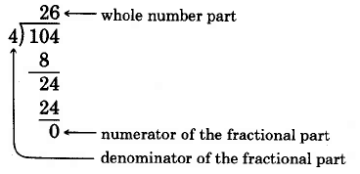
La fracción impropia $\frac{83}{11} = 7\frac{6}{11}$.



Conjunto de Muestras A

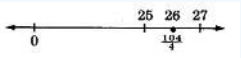
$\frac{104}{4}$ Divide 104 por 4.

Solución



\ (\ dfrac {104} {4} = 26\ dfrac {0} {4} = 26

La fracción impropia $\frac{104}{4} = 26$.



Conjunto de práctica A

Convertir cada fracción impropia a su número mixto correspondiente.

$\frac{9}{2}$

Responder

$4\frac{1}{2}$

Conjunto de práctica A

$\frac{11}{3}$

Responder

$3\frac{2}{3}$

Conjunto de práctica A

$\frac{14}{11}$

Responder

$1\frac{3}{11}$

Conjunto de práctica A

$\frac{31}{13}$

Responder

$2\frac{5}{13}$

Conjunto de práctica A

$\frac{79}{4}$

Responder

$19\frac{3}{4}$

Conjunto de práctica A

$\frac{496}{8}$

Responder

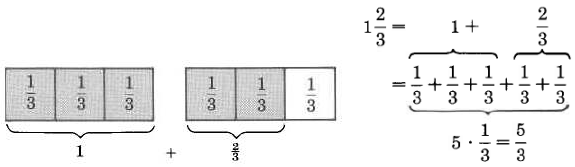
62

Conversión de números mixtos a fracciones impropias

Para entender cómo convertir un número mixto en una fracción impropia, recordaremos

número mixto = (número natural) + (fracción propia)

y considere el siguiente diagrama.



$$1\frac{2}{3} = \overbrace{1}^{1} + \overbrace{\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} = \underbrace{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}_{5\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{3}}$$

Recordemos que la multiplicación describe la adición repetida.

Observe que se$\frac{5}{3}$ puede obtener$1\frac{2}{3}$ mediante el uso de la multiplicación de la siguiente manera.

Multiplicar:$3 \cdot 1 = 3$

$1\frac{2}{3}$

Agregar:$3 + 2 = 5$. Coloca el 5 sobre el 3:$\frac{5}{3}$

En este ejemplo se ilustra el procedimiento para convertir un número mixto en una fracción impropia.

Convertir un número mixto en una fracción impropia

Para convertir un número mixto en una fracción impropia,

Multiplique el denominador de la parte fraccionaria del número mixto por la parte de número entero.
A este producto, agregue el numerador de la parte fraccionaria.
Coloca este resultado sobre el denominador de la parte fraccionaria.

Conjunto de Muestras B

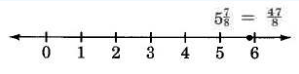
Convierte cada número mixto en una fracción impropia.

$5\frac{7}{8}$

Solución

1. Multiplicar: $8 \cdot 5 = 40$
2. Agregar: $40 + 7 = 47$
3. Lugar 47 sobre 8: $\frac{47}{8}$

Así, $5\frac{7}{8} = \frac{47}{8}$.



Conjunto de Muestras B

$16\frac{2}{3}$

Solución

1. Multiplicar: $3 \cdot 16 = 48$.
2. Agregar: $48 + 2 = 50$
3. Lugar 50 sobre 3: $\frac{50}{3}$

Por lo tanto, $16\frac{2}{3} = \frac{50}{3}$

Conjunto de práctica A

Convertir cada número mixto a su fracción impropia correspondiente.

$8\frac{1}{4}$

Responder

$\frac{33}{4}$

Conjunto de práctica A

$5\frac{3}{5}$

Responder

$\frac{28}{5}$

Conjunto de práctica A

$1\frac{4}{15}$

Responder

$\frac{19}{15}$

Conjunto de práctica A

$12\frac{2}{7}$

Responder

$\frac{86}{7}$

Ejercicios

Para los siguientes 15 problemas, identifique cada expresión como una fracción propia, una fracción impropia o un número mixto.

Ejercicio7.2.1

$\frac{3}{2}$

Responder

fracción impropia

Ejercicio7.2.2

$\frac{4}{9}$

Ejercicio7.2.3

$\frac{5}{7}$

Responder

fracción adecuada

Ejercicio7.2.4

$\frac{1}{8}$

Ejercicio7.2.5

$6\frac{1}{4}$

Responder

número mixto

Ejercicio7.2.6

$\frac{11}{8}$

Ejercicio7.2.7

$\frac{1,001}{12}$

Responder

fracción impropia

Ejercicio7.2.8

$191\frac{4}{5}$

Ejercicio7.2.9

$1\frac{9}{13}$

Responder

número mixto

Ejercicio7.2.10

$31\frac{6}{7}$

Ejercicio7.2.11

$3\frac{1}{40}$

Responder

número mixto

Ejercicio7.2.12

$\frac{55}{12}$

Ejercicio7.2.13

$\frac{0}{9}$

Responder

fracción adecuada

Ejercicio7.2.14

$\frac{8}{9}$

Ejercicio7.2.15

$101\frac{1}{11}$

Responder

número mixto

Para los siguientes 15 problemas, convierta cada una de las fracciones impropias a su número mixto correspondiente.

Ejercicio7.2.16

$\frac{11}{6}$

Ejercicio7.2.17

$\frac{14}{3}$

Responder

$4\frac{2}{3}$

Ejercicio7.2.18

$\frac{25}{4}$

Ejercicio7.2.19

$\frac{35}{4}$

Responder

$8\frac{3}{4}$

Ejercicio7.2.20

$\frac{71}{8}$

Ejercicio7.2.21

$\frac{63}{7}$

Responder

9

Ejercicio7.2.22

$$\frac{121}{11}$$

Ejercicio7.2.23

$$\frac{165}{12}$$

Responder

$$13\frac{9}{12} \text{o} 13\frac{3}{4}$$

Ejercicio7.2.24

$$\frac{346}{15}$$

Ejercicio7.2.25

$$\frac{5,000}{9}$$

Responder

$$555\frac{5}{9}$$

Ejercicio7.2.26

$$\frac{23}{5}$$

Ejercicio7.2.27

$$\frac{73}{2}$$

Responder

$$36\frac{1}{2}$$

Ejercicio7.2.28

$$\frac{19}{2}$$

Ejercicio7.2.29

$$\frac{316}{41}$$

Responder

$$7\frac{29}{41}$$

Ejercicio7.2.30

$\frac{800}{3}$

Para los siguientes 15 problemas, convierta cada uno de los números mixtos a su fracción impropia correspondiente.

Ejercicio7.2.31

$4\frac{1}{8}$

Responder

$\frac{33}{8}$

Ejercicio7.2.32

$1\frac{5}{12}$

Ejercicio7.2.33

$6\frac{7}{9}$

Responder

$\frac{61}{9}$

Ejercicio7.2.34

$15\frac{1}{4}$

Ejercicio7.2.35

$10\frac{5}{11}$

Responder

$\frac{115}{11}$

Ejercicio7.2.36

$15\frac{3}{10}$

Ejercicio7.2.37

$8\frac{2}{3}$

Responder

$\frac{26}{3}$

Ejercicio7.2.38

$4\frac{3}{4}$

Ejercicio7.2.39

$21\frac{2}{5}$

Responder

$\frac{107}{5}$

Ejercicio7.2.40

$17\frac{9}{10}$

Ejercicio7.2.41

$9\frac{20}{21}$

Responder

$\frac{209}{21}$

Ejercicio7.2.42

$5\frac{1}{16}$

Ejercicio7.2.43

$90\frac{1}{100}$

Responder

$\frac{9001}{100}$

Ejercicio7.2.44

$300\frac{43}{1,000}$

Ejercicio7.2.45

$19\frac{7}{8}$

Responder

$\frac{159}{8}$

Ejercicio7.2.46

¿Por qué$0\frac{4}{7}$ no califica como número mixto?

Pista:

Consulte la definición de un número mixto.

Ejercicio7.2.47

¿Por qué 5 califica como número mixto?

Pista:

Consulte la definición de un número mixto.

Responder

... porque puede ser wirtten como$5\frac{0}{n}$, donde$n$ está cualquier número entero positivo.

Problemas de la calculadora

Para los siguientes 8 problemas, utilice una calculadora para convertir cada número mixto a su fracción impropia correspondiente.

Ejercicio7.2.48

$35\frac{11}{12}$

Ejercicio7.2.49

$27\frac{5}{61}$

Responder

$\frac{1,652}{61}$

Ejercicio7.2.50

$83\frac{40}{41}$

Ejercicio7.2.51

$105\frac{21}{23}$

Responder

$\frac{2,436}{23}$

Ejercicio7.2.52

$72\frac{605}{606}$

Ejercicio7.2.53

$816\frac{19}{25}$

Responder

$\frac{20,419}{25}$

Ejercicio7.2.54

$708\frac{42}{51}$

Ejercicio7.2.55

$6,012\frac{4,216}{8,117}$

Responder

$\frac{48,803,620}{8,117}$

Ejercicios para revisión

Ejercicio7.2.56

Redondear 2,614,000 al mil más cercano.

Ejercicio7.2.57

Encuentra el producto. $1,004 \cdot 1,005$

Responder

1,009,020

Ejercicio7.2.58

Determina si 41,826 es divisible por 2 y 3.

Ejercicio7.2.59

Encuentra el mínimo común múltiplo de 28 y 36.

Responder

252

Ejercicio7.2.60

Especificar el numerador y denominador de la fracción $\frac{12}{19}$.

This page titled 7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

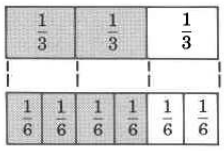
7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de reconocer fracciones equivalentes
- ser capaz de reducir una fracción a los términos más bajos
- ser capaz de elevar una fracción a términos más altos

Fracciones Equivalentes

Examinemos los dos diagramas siguientes.



$\frac{2}{3}$ of the whole is shaded.

$\frac{4}{6}$ of the whole is shaded.

Observe que ambos $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ representan la *misma parte* del todo, es decir, representan el mismo número.

Definición: Fracciones Equivalentes

Las fracciones que tienen el mismo valor se denominan **fracciones equivalentes**. Las fracciones equivalentes pueden verse diferentes, pero siguen siendo el mismo punto en la recta numérica.

Hay una propiedad interesante que satisfacen fracciones equivalentes.

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$

Una prueba para fracciones equivalentes usando el producto cruzado

Definición: productos cruzados

Estos pares de productos se denominan **productos cruzados**.

$2 \cdot 6 \stackrel{?}{=} 3 \cdot 4$
$12 \stackrel{\checkmark}{=} 12$

Si los productos cruzados son iguales, las fracciones son equivalentes. Si los productos cruzados no son iguales, las fracciones no son equivalentes.

Así, $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ son equivalentes, es decir, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Conjunto de Muestras A

Determinar si los siguientes pares de fracciones son equivalentes.

$\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$. Prueba para la igualdad de los productos cruzados.

Solución

$\frac{3}{4} \times \frac{6}{8}$ $3 \cdot 8 \stackrel{?}{=} 6 \cdot 4$
$24 \stackrel{\checkmark}{=} 24$

Los productos cruzados son iguales.

Las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ son equivalentes, entonces $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Conjunto de Muestras A

$\frac{3}{8}$ y $\frac{9}{16}$. Prueba para la igualdad de los productos cruzados.

Solución

$\frac{3}{8} \times \frac{9}{16}\ 3 \cdot 16 \stackrel{?}{=} 9 \cdot 8$

$48 \neq 72$

Los productos cruzados son iguales.

Las fracciones $\frac{3}{8}$ y no $\frac{9}{16}$ son equivalentes.

Conjunto de práctica A

Determinar si los pares de fracciones son equivalentes.

$\frac{1}{2}, \frac{3}{6}$

Responder

$6 \stackrel{?}{=} 6$,

, sí

Conjunto de práctica A

$\frac{4}{5}, \frac{12}{15}$

Responder

$60 \stackrel{?}{=} 60$

, sí

Conjunto de práctica A

$\frac{2}{3}, \frac{8}{15}$

Responder

$30 \neq 24$, no

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{8}, \frac{4}{50}$

Responder

$40 \stackrel{?}{=} 40$

, sí

Conjunto de práctica A

$\frac{3}{12}, \frac{1}{4}$

Responder

$12 \not< 12$,

, sí

Reducción de fracciones a términos más bajos

A menudo es muy útil *conver* t una fracción a una fracción equivalente que tiene valores reducidos en el numerador y denominador. Podemos sugerir un método para hacerlo considerando las fracciones equivalentes $\frac{9}{15}$ y $\frac{3}{5}$. Primero, divida tanto el numerador como el denominador de $\frac{9}{15}$ por 3. La fracción $\frac{9}{15}$ y $\frac{3}{5}$ son equivalentes.

(¿Puedes probarlo?) Entonces, $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$. Deseamos convertir $\frac{9}{15}$ a $\frac{3}{5}$. Ahora divide el numerador y denominador de $\frac{9}{15}$ por 3, y mira qué pasa.

$$\frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$$

La fracción $\frac{9}{15}$ se convierte en $\frac{3}{5}$.

Una pregunta natural es "¿Por qué elegimos dividir por 3?" Observe que

$$\frac{9}{15} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3}$$

Podemos ver que el *factor* 3 es común tanto al numerador como al denominador.

Definición: Reducir una Fracción

A partir de estas observaciones podemos sugerir el siguiente método para convertir una fracción en una fracción equivalente que tiene valores reducidos en el numerador y denominador. El método se llama **reducir una fracción**.

Una fracción se puede **reducir** dividiendo *tanto* el numerador como el denominador por el *mismo* número entero distinto de cero.

$$\frac{9}{12} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4} \qquad \frac{16}{30} = \frac{16 \div 2}{30 \div 2} = \frac{8}{15}$$

(Notice that $\frac{3}{3} = 1$ and $\frac{2}{2} = 1$)

Considerar la recolección de fracciones equivalentes

$$\frac{5}{20}, \frac{4}{16}, \frac{3}{12}, \frac{2}{8}, \frac{1}{4}$$

Términos reducidos a los más bajos

Observe que cada una de las primeras cuatro fracciones se puede *reducir* a la última fracción $\frac{1}{4}$,, dividiendo tanto el numerador como el denominador por, respectivamente, 5, 4, 3 y 2. Cuando una fracción se convierte a la fracción que tiene el numerador y denominador más pequeños en su colección de fracciones equivalentes, se dice que se **reduce a términos más bajos**. Las fracciones $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}$, y $\frac{7}{10}$ se reducen a términos más bajos.

Observar una propiedad muy importante de una fracción que se ha reducido a términos más bajos. El *único* número entero que divide *tanto* el numerador como el denominador sin un resto es el número 1. Cuando 1 es el único número entero que divide dos números enteros, se dice que los dos números enteros son **relativamente primos**.

Relativamente Prime

Una fracción se reduce a términos más bajos si su numerador y denominador son **relativamente primos**.

Métodos de reducción de fracciones a términos más bajos

Método 1: Dividir primos comunes

1. Escribe el numerador y denominador como producto de primos.

2. Divida el numerador y el denominador por cada uno de los factores primos comunes. A menudo indicamos esta división dibujando una línea inclinada a través de cada factor dividido. Este proceso también se llama **cancelar factores comunes**.
3. El producto de los factores restantes en el numerador y el producto de los factores restantes del denominador son relativamente primos, y esta fracción se reduce a términos más bajos.

Conjunto de Muestras B

$$\frac{6}{18} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot 3} = \frac{1}{3}$$ 1 y 3 son relativamente primos.

Conjunto de Muestras B

$$\frac{16}{20} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}} \cdot 2 \cdot 2}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot 5} = \frac{4}{5}$$ 4 y 5 son relativamente primos.

Conjunto de Muestras B

$$\frac{56}{104} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \overset{1}{\cancel{2}} \cdot 7}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}} \cdot 13} = \frac{7}{13}$$ 7 y 13 son relativamente primos (y también verdaderamente primos)

Conjunto de Muestras B

$$\frac{315}{336} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \overset{1}{\cancel{7}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{15}{16}$$ 15 y 16 son relativamente primos.

Conjunto de Muestras B

$\frac{8}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5}$ No hay factores primos comunes, por lo que 8 y 15 son relativamente primos.

La fracción $\frac{8}{15}$ se reduce a los términos más bajos.

Set de práctica B

Reduzca cada fracción a los términos más bajos.

$\frac{4}{8}$

Responder

$\frac{1}{2}$

Set de práctica B

$\frac{6}{15}$

Responder

$\frac{2}{5}$

Set de práctica B

$\frac{6}{48}$

Responder

$\frac{1}{8}$

Set de práctica B

$\frac{21}{48}$

Responder

$\frac{7}{16}$

Set de práctica B

$\frac{72}{42}$

Responder

$\frac{12}{7}$

Set de práctica B

$\frac{135}{243}$

Responder

$\frac{5}{9}$

Método 2: Dividir factores comunes

1. Dividir mentalmente el numerador y el denominador por un factor que sea común a cada uno. Escribe el cociente encima del número original.
2. Continuar con este proceso hasta que el numerador y el denominador sean relativamente primos.

Conjunto de Muestras C

Reduzca cada fracción a los términos más bajos.

$\frac{25}{30}$. 5 se divide en 25 y 30.

5

$\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ 5 y 6 son relativamente primos.

6

Conjunto de Muestras C

$\frac{18}{24}$. Ambos números son parejos para que podamos dividirnos por 2.

9

$\frac{18}{24}$ Ahora, tanto el 9 como el 12 son divisibles por 3.

12

3

9

$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ 3 y 4 son relativamente primos.

12

4

Conjunto de Muestras C

7

21

$\frac{210}{150} = \frac{7}{5}$ 7 y 5 son relativamente primos.

150

15

5

Conjunto de Muestras C

$\frac{36}{96} = \frac{18}{48} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$. 3 y 8 son relativamente primos.

Set de práctica C

Reduzca cada fracción a los términos más bajos.

$\frac{12}{16}$

Responder

$\frac{3}{4}$

Set de práctica C

$\frac{9}{24}$

Responder

$\frac{3}{8}$

Set de práctica C

$\frac{21}{84}$

Responder

$\frac{1}{4}$

Set de práctica C

$\frac{48}{64}$

Responder

$\frac{3}{4}$

Set de práctica C

$\frac{63}{81}$

Responder

$\frac{7}{9}$

Set de práctica C

$\frac{150}{240}$

Responder

$\frac{5}{8}$

Elevar fracciones a términos más altos

Igual de importante como reducir fracciones es elevar fracciones a términos más altos. Elevar una fracción a términos más altos es el proceso de construir una fracción equivalente que tiene valores más altos en el numerador y denominador que la fracción original.

Las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{9}{15}$ son equivalentes, es decir, $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$. Observe también,

$$\frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

Observe eso $\frac{3}{3} = 1$ y eso $\frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{3}{5}$. No estamos cambiando el valor de $\frac{3}{5}$.

A partir de estas observaciones podemos sugerir el siguiente método para convertir una fracción en una fracción equivalente que tenga valores más altos en el numerador y denominador. Este método se llama **elevar una fracción a términos más altos**.

Elevar una Fracción a Términos Superiores

Una fracción puede elevarse a una fracción equivalente que tenga términos más altos en el numerador y denominador

multiplicando tanto el numerador como el denominador por el mismo número entero distinto de cero.

La fracción $\frac{3}{4}$ puede elevarse a $\frac{24}{32}$ multiplicando tanto el numerador como el denominador por 8.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 8}{4\cdot 8}=\frac{24}{32}$$

$\uparrow$ Notice that $\frac{8}{8}=1$.

Muy a menudo, vamos a querer convertir una fracción dada en una fracción equivalente con un denominador especificado más alto. Por ejemplo, tal vez deseemos convertir $\frac{5}{8}$ a una fracción equivalente que tenga denominador 32, es decir,

$$\frac{5}{8}=\frac{?}{32}$$

Esto es posible de hacer porque conocemos el proceso. Debemos multiplicar *tanto* el numerador como el denominador de $\frac{5}{8}$ por el *mismo* número entero distinto de cero para que 8 obtenga una fracción equivalente.

Tenemos alguna información. El denominador 8 se elevó a 32 multiplicándolo por algún número entero distinto de cero. La división nos dará el factor adecuado. Divida el denominador original en el nuevo denominador.

$32\div 8=4$

Ahora, multiplica el numerador 5 por 4.

$5\cdot 4=20$

Por lo tanto,

$$\frac{5}{8}=\frac{5\cdot 4}{8\cdot 4}=\frac{20}{32}$$

Entonces,

$$\frac{5}{8}=\frac{20}{32}$$

Conjunto de Muestras D

Determinar el numerador o denominador faltante.

$\frac{3}{7}=\frac{?}{35}$. Divida el denominador original en el nuevo denominador.

$35\div 7=5$. El cociente es 5. Multiplica el numerador original por 5.

$\frac{3}{7}=\frac{3\cdot 5}{7\cdot 5}=\frac{15}{35}$ El numerador que falta es 15.

Conjunto de Muestras D

$\frac{5}{6}=\frac{45}{?}$. Divida el numerador original en el nuevo numerador.

$45\div 5=9$. El cociente es 9. Multiplica el denominador original por 9.

$\frac{5}{6}=\frac{5\cdot 9}{6\cdot 9}=\frac{45}{54}$ El denominador que falta es 45.

Set de Práctica D

Determinar el numerador o denominador faltante.

$$\frac{4}{5}=\frac{?}{40}$$

Responder

32

Set de Práctica D

$\frac{3}{7}=\frac{?}{28}$

Responder

12

Set de Práctica D

$\frac{1}{6}=\frac{?}{24}$

Responder

4

Set de Práctica D

$\frac{3}{10}=\frac{45}{?}$

Responder

150

Set de Práctica D

$\frac{8}{15}=\frac{?}{165}$

Responder

88

Ejercicios

Para los siguientes problemas, determine si los pares de fracciones son equivalentes.

Ejercicio7.3.1

$\frac{1}{2}, \frac{5}{10}$

Responder

equivalente

Ejercicio7.3.2

$\frac{2}{3}, \frac{8}{12}$

Ejercicio7.3.3

$\frac{5}{12}, \frac{10}{24}$

Responder

equivalente

Ejercicio7.3.4

$\frac{1}{2}, \frac{3}{6}$

Ejercicio7.3.5

$\frac{3}{5}, \frac{12}{15}$

Responder

no equivalente

Ejercicio7.3.6

$\frac{1}{6}, \frac{7}{42}$

Ejercicio7.3.7

$\frac{16}{25}, \frac{49}{75}$

Responder

no equivalente

Ejercicio7.3.8

$\frac{5}{28}, \frac{20}{112}$

Ejercicio7.3.9

$\frac{3}{10}, \frac{36}{110}$

Responder

no equivalente

Ejercicio7.3.10

$\frac{6}{10}, \frac{18}{32}$

Ejercicio7.3.11

$\frac{5}{8}, \frac{15}{24}$

Responder

equivalente

Ejercicio7.3.12

$\frac{10}{16}, \frac{15}{24}$

Ejercicio7.3.13

$\frac{4}{5}, \frac{3}{4}$

Responder

no equivalente

Ejercicio7.3.14

$\frac{5}{7}, \frac{15}{21}$

Ejercicio7.3.15

$\frac{9}{11}, \frac{11}{9}$

Responder

no equivalente

Para los siguientes problemas, determine el numerador o denominador faltante.

Ejercicio7.3.16

$\frac{1}{3} = \frac{?}{12}$

Ejercicio7.3.17

$\frac{1}{5} = \frac{?}{30}$

Responder

6

Ejercicio7.3.18

$\frac{2}{3} = \frac{?}{9}$

Ejercicio7.3.19

$\frac{3}{4} = \frac{?}{16}$

Responder

12

Ejercicio7.3.20

$\frac{5}{6} = \frac{?}{18}$

Ejercicio7.3.21

$\frac{4}{5} = \frac{?}{25}$

Responder

20

Ejercicio7.3.22

$\frac{1}{2} = \frac{4}{?}$

Ejercicio7.3.23

$\frac{9}{25} = \frac{27}{?}$

Responder

75

Ejercicio7.3.24

$\frac{3}{2} = \frac{18}{?}$

Ejercicio7.3.25

$\frac{5}{3} = \frac{80}{?}$

Responder

48

Ejercicio7.3.26

$\frac{1}{8} = \frac{3}{?}$

Ejercicio7.3.27

$\frac{4}{5} = \frac{?}{100}$

Responder

80

Ejercicio7.3.28

$\frac{1}{2} = \frac{25}{?}$

Ejercicio7.3.29

$\frac{3}{16} = \frac{?}{96}$

Responder

18

Ejercicio7.3.30

$\frac{15}{16} = \frac{225}{?}$

Ejercicio7.3.31

$\frac{11}{12} = \frac{?}{168}$

Responder

154

Ejercicio7.3.32

$\frac{9}{13} = \frac{?}{286}$

Ejercicio7.3.33

$\frac{32}{33} = \frac{?}{1518}$

Responder

1,472

Ejercicio7.3.34

$\frac{19}{20} = \frac{1045}{?}$

Ejercicio7.3.35

$$\frac{37}{50} = \frac{1369}{?}$$

Responder

1,850

Para los siguientes problemas, reducir, si es posible, cada una de las fracciones a términos más bajos.

Ejercicio7.3.36

$$\frac{6}{8}$$

Ejercicio7.3.37

$$\frac{8}{10}$$

Responder

$$\frac{4}{5}$$

Ejercicio7.3.38

$$\frac{5}{10}$$

Ejercicio7.3.39

$$\frac{6}{14}$$

Responder

$$\frac{3}{7}$$

Ejercicio7.3.40

$$\frac{3}{12}$$

Ejercicio7.3.41

$$\frac{4}{14}$$

Contestar

$$\frac{2}{7}$$

Ejercicio7.3.42

$\frac{1}{6}$

Ejercicio7.3.43

$\frac{4}{6}$

Contestar

$\frac{2}{3}$

Ejercicio7.3.44

$\frac{18}{14}$

Ejercicio7.3.45

$\frac{20}{8}$

Contestar

$\frac{5}{2}$

Ejercicio7.3.46

$\frac{4}{6}$

Ejercicio7.3.47

$\frac{10}{6}$

Contestar

$\frac{5}{3}$

Ejercicio7.3.48

$\frac{6}{14}$

Ejercicio7.3.49

$\frac{14}{6}$

Contestar

$\frac{7}{3}$

Ejercicio7.3.50

$$\frac{10}{12}$$

Ejercicio7.3.51

$$\frac{16}{70}$$

Contestar

$$\frac{8}{35}$$

Ejercicio7.3.52

$$\frac{40}{60}$$

Ejercicio7.3.53

$$\frac{20}{12}$$

Contestar

$$\frac{5}{3}$$

Ejercicio7.3.54

$$\frac{32}{28}$$

Ejercicio7.3.55

$$\frac{36}{10}$$

Contestar

$$\frac{18}{5}$$

Ejercicio7.3.56

$$\frac{36}{60}$$

Ejercicio7.3.57

$$\frac{12}{18}$$

Contestar

$$\frac{2}{3}$$

Ejercicio7.3.58

$\frac{18}{27}$

Ejercicio7.3.59

$\frac{18}{24}$

Contestar

$\frac{3}{4}$

Ejercicio7.3.60

$\frac{32}{40}$

Ejercicio7.3.61

$\frac{11}{22}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio7.3.62

$\frac{27}{81}$

Ejercicio7.3.63

$\frac{17}{51}$

Contestar

$\frac{1}{3}$

Ejercicio7.3.64

$\frac{16}{42}$

Ejercicio7.3.65

$\frac{39}{13}$

Contestar

3

Ejercicio7.3.66

$\frac{44}{11}$

Ejercicio7.3.67

$\frac{66}{33}$

Contestar

2

Ejercicio7.3.68

$\frac{15}{1}$

Ejercicio7.3.69

$\frac{15}{16}$

Contestar

ya reducido

Ejercicio7.3.70

$\frac{15}{40}$

Ejercicio7.3.71

$\frac{36}{100}$

Contestar

$\frac{9}{25}$

Ejercicio7.3.72

$\frac{45}{32}$

Ejercicio7.3.73

$\frac{30}{75}$

Contestar

$\frac{2}{5}$

Ejercicio7.3.74

$\frac{121}{132}$

Ejercicio7.3.75

$\frac{72}{64}$

Contestar

$\frac{9}{8}$

Ejercicio7.3.76

$\frac{30}{105}$

Ejercicio7.3.77

$\frac{46}{60}$

Contestar

$\frac{23}{30}$

Ejercicio7.3.78

$\frac{75}{45}$

Ejercicio7.3.79

$\frac{40}{18}$

Contestar

$\frac{20}{9}$

Ejercicio7.3.80

$\frac{108}{76}$

Ejercicio7.3.81

$\frac{7}{21}$

Contestar

$\frac{1}{3}$

Ejercicio7.3.82

$\frac{6}{51}$

Ejercicio7.3.83

$\frac{51}{12}$

Contestar

$\frac{17}{4}$

Ejercicio7.3.84

$\frac{8}{100}$

Ejercicio7.3.85

$\frac{51}{54}$

Contestar

$\frac{17}{18}$

Ejercicio7.3.86

Una resma de papel contiene 500 hojas. ¿Qué fracción de resma de papel son 200 hojas? Asegúrate de reducir.

Ejercicio7.3.87

Hay 24 horas en un día. ¿Qué fracción de día son las 14 horas?

Contestar

$\frac{7}{12}$

Ejercicio7.3.88

Una caja llena contiene 80 calculadoras. ¿Cuántas calculadoras hay en $\frac{1}{4}$ una caja?

Ejercicio7.3.89

Hay 48 plantas por piso. ¿Cuántas plantas hay en $\frac{1}{3}$ un piso?

Contestar

16

Ejercicio7.3.90

Una persona que gana $18,000 al año debe pagar $3,960 en impuesto sobre la renta. ¿Qué fracción del salario anual de esta persona va al IRS?

Por los siguientes problemas, encuentra el error.

Ejercicio7.3.91

$$\frac{3}{24}=\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 8}=\frac{0}{8}=0$$

Contestar

Debe ser $\frac{1}{8}$; la cancelación es división, por lo que el numerador debe ser 1.

Ejercicio7.3.92

$$\frac{8}{10}=\frac{\cancel{2}+6}{\cancel{2}+8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

Ejercicio7.3.93

$$\frac{7}{15}=\frac{\cancel{7}}{\cancel{7}+8}=\frac{1}{8}$$

Contestar

Cancelar factores solamente, no adiciones; ya $\frac{7}{15}$ se reduce.

Ejercicio7.3.94

$$\frac{6}{7}=\frac{\cancel{5}+1}{\cancel{5}+2}=\frac{1}{2}$$

Ejercicio7.3.95

$$\frac{\cancel{9}}{\cancel{9}}=\frac{0}{0}=0$$

Contestar

1

Ejercicios para la revisión

Ejercicio7.3.96

Vuelta 816 al mil más cercano.

Ejercicio7.3.97

Realizar la división:$0 \div 6$.

Contestar

0

Ejercicio7.3.98

Encuentra todos los factores de 24.

Ejercicio7.3.99

Encuentra el mayor factor común de 12 y 18.

Contestar

6

Ejercicio7.3.100

Convertir$\frac{15}{8}$a un número mixto.

This page titled 7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

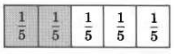
7.4: Multiplicación de Fracciones

Objetivos de aprendizaje

- entender el concepto de multiplicación de fracciones
- poder multiplicar una fracción por otra
- ser capaz de multiplicar números mixtos
- ser capaz de encontrar poderes y raíces de diversas fracciones

Fracciones de Fracciones

Sabemos que una fracción representa una parte de una cantidad entera. Por ejemplo, dos quintas partes de una unidad pueden ser representadas por

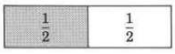


$\frac{2}{5}$del conjunto está sombreado.

Una pregunta natural es, ¿qué es una parte fraccionaria de una cantidad fraccionaria, o, qué es una fracción de una fracción? Por ejemplo, ¿$\frac{2}{3}$de qué$\frac{1}{2}$?

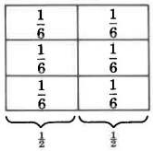
Podemos sugerir una respuesta a esta pregunta usando una imagen para examinar$\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}$.

Primero, representemos$\frac{1}{2}$.



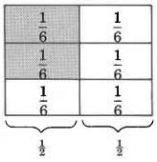
$\frac{1}{2}$del conjunto está sombreado.

Luego divide cada una de las$\frac{1}{2}$ partes en 3 partes iguales.



Cada parte es$\frac{1}{6}$ del todo.

Ahora tomaremos$\frac{2}{3}$ de la$\frac{1}{2}$ unidad.



$\frac{2}{3}$de$\frac{1}{2}$ es$\frac{2}{6}$, lo que reduce a$\frac{1}{3}$.

Multiplicación de Fracciones

Ahora nos preguntamos, ¿qué operación aritmética$(+,-,\times,\div)$ producirá$\frac{2}{6}$ a partir$\frac{2}{3}$ de$\frac{1}{2}$?

Observe que, si en las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{2}$, multiplicamos los numeradores juntos y los denominadores juntos, obtenemos precisamente $\frac{2}{6}$.

$$\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$$

Esto se reduce a $\frac{1}{3}$ como antes.

Usando esta observación, podemos sugerir lo siguiente:

> La palabra “de” se traduce como la operación aritmética “tiempos”.
> Para multiplicar dos o más fracciones, multiplicar los numeradores juntos y luego multiplicar los denominadores juntos. Reducir si es necesario.

$$\frac{\text{numerator 1}}{\text{denominator 1}} \cdot \frac{\text{numerator 2}}{\text{denominator 2}} = \frac{\text{numerator 1}}{\text{denominator 1}} \cdot \frac{\text{numerator 2}}{\text{denominator 2}}$$

Conjunto de Muestras A

Realiza las siguientes multiplicaciones.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 6} = \frac{3}{24}$ Ahora, reducir,

$$= \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{24}_{8}} = \frac{1}{8}$$

Así

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$$

Esto quiere decir que $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{6}$ es $\frac{1}{8}$, es decir, $\frac{3}{4}\frac{1}{6}$ de una unidad es $\frac{1}{8}$ de la unidad original.

Conjunto de Muestras A

$\frac{3}{8} \cdot 4$. Escribe 4 como una fracción escribiendo $\frac{4}{1}$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 1} = \frac{12}{8} = \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{8}_{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2}$$

Esto significa que $\frac{3}{8}$ de 4 unidades enteras es $\frac{3}{2}$ de una unidad entera.

Conjunto de Muestras A

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 1}{5 \cdot 8 \cdot 4} = \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{160}_{16}} = \frac{1}{16}$$

Esto significa que $\frac{2}{5}$ de $\frac{5}{8}\frac{1}{4}$ de una unidad entera es $\frac{1}{16}$ de la unidad original.

Conjunto de práctica A

Realiza las siguientes multiplicaciones.

$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6}$

Responder

$\frac{1}{15}$

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{9}$

Responder

$\frac{2}{9}$

Conjunto de práctica A

$\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{16}$

Responder

$\frac{5}{12}$

Conjunto de práctica A

$(\frac{2}{3})(\frac{2}{3})$

Responder

$\frac{4}{9}$

Conjunto de práctica A

$(\frac{7}{4})(\frac{8}{5})$

Responder

$\frac{14}{5}$

Conjunto de práctica A

$\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8}$

Responder

$\frac{35}{48}$

Conjunto de práctica A

$\frac{2}{3} \cdot 5$

Responder

$\frac{10}{3}$

Conjunto de práctica A

$(\frac{3}{10})(10)$

Responder

$\frac{15}{2}$

Conjunto de práctica A

$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{12}$

Responder

$\frac{5}{18}$

Multiplicar fracciones dividiendo factores comunes

Hemos visto que para multiplicar dos fracciones juntas, multiplicamos numeradores juntos, luego denominadores juntos, luego reducimos a términos más bajos, si es necesario. La reducción puede ser tediosa si los números en las fracciones son grandes. Por ejemplo,

$$\frac{9}{16} \cdot \frac{10}{21} = \frac{9 \cdot 10}{16 \cdot 21} = \frac{90}{336} = \frac{45}{168} = \frac{15}{28}$$

Evitamos el proceso de reducción si dividimos los factores comunes *antes de* multiplicarnos.

$$\frac{9}{16} \cdot \frac{10}{21} = \frac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{16}_{\,8}} \cdot \frac{\cancel{10}^{\,5}}{\cancel{21}_{\,7}} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 7} = \frac{15}{56}$$

Divide 3 en 9 y 21, y divide 2 en 10 y 16. El producto es una fracción que se reduce a los términos más bajos.

Cómo: El proceso de multiplicación dividiendo factores comunes

Para multiplicar fracciones dividiendo factores comunes, divida los factores que son comunes tanto a un numerador como a un denominador. El factor que se divide puede aparecer en cualquier numerador y en cualquier denominador.

Conjunto de Muestras A

Realiza las siguientes multiplicaciones.

$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$

$$\overset{2}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$\overset{1}{\cancel{5}} \quad \overset{1}{\cancel{6}}$$

Divide 4 y 6 por 2
Divide 5 y 5 por 5

Conjunto de Muestras A

$$\frac{8}{12} \cdot \frac{8}{10}$$

$$\overset{4}{} \quad \overset{2}{}$$

$$\overset{8}{\cancel{12}} \cdot \overset{8}{\cancel{10}} = \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$\overset{3}{} \quad \overset{5}{}$$

Divide 8 y 10 por 2.
Divide 8 y 12 por 4.

Conjunto de Muestras A

$$8 \cdot \frac{5}{12} = \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{1} \cdot \frac{5}{\overset{3}{\cancel{12}}} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3}$$

Conjunto de Muestras A

$$\frac{35}{18} \cdot \frac{63}{105}$$

$$\overset{1}{} \quad \overset{7}{} \quad \overset{7}{}$$

$$\overset{35}{\cancel{18}} \quad \overset{63}{\cancel{105}} = \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{7}{6}$$

$$\overset{2}{} \quad \overset{21}{\cancel{}}$$

$$\overset{3}{}$$

Conjunto de Muestras A

$$\frac{13}{9} \cdot \frac{6}{39} \cdot \frac{1}{12}$$

$$\overset{1}{}$$

$$\overset{1}{} \quad \overset{2}{\cancel{}}$$

$$\overset{13}{\cancel{9}} \cdot \overset{6}{\cancel{39}} \cdot \frac{1}{\overset{12}{\cancel{}}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{9 \cdot 1 \cdot 6} = \frac{1}{54}$$

$$\overset{3}{\cancel{}} \quad \overset{6}{}$$

$$\overset{1}{}$$

Set de práctica B

Realiza las siguientes multiplicaciones.

$\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8}$

Responder

$\frac{7}{12}$

Set de práctica B

$\frac{25}{12} \cdot \frac{10}{45}$

Responder

$\frac{25}{54}$

Set de práctica B

$\frac{40}{48} \cdot \frac{72}{90}$

Responder

$\frac{2}{3}$

Set de práctica B

$7 \cdot \frac{2}{49}$

Responder

$\frac{2}{7}$

Set de práctica B

$12 \cdot \frac{3}{8}$

Responder

$\frac{9}{2}$

Set de práctica B

$(\frac{13}{7})(\frac{14}{26})$

Responder

1

Set de práctica B

$$\frac{16}{10} \cdot \frac{22}{6} \cdot \frac{21}{44}$$

Responder

$$\frac{14}{5}$$

Multiplicación de números mixtos

Multiplicar números mixtos

Para realizar una multiplicación en la que haya números mixtos, es conveniente convertir primero cada número mixto a una fracción impropia, luego multiplicar.

Conjunto de Muestras C

Realiza las siguientes multiplicaciones. Convertir fracciones impropias a números mixtos.

$$1\frac{1}{8} \cdot 4\frac{2}{3}$$

Convierte cada número mixto en una fracción impropia.

$$1\frac{1}{8} = \frac{8 \cdot 1 + 1}{8} = \frac{9}{8}$$

$$4\frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{8}^{4}} \cdot \frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{3}^{1}} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 1} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

Conjunto de Muestras C

$$16 \cdot 8\frac{1}{5}$$

Convertir$8\frac{1}{5}$ a una fracción impropia.

$$8\frac{1}{5} = \frac{5 \cdot 8 + 1}{5} = \frac{41}{5}$$

$$\frac{16}{1} \cdot \frac{41}{5}.$$

No hay factores comunes para dividir.

$$\frac{16}{1} \cdot \frac{41}{5} = \frac{16 \cdot 41}{1 \cdot 5} = \frac{656}{5} = 131\frac{1}{5}$$

Conjunto de Muestras C

$$9\frac{1}{6} \cdot 12\frac{3}{5}$$

Convertir a fracciones impropias.

$$9\frac{1}{6} = \frac{6 \cdot 9 + 1}{6} = \frac{55}{6}$$

$$12\frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 12 + 3}{5} = \frac{63}{5}$$

$$\frac{\overset{11}{\cancel{55}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} \cdot \frac{\overset{21}{\cancel{63}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{11 \cdot 21}{2 \cdot 1} = \frac{231}{2} = 115\frac{1}{2}$$

Conjunto de Muestras C

$$\frac{11}{8} \cdot 4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{8} = \frac{11}{8} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$

$$= \frac{11 \cdot 3 \cdot 5}{8 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{165}{8} = 20\frac{5}{8}$$

Set de práctica C

Realiza las siguientes multiplicaciones. Convertir fracciones impropias a números mixtos.

$2\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$

Responder

6

Set de práctica C

$6\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{10}$

Responder

22

Set de práctica C

$7\frac{1}{8} \cdot 12$

Responder

$85\frac{1}{2}$

Set de práctica C

$2\frac{2}{5} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{3}$

Responder

30

Poderes y Raíces de Fracciones

Conjunto de Muestras D

Encuentra el valor de cada uno de los siguientes.

$(\frac{1}{6})^2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 6} = \frac{1}{36}$

Conjunto de Muestras D

$\sqrt{\frac{9}{100}}$. Buscamos un número, ¿lo llamas? , de tal manera que cuando se encuentra al cuadrado, $\frac{9}{100}$ se produce.

$(?)^2 = \frac{9}{100}$

Sabemos que

$3^2 = 9 \text{y} 10^2 = 100$

Lo intentaremos $\frac{3}{10}$. Desde

$(\frac{3}{10})^2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 10} = \frac{9}{100}$

$\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10}$

Conjunto de Muestras D

$4\frac{2}{5} \cdot \sqrt{\frac{100}{121}}$

$\frac{\overset{2}{\cancel{22}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\overset{2}{}}{\cancel{10}} = \frac{\overset{11}{\cancel{11}}}{1} = \frac{4}{1} = 4$

$4\frac{2}{5} \cdot \sqrt{\frac{100}{121}} = 4$

Set de Práctica D

Encuentra el valor de cada uno de los siguientes.

$(\frac{1}{8})^2$

Responder

$\frac{1}{64}$

Set de Práctica D

$(\frac{3}{10})^2$

Responder

$\frac{9}{100}$

Set de Práctica D

$\sqrt{\frac{4}{9}}$

Responder

$\frac{2}{3}$

Set de Práctica D

$\sqrt{\frac{1}{4}}$

Responder

$\frac{1}{2}$

Set de Práctica D

$\frac{3}{8} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}}$

Responder

$\frac{1}{8}$

Set de Práctica D

$9\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{81}{100}}$

Responder

$8\frac{2}{5}$

Set de Práctica D

$2\frac{8}{13} \cdot \sqrt{\frac{169}{16}}$

Responder

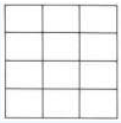
$8\frac{1}{2}$

Ejercicios

Para los siguientes seis problemas, utilice los diagramas para encontrar cada una de las siguientes partes. Usa la multiplicación para verificar tu resultado.

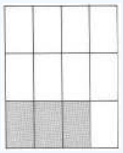
Ejercicio7.4.1

$\frac{3}{4}$de$\frac{1}{3}$



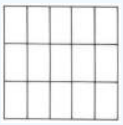
Responder

$\frac{1}{4}$



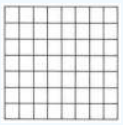
Ejercicio7.4.2

$\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$



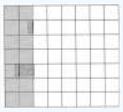
Ejercicio7.4.3

$\frac{2}{7}$ de $\frac{7}{8}$



Responder

$\frac{1}{4}$



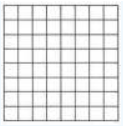
Ejercicio7.4.4

$\frac{5}{6}$ de $\frac{3}{4}$



Ejercicio7.4.5

$\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{8}$



Responder

$\frac{1}{64}$



Ejercicio7.4.6

$\frac{7}{12}\text{de}\frac{6}{7}$



Para los siguientes problemas, encuentra cada parte sin usar un diagrama.

Ejercicio7.4.7

$\frac{1}{2}\text{de}\frac{4}{5}$

Responder

$\frac{2}{5}$

Ejercicio7.4.8

$\frac{3}{5}\text{de}\frac{5}{12}$

Ejercicio7.4.9

$\frac{1}{4}\text{de}\frac{8}{9}$

Responder

$\frac{2}{9}$

Ejercicio7.4.10

$\frac{3}{16}\text{de}\frac{12}{15}$

Ejercicio7.4.11

$\frac{2}{9}\text{de}\frac{6}{5}$

Responder

$\frac{4}{15}$

Ejercicio7.4.12

$\frac{1}{8}\text{de}\frac{3}{8}$

Ejercicio7.4.13

$\frac{2}{3}\text{de}\frac{9}{10}$

Responder

$\frac{3}{5}$

Ejercicio7.4.14

$\frac{18}{19}\text{de}\frac{38}{54}$

Ejercicio7.4.15

$\frac{5}{6}\text{de}2\frac{2}{5}$

Responder

2

Ejercicio7.4.16

$\frac{3}{4}\text{de}3\frac{3}{5}$

Ejercicio7.4.17

$\frac{3}{2}\text{de}2\frac{2}{9}$

Responder

$\frac{10}{3}\text{o}3\frac{1}{3}$

Ejercicio7.4.18

$\frac{15}{4}\text{de}4\frac{4}{5}$

Ejercicio7.4.19

$5\frac{1}{3}\text{de}9\frac{3}{4}$

Responder

52

Ejercicio7.4.20

$1\frac{13}{15}\text{de}8\frac{3}{4}$

Ejercicio7.4.21

$\frac{8}{9}\frac{3}{4}\text{de}\frac{2}{3}$

Responder

$\frac{4}{9}$

Ejercicio7.4.22

$\frac{1}{6}\frac{12}{13}\text{de}\frac{26}{36}$

Ejercicio7.4.23

$\frac{1}{2}\frac{1}{3}\text{de}\frac{1}{4}$

Responder

$\frac{1}{24}$

Ejercicio7.4.24

$1\frac{3}{7}5\frac{1}{5}\text{de}8\frac{1}{3}$

Ejercicio7.4.25

$2\frac{4}{5}5\frac{5}{6}\text{de}7\frac{5}{7}$

Responder

126

Para los siguientes problemas, encuentra los productos. Asegúrate de reducir.

https://math.libretexts.org/@go/page/127621

Ejercicio7.4.26

$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$

Ejercicio7.4.27

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

Responder

$\frac{1}{4}$

Ejercicio7.4.28

$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8}$

Ejercicio7.4.29

$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$

Responder

$\frac{1}{3}$

Ejercicio7.4.30

$\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{9}$

Ejercicio7.4.31

$\frac{5}{6} \cdot \frac{14}{15}$

Responder

$\frac{7}{9}$

Ejercicio7.4.32

$\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4}$

Ejercicio7.4.33

$\frac{3}{11} \cdot \frac{11}{3}$

Responder

1

Ejercicio7.4.34

$\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27}$

Ejercicio7.4.35

$\frac{35}{36} \cdot \frac{48}{55}$

Responder

$\frac{28}{33}$

Ejercicio7.4.36

$\frac{21}{25} \cdot \frac{15}{14}$

Ejercicio7.4.37

$\frac{76}{99} \cdot \frac{66}{38}$

Responder

$\frac{4}{3}$

Ejercicio7.4.38

$\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{18} \cdot \frac{6}{2}$

Ejercicio7.4.39

$\frac{4}{15} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{27}{2}$

Responder

12

Ejercicio7.4.40

$\frac{14}{15} \cdot \frac{21}{28} \cdot \frac{45}{7}$

Ejercicio7.4.41

$\frac{8}{3} \cdot \frac{15}{4} \cdot \frac{16}{21}$

Responder

$7\frac{13}{21}\text{o}\frac{160}{21}$

Ejercicio7.4.42

$\frac{18}{14} \cdot \frac{21}{35} \cdot \frac{36}{7}$

Ejercicio7.4.43

$\frac{3}{5} \cdot 20$

Responder

12

Ejercicio7.4.44

$\frac{8}{9} \cdot 18$

Ejercicio7.4.45

$\frac{6}{11} \cdot 33$

Responder

18

Ejercicio7.4.46

$\frac{18}{19} \cdot 38$

Ejercicio7.4.47

$\frac{5}{6} \cdot 10$

Responder

$\frac{25}{3}$o$8\frac{1}{3}$

Ejercicio7.4.48

$\frac{1}{9} \cdot 3$

Ejercicio7.4.49

$5 \cdot \frac{3}{8}$

Responder

$\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

Ejercicio7.4.50

$16 \cdot \frac{1}{4}$

Ejercicio7.4.51

$\frac{2}{3} \cdot 12 \cdot \frac{3}{4}$

Responder

6

Ejercicio7.4.52

$\frac{3}{8} \cdot 24 \cdot \frac{2}{3}$

Ejercicio7.4.53

$\frac{5}{18} \cdot 10 \cdot \frac{2}{5}$

Responder

$\frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$

Ejercicio7.4.54

$\frac{16}{15} \cdot 50 \cdot \frac{3}{10}$

Ejercicio7.4.55

$5\frac{1}{3} \cdot \frac{27}{32}$

Responder

$\frac{9}{2} = 4\backslash\text{drac}12$

Ejercicio7.4.56

$2\frac{6}{7} \cdot 5\frac{3}{5}$

Ejercicio7.4.57

$6\frac{1}{4} \cdot 2\frac{4}{15}$

Responder

$\frac{85}{6} = 14\backslash\text{drac}16$

Ejercicio7.4.58

$9\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{16} \cdot 1\frac{1}{3}$

Ejercicio7.4.59

$3\frac{5}{9} \cdot 1\frac{13}{14} \cdot 10\frac{1}{2}$

Responder

72

Ejercicio7.4.60

$20\frac{1}{4} \cdot 8\frac{2}{3} \cdot 16\frac{4}{5}$

Ejercicio7.4.61

$(\frac{2}{3})^2$

Responder

$\frac{4}{9}$

Ejercicio7.4.62

$(\frac{3}{8})^2$

Ejercicio7.4.63

$(\frac{2}{11})^2$

Responder

$\frac{4}{121}$

Ejercicio7.4.64

$(\frac{8}{9})^2$

Ejercicio7.4.65

$(\frac{1}{2})^2$

Responder

$\frac{1}{4}$

Ejercicio7.4.66

$(\frac{3}{5})^2 \cdot \frac{20}{3}$

Ejercicio7.4.67

$(\frac{1}{4})^2 \cdot \frac{16}{15}$

Responder

$\frac{1}{15}$

Ejercicio7.4.68

$(\frac{1}{2})^2 \cdot \frac{8}{9}$

Ejercicio7.4.69

$(\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{2}{5})^2$

Responder

$\frac{1}{25}$

Ejercicio7.4.70

$(\frac{3}{7})^2 \cdot (\frac{1}{9})^2$

Para los siguientes problemas, encuentra cada valor. Reduzca las respuestas a los términos más bajos o convierta a números mixtos.

Ejercicio7.4.71

$\sqrt{\frac{4}{9}}$

Responder

$\frac{2}{3}$

Ejercicio7.4.72

$\sqrt{\frac{16}{25}}$

Ejercicio7.4.73

$\sqrt{\frac{81}{121}}$

Responder

$\frac{9}{11}$

Ejercicio7.4.74

$\sqrt{\frac{36}{49}}$

Ejercicio7.4.75

$\sqrt{\frac{144}{25}}$

Responder

$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

Ejercicio7.4.76

$\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{9}{16}}$

Ejercicio7.4.77

$\frac{3}{5} \cdot \sqrt{\frac{25}{81}}$

Responder

$\frac{1}{3}$

Ejercicio7.4.78

$(\frac{8}{5})^2 \cdot \sqrt{\frac{25}{64}}$

Ejercicio7.4.79

$(1\frac{3}{4})^2 \cdot \sqrt{\frac{4}{49}}$

Responder

$\frac{7}{8}$

Ejercicio7.4.80

$(2\frac{2}{3})^2 \cdot \sqrt{\frac{36}{49}} \cdot \sqrt{\frac{64}{81}}$

Ejercicios para revisión

Ejercicio7.4.81

¿Cuántos miles hay 342.810?

Responder

2

Ejercicio7.4.82

Encuentra la suma de 22, 42 y 101.

Ejercicio7.4.83

¿Es 634.281 divisible por 3?

Responder

si

Ejercicio7.4.84

¿Es el número entero 51 primo o compuesto?

Ejercicio7.4.85

Reducir $\frac{36}{150}$ a los términos más bajos

Responder

$\frac{6}{25}$

This page titled 7.4: Multiplicación de Fracciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

7.5: División de Fracciones

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de determinar el recíproco de un número
- ser capaz de dividir una fracción por otra

Reciprocales

Definición: Reciprocales

Dos números cuyo producto es 1 se denominan **recíprocos** entre sí.

Conjunto de Muestras A

Los siguientes pares de números son recíprocos.

$$\underbrace{\frac{3}{4}\text{ and }\frac{4}{3}}_{\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=1}$$

Conjunto de Muestras A

$$\underbrace{\frac{7}{16}\text{ and }\frac{16}{7}}_{\frac{7}{16}\cdot\frac{16}{7}=1}$$

Conjunto de Muestras A

$$\underbrace{\frac{1}{6}\text{ and }\frac{6}{1}}_{\frac{1}{6}\cdot\frac{6}{1}=1}$$

Observe que podemos encontrar el recíproco de un número distinto de cero en forma fraccionaria al invertirlo (intercambiando posiciones del numerador y denominador).

Conjunto de práctica A

Encuentra el recíproco de cada número.

$\frac{3}{10}$

Contestar

$\frac{10}{3}$

Conjunto de práctica A

$\frac{2}{3}$

Contestar

$\frac{3}{2}$

Conjunto de práctica A

$\frac{7}{8}$

Contestar

$\frac{8}{7}$

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{5}$

Contestar

5

Conjunto de práctica A

$2\frac{2}{7}$

Pista

Escribe primero este número como una fracción impropia.

Contestar

$\frac{7}{16}$

Conjunto de práctica A

$5\frac{1}{4}$

Contestar

$\frac{4}{21}$

Conjunto de práctica A

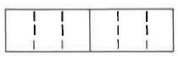
$10\frac{3}{16}$

Contestar

$\frac{16}{163}$

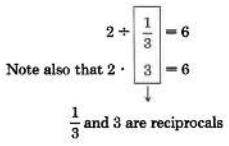
Dividiendo Fracciones

Nuestro concepto de división es que indica *cuántas veces* una cantidad está contenida en otra cantidad. Por ejemplo, usando el diagrama podemos ver que hay 6 un tercio en 2.



Hay 6 un tercio en 2.

Dado que 2 contiene seis $\frac{1}{3}$, expresamos esto como



Usando estas observaciones, podemos sugerir el siguiente método para dividir un número por una fracción.

Dividiendo Una Fracción por Otra Fracción
Para dividir una primera fracción por una segunda fracción distinta de cero, multiplique la primera tracción por el recíproco de la segunda fracción.

Invertir y Multiplicar
Este método se conoce comúnmente como **“invertir el divisor y multiplicar”.**

Conjunto de Muestras B

Realizar las siguientes divisiones.

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$. El divisor es $\frac{3}{4}$. Su recíproco es $\frac{4}{3}$. Multiplicar $\frac{1}{3}$ por $\frac{4}{3}$.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{9}$$

Conjunto de Muestras B

$\frac{3}{8} \div \frac{5}{4}$. El divisor es $\frac{5}{4}$. Su recíproco es $\frac{4}{5}$. Multiplicar $\frac{3}{8}$ por $\frac{4}{5}$.

$$\frac{3}{\cancel{8}_{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{5} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{10}$$

Conjunto de Muestras B

$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12}$. El divisor es $\frac{5}{12}$. Su recíproco es $\frac{12}{5}$. Multiplicar $\frac{5}{6}$ por $\frac{12}{5}$.

$$\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{1}} \cdot \frac{\cancel{12}^{2}}{\cancel{5}_{1}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12} = 2$$

Conjunto de Muestras B

$2\frac{2}{9} \div 3\frac{1}{3}$. Convierte cada número mixto en una fracción impropia.

$2\frac{2}{9} = \frac{9 \cdot 2 + 2}{9} = \frac{20}{9}$.

$3\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{10}{3}$.

$\frac{20}{9} \div \frac{10}{3}$ El divisor es $\frac{10}{3}$. Su recíproco es $\frac{3}{10}$. Multiplicar $\frac{20}{9}$ por $\frac{3}{10}$.

$$\frac{\overset{2}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$$

$2\frac{2}{9} \div 3\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Conjunto de Muestras B

$\frac{12}{11} \div 8$. Primero convenientemente escriba 8 como $\frac{8}{1}$.

$\frac{12}{11} \div \frac{8}{1}$. El divisor es $\frac{8}{1}$. Su recíproco es $\frac{1}{8}$. Multiplicar $\frac{12}{11}$ por $\frac{1}{8}$.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{11} \cdot \frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{3 \cdot 1}{11 \cdot 2} = \frac{3}{22}$$

$\frac{12}{11} \div 8 = \frac{3}{22}$

Conjunto de Muestras B

$\frac{7}{8} \div \frac{21}{20} \cdot \frac{3}{35}$. El divisor es $\frac{21}{20}$. Su recíproco es $\frac{20}{21}$.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{7}{\cancel{35}}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 7} = \frac{1}{14}$$

$\frac{7}{8} \div \frac{21}{20} \cdot \frac{3}{25} = \frac{1}{14}$

Conjunto de Muestras B

¿Cuántos paquetes de $2\frac{3}{8}$ pulgadas de ancho se pueden colocar en una caja de 19 pulgadas de ancho?

El problema es determinar cuántos dos y tres octavos están contenidos en 19, es decir, ¿qué es $19 \div 2\frac{3}{8}$?

$2\frac{3}{8} = \frac{19}{8}$ Convierte el divisor $2\frac{3}{8}$ en una fracción impropia.

$19 = \frac{19}{1}$ Escribe el dividendo 19 como $\frac{19}{1}$.

$\frac{19}{1} \div \frac{19}{8}$ El divisor es $\frac{19}{8}$. Su recíproco es $\frac{8}{19}$.

$$\frac{\cancel{19}}{1} \cdot \frac{8}{\cancel{19}} = \frac{1 \cdot 8}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8$$

De esta manera, cabrán 8 paquetes en la caja.

Set de práctica B

Realizar las siguientes divisiones.

$\frac{1}{2} \div \frac{9}{8}$

Contestar

$\frac{4}{9}$

Set de práctica B

$\frac{3}{8} \div \frac{9}{24}$

Contestar

1

Set de práctica B

$\frac{7}{15} \div \frac{14}{15}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Set de práctica B

$8 \div \frac{8}{15}$

Contestar

15

Set de práctica B

$6\frac{1}{4} \div \frac{5}{12}$

Contestar

15

Set de práctica B

$3\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{3}$

Contestar

2

Set de práctica B

$\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{25}$

Contestar

$\frac{2}{5}$

Set de práctica B

Un recipiente contendrá 106 onzas de jugo de uva. ¿Cuántos vasos de $6\frac{5}{8}$ -onza de jugo de uva se pueden servir de este recipiente?

Contestar

16 vasos

Determine cada uno de los siguientes cocientes y luego escriba una regla para este tipo de división.

Set de práctica B

$1 \div \frac{2}{3}$

Contestar

$\frac{3}{2}$

Set de práctica B

$1 \div \frac{3}{8}$

Contestar

$\frac{8}{3}$

Set de práctica B

$1 \div \frac{3}{4}$

Contestar

$\frac{4}{3}$

Set de práctica B

$1 \div \frac{5}{2}$

Contestar

$\frac{2}{5}$

Set de práctica B

Al dividir 1 por una fracción, el cociente es el.

Contestar

es el recíproco de la fracción.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra el recíproco de cada número.

Ejercicio7.5.1

$\frac{4}{5}$

Contestar

$\frac{5}{4}$o$1\frac{1}{4}$

Ejercicio7.5.2

$\frac{8}{11}$

Ejercicio7.5.3

$\frac{2}{9}$

Contestar

$\frac{9}{2}$o$4\frac{1}{2}$

Ejercicio7.5.4

$\frac{1}{5}$

Ejercicio7.5.5

$3\frac{1}{4}$

Contestar

$\frac{4}{13}$

Ejercicio7.5.6

$8\frac{1}{4}$

Ejercicio7.5.7

$3\frac{2}{7}$

Contestar

$\frac{7}{23}$

Ejercicio7.5.8

$5\frac{3}{4}$

Ejercicio7.5.9

1

Contestar

1

Ejercicio7.5.10

4

Para los siguientes problemas, encuentra cada valor.

Ejercicio7.5.11

$\frac{3}{8} \div \frac{3}{5}$

Contestar

$\frac{5}{8}$

Ejercicio7.5.12

$\frac{5}{9} \div \frac{5}{6}$

Ejercicio7.5.13

$\frac{9}{16} \div \frac{15}{8}$

Contestar

$\frac{3}{10}$

Ejercicio7.5.14

$\frac{4}{9} \div \frac{6}{15}$

Ejercicio7.5.15

$\frac{25}{49} \div \frac{4}{9}$

Contestar

$\frac{225}{196}$o1$\frac{29}{196}$

Ejercicio7.5.16

$\frac{15}{4} \div \frac{27}{8}$

Ejercicio7.5.17

$\frac{24}{75} \div \frac{8}{15}$

Contestar

$\frac{3}{5}$

Ejercicio7.5.18

$\frac{5}{7} \div 0$

Ejercicio7.5.19

$\frac{7}{8} \div \frac{7}{8}$

Contestar

1

Ejercicio7.5.20

$0 \div \frac{3}{5}$

Ejercicio7.5.21

$\frac{4}{11} \div \frac{4}{11}$

Contestar

1

Ejercicio7.5.22

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$

Ejercicio7.5.23

$\frac{7}{10} \div \frac{10}{7}$

Contestar

$\frac{49}{100}$

Ejercicio7.5.24

$\frac{3}{4} \div 6$

Ejercicio7.5.25

$\frac{9}{5} \div 3$

Contestar

$\frac{3}{5}$

Ejercicio7.5.26

$4\frac{1}{6} \div 3\frac{1}{3}$

Ejercicio7.5.27

$7\frac{1}{7} \div 8\frac{1}{3}$

Contestar

$\frac{6}{7}$

Ejercicio7.5.28

$1\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{5}$

Ejercicio7.5.29

$3\frac{2}{5} \div \frac{6}{25}$

Contestar

$\frac{85}{6} \text{o} 14\frac{1}{6}$

Ejercicio7.5.30

$5\frac{1}{6} \div \frac{31}{6}$

Ejercicio7.5.31

$\frac{35}{6} \div 3\frac{3}{4}$

Contestar

$\frac{28}{18} = \frac{14}{9}$ o$1\frac{5}{9}$

Ejercicio7.5.32

$5\frac{1}{9} \div \frac{1}{18}$

Ejercicio7.5.33

$8\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$

Contestar

10

Ejercicio7.5.34

$\frac{12}{8} \div 1\frac{1}{2}$

Ejercicio7.5.35

$3\frac{1}{8} \div \frac{15}{16}$

Contestar

$\frac{10}{3}$o$3\frac{1}{3}$

Ejercicio7.5.36

$11\frac{11}{12} \div 9\frac{5}{8}$

Ejercicio7.5.37

$2\frac{2}{9} \div 11\frac{2}{3}$

Contestar

$\frac{4}{21}$

Ejercicio7.5.38

$\frac{16}{3} \div 6\frac{2}{5}$

Ejercicio7.5.39

$4\frac{3}{25} \div 2\frac{56}{75}$

Contestar

$\frac{3}{2}$ o $1\frac{1}{2}$

Ejercicio7.5.40

$\frac{1}{1000} \div \frac{1}{100}$

Ejercicio7.5.41

$\frac{3}{8} \div \frac{9}{16} \cdot \frac{6}{5}$

Contestar

$\frac{4}{5}$

Ejercicio7.5.42

$\frac{3}{16} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{6}{5}$

Ejercicio7.5.43

$\frac{4}{15} \div \frac{2}{25} \cdot \frac{9}{10}$

Contestar

3

Ejercicio7.5.44

$\frac{21}{30} \cdot 1\frac{1}{4} \div \frac{9}{10}$

Ejercicio7.5.45

$8\frac{1}{3} \cdot \frac{36}{75} \div 4$

Contestar

1

Ejercicios para la revisión

Ejercicio7.5.46

¿Cuál es el valor de 5 en el número 504,216?

Ejercicio7.5.47

Encuentra el producto de 2,010 y 160.

Contestar

321,600

Ejercicio7.5.48

Utilice los números 8 y 5 para ilustrar la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Ejercicio7.5.49

Encuentra el múltiplo menos común de 6, 16 y 72.

Contestar

144

Ejercicio7.5.50

Encuentra $\frac{8}{9}$ de $6\frac{3}{4}$

This page titled 7.5: División de Fracciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

7.6: Aplicaciones que involucran fracciones

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de resolver declaraciones de productos faltantes
- ser capaz de resolver declaraciones de factores faltantes

Declaraciones de multiplicación

Declaración, Declaración de multiplicación
Una *declaración* es una oración que es verdadera o falsa. Una declaración matemática de la forma

product = (factor 1) · (factor 2)

es una **declaración de multiplicación**. Dependiendo de los números que se utilicen, puede ser verdadero o falso.

Omitir exactamente uno de los tres números del enunciado producirá exactamente uno de los tres problemas siguientes. Para mayor comodidad, representaremos el número omitido (o faltante) con la letra M (M para Falta).

1. M = (factor 1) · (factor 2) Falta la declaración *del producto*.
2. M · (factor 2) = producto Falta la declaración del *factor*.
3. (factor 1) · M = producto Falta la declaración del *factor*.

Nos interesa desarrollar y trabajar con métodos para determinar el número faltante que haga verdadera la afirmación. Fundamental para estos métodos es la capacidad de traducir dos palabras a símbolos matemáticos. La palabra

de traduce a *tiempos*
se traduce a *iguales*

Declaraciones de productos faltantes

La ecuación $M = 8 \cdot 4$ es una declaración de *producto faltante*. Podemos encontrar el valor de M que hace cierta esta afirmación *multiplicando* los factores conocidos.

Las declaraciones de producto faltantes se pueden utilizar para determinar la respuesta a una pregunta como, "¿Qué número es la fracción 1 de la fracción 2?

Conjunto de Muestras A

Hallar $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$. Nos están haciendo la pregunta: "¿Qué número es $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$?" Debemos traducir de palabras a símbolos matemáticos.

$$\underbrace{\text{What number}}_{M} \text{ is } \underset{\downarrow}{\frac{3}{4}} \text{ of } \underset{\downarrow}{\frac{8}{9}} \quad \text{becomes}$$

$$\underset{\text{missing product}}{M} = \underset{\text{known factor}}{\frac{3}{4}} \cdot \underset{\text{known factor}}{\frac{8}{9}} \quad \text{Multiply.}$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix}$$

$$M = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Así, $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$ es $\frac{2}{3}$.

$$\underbrace{\text{What number}}_{M} \text{ is } \underset{\downarrow}{\frac{3}{4}} \text{ of } \underset{\downarrow}{24}$$

$$\underset{\text{missing product}}{M} = \underset{\text{known factor}}{\frac{3}{4}} \cdot \underset{\text{known factor}}{24}$$

$$M = \frac{3}{\cancel{4}_{1}} \cdot \frac{\cancel{24}^{6}}{1} = \frac{3 \cdot 6}{1 \cdot 1} = \frac{18}{1} = 18$$

Así, 18 es $\frac{3}{4}$ de 24.

Conjunto de práctica A

Hallar $\frac{3}{8}$ de $\frac{16}{15}$.

Contestar

$\frac{2}{5}$

Conjunto de práctica A

¿De qué $\frac{9}{10}$ número es $\frac{5}{6}$?

Contestar

$\frac{3}{4}$

Conjunto de práctica A

$\frac{11}{16}$ de $\frac{8}{33}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{1}{6}$

Declaraciones de factores faltantes

La ecuación $8 \cdot M = 32$ es una declaración de *factor faltante*. Podemos encontrar el valor de M que hace que esta afirmación sea cierta dividiendo (ya que sabemos eso $32 \div 8 = 4$.

$8 \cdot M = 32$ means that $M = 32 \div 8$

missing factor = product ÷ known factor

Encontrar el factor faltante

Para encontrar el factor faltante en una declaración de factor faltante, divida el producto por el factor conocido.

factor faltante = (producto) ÷ (factor conocido)

Las declaraciones de factores faltantes se pueden usar para responder preguntas como

$\frac{3}{8}$ ¿de qué número es $\frac{9}{4}$?

¿Qué parte de $1\frac{2}{7}$ es $1\frac{13}{14}$?

Conjunto de Muestras B

$\frac{3}{8}$ of what number is $\frac{9}{4}$?

$\frac{3}{8} \cdot M = \frac{9}{4}$

known factor, missing factor, product

Ahora, usando

factor faltante = (producto)÷ (factor conocido)

Obtenemos

$$M = \frac{9}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$

$$= \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 1}$$

$$= 6$$

Check: $\frac{3}{8} \cdot 6 \stackrel{?}{=} \frac{9}{4}$

$\frac{3}{\cancel{8}_{4}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1} \stackrel{?}{=} \frac{9}{4}$

$\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 1} \stackrel{?}{=} \frac{9}{4}$

$\frac{9}{4} \stackrel{\checkmark}{=} \frac{9}{4}$

Así, $\frac{3}{8}$ de 6 es $\frac{9}{4}$.

What part of $1\frac{2}{7}$ is $1\frac{13}{14}$?

$M \cdot 1\frac{2}{7} = 1\frac{13}{14}$

missing factor, known factor, product

Para mayor comodidad, convertiremos los números mixtos en fracciones impropias.

$M \cdot \frac{9}{7} = \frac{27}{14}$

Ahora, usando

factor faltante = (producto)÷ (factor conocido)

obtenemos

$$M = \frac{27}{14} \div \frac{9}{7} = \frac{27}{14} \cdot \frac{7}{9} = \frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{2}{\cancel{14}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{9}}}$$

$$= \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{3}{2}$$

Check: $\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{7} \stackrel{?}{=} \frac{27}{14}$

$\frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 7} \stackrel{?}{=} \frac{27}{14}$

$\frac{27}{14} \checkmark \frac{27}{14}$

Así, $\frac{3}{2}$ de $1\frac{2}{7}$ es $1\frac{13}{14}$.

Set de práctica B

$\frac{3}{5}$ ¿de qué número es $\frac{9}{20}$?

Contestar

$\frac{3}{4}$

Set de práctica B

$3\frac{3}{4}$ ¿de qué número es $2\frac{2}{9}$?

Contestar

$\frac{16}{27}$

Set de práctica B

¿Qué parte de $\frac{3}{5}$ es $\frac{9}{10}$?

Contestar

$1\frac{1}{2}$

Set de práctica B

¿Qué parte de $1\frac{1}{4}$ es $1\frac{7}{8}$?

Contestar

$1\frac{1}{2}$

Ejercicios

Ejercicio 7.6.1

Hallar $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$.

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio7.6.2

Hallar $\frac{5}{8}$ de $\frac{1}{10}$.

Ejercicio7.6.3

Hallar $\frac{12}{13}$ de $\frac{13}{36}$.

Contestar

$\frac{1}{3}$

Ejercicio7.6.4

Hallar $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{7}$.

Ejercicio7.6.5

$\frac{3}{10}$ de $\frac{15}{4}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{9}{8}$ o $1\frac{1}{8}$

Ejercicio7.6.6

$\frac{14}{15}$ de $\frac{20}{21}$ es ¿qué número?

Ejercicio7.6.7

$\frac{3}{44}$ de $\frac{11}{12}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{1}{16}$

Ejercicio7.6.8

$\frac{1}{3}$ de 2 es ¿qué número?

Ejercicio7.6.9

$\frac{1}{4}$ de 3 es ¿qué número?

Contestar

$\frac{3}{4}$

Ejercicio7.6.10

$\frac{1}{10}$de$\frac{1}{100}$ es ¿qué número?

Ejercicio7.6.11

$\frac{1}{100}$de$\frac{1}{10}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{1}{1,000}$

Ejercicio7.6.12

$1\frac{5}{9}$de$2\frac{4}{7}$ es ¿qué número?

Ejercicio7.6.13

$1\frac{7}{18}$de$\frac{4}{15}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{10}{27}$

Ejercicio7.6.14

$1\frac{1}{8}$de$1\frac{11}{16}$ es ¿qué número?

Ejercicio7.6.15

Hallar$\frac{2}{3}\frac{1}{6}$ de$\frac{9}{2}$.

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio7.6.16

Hallar$\frac{5}{8}\frac{9}{20}$ de$\frac{4}{9}$.

Ejercicio7.6.17

$\frac{5}{12}$de que numero es$\frac{5}{6}$?

Contestar

2

Ejercicio7.6.18

$\frac{3}{14}$de que numero es$\frac{6}{7}$?

Ejercicio7.6.19

$\frac{10}{3}$de que numero es$\frac{5}{9}$?

Contestar

$\frac{1}{6}$

Ejercicio7.6.20

$\frac{15}{7}$de que numero es$\frac{20}{21}$?

Ejercicio7.6.21

$\frac{8}{3}$de que numero es$1\frac{7}{9}$?

Contestar

$\frac{2}{3}$

Ejercicio7.6.22

$\frac{1}{3}$de que numero es$\frac{1}{3}$?

Ejercicio7.6.23

$\frac{1}{6}$de que numero es$\frac{1}{6}$?

Contestar

1

Ejercicio7.6.24

$\frac{3}{4}$de que numero es$\frac{3}{4}$?

Ejercicio7.6.25

$\frac{8}{11}$de que numero es$\frac{8}{11}$?

Contestar

1

Ejercicio7.6.26

$\frac{3}{8}$de que numero es 0?

Ejercicio7.6.27

$\frac{2}{3}$de que numero es 1?

Contestar

$\frac{3}{2}$o$1\frac{1}{2}$

Ejercicio7.6.28

$3\frac{1}{5}$de que numero es 1?

Ejercicio7.6.29

$1\frac{9}{12}$de que numero es$5\frac{1}{4}$?

Contestar

3

Ejercicio7.6.30

$3\frac{1}{25}$de que numero es$2\frac{8}{15}$?

Ejercicio7.6.31

¿Qué parte de$\frac{2}{3}$ es$1\frac{1}{9}$?

Contestar

$\frac{5}{3}$o$1\frac{2}{3}$

Ejercicio7.6.32

¿Qué parte de$\frac{9}{10}$ es$3\frac{3}{5}$?

Ejercicio7.6.33

¿Qué parte de$\frac{8}{9}$ es$\frac{3}{5}$?

Contestar

$\frac{27}{40}$

Ejercicio7.6.34

¿Qué parte de $\frac{14}{15}$ es $\frac{7}{30}$?

Ejercicio7.6.35

¿Qué parte de 3 es $\frac{1}{5}$?

Contestar

$\frac{1}{15}$

Ejercicio7.6.36

¿Qué parte de 8 es $\frac{2}{3}$?

Ejercicio7.6.37

¿Qué parte de 24 es 9?

Contestar

$\frac{3}{8}$

Ejercicio7.6.38

¿Qué parte de 42 es 26?

Ejercicio7.6.39

Hallar $\frac{12}{13}$ de $\frac{39}{40}$.

Contestar

$\frac{9}{10}$

Ejercicio7.6.40

$\frac{14}{15}$ de $\frac{12}{21}$ es ¿qué número?

Ejercicio7.6.41

$\frac{8}{15}$ de que numero es $2\frac{2}{5}$?

Contestar

$\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

Ejercicio7.6.42

$\frac{11}{15}$de que numero es$\frac{22}{35}$?

Ejercicio7.6.43

$\frac{11}{16}$de que numero es 1?

Contestar

$\frac{16}{11}$o1$\frac{5}{11}$

Ejercicio7.6.44

¿Qué parte de$\frac{23}{40}$ es3$\frac{9}{20}$?

Ejercicio7.6.45

$\frac{4}{35}$de3$\frac{9}{22}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{30}{77}$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio7.6.46

Utilice los números 2 y 7 para ilustrar la propiedad conmutativa de la suma.

Ejercicio7.6.47

¿Es 4 divisible por 0?

Contestar

no

Ejercicio7.6.48

Ampliar3^7. No encuentre el valor real.

Ejercicio7.6.49

Convertir3$\frac{5}{12}$ a una fracción impropia.

Contestar

$\frac{41}{12}$

Ejercicio7.6.50

Encuentra el valor de$\frac{3}{8}$\ div\ dfrac {9} {16}\ cdot\ dfrac {6} {5}\).

This page titled 7.6: Aplicaciones que involucran fracciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

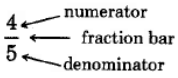
7.7: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Fracción
La idea de dividir una cantidad entera en partes iguales nos da la palabra **fracción**.

Fracción Bar, Denominador, Numerador
Una fracción tiene tres partes:

La barra de fracción -
El número entero distinto de cero por debajo de la barra de fracciones es el **denominador**.
El número entero por encima de la barra de fracciones es el **numerador**.



Fracción
propia Las fracciones propias son fracciones en las que el numerador es estrictamente menor que el denominador.
$\frac{4}{5}$es una fracción propiamente dicha

Fracción
impropia Las fracciones impropias son fracciones en las que el numerador es mayor o igual que el denominador. Además, cualquier número distinto de cero colocado sobre 1 es una fracción impropia.
$\frac{5}{4}, \frac{5}{5}$, y $\frac{5}{1}$ son fracciones impropias.

Número mixto
Un **número mixto** es un número que es la suma de un número entero y una fracción propia.
$1\frac{1}{5}$es un número mixto$(1\frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{5})$

Correspondencia Entre Fracciones Impropias y Números Mixtos
Cada fracción impropia corresponde a un número mixto particular, y cada número mixto corresponde a una fracción impropia particular.

Convertir una Fracción Impropia a
un Método de Número Mixto A, basado en la división, convierte una fracción impropia en un número mixto equivalente.
$\frac{5}{4}$se puede convertir a$1\frac{1}{4}$

Convertir un Número Mixto en una Fracción Impropia El método
A, basado en la multiplicación, convierte un número mixto en una fracción impropia equivalente.
$5\frac{7}{8}$se puede convertir a$\frac{47}{8}$

Fracciones equivalentes
Las fracciones que representan la misma cantidad son **fracciones equivalentes**.
$\frac{3}{4}$y$\frac{6}{8}$ son fracciones equivalentes

Prueba para Fracciones Equivalentes
Si los **productos cruzados** de dos fracciones son iguales, entonces las dos fracciones son equivalentes.



Así,$\frac{3}{4}$ y$\frac{6}{8}$ son equivalentes.

Relativamente Prime

Dos números enteros son **relativamente primos** cuando 1 es el único número que divide a ambos.

3 y 4 son relativamente primos

Reducido a términos más bajos

Una fracción se **reduce a términos más bajos** si su numerador y denominador son relativamente primos.

El número $\frac{3}{4}$ se reduce a términos más bajos, ya que 3 y 4 son relativamente primos.

El número *no* $\frac{6}{8}$ se reduce a términos más bajos ya que 6 y 8 no son relativamente primos.

Reducir fracciones a términos más bajos

Dos métodos, uno basado en dividir primos comunes y otro basado en dividir cualquier factor común, están disponibles para reducir una fracción a términos más bajos.

Elevar fracciones a términos más altos

Una fracción puede elevarse a términos más altos multiplicando tanto el numerador como el denominador por el mismo número distinto de cero.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{6}{8}$$

La Palabra "DE" Significa Multiplicación

En muchas aplicaciones matemáticas, la palabra "de" significa multiplicación.

Multiplicación de Fracciones

Para multiplicar dos o más fracciones, multiplicar los numeradores juntos y multiplicar los denominadores juntos. Reducir si es posible.

$$\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{15}=\frac{5\cdot 4}{8\cdot 15}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

Multiplicar fracciones dividiendo factores comunes

Dos o más fracciones se pueden multiplicar dividiendo primero los factores comunes y luego usando la regla para multiplicar fracciones.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 3}=\frac{1}{6}$$

Multiplicación de números mixtos

Para realizar una multiplicación en la que haya números mixtos, primero convierta cada número mixto a una fracción impropia, luego multiplique. Esta idea también se aplica a la división de números mixtos.

Reciprocales

Dos números cuyo producto es 1 son recíprocos.

7 y $\frac{1}{7}$ son recíprocos

División de Fracciones

Para dividir una fracción por otra fracción, multiplique el dividendo por el recíproco del divisor.

$$\frac{\frac{1}{3}}{7}=\frac{7}{3}$$

Declaraciones de multiplicación

Una declaración matemática de la forma

producto = (factor 1) (factor 2)

es una declaración de multiplicación.

Al omitir uno de los tres números, resulta uno de los tres siguientes problemas:

M = (factor 1)· (factor 2) Falta la declaración del producto.
product = (factor 1)· *M* Falta la declaración del factor.
product = *M*· (factor 2) Falta la declaración del factor.

Los *productos faltantes* se determinan simplemente multiplicando los factores conocidos. *Los factores faltantes* están determinados por

factor faltante = (producto)÷ (factor conocido)

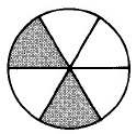
7.7: Resumen de conceptos clave is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

7.8: Suplemento de ejercicio

Fracciones de números enteros

Para Problemas 1 y 2, nombra la fracción sugerida.

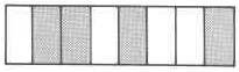
Ejercicio7.8.1



Contestar

$\frac{2}{6}$ o $\frac{1}{3}$

Ejercicio7.8.2



Para los problemas 3-5, especifique el numerador y el denominador.

Ejercicio7.8.3

$\frac{4}{5}$

Contestar

numerador, 4; denominador, 5

Ejercicio7.8.4

$\frac{5}{12}$

Ejercicio7.8.5

$\frac{1}{3}$

Contestar

numerador, 1; denominador, 3

Para problemas 6-10, escriba cada fracción usando dígitos.

Ejercicio7.8.6

Tres quintas partes

Ejercicio7.8.7

Ocho once

Contestar

$\frac{8}{11}$

Ejercicio7.8.8

Sesenta y uno cuarenta primeros

Ejercicio7.8.9

Doscientos seis milésimas

Contestar

$\frac{200}{6,000}$

Ejercicio7.8.10

cero décimas

Para los problemas 11-15, escribe cada fracción usando palabras.

Ejercicio7.8.11

$\frac{10}{17}$

Contestar

diez diecisiete

Ejercicio7.8.12

$\frac{21}{38}$

Ejercicio7.8.13

$\frac{606}{1431}$

Contestar

seiscientos seis, mil cuatrocientos treinta y primeros

Ejercicio7.8.14

$\frac{0}{8}$

Ejercicio7.8.15

$\frac{1}{16}$

Contestar

decimosexto

Para los problemas 16-18, indica cada numerador y denominador y escribe cada fracción usando dígitos.

Ejercicio7.8.16

Un minuto es sesenta de hora.

Ejercicio7.8.17

En una caja que contiene cuarenta y cinco componentes electrónicos, se sabe que ocho son defectuosos. Si se eligen tres componentes al azar de la caja, la probabilidad de que los tres sean defectuosos es de cincuenta y seis catorce mil ciento noventa.

Contestar

numerador, 56; denominador, 14,190

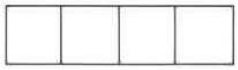
Ejercicio7.8.18

Alrededor de tres quintas partes de los alumnos de una clase de álgebra universitaria recibieron una “B” en el curso.

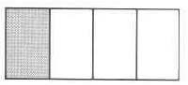
Para los problemas 19 y 20, sombrear la región correspondiente a la fracción dada.

Ejercicio7.8.19

$\frac{1}{4}$

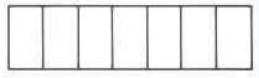


Contestar



Ejercicio7.8.20

$\frac{3}{7}$



Fracción apropiada, fracción impropia y números mixtos

Para problemas 21-29, convierta cada fracción impropia a un número mixto.

Ejercicio7.8.21

$\frac{11}{4}$

Contestar

$2\frac{3}{4}$

Ejercicio7.8.22

$\frac{15}{2}$

Ejercicio7.8.23

$\frac{51}{8}$

Contestar

$6\frac{3}{8}$

Ejercicio7.8.24

$\frac{121}{15}$

Ejercicio7.8.25

$\frac{356}{3}$

Contestar

$118\frac{2}{3}$

Ejercicio7.8.26

$\frac{3}{2}$

Ejercicio7.8.27

$\frac{5}{4}$

Contestar

$1\frac{1}{4}$

Ejercicio7.8.28

$\frac{20}{5}$

Ejercicio7.8.29

$\frac{9}{3}$

Contestar

3

Para problemas 30-40, convierta cada número mixto a una fracción impropia.

Ejercicio7.8.30

$5\frac{2}{3}$

Ejercicio7.8.31

$16\frac{1}{8}$

Contestar

$\frac{129}{8}$

Ejercicio7.8.32

$18\frac{1}{3}$

Ejercicio7.8.33

$3\frac{1}{5}$

Contestar

$\frac{16}{5}$

Ejercicio7.8.34

$2\frac{9}{16}$

Ejercicio7.8.35

$17\frac{20}{21}$

Contestar

$\frac{377}{21}$

Ejercicio7.8.36

$1\frac{7}{8}$

Ejercicio7.8.37

$1\frac{1}{2}$

Contestar

$\frac{3}{2}$

Ejercicio7.8.38

$2\frac{1}{2}$

Ejercicio7.8.39

$8\frac{6}{7}$

Contestar

$\frac{62}{7}$

Ejercicio7.8.40

$2\frac{9}{2}$

Ejercicio7.8.41

¿Por qué$0\frac{1}{12}$ no califica como número mixto?

Contestar

porque la parte del número entero es cero

Ejercicio7.8.42

¿Por qué 8 califica como número mixto?

Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a término superior

Para los problemas 43-47, determinar si los pares de fracciones son equivalentes.

Ejercicio7.8.43

$\frac{1}{2}, \frac{15}{30}$

Contestar

equivalente

Ejercicio7.8.44

$\frac{8}{9}, \frac{32}{36}$

Ejercicio7.8.45

$\frac{3}{14}, \frac{24}{110}$

Contestar

no equivalente

Ejercicio7.8.46

$2\frac{3}{8}, \frac{38}{16}$

Ejercicio7.8.47

$\frac{108}{77}, 1\frac{5}{13}$

Contestar

no equivalente

Para problemas 48-60, reducir, si es posible, cada fracción.

Ejercicio7.8.48

$\frac{10}{25}$

Ejercicio7.8.49

$\frac{32}{44}$

Contestar

$\frac{8}{11}$

Ejercicio7.8.50

$\frac{102}{266}$

Ejercicio7.8.51

$\frac{15}{33}$

Contestar

$\frac{5}{11}$

Ejercicio7.8.52

$\frac{18}{25}$

Ejercicio7.8.53

$\frac{21}{35}$

Contestar

$\frac{3}{5}$

Ejercicio7.8.54

$\frac{9}{16}$

Ejercicio7.8.55

$\frac{45}{85}$

Contestar

$\frac{9}{17}$

Ejercicio7.8.56

$\frac{24}{42}$

Ejercicio7.8.57

$\frac{70}{136}$

Contestar

$\frac{35}{68}$

Ejercicio7.8.58

$\frac{182}{580}$

Ejercicio7.8.59

$\frac{325}{810}$

Contestar

$\frac{65}{162}$

Ejercicio7.8.60

$\frac{250}{1000}$

Para problemas 61-72, determinar el numerador o denominador faltante.

Ejercicio7.8.61

$\frac{3}{7}=\frac{?}{35}$

Contestar

15

Ejercicio7.8.62

$\frac{4}{11}=\frac{?}{99}$

Ejercicio7.8.63

$\frac{1}{12}=\frac{?}{72}$

Contestar

6

Ejercicio7.8.64

$\frac{5}{8}=\frac{25}{?}$

Ejercicio7.8.65

$\frac{11}{9}=\frac{33}{?}$

Contestar

27

Ejercicio7.8.66

$\frac{4}{15}=\frac{24}{?}$

Ejercicio7.8.67

$\frac{14}{15}=\frac{?}{45}$

Contestar

42

Ejercicio7.8.68

$\frac{0}{5} = \frac{?}{20}$

Ejercicio7.8.69

$\frac{12}{21} = \frac{96}{?}$

Contestar

168

Ejercicio7.8.70

$\frac{14}{23} = \frac{?}{253}$

Ejercicio7.8.71

$\frac{15}{16} = \frac{180}{?}$

Contestar

192

Ejercicio7.8.72

$\frac{21}{22} = \frac{336}{?}$

Multiplicación y división de fracciones ([link], [link])

Para problemas 73-95, realizar cada multiplicación y división.

Ejercicio7.8.73

$\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16}$

Contestar

$\frac{3}{4}$

Ejercicio7.8.74

$\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{24}$

Ejercicio7.8.75

$\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{12}$

Contestar

$$\frac{1}{24}$$

Ejercicio7.8.76

$$\frac{14}{15} \cdot \frac{7}{5}$$

Ejercicio7.8.77

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{13}{22} \cdot \frac{11}{39}$$

Contestar

$$\frac{5}{36}$$

Ejercicio7.8.78

$$\frac{2}{3} \div \frac{15}{7} \cdot \frac{5}{6}$$

Ejercicio7.8.79

$$3\frac{1}{2} \div \frac{7}{2}$$

Contestar

$$1$$

Ejercicio7.8.80

$$2\frac{4}{9} \div \frac{11}{45}$$

Ejercicio7.8.81

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{5}{24}$$

Contestar

$$\frac{1}{48}$$

Ejercicio7.8.82

$$\frac{8}{15} \div 3\frac{3}{5} \cdot \frac{9}{16}$$

Ejercicio7.8.83

$$\frac{14}{15} \div 3\frac{8}{9} \cdot \frac{10}{21}$$

Contestar

$\frac{4}{35}$

Ejercicio7.8.84

$18 \cdot 5\frac{3}{4}$

Ejercicio7.8.85

$3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{12}$

Contestar

$\frac{50}{7} = 7\frac{1}{7}$

Ejercicio7.8.86

$4\frac{1}{2} \div 2\frac{4}{7}$

Ejercicio7.8.87

$6\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{4}$

Contestar

2

Ejercicio7.8.88

$3\frac{5}{16} \div 2\frac{7}{18}$

Ejercicio7.8.89

$7 \div 2\frac{1}{3}$

Contestar

3

Ejercicio7.8.90

$17 \div 4\frac{1}{4}$

Ejercicio7.8.91

$\frac{5}{8} \div 1\frac{1}{4}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio7.8.92

$2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$

Ejercicio7.8.93

$20 \cdot \frac{18}{4}$

Contestar

90

Ejercicio7.8.94

$0 \div 4\frac{1}{8}$

Ejercicio7.8.95

$1 \div 6\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{4}$

Contestar

1

Aplicaciones que involucran fracciones

Ejercicio7.8.96

Encuentra $\frac{8}{9}$ de $\frac{27}{2}$

Ejercicio7.8.97

¿Qué parte de $\frac{3}{8}$ es $\frac{21}{16}$?

Contestar

$\frac{7}{2}$ o $3\frac{1}{2}$

Ejercicio7.8.98

¿Qué parte de $3\frac{1}{5}$ es $1\frac{7}{25}$?

Ejercicio7.8.99

Hallar $6\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{15}$.

Contestar

4

Ejercicio7.8.100

$\frac{7}{20}$de que numero es$\frac{14}{35}$?

Ejercicio7.8.101

¿Qué parte de$4\frac{1}{16}$ es$3\frac{3}{4}$?

Contestar

$\frac{12}{13}$

Ejercicio7.8.102

Encuentra$8\frac{3}{10}$ de$16\frac{2}{3}$

Ejercicio7.8.103

$\frac{3}{20}$de que numero es$\frac{18}{30}$?

Contestar

4

Ejercicio7.8.104

Hallar$\frac{1}{3}$ de 0.

Ejercicio7.8.105

Hallar$\frac{11}{12}$ de 1.

Contestar

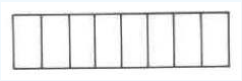
$\frac{11}{12}$

7.8: Suplemento de ejercicio is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

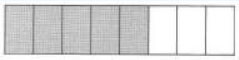
7.9: Examen de Aptitud

Ejercicio7.9.1

Sombra una porción que corresponda a la fracción $\frac{5}{8}$



Contestar



Ejercicio7.9.2

Especificar el numerador y denominador de la fracción $\frac{5}{9}$.

Contestar

Numerador, 5; denominador, 9

Ejercicio7.9.3

Escribe la fracción cinco once.

Contestar

$\frac{5}{11}$

Ejercicio7.9.4

Escribe, en palabras, $\frac{4}{5}$

Contestar

Cuatro quintas partes

Ejercicio7.9.5

¿Cuál de las fracciones es una fracción propiamente dicha? $4\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{12}{5}$

Contestar

$\frac{5}{12}$

Ejercicio7.9.6

Convertir $3\frac{4}{7}$ a una fracción impropia.

Contestar

$\frac{25}{7}$

Ejercicio7.9.7

Convertir $\frac{16}{5}$ a un número mixto.

Contestar

$3\frac{1}{5}$

Ejercicio7.9.8

Determinar si $\frac{5}{12}$ y $\frac{20}{48}$ son fracciones equivalentes.

Contestar

si

Para problemas 9-11, reducir, si es posible, cada fracción a los términos más bajos.

Ejercicio7.9.9

$\frac{21}{35}$

Contestar

$\frac{3}{5}$

Ejercicio7.9.10

$\frac{15}{51}$

Contestar

$\frac{5}{17}$

Ejercicio7.9.11

$\frac{104}{480}$

Contestar

$\frac{13}{60}$

Para los problemas 12 y 13, determine el numerador o denominador faltante.

Ejercicio7.9.12

$\frac{5}{9} = \frac{?}{36}$

Contestar

20

Ejercicio7.9.13

$\frac{4}{3} = \frac{32}{?}$

Contestar

24

Para problemas 14-25, encuentra cada valor.

Ejercicio7.9.14

$\frac{15}{16} \cdot \frac{4}{25}$

Contestar

$\frac{3}{20}$

Ejercicio7.9.15

$3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{9} \cdot 6\frac{3}{5}$

Contestar

55

Ejercicio7.9.16

$\sqrt{\frac{25}{36}}$

Contestar

$\frac{5}{6}$

Ejercicio7.9.17

$\sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{81}{64}}$

Contestar

$\frac{3}{4}$

Ejercicio7.9.18

$\frac{11}{30} \cdot \sqrt{\frac{225}{121}}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio7.9.19

$\frac{4}{15} \div 8$

Contestar

$\frac{1}{30}$

Ejercicio7.9.20

$\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{12} \div 2\frac{4}{9}$

Contestar

$\frac{1}{11}$

Ejercicio7.9.21

$(\frac{6}{5})^3 \div \sqrt{1\frac{11}{15}}$

Contestar

$\frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}$

Ejercicio7.9.22

Hallar $\frac{5}{12}$ de $\frac{24}{25}$.

Contestar

$\frac{2}{5}$

Ejercicio7.9.23

$\frac{2}{9}$ ¿de qué número es $\frac{1}{18}$?

Contestar

$\frac{1}{4}$

Ejercicio7.9.24

$1\frac{5}{7}$de$\frac{21}{20}$ es ¿qué número?

Contestar

$\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

Ejercicio7.9.25

¿Qué parte de$\frac{9}{14}$ es$\frac{6}{7}$?

Contestar

$\frac{4}{3}$o$1\frac{1}{3}$

7.9: Examen de Aptitud is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

CHAPTER OVERVIEW

8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas

8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares
8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos
8.3: Suma y resta de números mixtos
8.4: Comparando Fracciones
8.5: Fracciones Complejas
8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones
8.7: Resumen de conceptos clave
8.8: Suplemento de ejercicio
8.9: Examen de competencia

This page titled 8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

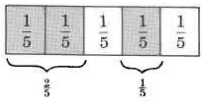
8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de sumar y restar fracciones con denominadores similares

Adición de Fracción con denominadores similares

Examinemos el siguiente diagrama.



2 una quintas partes y 1 una quinta parte está sombreada.

Se muestra en las regiones sombreadas del diagrama que

(2 quintas partes) + (1 una quinta parte) = (3 quintas partes)

Es decir,

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

A partir de esta observación, podemos sugerir la siguiente regla.

Método de sumar fracciones que tienen denominadores similares
Para sumar dos o más fracciones que tengan los mismos denominadores, agregue los numeradores y coloque la suma resultante sobre el denominador común. Reducir, si es necesario.

Conjunto de Muestras A

Encuentra las siguientes sumas.

$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$. Los denominadores son los mismos. Agrega los numeradores y coloca esa suma sobre 7.

Solución

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$$

Conjunto de Muestras A

$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$. Los denominadores son los mismos. Agrega los numeradores y coloca la suma sobre 8. Reducir.

Solución

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{1+3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

Conjunto de Muestras A

$\frac{4}{9}+\frac{5}{9}$. Los denominadores son los mismos. Agrega los numeradores y coloca la suma sobre 9.

Solución

$$\frac{4}{9}+\frac{5}{9}=\frac{4+5}{9}=\frac{9}{9}=1$$

Conjunto de Muestras A

$\frac{7}{8}+\frac{5}{8}$. Los denominadores son los mismos. Agrega los numeradores y coloca la suma sobre 8.

Solución

$$\frac{7}{8}+\frac{5}{8}=\frac{7+5}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

Conjunto de Muestras A

Para ver qué pasa si *agregamos erróneamente los denominadores* así como los numeradores, agreguemos

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

Agregar los numeradores y agregar *erróneamente* los denominadores produce

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1+1}{2+2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Esto quiere decir que dos$\frac{1}{2}$ es lo mismo que uno$\frac{1}{2}$. ¡Despregonada! **No agregamos denominadores**.

Conjunto de práctica A

Encuentra las siguientes sumas.

$$\frac{1}{10}+\frac{3}{10}$$

Contestar

$$\frac{2}{5}$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

Contestar

$$\frac{1}{2}$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{7}{11}+\frac{4}{11}$$

Contestar

$$1$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$$

Contestar

$$\frac{4}{5}$$

Conjunto de práctica A

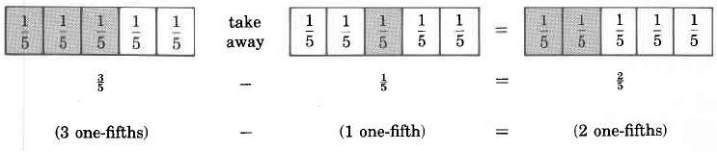
Mostrar por qué sumar tanto los numeradores como los denominadores es despreciable al sumar $\frac{3}{4}\frac{3}{4}$ y examinar el resultado.

Contestar

$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3+3}{4+4}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$, entonces dos $\frac{3}{4}$ = uno $\frac{3}{4}$, whihch es despreciable.

Resta de fracciones con denominadores similares

Podemos imaginarnos el concepto de resta de fracciones de la misma manera que imaginamos la suma.



A partir de esta observación, podemos sugerir la siguiente regla para restar fracciones que tengan denominadores similares:

Resta de fracciones con denominadores similares
Para restar dos fracciones que tengan denominadores similares, restar los numeradores y colocar la diferencia resultante sobre el denominador común. Reducir, si es posible.

Conjunto de Muestras B

Encuentra las siguientes diferencias.

$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}$. Los denominadores son los mismos. Restar los numeradores. Colocar la diferencia sobre 5.

Solución

$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3-1}{5}=\frac{2}{5}$

Conjunto de Muestras B

$\frac{8}{6}-\frac{2}{6}$. Los denominadores son los mismos. Restar los numeradores. Coloca la diferencia sobre 6.

Solución

$\frac{8}{6}-\frac{2}{6}=\frac{8-2}{6}=\frac{6}{6}=1$

Conjunto de Muestras B

$\frac{16}{9}-\frac{2}{9}$. Los denominadores son los mismos. Restar numeradores y colocar la diferencia sobre 9.

Solución

$\frac{16}{9}-\frac{2}{9}=\frac{16-2}{9}=\frac{14}{9}$

Conjunto de Muestras B

Para ver qué pasa si restamos *erróneamente* los denominadores, consideremos

$\frac{7}{15}-\frac{4}{15}=\frac{7-4}{15-15}=\frac{3}{0}$

Obtenemos división por cero, que no está definida. **No restamos denominadores.**

Set de práctica B

Encuentra las siguientes diferencias.

$\frac{10}{13} - \frac{8}{13}$

Contestar

$\frac{2}{13}$

Set de práctica B

$\frac{5}{12} - \frac{1}{12}$

Contestar

$\frac{1}{3}$

Set de práctica B

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

Contestar

0

Set de práctica B

$\frac{26}{10} - \frac{14}{10}$

Contestar

$\frac{6}{5}$

Set de práctica B

Mostrar por qué restar tanto los numeradores como los denominadores es un error al realizar la resta $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$

Contestar

$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5-2}{9-9} = \frac{3}{0}$, que no está definido

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra las sumas y diferencias. Asegúrese de reducir.

Ejercicio 8.1.1

$\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$

Contestar

$\frac{5}{8}$

Ejercicio8.1.2

$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}$

Ejercicio8.1.3

$\frac{9}{10}+\frac{1}{10}$

Contestar

1

Ejercicio8.1.4

$\frac{3}{11}+\frac{4}{11}$

Ejercicio8.1.5

$\frac{9}{15}+\frac{4}{15}$

Contestar

$\frac{13}{15}$

Ejercicio8.1.6

$\frac{3}{10}+\frac{2}{10}$

Ejercicio8.1.7

$\frac{5}{12}+\frac{7}{12}$

Contestar

1

Ejercicio8.1.8

$\frac{11}{16}-\frac{2}{16}$

Ejercicio8.1.9

$\frac{3}{16}-\frac{3}{16}$

Contestar

0

Ejercicio8.1.10

$\frac{15}{23} - \frac{2}{23}$

Ejercicio8.1.11

$\frac{1}{6} - \frac{1}{6}$

Contestar

0

Ejercicio8.1.12

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

Ejercicio8.1.13

$\frac{3}{11} + \frac{1}{11} + \frac{5}{11}$

Contestar

$\frac{9}{11}$

Ejercicio8.1.14

$\frac{16}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20}$

Ejercicio8.1.15

$\frac{12}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio8.1.16

$\frac{11}{16} + \frac{9}{16} - \frac{5}{16}$

Ejercicio8.1.17

$\frac{4}{20} - \frac{1}{20} + \frac{9}{20}$

Contestar

$\frac{3}{5}$

Ejercicio8.1.18

$$\frac{7}{10}-\frac{3}{10}+\frac{11}{10}$$

Ejercicio8.1.19

$$\frac{16}{5}-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}$$

Contestar

$$\frac{13}{5}$$

Ejercicio8.1.20

$$\frac{21}{35}-\frac{17}{35}+\frac{31}{35}$$

Ejercicio8.1.21

$$\frac{5}{2}+\frac{16}{2}-\frac{1}{2}$$

Contestar

$$10$$

Ejercicio8.1.22

$$\frac{1}{18}+\frac{3}{18}+\frac{1}{18}+\frac{4}{18}-\frac{5}{18}$$

Ejercicio8.1.23

$$\frac{6}{22}-\frac{2}{22}+\frac{4}{22}-\frac{1}{22}+\frac{11}{22}$$

Contestar

$$\frac{9}{11}$$

La siguiente regla para la suma y resta de dos fracciones es despreciosa. Mostrar por qué realizando las operaciones usando la regla para los dos problemas siguientes.

Regla despreciosa
Para sumar o restar dos fracciones, basta con sumar o restar los numeradores y colocar este resultado sobre la suma o diferencia de los denominadores.

Ejercicio8.1.24

$$\frac{3}{10}-\frac{3}{10}$$

Ejercicio8.1.25

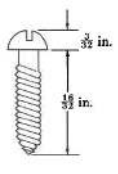
$\frac{8}{15}+\frac{8}{15}$

Contestar

$\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$ (usando la regla despreciosa)

Ejercicio8.1.26

Encuentra la longitud total del tornillo.



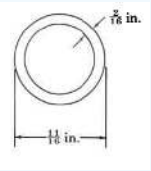
Hace dos meses, una mujer pagó $\frac{3}{24}$ un préstamo. Hace un mes, ella pagó $\frac{5}{24}$ el préstamo total. Este mes volverá a pagar $\frac{5}{24}$ el préstamo total. A fin de mes, ¿cuánto de su préstamo total habrá pagado?

Contestar

$\frac{13}{24}$

Ejercicio8.1.27

Encuentra el diámetro interior de la tubería.



Ejercicios para la revisión

Ejercicio8.1.28

Redondear 2,650 al cien más cercano.

Contestar

2700

Ejercicio8.1.29

Utilice los números 2, 4 y 8 para ilustrar la propiedad asociativa de la suma.

Ejercicio8.1.30

Encuentra los factores primos de 495.

Contestar

$3^2 \cdot 5 \cdot 11$

Ejercicio8.1.31

Encuentra el valor de $\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{25} \cdot \frac{5}{9}$.

Ejercicio8.1.32

$\frac{8}{3}$ de que numero es $1\frac{7}{9}$?

Contestar

$\frac{2}{3}$

This page titled 8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de sumar y restar fracciones con denominadores diferentes

Una regla básica

Existe una regla básica que se debe seguir al sumar o restar fracciones.

Una Regla Básica
Las fracciones sólo se pueden sumar o restar convenientemente si tienen denominadores similares.

Para ver por qué esta regla tiene sentido, consideremos el problema de sumar un cuarto y una moneda de diez centavos.

$1 \text{ quarter} + 1 \text{ dime} = 35 \text{ cents}$

Ahora,

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ quarter } = \dfrac{25}{100} \\ 1 \text{ dime } = \dfrac{10}{100} \end{array} \right\} \text{ same denominations}$$

$35, \not{\text{¢}} = \dfrac{35}{100}$

$$\frac{25}{100} + \frac{10}{100} = \frac{25+10}{100} = \frac{35}{100}$$

Para combinar un cuarto y una moneda de diez centavos para producir 35¢, los convertimos en cantidades de la misma denominación.

Misma denominación$\rightarrow$ mismo denominador

Suma y resta de fracciones

Mínimo Común Múltiple (LCM) y Mínimo Común Denominador (LCD)
En [link], examinamos el mínimo común múltiplo (MCM) de una colección de números. Si estos números son utilizados como denominadores de fracciones, llamamos al mínimo común múltiplo, el mínimo común denominador (LCD).

Método de Suma o Resta Fracciones con Denominadores
Distintivos Para sumar o restar fracciones que tengan denominadores diferentes, convierta cada fracción en una fracción equivalente teniendo como denominador el mínimo común denominador (LCD) de los denominadores originales.

Conjunto de Muestras A

Encuentra las siguientes sumas y diferencias.

$\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$. Los denominadores no son los mismos. Encuentra la pantalla LCD de 6 y 4.

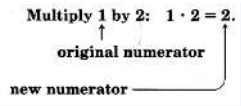
$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 4 = 2^2 \end{array} \right\} \text{ The LCD} = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

Escribe cada una de las fracciones originales como una nueva fracción equivalente que tenga el denominador común 12.

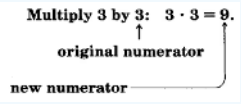
$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{}{12} + \frac{}{12}$$

Para encontrar un nuevo numerador, dividimos el denominador original en la LCD. Como el denominador original se está multiplicando por este cociente, debemos multiplicar el numerador original por este cociente.

$12 \div 6 = 2$



$12 \div 4 = 3$



$$\begin{aligned} \frac{1}{6}+\frac{3}{4} &= \frac{1\cdot 2}{12}+\frac{3\cdot 3}{12} \\ &= \frac{2}{12}+\frac{9}{12} && \text{Now the denominators are the same.} \\ &= \frac{2+9}{12} && \text{Add the numerators and place the sum over the common denominator.} \\ &= \frac{11}{12} \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras A

$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$. Los denominadores no son los mismos. Encuentra la pantalla LCD de 2 y 3.

$\text{LCD} = 2 \cdot 3 = 6$

Escribe cada una de las fracciones originales como una nueva fracción equivalente que tenga el denominador común 6.

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6}+\frac{\quad}{6}$$

Para encontrar un nuevo numerador, dividimos el denominador original en la LCD. Como el denominador original se está multiplicando por este cociente, debemos multiplicar el numerador original por este cociente.

$6 \div 2 = 3$ Multiplica el numerador 1 por 3.
$6 \div 2 = 3$ Multiplica el numerador 2 por 2.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}+\frac{2}{3} &= \frac{1\cdot 3}{6}+\frac{2\cdot 3}{6} \\ &= \frac{3}{6}+\frac{4}{6} \\ &= \frac{3+4}{6} \\ &= \frac{7}{6} \text{ or } 1\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras A

$\frac{5}{9}-\frac{5}{12}$. Los denominadores no son los mismos. Encuentra la pantalla LCD de 9 y 12.

$$\left.\begin{array}{l} 9 = 3 \cdot 3 = 3^2 \\ 12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 \end{array}\right\} \text{LCD} = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

$$\frac{5}{9}-\frac{5}{12} = \frac{\quad}{36}-\frac{\quad}{36}$$

$36 \div 9 = 4$ Multiplica el numerador 5 por 4.
$36 \div 12 = 3$ Multiplica el numerador 5 por 3.

$$\begin{aligned}\frac{5}{9}-\frac{5}{12} &= \frac{5\cdot 4}{36}-\frac{5\cdot 3}{36}\\ &= \frac{20}{36}-\frac{15}{36}\\ &= \frac{20-15}{6}\\ &= \frac{5}{36}\end{aligned}$$

$\frac{5}{6}-\frac{1}{8}+\frac{7}{16}$. Los denominadores no son los mismos. Encuentra la pantalla LCD de 6, 8 y 16

$$\left\{\begin{array}{l}6=2\cdot 3\\ 8=2\cdot 4=2\cdot 2\cdot 2=2^3\\ 16=2\cdot 8=2\cdot 2\cdot 4=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=2^4\end{array}\right\}\ \text{The LCD is}=2^4\cdot 3=48$$

$$\frac{5}{6}-\frac{1}{8}+\frac{7}{16}=\frac{}{48}-\frac{}{48}+\frac{}{48}$$

$48\div 6=8$ Multiplicar el numerador 5 por 8
$48\div 8=6$ Multiplicar el numerador 1 por 6
$48\div 16=3$ Multiplicar el numerador 7 por 3

$$\begin{aligned}\frac{5}{6}-\frac{1}{8}+\frac{7}{16} &= \frac{5\cdot 8}{48}-\frac{1\cdot 6}{48}+\frac{7\cdot 3}{48}\\ &= \frac{40}{48}-\frac{6}{48}+\frac{21}{48}\\ &= \frac{40-6+21}{48}\\ &= \frac{55}{48}\text{ or }1\frac{7}{48}\end{aligned}$$

Conjunto de práctica A

Encuentra las siguientes sumas y diferencias.

$\frac{3}{4}+\frac{1}{12}$

Contestar

$\frac{5}{6}$

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{2}-\frac{3}{7}$

Contestar

$\frac{1}{14}$

Conjunto de práctica A

$\frac{7}{10}-\frac{5}{8}$

Contestar

$\frac{3}{40}$

Conjunto de práctica A

$\frac{15}{16}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$

Contestar

$\frac{11}{16}$

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{32}-\frac{1}{48}$

Contestar

$\frac{1}{96}$

Ejercicios

Ejercicio8.2.1

Una regla más básica de la aritmética establece que dos fracciones pueden sumarse o restarse convenientemente sólo si tienen.

Contestar

El mismo denominador

Para los siguientes problemas, encuentra las sumas y diferencias.

Ejercicio8.2.2

$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$

Ejercicio8.2.3

$\frac{1}{8}+\frac{1}{2}$

Contestar

$\frac{5}{8}$

Ejercicio8.2.4

$\frac{3}{4}+\frac{1}{3}$

Ejercicio8.2.5

$\frac{5}{8}+\frac{2}{3}$

Contestar

$$\frac{31}{24}$$

Ejercicio 8.2.6

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{3}$$

Ejercicio 8.2.7

$$\frac{6}{7}-\frac{1}{4}$$

Contestar

$$\frac{17}{28}$$

Ejercicio 8.2.8

$$\frac{9}{10}-\frac{2}{5}$$

Ejercicio 8.2.9

$$\frac{7}{9}-\frac{1}{4}$$

Contestar

$$\frac{19}{36}$$

Ejercicio 8.2.10

$$\frac{8}{15}-\frac{3}{10}$$

Ejercicio 8.2.11

$$\frac{8}{13}-\frac{5}{39}$$

Contestar

$$\frac{19}{39}$$

Ejercicio 8.2.12

$$\frac{11}{12}-\frac{2}{5}$$

Ejercicio8.2.13

$\frac{1}{15}+\frac{5}{12}$

Contestar

$\frac{29}{60}$

Ejercicio8.2.14

$\frac{13}{88}-\frac{1}{4}$

Ejercicio8.2.15

$\frac{1}{9}-\frac{1}{81}$

Contestar

$\frac{8}{81}$

Ejercicio8.2.16

$\frac{19}{40}+\frac{5}{12}$

Ejercicio8.2.17

$\frac{25}{26}-\frac{7}{10}$

Contestar

$\frac{17}{65}$

Ejercicio8.2.18

$\frac{9}{28}-\frac{4}{45}$

Ejercicio8.2.19

$\frac{22}{45}-\frac{16}{35}$

Contestar

$\frac{2}{63}$

Ejercicio8.2.20

$\frac{56}{63}+\frac{22}{33}$

Ejercicio8.2.21

$\frac{1}{16}+\frac{3}{4}-\frac{3}{8}$

Contestar

$\frac{7}{16}$

Ejercicio8.2.22

$\frac{5}{12}-\frac{1}{120}+\frac{19}{20}$

Ejercicio8.2.23

$\frac{8}{3}-\frac{1}{4}+\frac{7}{36}$

Contestar

$\frac{47}{18}$

Ejercicio8.2.24

$\frac{11}{9}-\frac{1}{7}+\frac{16}{63}$

Ejercicio8.2.25

$\frac{12}{5}-\frac{2}{3}+\frac{17}{10}$

Contestar

$\frac{103}{30}$

Ejercicio8.2.26

$\frac{4}{9}+\frac{13}{21}-\frac{9}{14}$

Ejercicio8.2.27

$\frac{3}{4}-\frac{3}{22}+\frac{5}{24}$

Contestar

$\frac{217}{264}$

Ejercicio8.2.28

$\frac{25}{48}-\frac{7}{88}+\frac{5}{24}$

Ejercicio8.2.29

$\frac{27}{40}+\frac{47}{48}-\frac{119}{126}$

Contestar

$\frac{511}{720}$

Ejercicio8.2.30

$\frac{41}{44}-\frac{5}{99}-\frac{11}{175}$

Ejercicio8.2.31

$\frac{5}{12}+\frac{1}{18}+\frac{1}{24}$

Contestar

$\frac{37}{72}$

Ejercicio8.2.32

$\frac{5}{9}+\frac{1}{6}+\frac{7}{15}$

Ejercicio8.2.33

$\frac{21}{25}-\frac{1}{6}+\frac{7}{15}$

Contestar

$\frac{221}{150}$

Ejercicio8.2.34

$\frac{5}{18}-\frac{1}{36}+\frac{7}{9}$

Ejercicio8.2.35

$\frac{11}{14}-\frac{1}{36}-\frac{1}{32}$

Contestar

$\frac{1.465}{2,016}$

Ejercicio8.2.36

$\frac{21}{33}+\frac{12}{22}+\frac{15}{55}$

Ejercicio8.2.37

$\frac{5}{51}+\frac{2}{34}+\frac{11}{68}$

Contestar

$\frac{65}{204}$

Ejercicio8.2.38

$\frac{8}{7}-\frac{16}{14}+\frac{19}{21}$

Ejercicio8.2.39

$\frac{7}{15}+\frac{3}{10}-\frac{34}{60}$

Contestar

$\frac{1}{5}$

Ejercicio8.2.40

$\frac{14}{15}-\frac{3}{10}-\frac{6}{25}+\frac{7}{20}$

Ejercicio8.2.41

$\frac{11}{6}-\frac{5}{12}+\frac{17}{30}+\frac{25}{18}$

Contestar

$\frac{607}{180}$

Ejercicio8.2.42

$\frac{1}{9}+\frac{22}{21}-\frac{5}{18}-\frac{1}{45}$

Ejercicio8.2.43

$\frac{7}{26}+\frac{28}{65}-\frac{51}{104}+0$

Contestar

$\frac{109}{520}$

Ejercicio 8.2.44

Un viaje matutino de San Francisco a Los Ángeles tomó $\frac{13}{12}$ horas. El viaje de regreso tomó $\frac{57}{60}$ horas. ¿Cuánto tiempo tardó el viaje matutino?

Ejercicio 8.2.45

A principios de semana, las acciones de Starlight Publishing Company se vendían por $\frac{115}{8}$ dólares por acción. Al final de la semana, los analistas habían señalado que la acción había subido $\frac{11}{4}$ dólares por acción. ¿Cuál era el precio de la acción, por acción, al final de la semana?

Contestar

$\$\frac{137}{8}$ o $\$17\frac{1}{8}$

Ejercicio 8.2.46

Una receta de ponche de frutas requiere $\frac{23}{3}$ tazas de jugo de piña, $\frac{1}{4}$ taza de jugo de limón, $\frac{15}{2}$ tazas de jugo de naranja, 2 tazas de azúcar, 6 tazas de agua y 8 tazas de refresco carbonatado sin cola. ¿Cuántas tazas de ingredientes habrá en la mezcla final?

Ejercicio 8.2.47

El lado de un tipo particular de caja mide $8\frac{3}{4}$ pulgadas de largo. ¿Es posible colocar tres cajas de este tipo una al lado de la otra en una repisa de $26\frac{1}{5}$ pulgadas de largo? ¿Por qué o por qué no?

Contestar

No; 3 cajas suman $26\frac{1''}{4}$, que es más grande que $25\frac{1''}{5}$.

Ejercicio 8.2.48

Cuatro resistencias, $\frac{3}{8}$ ohmios, $\frac{1}{4}$ ohmios, $\frac{3}{5}$ ohmios y $\frac{7}{8}$ ohmios, están conectadas en serie en un circuito eléctrico. ¿Cuál es la resistencia total en el circuito debido a estas resistencias? (“En serie” implica adición.)

Ejercicio 8.2.49

Una tubería de cobre tiene un diámetro interior de $2\frac{3}{16}$ pulgadas y un diámetro exterior de $2\frac{5}{34}$ pulgadas. ¿Qué tan gruesa es la tubería?

Contestar

Ninguna tubería en absoluto; el diámetro interior es mayor que el diámetro exterior

Ejercicio 8.2.50

Originalmente se pensó que la probabilidad de un evento era $\frac{15}{32}$. Información adicional disminuyó la probabilidad por $\frac{3}{14}$. ¿Cuál es la probabilidad actualizada?

Ejercicios para la revisión

Ejercicio8.2.51

Encuentra la diferencia entre 867 y 418.

Contestar

449

Ejercicio8.2.52

¿Es 81.147 divisible por 3?

Ejercicio8.2.53

Encuentra el LCM de 11, 15 y 20.

Contestar

660

Ejercicio8.2.54

Hallar $\frac{3}{4}$ de $4\frac{2}{9}$.

Ejercicio8.2.55

Encuentra el valor de $\frac{8}{15} - \frac{3}{15} + \frac{2}{15}$.

Contestar

$\frac{7}{15}$

This page titled 8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

8.3: Suma y resta de números mixtos

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de sumar y restar números mixtos

Conjunto de Muestras A

Encuentra las siguientes sumas y diferencias.

$8\frac{3}{5}+5\frac{1}{4}$. Convierte cada número mixto en una fracción impropia.

Solución

$8\frac{3}{5}=\frac{5\cdot 8+3}{5}=\frac{40+3}{5}=\frac{43}{5}$

$5\frac{1}{4}=\frac{4\cdot 5+1}{4}=\frac{20+1}{4}=\frac{21}{4}$. Ahora agregue las fracciones impropias $\frac{43}{5}$ y $\frac{21}{4}$.

$\frac{43}{5}+\frac{21}{4}$ La pantalla LCD = 20.

$$\begin{aligned}\frac{43}{5}+\frac{21}{4} &= \frac{43\cdot 4}{20}+\frac{21\cdot 5}{20}\\ &= \frac{172}{20}+\frac{105}{20}\\ &= \frac{172+105}{20}\\ &= \frac{277}{20} \qquad \text{Convert this improper fraction to a mixed number.}\\ &= 13\frac{17}{20}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $8\frac{3}{5}+5\frac{1}{4}=13\frac{17}{20}$.

Conjunto de Muestras A

$3\frac{1}{8}-\frac{5}{6}$. Convertir el número mixto en una fracción impropia.

Solución

$3\frac{1}{8}=\frac{3\cdot 8+1}{8}=\frac{24+1}{8}=\frac{25}{8}$

$\frac{25}{8}-\frac{5}{6}$ La pantalla LCD = 24.

$$\begin{aligned}\frac{25}{8}-\frac{5}{6} &= \frac{25\cdot 3}{24}-\frac{5\cdot 4}{24}\\ &= \frac{75}{24}-\frac{20}{24}\\ &= \frac{75-20}{24}\\ &= \frac{55}{24} \qquad \text{Convert this improper fraction to a mixed number.}\\ &= 2\frac{7}{24}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $3\frac{1}{8}-\frac{5}{6}=2\frac{7}{24}$.

Conjunto de práctica A

Encuentra las siguientes sumas y diferencias.

$1\frac{5}{9}+3\frac{2}{9}$

Contestar

$4\frac{7}{9}$

Conjunto de práctica A

$10\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}$

Contestar

$8\frac{1}{4}$

Conjunto de práctica A

$2\frac{7}{8}+5\frac{1}{4}$

Contestar

$8\frac{1}{8}$

Conjunto de práctica A

$8\frac{3}{5}-\frac{3}{10}$

Contestar

$8\frac{3}{10}$

Conjunto de práctica A

$16+2\frac{9}{16}$

Contestar

$18\frac{9}{16}$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, realice cada operación indicada.

Ejercicio 8.3.1

$3\frac{1}{8}+4\frac{3}{8}$

Contestar

$7\frac{1}{2}$

Ejercicio 8.3.2

$5\frac{1}{3}+6\frac{1}{3}$

Ejercicio 8.3.3

$10\frac{5}{12}+2\frac{1}{12}$

Contestar

$12\frac{1}{2}$

Ejercicio 8.3.4

$15\frac{1}{5}-11\frac{3}{5}$

Ejercicio 8.3.5

$9\frac{3}{11}+12\frac{3}{11}$

Contestar

$21\frac{6}{11}$

Ejercicio 8.3.6

$1\frac{1}{6}+3\frac{2}{6}+8\frac{1}{6}$

Ejercicio 8.3.7

$5\frac{3}{8}+1\frac{1}{8}-2\frac{5}{8}$

Contestar

$3\frac{7}{8}$

Ejercicio 8.3.8

$\frac{3}{5}+5\frac{1}{5}$

Ejercicio 8.3.9

$2\frac{2}{9}-\frac{5}{9}$

Contestar

$1\frac{2}{3}$

Ejercicio8.3.10

$6+11\frac{2}{3}$

Ejercicio8.3.11

$17-8\frac{3}{14}$

Contestar

$8\frac{11}{14}$

Ejercicio8.3.12

$5\frac{1}{3}+2\frac{1}{4}$

Ejercicio8.3.13

$6\frac{2}{7}-1\frac{1}{3}$

Contestar

$4\frac{20}{21}$

Ejercicio8.3.14

$8\frac{2}{5}+4\frac{1}{10}$

Ejercicio8.3.15

$1\frac{1}{3}+12\frac{3}{8}$

Contestar

$13\frac{17}{24}$

Ejercicio8.3.16

$3\frac{1}{4}+1\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}$

Ejercicio8.3.17

$4\frac{3}{4}-3\frac{5}{6}+1\frac{2}{3}$

Contestar

$2\frac{7}{12}$

Ejercicio8.3.18

$3\frac{1}{12}+4\frac{1}{3}+1\frac{1}{4}$

Ejercicio8.3.19

$5\frac{1}{15}+8\frac{3}{10}-5\frac{4}{5}$

Contestar

$7\frac{17}{30}$

Ejercicio8.3.20

$7\frac{1}{3}+8\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}$

Ejercicio8.3.21

$19\frac{20}{21}+42\frac{6}{7}-\frac{5}{14}+12\frac{1}{7}$

Contestar

$74\frac{25}{42}$

Ejercicio8.3.22

$\frac{1}{16}+4\frac{3}{4}+10\frac{3}{8}-9$

Ejercicio8.3.23

$11-\frac{2}{9}+10\frac{1}{3}-\frac{2}{3}-5\frac{1}{6}+6\frac{1}{18}$

Contestar

$21\frac{1}{3}$

Ejercicio8.3.24

$\frac{5}{2}+2\frac{1}{6}+11\frac{1}{3}-\frac{11}{6}$

Ejercicio8.3.25

$1\frac{1}{8}+\frac{9}{4}-\frac{1}{16}-\frac{1}{32}+\frac{19}{8}$

Contestar

$5\frac{21}{32}$

Ejercicio8.3.26

$22\frac{3}{8}-16\frac{1}{7}$

Ejercicio8.3.27

$15\frac{4}{9}+4\frac{9}{16}$

Contestar

$20\frac{1}{144}$

Ejercicio8.3.28

$4\frac{17}{88}+5\frac{9}{110}$

Ejercicio8.3.29

$6\frac{11}{12}+\frac{2}{3}$

Contestar

$7\frac{7}{12}$

Ejercicio8.3.30

$8\frac{9}{16}-\frac{7}{9}$

Ejercicio8.3.31

$5\frac{2}{11}-\frac{1}{12}$

Contestar

$5\frac{13}{132}$

Ejercicio8.3.32

$18\frac{15}{16}-\frac{33}{34}$

Ejercicio8.3.33

$1\frac{89}{112}-\frac{21}{56}$

Contestar

$1\frac{47}{212}$

Ejercicio 8.3.34

$11\frac{11}{24}-7\frac{13}{18}$

Ejercicio 8.3.35

$5\frac{27}{84}-3\frac{5}{42}+1\frac{1}{21}$

Contestar

$3\frac{1}{4}$

Ejercicio 8.3.36

$16\frac{1}{48}-16\frac{1}{96}+\frac{1}{144}$

Ejercicio 8.3.37

Un hombre vierte $2\frac{5}{8}$ galones de pintura de un cubo en una bandeja. Después de que termine de verter, quedan $1\frac{1}{4}$ galones de pintura en su cubo. ¿Cuánta pintura echó el hombre en la bandeja?

Pista:

Piensa en la redacción.

Contestar

$2\frac{5}{8}$ galones

Ejercicio 8.3.38

Un stock de computadoras en particular abrió $37\frac{3}{8}$ y cerró en $38\frac{1}{4}$. ¿Cuál fue la ganancia neta de esta acción?

Ejercicio 8.3.39

Un programa de dieta en particular afirma que las $4\frac{3}{16}$ libras se pueden perder el primer mes, las $3\frac{1}{4}$ libras se pueden perder el segundo mes y las $1\frac{1}{2}$ libras se pueden perder al tercer mes. ¿Cuántos kilos afirma este programa de dieta que una persona puede perder en un periodo de 3 meses?

Contestar

$8\frac{15}{16}$ libras

Ejercicio 8.3.40

Si una persona que pesa $145\frac{3}{4}$ libras va en el programa de dieta descrito en el problema anterior, ¿cuánto pesaría al final de 3 meses?

Ejercicio 8.3.41

Si el programa de dieta descrito en el problema anterior hace la afirmación adicional de que a partir del cuarto mes en adelante, una persona perderá $1\frac{1}{8}$ libras al mes, ¿cuánto pesará una persona que inicia el programa pesando $208\frac{3}{4}$ libras después de los 8 meses?

Contestar

$194\frac{3}{16}$ libras

Ejercicios para la revisión

Ejercicio 8.3.42

Usa exponentes para escribir $4 \cdot 4 \cdot 4$

Ejercicio 8.3.43

Encuentra el mayor factor común de 14 y 20.

Contestar

2

Ejercicio 8.3.44

Convertir $\frac{16}{5}$ a un número mixto.

Ejercicio 8.3.45

Encuentra la suma. $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}$.

Contestar

$\frac{7}{9}$

Ejercicio 8.3.46

Encuentra la diferencia. $\frac{15}{26}-\frac{3}{10}$

This page titled 8.3: Suma y resta de números mixtos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

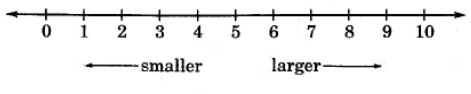
8.4: Comparando Fracciones

Objetivos de aprendizaje

- entender el orden de los números y estar familiarizado con los símbolos de agrupación
- ser capaz de comparar dos o más fracciones

El orden y los símbolos de la desigualdad

Nuestro sistema de números se llama **sistema de números ordenados** porque los números en el sistema se pueden colocar en orden de menor a mayor. Esto se ve fácilmente en la línea numérica.



En la recta numérica, un número que aparece a la derecha de otro número es mayor que ese otro número. Por ejemplo, 5 es mayor que 2 porque 5 se encuentra a la derecha de 2 en la recta numérica. También podemos decir que 2 es menor que 5.

Para que las frases de desigualdad “mayor que” y “menor que” sean más breves, los matemáticos las representan con los símbolos > y <, respectivamente.

Símbolos para Mayor que > y Menor que <
> representa la frase “mayor que”.
< representa la frase “menos que”.

5 > 2 representa “5 es mayor que 2".

2 < 5 representa “2 es menor que 5”.

Comparando Fracciones

Recordemos que la fracción $\frac{4}{5}$ indica que tenemos 4 de 5 partes de alguna cantidad entera, y la fracción $\frac{3}{5}$ indica que tenemos 3 de 5 partes. Ya que 4 de 5 partes es más de 3 de 5 partes, $\frac{4}{5}$ es mayor que $\frac{3}{5}$; es decir,

$$\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$

Acabamos de observar que cuando dos fracciones tienen el mismo denominador, podemos determinar cuál es mayor comparando los numeradores.

Comparando Fracciones
Si dos fracciones tienen los mismos denominadores, la fracción con el numerador mayor es la fracción mayor.

Así, para comparar los tamaños de dos o más fracciones, solo necesitamos convertir cada una de ellas en fracciones equivalentes que tengan un denominador común. Luego comparamos los numeradores. Es conveniente si el denominador común es la LCD. La fracción con el numerador más grande es la fracción mayor.

Conjunto de Muestras A

Comparar $\frac{8}{9}$ y $\frac{14}{15}$. Convierte cada fracción en una fracción equivalente con la LCD como denominador. Encuentra la pantalla LCD.

Solución

$$\left\{\begin{array}{rcl} 9 & = & 3^2 \\ 15 & = & 3 \cdot 5 \end{array}\right\} \text{ The LCD } = 3^2 \cdot 5 = 9 \cdot 5 = 45$$

$$\frac{8}{9} = \frac{8 \cdot 5}{45} = \frac{40}{45}$$

$\frac{14}{15} = \frac{14 \cdot 3}{45} = \frac{42}{45}$

Ya que$40 < 42$.

$\frac{40}{45} < \frac{42}{45}$

Así$\frac{8}{9} < \frac{14}{15}$.

Conjunto de Muestras A

Escribir$\frac{5}{6}, \frac{7}{10}$, y$\frac{13}{15}$ en orden de menor a mayor.

Convierte cada fracción en una fracción equivalente con la LCD como denominador.

Encuentra la pantalla LCD.

Solución

$\left\{ \begin{array}{rcl} 6 & = & 2 \cdot 3 \\ 10 & = & 2 \cdot 5 \\ 15 & = & 3 \cdot 5 \end{array} \right\}$ The LCD $= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 5}{30} = \frac{25}{30}$

$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 3}{30} = \frac{21}{30}$

$\frac{13}{15} = \frac{13 \cdot 2}{30} = \frac{26}{30}$

Ya que$21 < 25 < 26$.

$\frac{21}{30} < \frac{25}{30} < \frac{26}{30}$

$\frac{7}{10} < \frac{5}{6} < \frac{13}{15}$

Escribiendo estos números en orden de menor a mayor, obtenemos$\frac{7}{10}, \frac{5}{6}, \frac{13}{15}$.

Conjunto de Muestras A

Comparar$8\frac{6}{7}$ y$6\frac{3}{4}$.

Solución

Para comparar números mixtos que tienen diferentes partes de números enteros, solo necesitamos comparar partes de números enteros. Desde $6 < 8$,$6\frac{3}{4} < 8\frac{6}{7}$

Conjunto de Muestras A

Comparar$4\frac{5}{8}$ y$4\frac{7}{12}$

Solución

Para comparar números mixtos que tienen el mismo número entero de partes, solo necesitamos comparar partes fraccionarias.

$\left\{ \begin{array}{rcl} 8 & = & 2 \cdot 3 \\ 12 & = & 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\}$ The LCD $= 2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$

$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{24} = \frac{15}{24}$

$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 2}{24} = \frac{14}{24}$

Ya que$14 < 15$.

$\frac{14}{24} < \frac{15}{24}$

$\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$

Por lo tanto,$4\frac{7}{12} < 4\frac{5}{8}$

Conjunto de práctica A

Comparar$\frac{3}{4}$ y$\frac{4}{5}$

Contestar

$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$

Conjunto de práctica A

Comparar$\frac{9}{10}$ y$\frac{13}{15}$

Contestar

$\frac{13}{15} < \frac{9}{10}$

Conjunto de práctica A

Escribir$\frac{13}{16}, \frac{17}{20}$, y$\frac{33}{40}$ en orden de menor a mayor.

Contestar

$\frac{13}{16}, \frac{33}{40}, \frac{17}{20}$

Conjunto de práctica A

Comparar$11\frac{1}{6}$ y$9\frac{2}{5}$.

Contestar

$9\frac{2}{5} < 11\frac{1}{6}$

Conjunto de práctica A

Comparar$1\frac{9}{14}$ y$1\frac{11}{16}$.

Contestar

$1\frac{9}{14} < 1\frac{11}{16}$

Ejercicios

Organizar cada colección de números en orden de menor a mayor.

Ejercicio8.4.1

$\frac{3}{5}, \frac{5}{8}$

Contestar

$\frac{3}{5} < \frac{5}{8}$

Ejercicio8.4.2

$\frac{1}{6}, \frac{2}{7}$

Ejercicio8.4.3

$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

Contestar

$\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Ejercicio8.4.4

$\frac{7}{9}, \frac{11}{12}$

Ejercicio8.4.5

$\frac{3}{8}, \frac{2}{5}$

Contestar

$\frac{3}{8} < \frac{2}{5}$

Ejercicio8.4.6

$\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \backslash(\frac{7}{16}$

Ejercicio8.4.7

$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}$

Contestar

$\frac{1}{2} < \frac{4}{7} < \frac{3}{5}$

Ejercicio8.4.8

$\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \backslash(\frac{5}{6}$

Ejercicio8.4.9

$\frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{5}{4}$

Contestar

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{5}{4}$$

Ejercicio8.4.10

$\frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \backslash(\frac{11}{12}$

Ejercicio8.4.11

$\frac{3}{14}, \frac{2}{7}, \frac{3}{4}$

Contestar

$$\frac{3}{14} < \frac{2}{7} < \frac{3}{4}$$

Ejercicio8.4.12

$\frac{17}{32}, \frac{25}{48}, \backslash(\frac{13}{16}$

Ejercicio8.4.13

$5\frac{3}{5}, 5\frac{4}{7}$

Responder

$$5\frac{4}{7} < 5\frac{3}{5}$$

Ejercicio8.4.14

$11\frac{3}{16}, 11\frac{1}{12}$

Ejercicio8.4.15

$9\frac{2}{3}, 9\frac{4}{5}$

Responder

$$9\frac{2}{3} < 9\frac{4}{5}$$

Ejercicio8.4.16

$7\frac{2}{3}, 8\frac{5}{6}$

Ejercicio8.4.17

$1\frac{9}{16}, 2\frac{1}{20}$

Responder

$1\frac{9}{16} < 2\frac{1}{20}$

Ejercicio8.4.18

$20\frac{15}{16}, 20\frac{23}{24}$

Ejercicio8.4.19

$2\frac{2}{9}, 2\frac{3}{7}$

Responder

$2\frac{2}{9} < 2\frac{3}{7}$

Ejercicio8.4.20

$5\frac{8}{13}, 5\frac{9}{20}$

Ejercicios para revisión

Ejercicio8.4.21

Redondear 267,006,428 a los diez millones más cercanos.

Responder

270,000,000

Ejercicio8.4.22

¿Es el número 82.644 divisible por 2? por 3? por 4?

Ejercicio8.4.23

Convertir$3\frac{2}{7}$ a una fracción impropia.

Responder

$\frac{23}{7}$

Ejercicio 8.4.24

Encuentra el valor de $\frac{5}{6}+\frac{3}{10}-\frac{2}{5}$

Ejercicio 8.4.25

Encuentra el valor de $8\frac{3}{8}+5\frac{1}{4}$.

Responder

$13\frac{5}{8}$ o $\frac{109}{8}$

This page titled 8.4: Comparando Fracciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

8.5: Fracciones Complejas

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de distinguir entre fracciones simples y complejas
- ser capaz de convertir una fracción compleja en una fracción simple

Fracciones Simples y Fracciones Complejas

Fracción **simple**

Una fracción simple es cualquier fracción en la que el numerador es cualquier número entero y el denominador es cualquier número entero distinto de cero. Algunos ejemplos son los siguientes:

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{763}{1,000}$$

Fracción **compleja**

Una fracción compleja es cualquier fracción en la que el numerador y/o el denominador es una fracción; es una fracción de fracciones. Algunos ejemplos de fracciones complejas son los siguientes:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}, \frac{\frac{1}{3}}{2}, \frac{6}{\frac{9}{10}}, \frac{4+\frac{3}{8}}{7-\frac{5}{6}}$$

Conversión de fracciones complejas en fracciones simples

El objetivo aquí es convertir una fracción compleja en una fracción simple. Podemos hacerlo empleando los métodos de sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones. Recordemos de [link] que una barra de fracciones sirve como símbolo de agrupación que separa la cantidad fraccionaria en dos grupos individuales. Se procede a simplificar una fracción compleja a una fracción simple simplificando por separado el numerador y el denominador de la fracción compleja. Simplificaremos *completamente* el numerador y el denominador antes de retirar la barra de fracciones dividiendo. Esta técnica se ilustra en los problemas 3, 4, 5 y 6 del Conjunto de Muestras A.

Conjunto de Muestras A

Convierte cada una de las siguientes fracciones complejas en una fracción simple.

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{16}}$$

Convierta esta fracción compleja en una fracción simple realizando la división indicada.

Solución

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{16}} = \frac{3}{8} \div \frac{15}{16} \qquad \text{The divisor is } \frac{15}{16}\text{. Invert } \frac{15}{16} \text{ and multiply.}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Conjunto de Muestras A

$\dfrac{\frac{4}{9}}{6}$ Escribe 6 como $\dfrac{6}{1}$ y divide.

Solución

$$\frac{\frac{4}{9}}{\frac{6}{1}} = \frac{4}{9} \div \frac{6}{1}$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{9} \cdot \frac{1}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{2 \cdot 1}{9 \cdot 3} = \frac{2}{27}$$

Conjunto de Muestras A

$\dfrac{5+\frac{3}{4}}{46}$ Simplifica el numerador.

Solución

$\dfrac{4 \cdot 5+3}{\frac{4}{46}} = \dfrac{20+3}{\frac{4}{46}} = \dfrac{\frac{23}{4}}{46}$ Escribe 46 como $\dfrac{46}{1}$.

$$\frac{\frac{23}{4}}{\frac{46}{1}} = \frac{23}{4} \div \frac{46}{1}$$

$$= \frac{23}{4} \cdot \frac{1}{\underset{2}{\cancel{46}}} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

Conjunto de Muestras A

$$\frac{\frac{1}{4}+\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}+\frac{13}{24}} = \frac{\frac{2}{8}+\frac{3}{8}}{\underset{1}{\frac{12}{24}}+\underset{3}{\frac{13}{24}}} = \frac{\frac{2+3}{8}}{\frac{12+13}{24}} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{25}{24}} = \frac{5}{8} \div \frac{25}{24}$$

$$\frac{5}{8} \div \frac{25}{24} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

Conjunto de Muestras A

$$\frac{4+\frac{5}{6}}{7-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{4\cdot 6+5}{6}}{\frac{7\cdot 3-1}{3}} = \frac{\frac{29}{6}}{\frac{20}{3}} = \frac{29}{6} \div \frac{20}{3}$$

$$= \frac{29}{\cancel{6}_{2}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{20} = \frac{29}{40}$$

Conjunto de Muestras A

$$\frac{11+\frac{3}{10}}{4\frac{4}{5}} = \frac{\frac{11\cdot 10+3}{10}}{\frac{4\cdot 5+4}{5}} = \frac{\frac{110+3}{10}}{\frac{20+4}{5}} = \frac{\frac{113}{10}}{\frac{24}{5}} = \frac{113}{10} \div \frac{24}{5}$$

$$\frac{113}{10} \div \frac{24}{5} = \frac{113}{\cancel{10}_{2}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{24} = \frac{113\cdot 1}{2\cdot 24} = \frac{113}{48} = 2\frac{17}{48}$$

Conjunto de práctica A

Convierte cada una de las siguientes fracciones complejas en una fracción simple.

$$\frac{\frac{4}{9}}{\frac{8}{15}}$$

Contestar

$$\frac{5}{6}$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{\frac{7}{10}}{28}$$

Contestar

$$\frac{1}{40}$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{5+\frac{2}{5}}{3+\frac{3}{5}}$$

Contestar

$$\frac{3}{2}$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{\frac{1}{8}+\frac{7}{8}}{6-\frac{3}{10}}$$

Contestar

$\frac{10}{57}$

Conjunto de práctica A

$$\frac{\frac{1}{6}+\frac{5}{8}}{\frac{5}{9}-\frac{1}{4}}$$

Contestar

$2\frac{13}{22}$

Conjunto de práctica A

$$\frac{16-10\frac{2}{3}}{11\frac{5}{6}-7\frac{7}{6}}$$

Contestar

$1\frac{5}{11}$

Ejercicios

Simplifica cada fracción.

Ejercicio 8.5.1

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{15}}$$

Contestar

1

Ejercicio 8.5.2

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{9}}$$

Ejercicio8.5.3

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{12}}$$

Contestar

$\frac{3}{5}$

Ejercicio8.5.4

$$\frac{\frac{8}{9}}{\frac{4}{15}}$$

Ejercicio8.5.5

$$\frac{6+\frac{1}{4}}{11+\frac{1}{4}}$$

Contestar

$\frac{5}{9}$

Ejercicio8.5.6

$$\frac{2+\frac{1}{2}}{7+\frac{1}{2}}$$

Ejercicio8.5.7

$$\frac{5+\frac{1}{3}}{2+\frac{2}{15}}$$

Contestar

$\frac{5}{2}$

Ejercicio8.5.8

$$\frac{9+\frac{1}{2}}{1+\frac{8}{11}}$$

Ejercicio8.5.9

$$\frac{4+\frac{10}{13}}{\frac{12}{39}}$$

Contestar

$$\frac{31}{2}$$

Ejercicio8.5.10

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{7}}{\frac{26}{21}}$$

Ejercicio8.5.11

$$\frac{\frac{5}{6}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{12}}$$

Contestar

$$7$$

Ejercicio8.5.12

$$\frac{\frac{3}{10}+\frac{4}{12}}{\frac{19}{90}}$$

Ejercicio8.5.13

$$\frac{\frac{9}{16}+\frac{7}{3}}{\frac{139}{48}}$$

Contestar

$$1$$

Ejercicio8.5.14

$$\frac{\frac{1}{288}}{\frac{8}{9}-\frac{3}{16}}$$

Ejercicio8.5.15

$$\frac{\frac{27}{429}}{\frac{5}{11}-\frac{1}{13}}$$

Contestar

$\frac{1}{6}$

Ejercicio8.5.16

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}+\frac{17}{45}}$$

Ejercicio8.5.17

$$\frac{\frac{9}{70}+\frac{5}{42}}{\frac{13}{30}-\frac{1}{21}}$$

Contestar

$\frac{52}{81}$

Ejercicio8.5.18

$$\frac{\frac{1}{16}+\frac{1}{14}}{\frac{2}{3}-\frac{13}{60}}$$

Ejercicio8.5.19

$$\frac{\frac{3}{20}+\frac{11}{12}}{\frac{19}{7}-1\frac{11}{35}}$$

Contestar

$\frac{16}{21}$

Ejercicio8.5.20

$$\frac{2\frac{2}{3}-1\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1\frac{1}{16}}$$

Ejercicio8.5.21

$$\frac{3\frac{1}{5}+3\frac{1}{3}}{\frac{6}{5}-\frac{15}{63}}$$

Contestar

$$\frac{686}{101}$$

Ejercicio8.5.22

$$\frac{\frac{1\frac{1}{2}+15}{5\frac{1}{4}-3\frac{5}{12}}}{\frac{8\frac{1}{3}-4\frac{1}{2}}{11\frac{2}{3}-5\frac{11}{12}}}$$

Ejercicio8.5.23

$$\frac{\frac{5\frac{3}{4}+3\frac{1}{5}}{2\frac{1}{5}+15\frac{7}{10}}}{\frac{9\frac{1}{2}-4\frac{1}{6}}{\frac{1}{8}+2\frac{1}{120}}}$$

Contestar

$$\frac{1}{3}$$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio8.5.24

Encuentra la factorización prima de 882.

Ejercicio8.5.25

Convertir $\frac{62}{7}$ a un número mixto.

Contestar

$$8\frac{6}{7}$$

Ejercicio8.5.26

Reducir$\frac{114}{342}$ a los términos más bajos.

Ejercicio8.5.27

Encuentra el valor de$6\frac{3}{8}-4\frac{5}{6}$

Contestar

$1\frac{13}{24}$o\(\dfrac{37{24}\)

Ejercicio8.5.28

Organizar desde el más pequeño hasta el más grande:$\frac{1}{2}\frac{3}{5},,\frac{4}{7}$.

This page titled 8.5: Fracciones Complejas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones

Objetivos de aprendizaje

- obtener una mayor comprensión del orden de las operaciones

El orden de las operaciones

Para determinar el valor de una cantidad como

$$\frac{1}{2}+\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{15}$$

donde tenemos una combinación de operaciones (ocurre más de una operación), debemos usar el orden de operaciones aceptado.

El orden de las operaciones:

1. En el orden (2), (3), (4) descrito a continuación, realizar todas las operaciones dentro de los símbolos de agrupación: (), [], (), -. Trabaja desde el conjunto más interno hasta el conjunto más exterior.
2. Realizar operaciones exponenciales y raíz.
3. Realiza todas las multiplicaciones y divisiones moviéndose de izquierda a derecha.
4. Realizar todas las sumas y restaciones moviéndose de izquierda a derecha.

Conjunto de Muestras A

Determinar el valor de cada una de las siguientes cantidades.

$$\frac{1}{4}+\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{15}$$

Solución

a. Multiplicar primero.

$$\frac{1}{4}+\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{1}{4}+\frac{1\cdot 1}{4\cdot 3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$$

b. Ahora realiza esta adición. Encuentra la pantalla LCD.

$$\left\{\begin{array}{c}4=2^2\\12=2^2\cdot 3\end{array}\right\}\ \text{The LCD}=2^2\cdot 3=12$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}+\frac{1}{12} &= \frac{1\cdot 3}{12}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}+\frac{1}{12}\\ &= \frac{3+1}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Así, $\frac{1}{4}+\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{15}=\frac{1}{3}$

Conjunto de Muestras A

$$\frac{3}{5}+\frac{9}{44}\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{4}\right)$$

Solución

a. Operar entre paréntesis primero, $\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{4}\right)$

$$\left\{\begin{array}{c}9=3^2\\4=2^2\end{array}\right\}\ \text{The LCD}=2^2\cdot 3^2=4\cdot 9=36.$$

$$\frac{5\cdot 4}{36}-\frac{1\cdot 9}{36}=\frac{20}{36}-\frac{9}{36}=\frac{20-9}{36}=\frac{11}{36}$$

Ahora tenemos

$$\frac{3}{5}+\frac{9}{44}\left(\frac{11}{36}\right)$$

b. Realizar la multiplicación.

$$\frac{3}{5}+\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{44}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{4}{\cancel{36}}}=\frac{3}{5}+\frac{1\cdot 1}{4\cdot 4}=\frac{3}{5}+\frac{1}{16}$$

c. Ahora realiza la adición. El LCD = 80.

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{16}=\frac{3\cdot 16}{80}+\frac{1\cdot 5}{80}=\frac{48}{80}+\frac{5}{80}=\frac{48+5}{80}=\frac{53}{80}$$

Así, $\frac{3}{5}+\frac{9}{44}\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{4}\right)=\frac{53}{80}$

Conjunto de Muestras A

$$8-\frac{15}{426}\left(2-1\frac{4}{15}\right)\left(3\frac{1}{5}+2\frac{1}{8}\right)$$

Solución

a. Trabajar dentro de cada conjunto de paréntesis individualmente.

$$\begin{aligned}
2-1\frac{4}{15} &= 2\frac{1\cdot 15+4}{15}=2-\frac{19}{15}\\
&= \frac{30}{15}-\frac{19}{15}=\frac{30-19}{15}=\frac{11}{15}\\
3\frac{1}{5}+2\frac{1}{8} &= \frac{3\cdot 5+1}{5}+\frac{2\cdot 8+1}{8}\\
&= \frac{16}{5}+\frac{17}{8}\text{LCD}=40\\
&= \frac{16\cdot 8}{40}+\frac{17\cdot 5}{40}\\
&= \frac{128}{40}+\frac{85}{40}\\
&= \frac{128+85}{40}\\
&= \frac{213}{40}
\end{aligned}$$

Ahora tenemos

$$8-\frac{15}{426}\left(\frac{11}{15}\right)\left(\frac{213}{40}\right)$$

b. Ahora multiplicar.

$$8-\frac{\overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{426}}}\cdot\frac{11}{\underset{1}{\cancel{15}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{213}}}{40}=8-\frac{1\cdot 11\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 40}=8-\frac{11}{80}$$

c. Ahora resta.

$$8-\frac{11}{80}=\frac{80\cdot 8}{80}-\frac{11}{80}=\frac{640}{80}-\frac{11}{80}=\frac{640-11}{80}=\frac{629}{80}\text{ or }7\frac{69}{80}$$

Así, $8-\frac{15}{426}(2-1\frac{4}{15})(3\frac{1}{5}+2\frac{1}{8})=7\frac{69}{80}$

Conjunto de Muestras A

$(\frac{3}{4})^2\cdot\frac{8}{9}-\frac{5}{12}$

Solución

a. Cuadrado $\frac{3}{4}$.

$(\frac{3}{4})^2=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3\cdot3}{4\cdot4}=\frac{9}{16}$

Ahora tenemos

$\frac{9}{16}\cdot\frac{8}{9}-\frac{5}{12}$

b. Realizar la multiplicación.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{16}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{9}}}-\frac{5}{12}=\frac{1\cdot1}{2\cdot1}-\frac{5}{12}=\frac{1}{2}-\frac{5}{12}$$

c. Ahora realice la resta.

$\frac{1}{2}-\frac{5}{12}=\frac{6}{12}-\frac{5}{12}=\frac{6-5}{12}=\frac{1}{12}$

Así, $(\frac{4}{3})^2\cdot\frac{8}{9}-\frac{5}{12}=\frac{1}{12}$

Conjunto de Muestras A

$2\frac{7}{8}+\sqrt{\frac{25}{36}}\div(2\frac{1}{2}-1\frac{1}{3})$

Solución

a. Comience operando dentro de los paréntesis.

$$\begin{aligned}2\frac{1}{2}-1\frac{1}{3} &= \frac{2\cdot2+1}{2}-\frac{1\cdot3+1}{3}=\frac{5}{2}-\frac{4}{3}\\ &= \frac{15}{6}-\frac{8}{6}=\frac{15-8}{6}=\frac{7}{6}\end{aligned}$$

b. Ahora simplifique la raíz cuadrada.

$\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}(\text{since}(\frac{5}{6})^2=\frac{25}{36})$

Ahora tenemos

$2\frac{7}{8}+\frac{5}{6}\div\frac{7}{6}$

c. Realizar la división.

$$2\frac{7}{8}+\frac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{7}=2\frac{7}{8}+\frac{5\cdot1}{1\cdot7}=2\frac{7}{8}+\frac{5}{7}$$

d. Ahora realiza la adición.

$$2\frac{7}{8}+\frac{5}{7} = \frac{2\cdot 8+7}{8}+\frac{5}{7}=\frac{23}{8}+\frac{5}{7} \text{ LCD} = 56.$$
$$= \frac{23\cdot 7}{56}+\frac{5\cdot 8}{56}=\frac{161}{56}+\frac{40}{56}$$
$$= \frac{161+40}{56}=\frac{201}{56} \text{ or } 3\frac{33}{56}$$

Así, $2\frac{7}{8}+\sqrt{\frac{25}{36}}\div(2\frac{1}{2}-1\frac{1}{3})=3\frac{33}{56}$

Conjunto de práctica A

Encuentra el valor de cada una de las siguientes cantidades.

$\frac{5}{16}\cdot\frac{1}{10}-\frac{1}{32}$

Responder

0

Conjunto de práctica A

$\frac{6}{7}\cdot\frac{21}{40}\div\frac{9}{10}+5\frac{1}{3}$

Responder

$\frac{35}{6}$ o $5\frac{5}{6}$

Conjunto de práctica A

$8\frac{7}{10}-2(4\frac{1}{2}-3\frac{2}{3})$

Responder

$\frac{211}{30}$ o $7\frac{1}{30}$

Conjunto de práctica A

$\frac{17}{18}-\frac{58}{30}(\frac{1}{4}-\frac{3}{32})(1-\frac{13}{29})$

Responder

$\frac{7}{9}$

Conjunto de práctica A

$(\frac{1}{10}+1\frac{1}{2})\div(1\frac{4}{5}-1\frac{6}{25})$

Responder

$2\frac{6}{7}$

Conjunto de práctica A

$$\frac{\frac{2}{3}-\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{9}}{\frac{7}{16}\cdot 1\frac{1}{3}+1\frac{1}{4}}$$

Responder

$$\frac{3}{11}$$

Conjunto de práctica A

$$(\frac{3}{8})^2+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{8}$$

Responder

$$\frac{15}{64}$$

Conjunto de práctica A

$$\frac{2}{3}\cdot 2\frac{1}{4}-\sqrt{\frac{4}{25}}$$

Responder

$$\frac{11}{10}$$

Ejercicios

Encuentra cada valor.

Ejercicio8.6.1

$$\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}$$

Responder

$$\frac{5}{4}$$

Ejercicio8.6.2

$$\frac{7}{9}-\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{36}$$

Ejercicio8.6.3

$$2\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\div\frac{5}{16}$$

Responder

$$4\frac{2}{7}$$

Ejercicio8.6.4

$$\frac{3}{16} \div \frac{9}{14} \cdot \frac{12}{21} + \frac{5}{6}$$

Ejercicio8.6.5

$$\frac{4}{25} \div \frac{8}{15} - \frac{7}{20} \div 2\frac{1}{10}$$

Responder

$$\frac{2}{15}$$

Ejercicio8.6.6

$$\frac{2}{5} \cdot (\frac{1}{19} + \frac{3}{38})$$

Ejercicio8.6.7

$$\frac{3}{7} \cdot (\frac{3}{10} - \frac{1}{15})$$

Responder

$$\frac{1}{10}$$

Ejercicio8.6.8

$$\frac{10}{11} \cdot (\frac{8}{9} - \frac{2}{5}) + \frac{3}{25} \cdot (\frac{5}{3} + \frac{1}{4})$$

Ejercicio8.6.9

$$\frac{2}{7} \cdot (\frac{6}{7} - \frac{3}{28}) + 5\frac{1}{3} \cdot (1\frac{1}{4} - \frac{1}{8})$$

Responder

$$6\frac{3}{14}$$

Ejercicio8.6.10

$$\frac{(\frac{6}{11} - \frac{1}{3}) \cdot (\frac{1}{21} + 2\frac{13}{42})}{1\frac{1}{5} + \frac{7}{40}}$$

Ejercicio8.6.11

$$(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{8}$$

Responder

$$\frac{3}{8}$$

Ejercicio8.6.12

$$(\frac{3}{5})^2 - \frac{3}{10}$$

Ejercicio8.6.13

$$\sqrt{\frac{36}{81}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9}$$

Responder

$$\frac{20}{27}$$

Ejercicio8.6.14

$$\sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{\frac{9}{4}}$$

Ejercicio8.6.15

$$\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} - \frac{15}{4} \cdot \sqrt{\frac{16}{225}}$$

Responder

$$0$$

Ejercicio8.6.16

$$(\frac{3}{4})^2 + \sqrt{dfrac2516}$$

Ejercicio8.6.17

$$(\frac{1}{3})^2 \cdot \sqrt{\frac{81}{25}} + \frac{1}{40} \div \frac{1}{8}$$

Responder

$$\frac{2}{5}$$

Ejercicio8.6.18

$$(\sqrt{\frac{4}{49}})^2 + \frac{3}{7} \div 1\frac{3}{4}$$

Ejercicio8.6.19

$$(\sqrt{\frac{100}{121}})^2 + \frac{21}{(11)^2}$$

Responder

1

Ejercicio8.6.20

$$\sqrt{\frac{3}{8}+\frac{1}{64}}-\frac{1}{2}\div 1\frac{1}{3}$$

Ejercicio8.6.21

$$\sqrt{\frac{1}{4}}\cdot(\frac{5}{6})^2+\frac{9}{14}\cdot 2\frac{1}{3}-\sqrt{\frac{1}{81}}$$

Responder

$$\frac{215}{72}$$

Ejercicio8.6.22

$$\sqrt{\frac{1}{9}}\cdot\sqrt{\frac{6\frac{3}{8}+2\frac{5}{8}}{16}}+7\frac{7}{10}$$

Ejercicio8.6.23

$$\frac{3\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\cdot(\frac{1}{2})^3}{\frac{67}{240}+(\frac{1}{3})^4\cdot(\frac{9}{10})}$$

Responder

$$\frac{252}{19}$$

Ejercicio8.6.24

$$\sqrt{\sqrt{\frac{16}{81}}+\frac{1}{4}\cdot 6}$$

Ejercicio8.6.25

$$\sqrt{\sqrt{\frac{81}{256}}-\frac{3}{32}\cdot 1\frac{1}{8}}$$

Responder

$$\frac{165}{256}$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio8.6.26

Verdadero o falso: Nuestro sistema numérico, el sistema numérico hindu-árabe, es un sistema numérico posicional con base diez.

Ejercicio8.6.27

El hecho de que 1 veces cualquier número entero = ese número entero en particular ilustra qué propiedad de multiplicar?

Responder

identidad multiplicativa

Ejercicio8.6.28

Convertir$8\frac{6}{7}$ a una fracción impropia.

Ejercicio8.6.29

Encuentra la suma. $\frac{3}{8}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$.

Responder

$\frac{241}{120}$o$2\frac{1}{120}$

Ejercicio8.6.30

Simplificar$\frac{6+\frac{1}{8}}{6-\frac{1}{8}}$.

This page titled 8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

8.7: Resumen de conceptos clave

Suma **y resta de fracciones con denominadores similares**

Para *sumar o restar dos fracciones que tengan los mismos denominadores*, sumar o restar los numeradores y colocar la suma o diferencia resultante sobre el denominador común. Reducir, si es necesario. No sumar ni restar los denominadores.

$$\frac{1}{8}+\frac{5}{8}=\frac{1+5}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

Regla básica para sumar y restar fracciones

Las fracciones se pueden sumar o restar convenientemente solo si tienen denominadores similares.

Suma y resta de Fracciones con Denominadores Contrarios

Para *sumar o restar fracciones que tengan denominadores diferentes*, convierta cada fracción en una fracción equivalente teniendo como denominador la LCD de los denominadores originales.

Suma y resta de Números Mixtos

1. Para *sumar o restar números mixtos*, convierte cada número mixto en una fracción impropia, luego suma o resta las fracciones.

Sistema de números ordenados

Nuestro sistema de números está *ordenado* porque los números en el sistema se pueden colocar en orden de menor a mayor.

Desigualdad Símbolos

> representa la frase “mayor que”.
< representa la frase “menos que”.

Comparando Fracciones

Si dos fracciones tienen los mismos denominadores, la fracción con el numerador mayor es la fracción mayor.

$$\frac{5}{8}>\frac{3}{8}$$

Fracciones *simples*

Una fracción simple es cualquier fracción en la que el numerador es cualquier número entero y el denominador es cualquier número entero distinto de cero.

Fracciones *complejas*

Una fracción compleja es cualquier fracción en la que el numerador y/o el denominador es una fracción.

Las fracciones complejas se pueden convertir en fracciones simples empleando los métodos de sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones.

8.7: Resumen de conceptos clave is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

8.8: Suplemento de ejercicio

Sumas y restas de fracciones con denominadores similares y contrarios, y suma y resta de números mixtos ([link], [link], [link])

Para los problemas 1-53, realice cada operación indicada y escriba el resultado en la forma más simple.

Ejercicio8.8.1

$\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$

Contestar

$\frac{11}{8}$o$1\frac{3}{8}$

Ejercicio8.8.2

$\frac{9}{16}+\frac{1}{4}$

Ejercicio8.8.3

$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio8.8.4

$\frac{5}{7}+\frac{1}{14}+\frac{5}{21}$

Ejercicio8.8.5

$\frac{5}{6}+\frac{1}{3}+\frac{5}{21}$

Contestar

$\frac{59}{42}=1\frac{17}{42}$

Ejercicio8.8.6

$\frac{2}{5}+\frac{1}{8}$

Ejercicio8.8.7

$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$

Contestar

$\frac{5}{8}$

Ejercicio8.8.8

$\frac{1}{16}+\frac{1}{10}$

Ejercicio8.8.9

$\frac{2}{7}+\frac{1}{3}$

Contestar

$\frac{13}{21}$

Ejercicio8.8.10

$2\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

Ejercicio8.8.11

$3\frac{11}{16}+\frac{3}{4}$

Contestar

$4\frac{7}{16}$

Ejercicio8.8.12

$5\frac{1}{12}+3\frac{1}{8}$

Ejercicio8.8.13

$16\frac{2}{5}+8\frac{1}{4}$

Contestar

$8\frac{3}{20}$

Ejercicio8.8.14

$1\frac{1}{7}+2\frac{4}{7}$

Ejercicio8.8.15

$1\frac{3}{8}+0$

Contestar

$1\frac{3}{8}$

Ejercicio8.8.16

$3\frac{1}{10}+4$

Ejercicio8.8.17

$18\frac{2}{3}+6$

Contestar

$24\frac{2}{3}$

Ejercicio8.8.18

$1\frac{4}{3}+5\frac{5}{4}$

Ejercicio8.8.19

$\frac{21}{4}+\frac{2}{3}$

Contestar

$\frac{71}{12}=5\frac{11}{12}$

Ejercicio8.8.20

$\frac{15}{16}-\frac{1}{8}$

Ejercicio8.8.21

$\frac{9}{11}-\frac{5}{22}$

Contestar

$\frac{13}{22}$

Ejercicio8.8.22

$6\frac{2}{15}-1\frac{3}{10}$

Ejercicio8.8.23

$5\frac{2}{3}+8\frac{1}{5}-2\frac{1}{4}$

Contestar

$11\frac{37}{60}$

Ejercicio8.8.24

$8\frac{3}{10}-4\frac{5}{6}-3\frac{1}{15}$

Ejercicio8.8.25

$\frac{11}{12}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16}$

Contestar

$\frac{139}{144}$

Ejercicio8.8.26

$7\frac{2}{9}-5\frac{5}{6}-1\frac{1}{3}$

Ejercicio8.8.27

$16\frac{2}{5}-8\frac{1}{6}-3\frac{2}{15}$

Contestar

$5\frac{1}{10}$

Ejercicio8.8.28

$4\frac{1}{8}+0-\frac{32}{8}$

Ejercicio8.8.29

$4\frac{1}{8}+0-\frac{32}{8}$

Contestar

$\frac{1}{8}$

Ejercicio8.8.30

$8-2\frac{1}{3}$

Ejercicio8.8.31

$4-3\frac{5}{16}$

Contestar

$\frac{11}{16}$

Ejercicio8.8.32

$6\frac{3}{7}+4$

Ejercicio8.8.33

$11\frac{2}{11}-3$

Contestar

$8\frac{2}{11}$

Ejercicio8.8.34

\ (21\ dfrac {5} {8} -\ dfrac {5} {8})

Ejercicio8.8.35

$\frac{3}{4}+\frac{5}{16}\cdot\frac{4}{5}$

Contestar

1

Ejercicio8.8.36

$\frac{11}{12}+\frac{15}{16}\div 2\frac{1}{2}$

Ejercicio8.8.37

$1\frac{3}{10}+2\frac{2}{3}\div\frac{4}{9}$

Contestar

$7\frac{3}{10}$

Ejercicio8.8.38

$8\frac{3}{5}-1\frac{1}{14}\cdot\frac{3}{7}$

Ejercicio8.8.39

$2\frac{3}{8}\div 3\frac{9}{16}-\frac{1}{9}$

Contestar

$\frac{5}{9}$

Ejercicio8.8.40

$$15\frac{2}{5} \div 50 - \frac{1}{10}$$

Fracciones Complejas y Combinaciones de Operaciones con Fracciones ([link], [link])

Ejercicio8.8.41

$$\frac{\frac{9}{16}}{\frac{21}{32}}$$

Contestar

$$\frac{6}{7}$$

Ejercicio8.8.42

$$\frac{\frac{10}{21}}{\frac{11}{14}}$$

Ejercicio8.8.43

$$\frac{1\frac{7}{9}}{1\frac{5}{27}}$$

Contestar

$$\frac{3}{2} \text{ o } 1\frac{1}{2}$$

Ejercicio8.8.44

$$\frac{\frac{15}{17}}{\frac{50}{51}}$$

Ejercicio8.8.45

$$\frac{1\frac{9}{16}}{2\frac{11}{12}}$$

Contestar

$$\frac{15}{28}$$

Ejercicio8.8.46

$$\frac{8\frac{4}{15}}{3}$$

Ejercicio8.8.47

$$\frac{9\frac{1}{18}}{6}$$

Contestar

$$\frac{163}{108} \text{o} 1\frac{55}{108}$$

Ejercicio8.8.48

$$\frac{3\frac{1}{4}+2\frac{1}{8}}{5\frac{1}{6}}$$

Ejercicio8.8.49

$$\frac{3+2\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{5}{6}}$$

Contestar

$$\frac{66}{13} \text{o} 5\frac{1}{13}$$

Ejercicio8.8.50

$$\frac{4+1\frac{7}{10}}{9-2\frac{1}{5}}$$

Ejercicio8.8.51

$$\frac{1\frac{\frac{2}{5}}{9-\frac{2}{2}}}{}$$

Contestar

$$\frac{7}{40}$$

Ejercicio8.8.52

$$\frac{1\frac{2}{3}\cdot(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})}{1\frac{1}{2}}$$

Ejercicio8.8.53

$$\frac{\frac{10}{23}\cdot(\frac{5}{6}+2)}{\frac{8}{9}}$$

Contestar

$\frac{255}{184}$o$1\frac{71}{184}$

Comparando Fracciones

Para problemas 54-65, coloque cada colección en orden de menor a mayor.

Ejercicio8.8.54

$\frac{1}{8}, \frac{3}{16}$

Ejercicio8.8.55

$\frac{3}{32}, \frac{1}{8}$

Contestar

$\frac{3}{32}, \frac{1}{8}$

Ejercicio8.8.56

$\frac{5}{16}, \frac{3}{24}$

Ejercicio8.8.57

$\frac{3}{10}, \frac{5}{6}$

Contestar

$\frac{3}{10}, \frac{5}{6}$

Ejercicio8.8.58

$\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$

Ejercicio8.8.59

$\frac{3}{8}, \frac{8}{3}, \frac{19}{6}$

Contestar

$\frac{3}{8}, \frac{8}{3}, \frac{19}{6}$

Ejercicio8.8.60

$\frac{3}{5}, \frac{2}{10}, \frac{7}{20}$

Ejercicio8.8.61

$\frac{4}{7}, \frac{5}{9}$

Contestar

$\frac{5}{9}, \frac{4}{7}$

Ejercicio8.8.62

$\frac{4}{5}, \frac{5}{7}$

Ejercicio8.8.63

$\frac{5}{12}, \frac{4}{9}, \frac{7}{15}$

Contestar

$\frac{5}{12}, \frac{4}{9}, \frac{7}{15}$

Ejercicio8.8.64

$\frac{7}{36}, \frac{1}{24}, \frac{5}{12}$

Ejercicio8.8.65

$\frac{5}{8}, \frac{13}{16}, \frac{3}{4}$

Contestar

$\frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}$

8.8: Suplemento de ejercicio is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

8.9: Examen de competencia

Para los problemas 1-12, realice cada operación indicada y escriba el resultado en la forma más simple.

Ejercicio8.9.1

$\frac{3}{16}+\frac{1}{8}$

Responder

$\frac{5}{16}$

Ejercicio8.9.2

$2\frac{2}{3}+5\frac{1}{6}$

Responder

$7\frac{5}{6}$

Ejercicio8.9.3

$\frac{7}{15}\cdot\frac{20}{21}+\frac{5}{9}$

Responder

1

Ejercicio8.9.4

$\frac{3}{11}+\frac{5}{11}$

Responder

$\frac{8}{11}$

Ejercicio8.9.5

$6\frac{2}{9}\cdot 1\frac{17}{28}-(3\frac{4}{17}-\frac{21}{17})$

Responder

8

Ejercicio8.9.6

$5\frac{1}{8}-2\frac{4}{5}$

Responder

$2\frac{13}{40}$

Ejercicio 8.9.7

$$\frac{\frac{7}{12}}{\frac{8}{21}}$$

Responder

$\frac{49}{32}$ o $\frac{17}{32}$

Ejercicio 8.9.8

$$\frac{\frac{1}{8}+\frac{3}{4}}{1\frac{7}{8}}$$

Responder

$$\frac{7}{15}$$

Ejercicio 8.9.9

$$4\frac{5}{16}+1\frac{1}{3}-2\frac{5}{24}$$

Responder

$$3\frac{7}{16}$$

Ejercicio 8.9.10

$$\frac{5}{18}\cdot\left(\frac{15}{16}-\frac{3}{8}\right)$$

Responder

$$\frac{5}{32}$$

Ejercicio 8.9.11

$$4+2\frac{1}{3}$$

Responder

$6\frac{1}{3}$ o $\frac{19}{3}$

Ejercicio8.9.12

$8\frac{3}{7}-5$

Responder

$3\frac{3}{7}$

Para los problemas 13-15, especifique las fracciones que son equivalentes.

Ejercicio8.9.13

$\frac{4}{5}, \frac{12}{15}$

Responder

equivalente

Ejercicio8.9.14

$\frac{5}{8}, \frac{24}{40}$

Responder

no equivalente

Ejercicio8.9.15

$\frac{5}{12}, \frac{80}{192}$

Responder

equivalente

Para problemas 16-20, coloque cada colección de fracciones en orden de menor a mayor.

Ejercicio8.9.16

$\frac{8}{9}, \frac{6}{7}$

Responder

$\frac{6}{7}, \frac{8}{9}$

Ejercicio8.9.17

$\frac{5}{8}, \frac{7}{9}$

Responder

$\frac{5}{8}, \frac{7}{9}$

Ejercicio 8.9.17

$11\frac{5}{16}, 11\frac{5}{12}$

Responder

$11\frac{5}{16}, 11\frac{5}{12}$

Ejercicio 8.9.18

$\frac{2}{15}, \frac{3}{10}, \frac{1}{6}$

Responder

$\frac{2}{15}, \frac{1}{6}, \frac{3}{10}$

Ejercicio 8.9.19

$\frac{19}{32}, \frac{9}{16}, \frac{5}{8}$

Responder

$\frac{9}{16}, \frac{19}{32}, \frac{5}{8}$

8.9: Examen de competencia is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

CHAPTER OVERVIEW

9: Decimales

9.1: Lectura y escritura de decimales
9.2: Convertir un decimal a una fracción
9.3: Redondeo de decimales
9.4: Suma y resta de decimales
9.5: Multiplicación de decimales
9.6: División de Decimales
9.7: Divisiones no terminadoras
9.8: Convertir una Fracción a Decimal
9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones
9.10: Resumen de conceptos clave
9.11: Suplemento de ejercicio
9.12: Examen de Aptitud

This page titled 9: Decimales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

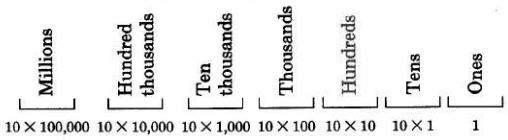
9.1: Lectura y escritura de decimales

Objetivos de aprendizaje

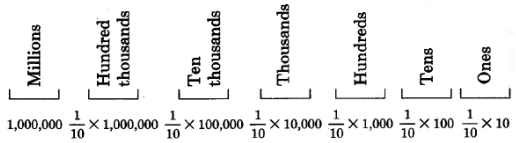
- entender el significado de los dígitos que ocurren a la derecha de la posición de unos
- estar familiarizado con el significado de las fracciones decimales
- ser capaz de leer y escribir una fracción decimal

Dígitos a la derecha de la posición de unos

Comenzamos nuestro estudio de la aritmética señalando que nuestro sistema numérico se llama sistema de números posicionales con base diez. También señalamos que cada posición tiene un valor particular. Observamos que cada posición tiene diez veces el valor de la posición a su derecha.



Esto significa que cada posición tiene $\frac{1}{10}$ el valor de la posición a su izquierda.



Así, un dígito escrito a la derecha de la posición de las unidades debe tener un valor $\frac{1}{10}$ de 1. Recordando que la palabra "de" se traduce en multiplicación$(\cdot)$, podemos ver que el valor de la *primera posición* a la derecha del dígito de unidades es $\frac{1}{10}$ de 1, o

$$\frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}$$

El valor de la *segunda posición* a la derecha del dígito de las unidades es $\frac{1}{10}$ de $\frac{1}{10}$, o

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

El valor de la tercera posición a la derecha del dígito de las unidades es $\frac{1}{10}$ de $\frac{1}{100}$, o

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

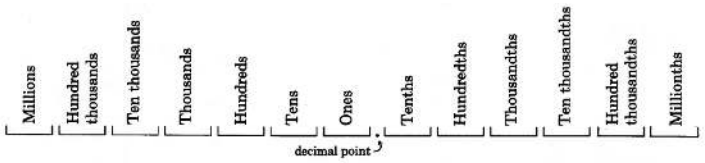
Este patrón continúa.

Ahora podemos ver que si tuviéramos que escribir dígitos en posiciones a la derecha de las posiciones de las unidades, esas posiciones tienen valores que son fracciones. No sólo las posiciones tienen valores fraccionarios, sino que los valores fraccionarios son todos potencias de $10 (10, 10^2, 10^3, \ldots)$.

Fracciones decimales

Punto decimal, Decimal

Si vamos a escribir números con dígitos que aparecen a la derecha del dígito de unidades, debemos tener una forma de denotar donde termina la parte del número entero y comienza la parte fraccionaria. Los matemáticos denotan el punto de separación del dígito de unidades y el dígito décimas escribiendo un **punto decimal**. La palabra *decimal* proviene del prefijo latino "deci" que significa diez, y la usamos porque usamos un sistema de números base diez. Los números escritos en esta forma se denominan **fracciones decimales**, o más simplemente, **decimales**.



Observe que los números decimales tienen el sufijo “th”.

Fracción decimal

Una fracción decimal es una fracción en la que el denominador es una potencia de 10.

Los siguientes números son ejemplos de decimales.

42.6

El 6 está en la posición décimas.

$42.6 = 42\frac{6}{10}$

9.8014

El 8 está en la posición décimas.
El 0 está en la posición de centésimas.
El 1 está en la posición milésimas.
El 4 está en la posición de las diez milésimas.

$9.8014 = 9\frac{8014}{10,000}$

0.93

El 9 está en la posición décimas.
El 3 está en la posición de centésimas.

$0.93 = \frac{93}{100}$

Nota

Muy a menudo se inserta un cero delante de un punto decimal (en la posición de unidades) de una fracción decimal que tiene un valor menor que uno. Este cero nos ayuda a evitar pasar por alto el punto decimal.

0.7

El 7 está en la posición décimas.

$0.7 = \frac{7}{10}$

Nota

Podemos insertar ceros a la derecha del dígito más a la derecha en una fracción decimal sin cambiar el valor del número.

$\frac{7}{10} = 0.7 = 0.70 = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

Lectura de fracciones decimales

Lectura de una fracción decimal

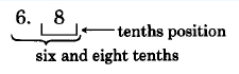
Para leer una fracción decimal,

1. Lee toda la parte del número como de costumbre. (Si el número entero es menor que 1, omita los pasos 1 y 2).
2. Lee el punto decimal como la palabra “y”.
3. Lee el número a la derecha del punto decimal como si se tratara de un número entero.
4. Di el nombre de la posición del último dígito.

Conjunto de Muestras A

Lee los siguientes números.

6.8

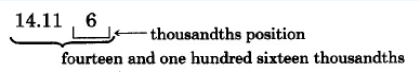


Nota

Algunas personas leen esto como “seis punto ocho”. Este fraseo transmite el mensaje, pero técnicamente, “seis *y* ocho décimas” es el fraseo correcto.

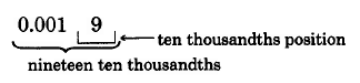
Conjunto de Muestras A

14.116



Conjunto de Muestras A

0.0019



Conjunto de Muestras A

81

Ochenta y uno

En este problema, la indicación es que cualquier número entero es una fracción decimal. Los números enteros a menudo se llaman *números decimales*.

$81 = 81.0$

Conjunto de práctica A

Lee las siguientes fracciones decimales.

12.9

Responder

doce y nueve décimas

Conjunto de práctica A

4.86

Responder

cuatro y ochenta y seis centésimas

Conjunto de práctica A

7.00002

Responder

setecientos milésimas

Conjunto de práctica A

0.030405

Responder

treinta mil cuatrocientos cinco millonésimas

Escribir fracciones decimales

Escribir una Fracción Decimal
Para escribir una fracción decimal,

Escribe toda la parte del número.
Escriba un punto decimal para la palabra “y”.
Escribe la parte decimal del número para que el dígito más a la derecha aparezca en la posición indicada en el nombre de la palabra. Si es necesario, inserte ceros a la derecha del punto decimal para que el dígito más a la derecha aparezca en la posición correcta.

Conjunto de Muestras B

Escribe cada número.

Treinta y uno y doce centésimas.

Solución

La posición decimal indicada es la posición de centésimas.

31.12

Conjunto de Muestras B

Dos y trescientas milésimas.

Solución

La posición decimal indicada es la de las cien milésimas. Tendremos que insertar suficientes ceros a la derecha inmediata del punto decimal para ubicar el 3 en la posición correcta.

2.00003

Conjunto de Muestras B

Seis mil veintisiete ciento cuatro millonésimas.

Solución

La posición decimal indicada es la posición millonésima. Tendremos que insertar suficientes ceros a la derecha inmediata del punto decimal para ubicar el 4 en la posición correcta.

6,027.000104

Conjunto de Muestras B

Diecisiete centésimas.

Solución

La posición decimal indicada es la posición de centésimas.

0.17

Set de práctica B

Escribe cada fracción decimal.

Trescientos seis y cuarenta y nueve centésimas.

Responder

306.49

Set de práctica B

Nueve y cuatro milésimas.

Responder

9.004

Set de práctica B

Sesenta y un millonésimas.

Responder

0.000061

Ejercicios

Para los tres problemas siguientes, dar el nombre decimal de la posición del número dado en cada fracción decimal.

Ejercicio9.1.1

1. 3.941
9 está en la posición.
4 está en la posición.
1 está en la posición.

Responder

Décimas; centésimas, milésimas

Ejercicio9.1.2

17.1085
1 está en la posición.
0 está en la posición.
8 está en la posición.
5 está en la posición.

Ejercicio9.1.3

652.3561927
9 está en la posición.
7 está en la posición.

Responder

Cien milésimas; diez millonésimas

Para los siguientes 7 problemas, lea cada fracción decimal escribiéndola.

Ejercicio9.1.4

9.2

Ejercicio9.1.5

8.1

Responder

ocho y una décima

Ejercicio9.1.6

10.15

Ejercicio9.1.7

55.06

Responder

cincuenta y cinco y seis centésimas

Ejercicio9.1.8

0.78

Ejercicio9.1.9

1.904

Responder

mil novecientos cuatro milésimas

Ejercicio9.1.10

10.00011

Para los siguientes 10 problemas, escriba cada fracción decimal.

Ejercicio9.1.11

Tres y veinte centésimas.

Responder

3.20

Ejercicio9.1.12

Catorce y sesenta y siete centésimas.

Ejercicio9.1.13

Una y ocho décimas.

Responder

1.8

Ejercicio9.1.14

Sesenta y una y cinco décimas.

Ejercicio9.1.15

Quinientos once y cuatro milésimas.

Responder

511.004

Ejercicio9.1.16

Treinta y tres y doce diez milésimas.

Ejercicio9.1.17

Novecientos cuarenta y siete milésimas.

Responder

0.947

Ejercicio9.1.18

Dos millonésimas.

Ejercicio9.1.19

Setenta y cien milésimas.

Responder

0.00071

Ejercicio9.1.20

Uno y diez diez millonésimas.

Problemas de la calculadora

Para los siguientes 10 problemas, realice cada división usando una calculadora. Después escribe el decimal resultante usando palabras.

Ejercicio9.1.21

$3 \div 4$

Responder

setenta y cinco centésimas

Ejercicio9.1.22

$1 \div 8$

Ejercicio9.1.23

$4 \div 10$

Responder

cuatro décimas

Ejercicio9.1.24

$2 \div 5$

Ejercicio9.1.25

$4 \div 25$

Responder

dieciséis centésimas

Ejercicio9.1.26

$1 \div 50$

Ejercicio9.1.27

$3 \div 16$

Responder

mil ochocientos setenta y cinco diez milésimas

Ejercicio9.1.28

$15 \div 8$

Ejercicio9.1.29

$11 \div 20$

Responder

cincuenta y cinco centésimas

Ejercicio9.1.30

$9 \div 40$

Ejercicios para revisión

Ejercicio9.1.31

Redondear 2,614 al diez más cercano.

Responder

2610

Ejercicio9.1.32

¿Es 691.428.471 divisible por 3?

Ejercicio9.1.33

Determinar el numerador faltante.

$\frac{3}{14} = \frac{?}{56}$

Responder

12

Ejercicio9.1.34

Encuentra $\frac{3}{16}$ de $\frac{32}{39}$

Ejercicio9.1.35

Encuentra el valor de $\sqrt{\frac{25}{81}} + (\frac{2}{3})^2 + \frac{1}{9}$

Responder

$\frac{10}{9}$ o $1\frac{1}{9}$

This page titled 9.1: Lectura y escritura de decimales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

9.2: Convertir un decimal a una fracción

Objetivos de aprendizaje

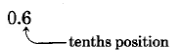
- ser capaz de convertir un decimal ordinario y un decimal complejo en una fracción

Convertir un decimal ordinario en una fracción

Podemos convertir una fracción decimal a una fracción, esencialmente, diciéndola con palabras, luego escribiendo lo que decimos. Quizá tengamos que reducir esa fracción.

Conjunto de Muestras A

Convierte cada fracción decimal en una fracción propia o un número mixto.

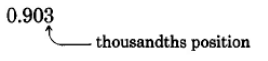


Solución

Lectura: seis décimas$\rightarrow \dfrac{6}{10}$.

Reducir:$\dfrac{3}{5}$

Conjunto de Muestras A



Solución

Lectura: novecientos tres mil$\rightarrow \dfrac{903}{1000}$.

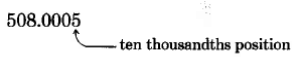
Conjunto de Muestras A



Solución

Lectura: dieciocho y sesenta y una centésimas$\rightarrow 18\dfrac{61}{100}$.

Conjunto de Muestras A



Solución

Lectura: quinientos ocho y cinco diez milésimas$\rightarrow 508\dfrac{5}{10,000}$.

Reducir:$508\dfrac{1}{2,000}$.

Conjunto de práctica A

Convierte los siguientes decimales en fracciones o números mixtos. Asegúrese de reducir.

16.84

Contestar

$16\frac{21}{25}$

Conjunto de práctica A

0.513

Contestar

$\frac{513}{1,000}$

Conjunto de práctica A

6,646.0107

Contestar

$6,646\frac{107}{10,000}$

Conjunto de práctica A

1.1

Contestar

$1\frac{1}{10}$

Conversión de un decimal complejo en una fracción

Definición: Decimales complejos

Los números como$0.11\frac{2}{3}$ se llaman **decimales complejos**. También podemos convertir decimales complejos en fracciones.

Conjunto de Muestras B

Convierte los siguientes decimales complejos en fracciones.

$0.11\frac{2}{3}$

Solución

El$\frac{2}{3}$ parece ocurrir en la posición de miles, pero se refiere a$\frac{2}{3}$ de una centésima. Entonces, leemos$0.11\frac{2}{3}$ como “once y dos tercios centésimas”.

$$0.11\frac{2}{3} = \frac{11\frac{2}{3}}{100} = \frac{\frac{11\cdot 3+2}{3}}{100} = \frac{\frac{35}{3}}{\frac{100}{1}} = \frac{35}{3}\div\frac{100}{1} = \frac{\cancel{35}}{3}\cdot\frac{1}{\cancel{100}_{20}} = \frac{7}{60}$$

Conjunto de Muestras B

$4.006\frac{1}{4}$

Solución

Tenga en cuenta que$4.006\frac{1}{4} = 4 + .006\frac{1}{4}$

$$4 + .006\frac{1}{4} = 4 + \frac{6\frac{1}{4}}{1000} = 4 + \frac{\frac{25}{4}}{\frac{1000}{1}} = 4 + \frac{\cancel{25}}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{1000}_{40}} = 4 + \frac{1\cdot 1}{4\cdot 40} = 4 + \frac{1}{160} = 4\frac{1}{160}$$

Set de práctica B

Convierte cada decimal complejo en una fracción o número mixto. Asegúrese de reducir.

$0.8\frac{3}{4}$

Contestar

$\frac{7}{8}$

Set de práctica B

$0.12\frac{2}{5}$

Contestar

$\frac{31}{250}$

Set de práctica B

$6.005\frac{5}{6}$

Contestar

$6\frac{7}{1,200}$

Set de práctica B

$18.1\frac{3}{17}$

Contestar

$18\frac{2}{17}$

Ejercicios

Para los siguientes 20 problemas, convierta cada fracción decimal en una fracción propia o un número mixto. Asegúrese de reducir.

Ejercicio 9.2.1

0.7

Contestar

$\frac{7}{10}$

Ejercicio 9.2.2

0.1

Ejercicio 9.2.3

0.53

Contestar

$\frac{53}{100}$

Ejercicio 9.2.4

0.71

Ejercicio 9.2.5

0.219

Contestar

$$\frac{219}{1,000}$$

Ejercicio 9.2.6

0.811

Ejercicio 9.2.7

4.8

Contestar

$$4\frac{4}{5}$$

Ejercicio 9.2.8

2.6

Ejercicio 9.2.9

16.12

Contestar

$$16\frac{3}{25}$$

Ejercicio 9.2.10

25.88

Ejercicio 9.2.11

6.0005

Contestar

$$6\frac{1}{2,000}$$

Ejercicio 9.2.12

1.355

Ejercicio 9.2.13

16.125

Contestar

$16\frac{1}{8}$

Ejercicio9.2.14

0.375

Ejercicio9.2.15

3.04

Contestar

$3\frac{1}{25}$

Ejercicio9.2.16

21.1875

Ejercicio9.2.17

8.225

Contestar

$8\frac{9}{40}$

Ejercicio9.2.18

1.0055

Ejercicio9.2.19

9.99995

Contestar

$9\frac{19,999}{20,000}$

Ejercicio9.2.20

22.110

Para los siguientes 10 problemas, convierta cada decimal complejo a una fracción.

Ejercicio9.2.21

$0.7\frac{1}{2}$

Contestar

$\frac{3}{4}$

Ejercicio9.2.22

$0.012\frac{1}{2}$

Ejercicio9.2.23

$2.16\frac{1}{4}$

Contestar

$2\frac{13}{80}$

Ejercicio9.2.24

$5.18\frac{2}{3}$

Ejercicio9.2.25

$14.112\frac{1}{3}$

Contestar

$14\frac{337}{3,000}$

Ejercicio9.2.26

$80.0011\frac{3}{7}$

Ejercicio9.2.27

$1.40\frac{5}{16}$

Contestar

$1\frac{129}{320}$

Ejercicio9.2.28

$0.8\frac{5}{3}$

Ejercicio9.2.29

$1.9\frac{7}{5}$

Contestar

$2\frac{1}{25}$

Ejercicio 9.2.30

$1.7\frac{37}{9}$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio 9.2.31

Encuentra el mayor factor común de 70, 182 y 154.

Contestar

14

Ejercicio 9.2.32

Encuentra el mayor múltiplo común de 14, 26 y 60.

Ejercicio 9.2.33

Encuentra el valor de $\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{18} \div \frac{5}{9}$.

Contestar

$\frac{9}{10}$

Ejercicio 9.2.34

Encuentra el valor de $5\frac{2}{3} + 8\frac{1}{12}$.

Ejercicio 9.2.35

En el número decimal 26.10742, ¿el dígito 7 se encuentra en qué posición?

Contestar

milésimas

This page titled 9.2: Convertir un decimal a una fracción is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

9.3: Redondeo de decimales

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de redondear un número decimal a una posición especificada

Redondeo de números decimales

Primero consideramos el concepto de redondeo de números en [link] donde nuestra preocupación por el redondeo estaba relacionada únicamente con números enteros. Con algunos cambios menores, podemos aplicar las mismas reglas de redondeo a decimales.

Para redondear un decimal a una posición particular:

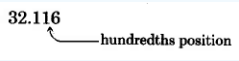
1. Marque la posición del dígito de redondeo (con una flecha o cheque).
2. Anote si el dígito a la derecha inmediata del dígito marcado es
   a. *menos de 5*. Si es así, deje el dígito de redondeo sin cambios.
   b. *5 o superior*. Si es así, agregue 1 al dígito de redondeo.
3. Si el dígito de redondeo es
   a. a la derecha del punto decimal, eliminar todos los dígitos a su derecha.
   b. a la izquierda del punto decimal, sustituya todos los dígitos entre éste y el punto decimal por ceros y elimine el punto decimal y todos los dígitos decimales.

Conjunto de Muestras A

Redondea cada decimal a la posición especificada. (Los números entre paréntesis indican qué paso se está utilizando.)

Vuelta 32.116 a la centésima más cercana.

Solución

1: 

2b: El dígito inmediatamente a la derecha es 6, y$6 > 5$, así agregamos 1 al dígito de redondeo:
$1 + 1 = 2$

3a: El dígito de redondeo está a la derecha del punto decimal, por lo que eliminamos todos los dígitos a su derecha.

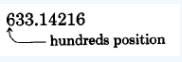
32.12

El número 32.116 redondeado a la centésima más cercana es 32.12.

Conjunto de Muestras A

Vuelta 633.14216 al cien más cercano.

Solución

1: 

2a: El dígito inmediatamente a la derecha es 3, y$3 < 5$ así dejamos el dígito de redondeo sin cambios.

3b: El dígito de redondeo está a la izquierda de 0, por lo que reemplazamos todos los dígitos entre éste y el punto decimal por ceros y eliminamos el punto decimal y todos los dígitos decimales.

600

El número 633.14216 redondeado al cien más cercano es el 600.

Conjunto de Muestras A

1,729.63 redondeado al diez más cercano es 1,730.

Conjunto de Muestras A

1.0144 redondeado al décimo más cercano es 1.0.

Conjunto de Muestras A

60.98 redondeado al más cercano es 61.

A veces escuchamos una frase como “redondear a tres decimales”. Esta frase significa que el dígito de redondeo es el tercer dígito decimal (el dígito en la posición milésimas).

Conjunto de Muestras A

67.129 redondeado al segundo decimal es 67.13.

Conjunto de Muestras A

67.129558 redondeado a 3 decimales es 67.130.

Conjunto de práctica A

Redondea cada decimal a la posición especificada.

4.816 a la centésima más cercana.

Responder

4.82

Conjunto de práctica A

0.35928 a las diez milésimas más cercanas.

Responder

0.3593

Conjunto de práctica A

82.1 al más cercano.

Responder

82

Conjunto de práctica A

753.98 al cien más cercano.

Responder

800

Conjunto de práctica A

Redondear 43.99446 a tres decimales.

Responder

43.994

Conjunto de práctica A

Redondear 105.019997 a cuatro decimales.

Responder

105.0200

Conjunto de práctica A

Redondea 99.9999 a dos decimales.

Responder

100.00

Ejercicios

Para los primeros 10 problemas, complete el gráfico redondeando cada decimal a las posiciones indicadas.

Ejercicio9.3.1

20.01071

Décimo	Centésimas	Milésima	Diez mil

Responder

Décimo	Centésimas	Milésima	Diez mil
20.0	20.01	20.011	20.0107

Ejercicio9.3.2

3.52612

Décimo	Centésimas	Milésima	Diez mil
	3.53		

Ejercicio9.3.3

531.21878

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil

Contestar

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil

531.2	531.22	531.219	531.2188

Ejercicio9.3.4

36.109053

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil
36.1			

Ejercicio9.3.5

1.999994

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil

Contestar

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil
2.0	2.00	2.000	2.0000

Ejercicio9.3.6

7.4141998

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil
		7.414	

Ejercicio9.3.7

0.000007

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil

Contestar

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil
0.0	0.00	0.000	0.0000

Ejercicio9.3.8

0.00008

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil
			0.0001

Ejercicio9.3.9

9.19191919

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil

Contestar

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil
9.2	9.19	9.192	9.1919

Ejercicio9.3.10

0.0876543

Décimo	centésima	Milésima	Diez mil

Calculadora Problemas

Por los siguientes 5 problemas, ronda 18.4168095 al lugar indicado.

Ejercicio9.3.11

3 decimales.

Contestar

18.417

Ejercicio9.3.12

1 decimal.

Ejercicio9.3.13

5 decimales.

Contestar

18.41681

Ejercicio9.3.14

6 decimales.

Ejercicio9.3.15

2 decimales.

Contestar

18.42

Problemas de la calculadora

Para los siguientes problemas, realice cada división usando una calculadora.

Ejercicio9.3.16

$4 \div 3$ y redondear a 2 decimales.

Ejercicio9.3.17

$1 \div 8$ y redondear a 1 decimal.

Contestar

0.1

Ejercicio9.3.18

$1 \div 27$ y redondear a 6 decimales.

Ejercicio9.3.19

$51 \div 61$ y redondear a 5 decimales.

Contestar

0.83607

Ejercicio9.3.20

$3 \div 16$ y redondear a 3 decimales.

Ejercicio9.3.21

$16 \div 3$ y redondear a 3 decimales.

Contestar

5.333

Ejercicio9.3.22

$26 \div 7$ y redondear a 5 decimales.

Ejercicios para la revisión

Ejercicio9.3.23

¿Cuál es el valor de 2 en el número 421,916,017?

Contestar

Diez millones

Ejercicio9.3.24

Realizar la división:$378 \div 29$.

Ejercicio 9.3.25

Encuentra el valor de 4^4.

Contestar

256

Ejercicio 9.3.26

Convertir $\frac{11}{3}$ a un número mixto.

Ejercicio 9.3.27

Convierte 3.16 en una fracción mixta.

Contestar

$3\frac{4}{25}$

This page titled 9.3: Redondeo de decimales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

9.4: Suma y resta de decimales

Objetivos de aprendizaje

- entender el método utilizado para sumar y restar decimales
- ser capaz de sumar y restar decimales
- poder usar la calculadora para sumar y restar decimales

La lógica detrás del método

Considera la suma de 4.37 y 3.22. Cambiando cada decimal a una fracción, tenemos

$4\frac{37}{100}+3\frac{22}{100}$ Al realizar la adición, obtenemos

$$\begin{aligned} 4.37+3.22=4\frac{37}{100}+3\frac{22}{100} &= \frac{4\cdot 100+37}{100}+\frac{3\cdot 100+22}{100} \\ &= \frac{437}{100}+\frac{322}{100} \\ &= \frac{437+322}{100} \\ &= \frac{759}{100} \\ &= 7\frac{59}{100} \\ &= \text{seven and fifty-nine hundredths} \\ &= 7.59 \end{aligned}$$

Así,$4.37+3.22=7.59$.

El método de sumar y restar decimales

Al escribir la adición anterior, podríamos haber escrito los números en columnas.

$$\begin{array}{r} 4.37 \\ +3.22 \\ \hline 7.59 \end{array}$$

Esto concuerda con nuestro resultado anterior. A partir de esta observación, podemos sugerir un método para sumar y restar números decimales.

Método de Suma y Resta Decimales
Para sumar o restar decimales:

Alinee los números verticalmente para que los puntos decimales se alineen uno debajo del otro y las posiciones decimales correspondientes estén en la misma columna.
Sumar o restar los números como si fueran números enteros.
Coloque un punto decimal en la suma o diferencia resultante directamente debajo de los otros puntos decimales.

Conjunto de Muestras A

Encuentra las siguientes sumas y diferencias.

$9.813+2.140$

Solución

$$\begin{array}{r} 9.813 \\ +2.140 \\ \hline 11.953 \end{array}$$

Los puntos decimales se alinean en la misma columna.

Conjunto de Muestras A

$841.0056 + 47.016 + 19.058$

Solución

$$\begin{array}{r} 841.0056 \\ 47.016 \\ +19.058 \\ \hline \end{array}$$

Para asegurar que las columnas se alineen correctamente, podemos escribir un 0 en la posición al final de los números 47.016 y 19.058 sin cambiar sus valores.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11\quad 1\quad\quad} \\ 841.0056 \\ 47.0160 \\ +19.0580 \\ \hline 907.0796 \end{array}$$

Conjunto de Muestras A

$1.314 - 0.58$

Solución

$$\begin{array}{r} 1.314 \\ -0.58 \\ \hline \end{array}$$ Escribe un 0 en la posición milésimas.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 12\quad\quad} \\ {\scriptstyle 0\,\not{1}11\quad} \\ 1.\not{3}\not{1}4 \\ -0.580 \\ \hline 0.734 \end{array}$$

Conjunto de Muestras A

$16.01 - 7.053$

Solución

$$\begin{array}{r} 16.01 \\ -7.053 \\ \hline \end{array}$$ Escribe un 0 en la posición milésimas.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 15\ 9\,10\ 10} \\ 1\not{6}.\not{0}\not{1}\not{0} \\ -\ 7.053 \\ \hline 8.957 \end{array}$$

Conjunto de Muestras A

Encuentra la suma de 6.88106 y 3.5219 y redonénala a tres decimales.

Solución

$$\begin{array}{r} 6.88106 \\ +3.5219 \\ \hline \end{array}$$ Escribe un 0 en la posición de las diez milésimas.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\quad\quad} \\ 6.88106 \\ +\ 3.52190 \\ \hline 10.40296 \end{array}$$

Tenemos que redondear la suma a la posición milésimas. Dado que el dígito en la posición inmediatamente a la derecha es 9, y 9>5, obtenemos

10.403

Conjunto de Muestras A

Wendy tiene 643.12 dólares en su cuenta corriente. Ella escribe un cheque por 16.92 dólares. ¿Cuánto cuesta el saldo de su nueva cuenta?

Solución

Para encontrar el nuevo saldo de la cuenta, necesitamos encontrar la diferencia entre 643.12 y 16.92. Vamos a restar 16.92 de 643.12.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\,12\,11} \\ 643.12 \\ -\ 16.92 \\ \hline 626.20 \end{array}$$

Después de escribir un cheque por 16.92 dólares, Wendy ahora tiene un saldo de 626.20 dólares en su cuenta corriente.

Pracitce Set A

Encuentra las siguientes sumas y diferencias.

$3.187 + 2.992$

Contestar

6.179

Pracitce Set A

$14.987 - 5.341$

Contestar

9.646

Pracitce Set A

$0.5261 + 1.0783$

Contestar

1.6044

Pracitce Set A

$1.06 - 1.0535$

Contestar

0.0065

Pracitce Set A

$16,521.07 + 9,256.15$

Contestar

25,777.22

Pracitce Set A

Encuentra la suma de 11.6128 y 14.07353, y redondela a dos decimales.

Contestar

25.69

Calculadoras

La calculadora puede ser útil para encontrar sumas y diferencias de números decimales. Sin embargo, las calculadoras con visualización de ocho dígitos no se pueden utilizar cuando se trabaja con números decimales que contienen más de ocho dígitos, o cuando la suma da como resultado más de ocho dígitos. En la práctica, rara vez se encontrará un decimal de ocho lugares. Hay algunas calculadoras económicas que pueden manejar 13 decimales.

Conjunto de Muestras B

Usa una calculadora para encontrar cada suma o diferencia.

42.0638 + 126.551

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	42.0638	42.0638
Prensa	+	42.0638
Tipo	126.551	126.551
Prensa	=	168.6148

La suma es 168.6148.

Conjunto de Muestras B

Encuentra la diferencia entre 305.0627 y 14.29667.

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	305.0627	305.0627
Prensa	-	305.0627
Tipo	14.29667	14.29667
Prensa	=	290.76603

La diferencia es 290.76603

Conjunto de Muestras B

51.07 + 3,891.001786

Solución

Dado que 3,891.001786 contiene más de ocho dígitos, no podremos usar una calculadora con pantalla de ocho dígitos para realizar esta adición. Podemos, sin embargo, encontrar la suma a mano.

$$\begin{array}{r} 51.070000 \\ +\ 3891.001786 \\ \hline 3942.071786 \end{array}$$

La suma es 3,942.071786.

Set de práctica B

Use una calculadora para realizar cada operación.

$4.286 + 8.97$

Contestar

13.256

Set de práctica B

$452.0092 - 392.558$

Contestar

59.4512

Set de práctica B

Encuentra la suma de 0.095 y 0.001862

Contestar

0.096862

Set de práctica B

Encuentra la diferencia entre 0.5 y 0.025

Contestar

0.475

Set de práctica B

Encuentra la suma de 2,776.00019 y 2,009.00012.

Contestar

Dado que cada número contiene más de ocho dígitos, el uso de algunas calculadoras puede no ser útil. Agregando estos por "tecnología manual", obtenemos 4,785.00031

Ejercicios

Para los siguientes 15 problemas, realice cada suma o resta. Usa una calculadora para verificar cada resultado.

Ejercicio 9.4.1

$1.84 + 7.11$

Contestar

8.95

Ejercicio 9.4.2

$15.015 - 6.527$

Ejercicio 9.4.3

$11.842 + 28.004$

Contestar

39.846

Ejercicio 9.4.4

$3.16 - 2.52$

Ejercicio 9.4.5

$3.55267 + 8.19664$

Contestar

11.74931

Ejercicio 9.4.6

$0.9162 - 0.0872$

Ejercicio 9.4.7

$65.512 - 8.3005$

Contestar

57.2115

Ejercicio 9.4.8

$761.0808 - 53.198$

Ejercicio 9.4.9

$4.305 + 2.119 - 3.817$

Contestar

2.607

Ejercicio 9.4.10

$19.1161 + 27.8014 + 39.3161$

Ejercicio 9.4.11

$0.41276 - 0.0018 - 0.00011$

Contestar

0.41085

Ejercicio 9.4.12

$2.181 + 6.05 + 1.167 + 8.101$

Ejercicio 9.4.13

$1.0031 + 6.013106 + 0.00018 + 0.0092 + 2.11$

Contestar

9.135586

Ejercicio 9.4.14

$27 + 42 + 9.16 - 0.1761 + 81.6$

Ejercicio 9.4.15

$10.28 + 11.111 + 0.86 + 5.1$

Contestar

27.351

Para los siguientes 10 problemas, resuelva según las indicaciones. Una calculadora puede ser útil.

Ejercicio 9.4.16

Sumar 6.1121 y 4.916 y redondear a 2 decimales.

Ejercicio 9.4.17

Sumar 21.66418 y 18.00184 y redondear a 4 decimales.

Contestar

39.6660

Ejercicio 9.4.18

Restar 5.2121 de 9.6341 y redondear a 1 decimal.

Ejercicio 9.4.19

Restar 0.918 de 12.006 y redondear a 2 decimales.

Contestar

11.09

Ejercicio9.4.20

Restar 7.01884 de la suma de 13.11848 y 2.108 y redondear a 4 decimales.

Ejercicio9.4.21

Una cuenta corriente tiene un saldo de 42.51 dólares. Se escribe un cheque por $19.28. ¿Cuál es el nuevo saldo?

Contestar

$23.23

Ejercicio9.4.22

Una cuenta corriente tiene un saldo de $82.97. Un cheque está escrito por $6.49 y otro por $39.95. ¿Cuál es el nuevo saldo?

Ejercicio9.4.23

Una persona compra una hamburguesa por valor de $4.29 y la paga con una factura de $10. ¿Cuánto cambio obtiene esta persona?

Contestar

$5.71

Ejercicio9.4.24

Un hombre compra papelería por valor de $6.43 y lo paga con una factura de $20. Después de recibir su cambio, se da cuenta de que se olvidó de comprar un bolígrafo. Si el precio total del bolígrafo es de $2.12, y lo compra, ¿cuánto de la factura de $20 queda?

Ejercicio9.4.25

Una mujer comienza a grabar una película en su videograbadora con el contador de cintas fijado en 21.93. La película corre 847.44 unidades de mostrador de cinta. ¿Cuál es la lectura final del contador de cintas?

Contestar

869.37

Ejercicios para la revisión

Ejercicio9.4.26

Encuentra la diferencia entre 11,206 y 10,884.

Ejercicio9.4.27

Encuentra el producto,$820 \cdot 10,000$.

Contestar

8,200,000

Ejercicio9.4.28

Encuentra el valor de$\sqrt{121}-\sqrt{25}+8^2+16\div 2^2$.

Ejercicio9.4.29

Encuentra el valor de$8\frac{1}{3}\cdot\frac{36}{75}\div 2\frac{2}{5}$.

Contestar

$\frac{20}{9}=\frac{5}{3}$ o$2\frac{2}{9}$

Ejercicio9.4.30

Vuelta 1.08196 a la centésima más cercana.

This page titled 9.4: Suma y resta de decimales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

9.5: Multiplicación de decimales

Objetivos de aprendizaje

- entender el método utilizado para multiplicar decimales
- poder multiplicar decimales
- ser capaz de simplificar una multiplicación de un decimal por una potencia de 10
- entender cómo usar la palabra “de” en la multiplicación

La lógica detrás del método

Considera el producto de 3.2 y 1.46. Cambiando cada decimal a una fracción, tenemos

$$\begin{aligned}(3.2)(1.46) &= 3\frac{2}{10}\cdot 1\frac{46}{100}\\ &= \frac{32}{10}\cdot\frac{146}{100}\\ &= \frac{32\cdot 146}{10\cdot 100}\\ &= \frac{4672}{1000}\\ &= 4\frac{672}{1000}\\ &= \text{four and six hundred seventy-two thousandths}\\ &= 4.672\end{aligned}$$

Por lo tanto,$(3.2)(1.46)=4.672$

Observe que el factor

$$\left\{\begin{array}{c}3.2 \text{ has 1 decimal place,}\\ 1.46 \text{ has 2 decimal places,}\\ \text{and the product}\\ 4.672 \text{ has 3 decimal places.}\end{array}\right\} 1+2=3$$

Usando esta observación, podemos sugerir que la suma del número de decimales en los factores es igual al número de decimales en el producto.

$$\begin{array}{rl} & {\scriptstyle 1}\\ & 1.46 \longleftarrow \text{2 decimal places}\\ \times & 3.2 \longleftarrow +\text{1 decimal place}\\ \hline & 292\\ & 438\\ \hline & 4.672 \longleftarrow \text{3 decimal places}\end{array}$$

El método de multiplicar decimales

Método de multiplicación de decimales

Para multiplicar decimales:

1. Multiplique los números como si fueran números enteros.
2. Encuentra la suma del número de decimales en los factores.
3. El número de decimales en el producto es la suma que se encuentra en el paso 2.

Conjunto de Muestras A

Encuentra los siguientes productos.

$6.5\cdot 4.3$

Solución

$$\begin{array}{r} 6.5 \longleftarrow \text{1 decimal plate} \\ \underline{4.3} \longleftarrow \text{1 decimal place} \\ 195 \\ 260 \\ \hline 27.95 \longleftarrow \text{2 decimal places} \end{array} \Big\} \; 1+1=2 \text{ decimal places in the product.}$$

Por lo tanto,$6.5 \cdot 4.3 = 27.95$.

Conjunto de Muestras A

$23.4 \cdot 1.96$

Solución

$$\begin{array}{r} 23.4 \longleftarrow \text{1 decimal place} \\ \underline{1.96} \longleftarrow \text{2 decimal places} \\ 1404 \\ 2106 \\ 234 \\ \hline 45.864 \longleftarrow \text{3 decimal places} \end{array} \Big\} \; 1+2=3 \text{ decimal places in the product.}$$

Thus, $23.4 \cdot 1.96 = 45.864$.

Por lo tanto,$23.4 \cdot 1.96 = 45.864$.

Conjunto de Muestras A

Encuentra el producto de 0.251 y 0.00113 y redondea a tres decimales.

Solución

$$\begin{array}{r} 0.251 \longleftarrow \text{3 decimal places} \\ \underline{0.00113} \longleftarrow \text{5 decimal places} \\ 753 \\ 251 \\ 251 \\ \hline 0.00028363 \end{array} \Big\} \; 3+5=8 \text{ decimal places in the product.}$$

We need to add three zeros to get 8 decimal places.

Ahora, redondeando a tres decimales, obtenemos

$0.251 \cdot 0.00113 = 0.000$ to three decimal places.

Conjunto de práctica A

Encuentra los siguientes productos.

$5.3 \cdot 8.6$

Responder

45.58

Conjunto de práctica A

$2.12 \cdot 4.9$

Responder

10.388

Conjunto de práctica A

$1.054 \cdot 0.16$

Responder

0.16864

Conjunto de práctica A

$0.00031 \cdot 0.002$

Responder

0.00000062

Conjunto de práctica A

Encuentra el producto de 2.33 y 4.01 y redondea a un decimal.

Responder

9.3

Conjunto de práctica A

$10 \cdot 5.394$

Responder

53.94

Conjunto de práctica A

$100 \cdot 5.394$

Responder

539.4

Conjunto de práctica A

$1000 \cdot 5.394$

Responder

5,394

Conjunto de práctica A

$10,000 \cdot 5.394$

Contestar

59,340

Calculadoras

Las calculadoras se pueden utilizar para encontrar productos de números decimales. Sin embargo, una calculadora que solo tiene una pantalla de ocho dígitos puede no ser capaz de manejar números o productos que dan como resultado más de ocho dígitos. Pero

hay muchas calculadoras económicas ($50 - $75) con más de pantallas de ocho dígitos.

Conjunto de Muestras B

Encuentre los siguientes productos, si es posible, usando una calculadora.

$2.58 \cdot 8.61$

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	2.58	2.58
Prensa	×	2.58
Tipo	8.61	8.61
Prensa	=	22.2138

El producto es 22.2138.

Conjunto de Muestras B

$0.006 \cdot 0.0042$

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	.006	.006
Prensa	×	.006
Tipo	.0042	0.0042
Prensa	=	0.0000252

Sabemos que habrá siete decimales en el producto (ya que$3+4=7$). Dado que la pantalla muestra 7 decimales, podemos suponer que el producto es correcto. Así, el producto es 0.0000252.

Conjunto de Muestras B

$0.0026 \cdot 0.11976$

Solución

Dado que esperamos$4+5=9$ cifras decimales en el producto, sabemos que una calculadora con pantalla de ocho dígitos no podrá proporcionarnos el valor exacto. Para obtener el valor exacto, debemos usar “tecnología de mano”. Supongamos, sin embargo, que acordamos redondear este producto a tres decimales. Entonces solo necesitamos cuatro decimales en la pantalla.

		Lee en pantalla
Tipo	.0026	.0026
Prensa	×	.0026
Tipo	.11976	0.11976
Prensa	=	0.0003114

Redondeando 0.0003114 a tres decimales obtenemos 0.000. Así,$0.0026 \cdot 0.11976 = 0.000$a tres decimales.

Set de práctica B

Usa una calculadora para encontrar cada producto. Si la calculadora no proporciona el producto exacto, redondear el resultado a cuatro decimales.

$5.126 \cdot 4.08$

Contestar

20.91408

Set de práctica B

$0.00165 \cdot 0.04$

Contestar

0.000066

Set de práctica B

$0.5598 \cdot 0.4281$

Contestar

0.2397

Set de práctica B

$0.000002 \cdot 0.06$

Contestar

0.0000

Multiplicar decimales por potencias de 10

Existe una característica interesante de multiplicar decimales por potencias de 10. Considera las siguientes multiplicaciones.

Multiplicación	Número de ceros en la Potencia de 10	Número de posiciones que el punto decimal se ha movido a la derecha
$10 \cdot 8.315274 = 83.15274$	1	1
$100 \cdot 8.315274 = 831.5274$	2	2
$1,000 \cdot 8.315274 = 8,315.274$	3	3
$10,000 \cdot 8.315274 = 83,152.74$	4	4

Multiplicar un Decimal por una Potencia de 10

Para multiplicar un decimal por una potencia de 10, mueva la posición decimal a la *derecha* de su posición actual tantos lugares como ceros haya en la potencia de 10. Agrega ceros si es necesario.

Conjunto de Muestras C

Encuentra los siguientes productos.

$100 \cdot 34.876$. Ya que hay 2 ceros en 100, Mueve el punto decimal en 34.876 dos lugares a la derecha.

$$\begin{aligned} 100 \cdot 34.876 &= 3487.6 \\ &= 3,487.6 \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras C

$1,000 \cdot 4.8058$ Ya que hay 3 ceros en 1,000, mueve el punto decimal en 4.8058 tres lugares a la derecha.

$$\begin{aligned} 1{,}000 \cdot 4.8058 &= 4805.8 \\ &= 4{,}805.8 \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras C

$10,000 \cdot 56.82$ Ya que hay 4 ceros en 10,000, mueve el punto decimal en 56.82 cuatro lugares a la derecha. Habrá que sumar dos ceros para obtener los cuatro lugares.

$$\begin{aligned} 10{,}000 \cdot 56.82 &= 568200. \\ &= 568{,}200 \end{aligned}$$

Como no hay parte fraccionaria, podemos dejar caer el punto decimal.

Conjunto de Muestras C

$$\begin{aligned} (1{,}000{,}000)(2.57) &= 2570000. \\ &= 2{,}570{,}000 \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras C

$$\begin{aligned} (1{,}000)(0.0000029) &= 0.000.0029 \\ &= 0.0029 \end{aligned}$$

Set de práctica C

Encuentra los siguientes productos.

$100 \cdot 4.27$.

Contestar

427

Set de práctica C

$10,000 \cdot 16.52187$

Contestar

165,218.7

Set de práctica C

$(10)(0.0188)$

Contestar

0.188

Set de práctica C

$(10,000,000,000)(52.7)$

Contestar

527,000,000,000

Multiplicación en términos de “De”

Recordando que la palabra “de” se traduce en la operación aritmética de multiplicación, observemos las siguientes multiplicaciones.

Conjunto de Muestras D

Encuentra 4.1 de 3.8.

Solución

Traduciendo “de” a "$\times$“, obtenemos

$$\begin{array}{r} 4.1 \\ \times 3.8 \\ \hline 328 \\ 123 \\ \hline 15.58 \end{array}$$

Conjunto de Muestras D

Encuentra 0.95 de la suma de 2.6 y 0.8.

Solución

Primero encontramos la suma de 2.6 y 0.8.

$$\begin{array}{r} 2.6 \\ +0.8 \\ \hline 3.4 \end{array}$$

Ahora encuentra 0.95 de 3.4

$$\begin{array}{r} 3.4 \\ \times 0.95 \\ \hline 170 \\ 306 \\ \hline 3.230 \end{array}$$

Así, 0.95 de$(2.6+0.8)$ es 3.230.

Set de Práctica D

Encuentra 2.8 de 6.4.

Contestar

17.92

Set de Práctica D

Encuentra 0.1 de 1.3.

Contestar

0.13

Set de Práctica D

Encuentra 1.01 de 3.6.

Contestar

3.636

Set de Práctica D

Encuentra 0.004 de 0.0009.

Contestar

0.0000036

Set de Práctica D

Encuentra 0.83 de 12.

Contestar

9.96

Set de Práctica D

Encuentra 1.1 de la suma de 8.6 y 4.2.

Contestar

14.08

Ejercicios

Para los siguientes 30 problemas, encuentra cada producto y comprueba cada resultado con una calculadora.

Ejercicio 9.5.1

$3.4 \cdot 9.2$

Contestar

31.28

Ejercicio 9.5.2

$4.5 \cdot 6.1$

Ejercicio9.5.3

$8.0 \cdot 5.9$

Contestar

47.20

Ejercicio9.5.4

$6.1 \cdot 7$

Ejercicio9.5.5

$(0.1)(1.52)$

Contestar

0.152

Ejercicio9.5.6

$(1.99)(0.05)$

Ejercicio9.5.7

$(12.52)(0.37)$

Contestar

4.6324

Ejercicio9.5.8

$(5.116)(1.21)$

Ejercicio9.5.9

$(31.82)(0.1)$

Contestar

3.182

Ejercicio9.5.10

$(16.527)(9.16)$

Ejercicio9.5.11

$0.0021 \cdot 0.013$

Contestar

0.0000273

Ejercicio9.5.12

$1.0037 \cdot 1.00037$

Ejercicio9.5.13

$(1.6)(1.6)$

Contestar

2.56

Ejercicio9.5.14

$(4.2)(4.2)$

Ejercicio9.5.15

$0.9 \cdot 0.9$

Contestar

0.81

Ejercicio9.5.16

$1.11 \cdot 1.11$

Ejercicio9.5.17

$6.815 \cdot 4.3$

Contestar

29.3045

Ejercicio9.5.18

$9.0168 \cdot 1.2$

Ejercicio9.5.19

$(3.5162)(0.0000003)$

Contestar

0.00000105486

Ejercicio9.5.20

$(0.000001)(0.01)$

Ejercicio9.5.21

$(10)(4.96)$

Contestar

49.6

Ejercicio9.5.22

$(10)(36.17)$

Ejercicio9.5.23

$10 \cdot 421.8842$

Contestar

4,218.842

Ejercicio9.5.24

$10 \cdot 8.0107$

Ejercicio9.5.25

$100 \cdot 0.19621$

Contestar

19.621

Ejercicio9.5.26

$100 \cdot 0.779$

Ejercicio9.5.27

$1000 \cdot 3.596168$

Contestar

3,596.168

Ejercicio9.5.28

$1000 \cdot 42.7125571$

Ejercicio9.5.29

$1000 \cdot 25.01$

Contestar

25.010

Ejercicio9.5.30

$100,000 \cdot 9.923$

Ejercicio9.5.31

$(4.6)(6.17)$

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas

Contestar

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas
28.382	28.4	28.38	28.382

Ejercicio9.5.32

$(8.09)(7.1)$

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas

Ejercicio9.5.33

$(11.1106)(12.08)$

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas

Contestar

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas
134.216048	134.2	134.22	134.216

Ejercicio9.5.34

$0.0083 \cdot 1.090901$

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas

Ejercicio9.5.35

$7 \cdot 26.518$

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas

Contestar

Producto real	Décimas	Cientos	milésimas
185.626	185.6	185.63	185.626

Para los siguientes 15 problemas, realizar las operaciones indicadas

Ejercicio9.5.36

Encuentra 5.2 de 3.7.

Ejercicio9.5.37

Encuentra 12.03 de 10.1

Contestar

121.503

Ejercicio9.5.38

Encuentra 16 de 1.04

Ejercicio9.5.39

Encuentra 12 de 0.1

Contestar

1.2

Ejercicio9.5.40

Encuentra 0.09 de 0.003

Ejercicio9.5.41

Encuentra 1.02 de 0.9801

Contestar

0.999702

Ejercicio9.5.42

Encuentra 0.01 de la suma de 3.6 y 12.18

Ejercicio9.5.43

Encuentra 0.2 de la suma de 0.194 y 1.07

Contestar

0.2528

Ejercicio9.5.44

Encuentra la diferencia de 6.1 de 2.7 y 2.7 de 4.03

Ejercicio9.5.45

Encuentra la diferencia de 0.071 de 42 y 0.003 de 9.2

Contestar

2.9544

Ejercicio9.5.46

Si una persona gana 8.55 dólares la hora, ¿cuánto gana en veinticinco centésimas de hora?

Ejercicio9.5.47

Un hombre compra 14 artículos a $1.16 cada uno. ¿Cuál es el costo total?

Contestar

$16.24

Ejercicio9.5.48

En el problema anterior, ¿cuánto es el costo total si se agrega 0.065 impuesto a las ventas?

Ejercicio9.5.49

Se supone que un viaje de rafting en el río durará 10 días y cada día se deben balear 6 millas. Al tercer día una persona cae de la balsa después$\frac{2}{5}$ de sólo el kilometraje de ese día. Si esta persona se desalienta y se retira, ¿qué fracción de todo el viaje completó?

Contestar

0.24

Ejercicio9.5.50

Una mujer inicia el día con 42.28 dólares. Ella compra un artículo por 8.95 dólares y otro por $6.68. Después compra otro artículo por sesenta y dos centésimas de la cantidad restante. ¿Cuánto dinero le queda?

Problemas de la calculadora

Para los siguientes 10 problemas, utilice una calculadora para determinar cada producto. Si la calculadora no proporciona el producto exacto, redondear los resultados a cinco decimales.

Ejercicio9.5.51

$0.019 \cdot 0.321$

Contestar

0.006099

Ejercicio9.5.52

$0.261 \cdot 1.96$

Ejercicio9.5.53

$4.826 \cdot 4.827$

Contestar

23.295102

Ejercicio9.5.54

$(9.46)^2$

Ejercicio9.5.55

$(0.012)^2$

Contestar

0.000144

Ejercicio9.5.56

$0.00037 \cdot 0.0065$

Ejercicio9.5.57

$0.002 \cdot 0.0009$

Contestar

0.0000018

Ejercicio9.5.58

$0.1286 \cdot 0.7699$

Ejercicio9.5.59

$0.01 \cdot 0.00000471$

Contestar

0.0000000471

Ejercicio9.5.60

$0.00198709 \cdot 0.03$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio9.5.61

Encuentra el valor, si existe, de$0 \div 15$.

Contestar

0

Ejercicio9.5.62

Encuentra el mayor factor común de 210, 231 y 357.

Ejercicio 9.5.63

Reducir $\frac{280}{2,156}$ a los términos más bajos.

Contestar

$\frac{10}{77}$

Ejercicio 9.5.64

Escribe “catorce ciento veintiuno diez milésimas, usando dígitos”.

Ejercicio 9.5.65

Restar 6.882 de 8.661 y redondear el resultado a dos decimales.

Contestar

1.78

This page titled 9.5: Multiplicación de decimales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

9.6: División de Decimales

Objetivos de aprendizaje

- entender el método utilizado para dividir decimales
- ser capaz de dividir un número decimal por un número entero distinto de cero y por otro número decimal distinto de cero
- ser capaz de simplificar una división de un decimal por una potencia de 10

La lógica detrás del método

Como hemos hecho con suma, resta y multiplicación de decimales, estudiaremos un método de división de decimales convirtiéndolos en fracciones, luego haremos una regla general.

Procederemos usando este ejemplo: Divide 196.8 por 6.

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 6)196.8 \\ \underline{18} \\ 16 \\ \underline{12} \\ 4 \end{array}$$

Tenemos, hasta este punto, dividido 196.8 por 6 y hemos conseguido un cociente de 32 con un resto de 4. Si seguimos nuestra intuición y bajamos el .8, tenemos la división$4.8 \div 6$.

$$\begin{aligned} 4.8 \div 6 &= 4\frac{8}{10} \div 6 \\ &= \underset{8}{\frac{48}{10}} \div \frac{6}{1} \\ &= \frac{\cancel{48}}{10} \cdot \frac{1}{\cancel{6}_{1}} \\ &= \frac{8}{10} \end{aligned}$$

Por lo tanto,$4.8 \div 6 = .8$.

Ahora, nuestra intuición y experiencia con la división nos dirigen a colocar el .8 inmediatamente a la derecha del 32.

$$\begin{array}{r} \text{Notice that the decimal points appear in the same column.} \\ \swarrow \\ 32.8 \\ \hline 6)\,196.8 \\ \underline{18} \\ 16 \\ \underline{12} \\ 4.8 \\ \underline{4.8} \\ 0 \end{array}$$

A partir de estas observaciones, sugerimos el siguiente método de división.

Un método para dividir un decimal por un número entero distinto de cero

Método de dividir un decimal por un número entero distinto de cero

Para dividir un decimal por un número entero distinto de cero:

> Escriba un punto decimal por encima de la línea de división y directamente sobre el punto decimal del dividendo.
> Proceder a dividir como si ambos números fueran números enteros.

Si, en el cociente, el primer dígito distinto de cero ocurre a la derecha del punto decimal, pero no en la posición décimas, coloque un cero en cada posición entre el punto decimal y el primer dígito distinto de cero del cociente.

Conjunto de Muestras A

Encuentra las representaciones decimales de los siguientes cocientes.

$114.1 \div 7 = 7$

Solución

$$\begin{array}{r} 16.3 \\ \hline 7\overline{)114.1} \\ \underline{7} \\ 44 \\ \underline{42} \\ 2.1 \\ \underline{2.1} \\ 0 \end{array}$$

Por lo tanto,$114.1 \div 7 = 16.3$

Comprobar: Si$114.1 \div 7 = 16.3$, entonces$7 \cdot 16.3$ debería ser igual a 114.1.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 4.2} \\ 16.3 \\ \times \quad 7 \\ \hline 114.1 \end{array}$$ Cierto.

Conjunto de Muestras A

$0.02068 \div 4$

Solución

$$\begin{array}{r} 0.00517 \\ \hline 4\overline{)0.02068} \\ \underline{20} \\ 6 \\ \underline{4} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

Colocar ceros en las posiciones décimas y centésimas. (Ver Paso 3.)

Por lo tanto,$0.02068 \div 4 = 0.00517$.

Conjunto de práctica A

Encuentra los siguientes cocientes.

$184.5 \div 3$

Contestar

61.5

Conjunto de práctica A

$16.956 \div 9$

Contestar

1.884

Conjunto de práctica A

$0.2964 \div 4$

Contestar

0.0741

Conjunto de práctica A

$0.000496 \div 8$

Contestar

0.000062

Un método para dividir un decimal por un decimal distinto de cero

Ahora que podemos dividir decimales por números enteros distintos de cero, estamos en condiciones de dividir decimales por un decimal distinto de cero. Lo haremos convirtiendo una división por decimal en una división por un número entero, proceso con el que ya estamos familiarizados. Ilustraremos el método usando este ejemplo: Divide 4.32 por 1.8.

Veamos este problema como $4\frac{32}{100} \div 1\frac{8}{10}$.

$$= \frac{4\frac{32}{100}}{1\frac{8}{10}}$$

$$= \frac{\frac{432}{100}}{\frac{18}{10}}$$

El divisor es $\frac{18}{10}$. Podemos $\frac{18}{10}$ convertir en un número entero si lo multiplicamos por 10.

$$\frac{18}{10} \cdot 10 = \frac{18}{\cancel{10}_{1}} \cdot \frac{\cancel{10}}{1} = 18$$

Pero, sabemos por nuestra experiencia con las fracciones, que si multiplicamos el denominador de una fracción por un número entero distinto de cero, debemos multiplicar el numerador por ese mismo número entero distinto de cero. Así, al convertir $\frac{18}{10}$ a un número entero multiplicándolo por 10, también debemos multiplicar el numerador $\frac{432}{100}$ por 10.

$$\frac{432}{100} \cdot 10 = \frac{432}{\cancel{100}_{10}} \cdot \frac{\cancel{10}^{1}}{1} = \frac{432 \cdot 1}{10 \cdot 1} = \frac{432}{10}$$

$$= 43\frac{2}{10}$$

$$= 43.2$$

Hemos convertido la división $4.32 \div 1.8$ en la división $43.2 \div 18$, es decir,

$1.8\overline{)4.32} \rightarrow 18\overline{)43.2}$

Observe lo ocurrido.

$$1.8\overline{)4.32} \longrightarrow 1\,8.\overline{)4\,3.2}$$

Si “movemos” el punto decimal del divisor un dígito a la derecha, también debemos “mover” el punto decimal del dividendo un lugar a la derecha. La palabra “mover” en realidad indica el proceso de multiplicación por una potencia de 10.

Método de dividir un decimal por un número decimal Para dividir un decimal por un decimal distinto de cero,

Convierte el divisor a un número entero moviendo el punto decimal a la posición inmediatamente a la derecha del último dígito del divisor.
Mueve el punto decimal del dividendo a la derecha el mismo número de dígitos que se movió en el divisor.
Establezca el punto decimal en el cociente colocando un punto decimal directamente encima del punto decimal recién ubicado en el dividendo.
Dividir como de costumbre.

Conjunto de Muestras B

Encuentra los siguientes cocientes.

$32.66 \div 7.1$

Solución

$7.1\overline{)32.66}$

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 71.\overline{)326.6} \\ \underline{284} \\ 42.6 \\ \underline{42.6} \\ 0 \end{array}$$

El divisor tiene una posición decimal.
Mueve el punto decimal tanto del divisor como del dividendo 1 lugar a la derecha.
Establezca el punto decimal.
Dividir como de costumbre.

Por lo tanto,$32.66 \div 7.1 = 4.6$

Comprobar:$32.66 \div 7.1 = 4.6$ si$4.6 \times 7.1 = 32.66$

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ \times 7.1 \\ \hline 46 \\ \underline{322} \\ 32.66 \end{array}$$ Cierto.

Conjunto de Muestras B

$1.0773 \div 0.513$

Solución

$7.1\overline{)32.66}$

$$\begin{array}{r} 2.1 \\ .513\overline{)1.077\,3} \\ \underline{1\,026} \\ 51\,3 \\ \underline{51\,3} \\ 0 \end{array}$$

El divisor tiene 3 decimales.
Mueve el punto decimal tanto del divisor como del dividendo 3 lugares a la derecha.
Establezca la posición decimal y divida.

Por lo tanto,$1.0773 \div 0.513 = 2.1$

Comprobando multiplicando 2.1 y 0.513 nos convencerá de que hemos obtenido el resultado correcto. (Pruébalo.)

Conjunto de Muestras B

$12 \div 0.00032$

Solución

$0.00032\overline{)12.00000}$

El divisor tiene 5 decimales.
Mueve el punto decimal tanto del divisor como del dividendo 5 lugares a la derecha. Habrá que sumar 5 ceros a 12.
Establezca la posición decimal y divida.

$$0.00032\overline{)12.00000}$$

el suyo es ahora lo mismo que la división de números enteros.

$$\begin{array}{r} 37500. \\ 32\overline{)1200000.} \\ \underline{96} \\ 240 \\ \underline{224} \\ 160 \\ \underline{160} \\ 000 \end{array}$$

La comprobación nos asegura eso$12 \div 0.00032 = 37,500$

Set de práctica B

Encuentra la representación decimal de cada cociente.

$9.176 \div 3.1$

Contestar

2.96

Set de práctica B

$5.0838 \div 1.11$

Contestar

4.58

Set de práctica B

$16 \div 0.0004$

Contestar

40,000

Set de práctica B

$8,162.41 \div 10$

Contestar

816.241

Set de práctica B

$8,162.41 \div 100$

Contestar

81.6241

Set de práctica B

$8,162.41 \div 1,000$

Contestar

8.16241

Set de práctica B

$8,162.41 \div 10,000$

Contestar

0.816241

Calculadoras

Las calculadoras pueden ser útiles para encontrar cocientes de números decimales. Como hemos visto con las otras operaciones de la calculadora, a veces solo podemos esperar resultados aproximados. Se nos avisa de resultados aproximados cuando la pantalla de la calculadora está llena de dígitos. Sabemos que es posible que la operación pueda producir más dígitos de los que la calculadora tiene la capacidad de mostrar. Por ejemplo, la multiplicación

$$\underbrace{0.12345}_{\text{5 decimal places}} \times \underbrace{0.4567}_{\text{4 decimal places}}$$

produce$5+4=9$ decimales. Una calculadora con pantalla de ocho dígitos solo tiene la capacidad de mostrar ocho dígitos, y los resultados de una aproximación. La forma de reconocer una posible aproximación se ilustra en el problema 3 del siguiente conjunto de muestras.

Conjunto de Muestras C

Encuentra cada cociente usando una calculadora. Si el resultado es una aproximación, redondea a cinco decimales.

$12.596 \div 4.7$

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	12.596	12.596
Prensa	÷	12.596
Tipo	4.7	4.7
Prensa	=	2.68

Dado que la pantalla no está llena, esperamos que este sea un resultado exacto.

Conjunto de Muestras C

$0.5696376 \div 0.00123$

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	.5696376	0.5696376
Prensa	÷	0.5696376
Tipo	.00123	0.00123
Prensa	=	463.12

Dado que la pantalla no está llena, esperamos que este resultado sea preciso.

Conjunto de Muestras C

$0.8215199 \div 4.113$

Solución

		Lee en pantalla
Tipo	.8215199	0.8215199
Prensa	÷	0.8215199
Tipo	4.113	4.113
Prensa	=	0.1997373

Hay OCHO DIGITOS — DISPLAY LLENADO ESTAR AL TANTO DE POSIBLES APROXIMACIONES.

Podemos verificar una posible aproximación de la siguiente manera. Dado que la división se $\begin{array}{r} 3 \\ \hline 4)12 \end{array}$ puede verificar multiplicando 4 y 3, podemos verificar nuestra división realizando la multiplicación

$$\underbrace{4.113}_{\text{3 decimal places}} \times \underbrace{0.1997373}_{\text{7 decimal places}}$$

Esta multiplicación produce dígitos$3+7=10$ decimales. Pero nuestro cociente sospechoso contiene sólo 8 dígitos decimales. Concluimos que la respuesta es una aproximación. Entonces, redondeando a cinco decimales, obtenemos 0.19974.

Set de práctica C

Encuentra cada cociente usando una calculadora. Si el resultado es una aproximación, redondea a cuatro decimales.

$42.49778 \div 14.261$

Contestar

2.98

Set de práctica C

$0.001455 \div 0.291$

Contestar

0.005

Set de práctica C

$7.459085 \div 2.1192$

Contestar

3.5197645 es un resultado aproximado. Redondeando a cuatro decimales, obtenemos 3.5198

Dividiendo decimales por potencias de 10

En los problemas 4 y 5 del Conjunto de Práctica B, encontramos las representaciones decimales de$8,162.41 \div 10$ y $8,162.41 \div 100$. Veamos cada uno de estos de nuevo y luego, a partir de estas observaciones, hagamos una declaración general respecto a la división de un número decimal por una potencia de 10.

$$
\begin{array}{r}
816.241 \\
\hline
10)\overline{8162.410} \\
80 \\
\hline
16 \\
10 \\
\hline
62 \\
60 \\
\hline
24 \\
20 \\
\hline
41 \\
40 \\
\hline
10 \\
10 \\
\hline
0
\end{array}
$$

Por lo tanto,$8,162.41 \div 10 = 816.241$

Observe que el divisor 10 está compuesto por uno 0 y que el cociente 816.241 se puede obtener del dividendo 8,162.41 moviendo el punto decimal un lugar a la izquierda.

$$
\begin{array}{r}
81.6241 \\
\hline
100)\overline{8162.4100} \\
800 \\
\hline
162 \\
100 \\
\hline
624 \\
600 \\
\hline
241 \\
200 \\
\hline
410 \\
400 \\
\hline
100 \\
100 \\
\hline
0
\end{array}
$$

Por lo tanto,$8,162.41 \div 100 = 81.6241$

Observe que el divisor 100 está compuesto por dos 0's y que el cociente 81.6241 se puede obtener del dividendo moviendo el punto decimal dos lugares hacia la izquierda.

Usando estas observaciones, podemos sugerir el siguiente método para dividir los números decimales por potencias de 10.

Dividir una Fracción Decimal por una Potencia de 10
Para dividir una fracción decimal por una potencia de 10, mueva el punto decimal de la fracción decimal *hacia la izquierda* tantos lugares como ceros haya en la potencia de 10. Agrega ceros si es necesario.

Conjunto de Muestras D

Encuentra cada cociente.

$9,248.6 \div 100$

Solución

Ya que hay 2 ceros en esta potencia de 10, movemos el punto decimal 2 lugares hacia la izquierda.

$92\overset{\curvearrowleft}{48.6} \div 100 = 92.486$

Conjunto de Muestras D

$3.28 \div 10,000$

Solución

Ya que hay 4 ceros en esta potencia de 10, movemos el punto decimal 4 lugares hacia la izquierda. Para ello, necesitamos sumar tres ceros.

$\overset{\curvearrowleft}{0003.28} \div 10,000 = 0.000328$

Set de Práctica D

Encuentra la representación decimal de cada cociente.

$182.5 \div 10$

Contestar

18.25

Set de Práctica D

$182.5 \div 100$

Contestar

1.825

Set de Práctica D

$182.5 \div 1,000$

Contestar

0.1825

Set de Práctica D

$182.5 \div 10,000$

Contestar

0.01825

Set de Práctica D

$646.18 \div 100$

Contestar

6.4618

Set de Práctica D

$21.926 \div 1,000$

Contestar

0.021926

Ejercicios

Para los siguientes 30 problemas, encuentra la representación decimal de cada cociente. Usa una calculadora para verificar cada resultado.

Ejercicio9.6.1

$4.8 \div 3$

Contestar

1.6

Ejercicio9.6.2

$16.8 \div 8$

Ejercicio9.6.3

$18.5 \div 5$

Contestar

3.7

Ejercicio9.6.4

$12.33 \div 3$

Ejercicio9.6.5

$54.36 \div 9$

Contestar

6.04

Ejercicio9.6.6

$73.56 \div 12$

Ejercicio9.6.7

$159.46 \div 17$

Contestar

9.38

Ejercicio9.6.8

$12.16 \div 64$

Ejercicio9.6.9

$37.26 \div 81$

Contestar

0.46

Ejercicio9.6.10

$439.35 \div 435$

Ejercicio9.6.11

$36.98 \div 4.3$

Contestar

8.6

Ejercicio9.6.12

$46.41 \div 9.1$

Ejercicio9.6.13

$3.6 \div 1.5$

Contestar

2.4

Ejercicio9.6.14

$0.68 \div 1.7$

Ejercicio9.6.15

$60.301 \div 8.1$

Contestar

6.21

Ejercicio9.6.16

$2.832 \div 0.4$

Ejercicio9.6.17

$4.7524 \div 2.18$

Contestar

2.18

Ejercicio9.6.18

$16.2409 \div 4.03$

Ejercicio9.6.19

$1.002001 \div 1.001$

Contestar

1.001

Ejercicio9.6.20

$25.050025 \div 5.005$

Ejercicio9.6.21

$12.4 \div 3.1$

Contestar

4

Ejercicio9.6.22

$0.48 \div 0.08$

Ejercicio9.6.23

$30.24 \div 2.16$

Contestar

14

Ejercicio9.6.24

$48.87 \div 0.87$

Ejercicio9.6.25

$12.321 \div 0.111$

Contestar

111

Ejercicio9.6.26

$64,351.006 \div 10$

Ejercicio9.6.27

$64,351.006 \div 100$

Contestar

643.51006

Ejercicio9.6.28

$64,351.006 \div 1,000$

Ejercicio9.6.29

$64,351.006 \div 1,000,000$

Contestar

0.064351006

Ejercicio9.6.30

$0.43 \div 100$

Para los siguientes 5 problemas, encuentra cada cociente. Redondear a la posición especificada. Se puede usar una calculadora.

Ejercicio9.6.31

$11.2944 \div 6.24$

Cociente Real	Décimas	centésimas	milésimas

Contestar

Cociente Real	Décimas	Cientos	milésimas
1.81	1.8	1.81	1.810

Ejercicio9.6.32

$45.32931 \div 9.01$

Cociente Real	Décimas	centésimas	milésimas

Ejercicio9.6.33

$3.18186 \div 0.66$

Cociente Real	Décimas	centésimas	milésimas

Contestar

Cociente Real	Décimas	Cientos	milésimas
4.821	4.8	4.82	4.821

Ejercicio9.6.34

$4.3636 \div 4$

Cociente Real	Décimas	centésimas	milésimas

Ejercicio9.6.35

$0.00006318 \div 0.018$

Cociente Real	Décimas	centésimas	milésimas

Contestar

Cociente Real	Décimas	Cientos	milésimas
0.00351	0.0	0.00	0.004

Para los siguientes 9 problemas, encuentra cada solución.

Ejercicio9.6.36

Dividir el producto de 7.4 y 4.1 por 2.6.

Ejercicio9.6.37

Dividir el producto de 11.01 y 0.003 por 2.56 y redondear a dos decimales.

Contestar

0.01

Ejercicio9.6.38

Dividir la diferencia de los productos de 2.1 y 9.3, y 4.6 y 0.8 por 0.07 y redondear a un decimal.

Ejercicio9.6.1

Un anillo con un costo de 567.08 dólares se pagará en pagos mensuales iguales de 46.84 dólares. ¿En cuántos meses se pagará el anillo?

Contestar

12.11 meses

Ejercicio9.6.39

Seis latas de cola cuestan $2.58. ¿Cuál es el precio de una lata?

Ejercicio9.6.1

Una familia viajó 538,56 millas en su automóvil en un día en sus vacaciones. Si su auto usaba 19.8 galones de gasolina, ¿cuántas millas por galón obtuvo?

Contestar

27.2 millas por galón

Ejercicio9.6.40

Tres estudiantes universitarios deciden rentar un departamento juntos. La renta es de $812.50 mensuales. ¿Cuánto debe aportar cada persona para la renta?

Ejercicio9.6.41

Una mujer nota que a baja velocidad su videograbadora recorre 296.80 unidades de cinta en 10 minutos y a velocidad rápida a través de 1098.16 unidades de cinta. ¿Cuántas veces más rápida es la velocidad rápida que la velocidad lenta?

Contestar

3.7

Ejercicio9.6.42

Una clase de 34 estudiantes de primer semestre de derecho empresarial pagan un total de $1,354.90, sin tener en cuenta el impuesto a las ventas, por sus libros de texto de derecho. ¿Cuál es el costo de cada libro?

Problemas de la calculadora

Para los siguientes problemas, use la calculadora para encontrar los cocientes. Si el resultado es aproximado (ver Conjunto de Muestras C) redondea el resultado a tres decimales.

Ejercicio9.6.43

$3.8994 \div 2.01$

Contestar

1.94

Ejercicio 9.6.44

$0.067444 \div 0.052$

Ejercicio 9.6.45

$14,115.628 \div 484.74$

Contestar

29.120

Ejercicio 9.6.46

$219,709.36 \div 9941.6$

Ejercicio 9.6.47

$0.0852092 \div 0.49271$

Contestar

0.173

Ejercicio 9.6.48

$2.4858225 \div 1.11611$

Ejercicio 9.6.49

$0.123432 \div 0.1111$

Contestar

1.111

Ejercicio 9.6.50

$2.102838 \div 1.0305$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio 9.6.51

Convertir $4\frac{7}{8}$ a una fracción impropia.

Contestar

$\frac{39}{8}$

Ejercicio 9.6.52

$\frac{2}{7}$ de que numero es $\frac{4}{5}$?

Ejercicio 9.6.53

Encuentra la suma. $\frac{4}{15}+\frac{7}{10}+\frac{3}{5}$.

Contestar

$\frac{47}{30}$ o $1\frac{17}{30}$

Ejercicio 9.6.54

Redondea 0.01628 a las diez milésimas más cercanas.

Ejercicio 9.6.55

Encuentra el producto (2.06) (1.39)

Contestar

2.8634

This page titled 9.6: División de Decimales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

9.7: Divisiones no terminadoras

Objetivos de aprendizaje

- entender el significado de una división no terminante
- ser capaz de reconocer un número no terminante por su notación

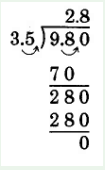
Divisiones no terminadoras

Consideremos dos divisiones:

$$9.8 \div 3.5$$
$$4 \div 3$$

Definición: Divisiones de terminación

Anteriormente, hemos considerado las divisiones como ejemplo, que es un ejemplo de una división de terminación. Una **división de terminación** es una división en la que el cociente termina después de varias divisiones (el *resto es cero*).

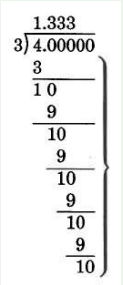


Definición: Divisiones exactas

El cociente en este problema termina en la posición décimas. Las divisiones de terminación también se llaman **divisiones exactas**.

Definición: División no terminante

La división en el ejemplo es un ejemplo de una división no terminante. Una **división no terminante** es una división que, independientemente de lo lejos que la llevemos a cabo, *siempre tiene un resto*.



Definición: Decimal repetido

Podemos ver que el patrón en el corsé se repite sin cesar. Tal cociente decimal se llama **decimal repetido**.

Denotando cocientes no terminantes

Usamos tres puntos al final de un número para indicar que un patrón se repite sin cesar.

$$4 \div 3 = 1.333\ldots$$

Otra forma, además de usar tres puntos, de denotar un patrón que se repite sin cesar es escribir una barra ($\bar{}$) por encima de la secuencia repetitiva de dígitos.

$$4 \div 3 = 1.\bar{3}$$

La barra indica el patrón repetido de 3.

Los patrones repetitivos en una división se pueden descubrir de dos maneras:

A medida que avanza el proceso de división, si el resto alguna vez es el mismo que el dividendo, se puede concluir que la división no termina y que el patrón en el cociente se repite. Este hecho se ilustra en Ejemplo de Conjunto de Muestras A. A medida que avanza el proceso de división, si el patrón de "producto, diferencia" se repite dos veces consecutivas, se puede concluir que la división es no terminante y que el patrón en el cociente se repite. Este hecho se ilustra en el Ejemplo y 4 del Conjunto de Muestras A.

Conjunto de Muestras A

Realizar cada división hasta que se pueda determinar el patrón repetitivo.

$100 \div 27$

Solución

$$
\begin{array}{r}
3.70370 \\
27\overline{)100.00000} \\
\underline{81} \\
19\,0 \\
\underline{18\,9} \\
100 \\
\underline{81} \\
190 \\
189
\end{array}
$$

Cuando el resto es idéntico al dividendo, la división no termina. Esto implica que el patrón en el cociente se repite.

$100 \div 27 = 3.70370370..$El bloque de repetición es 703.
$100 \div 27 = 3.\overline{703}$

Conjunto de Muestras A

$1 \div 9$

Solución

$$
\begin{array}{r}
.111 \\
9\overline{)1.000} \\
\underline{9} \\
10 \\
\underline{9} \\
10 \\
\underline{9} \\
1
\end{array}
$$

Vemos que este patrón de "producto, diferencia" se repite. Podemos concluir que la división es no terminante y que el cociente se repite.

$1 \div 9 = 0.111\ldots$El bloque de repetición es 1.
$1 \div 9 = 0.\overline{1}$

Conjunto de Muestras A

Divide 2 por 11 y redondea a 3 decimales.

Solución

Como deseamos redondear el cociente a tres decimales, llevaremos a cabo la división para que el cociente tenga cuatro decimales.

$$
\begin{array}{r}
.1818 \\
11\overline{)2.0000} \\
\underline{1.1} \\
90 \\
\underline{88} \\
20 \\
\underline{11} \\
90
\end{array}
$$

El número .1818 redondeado a tres decimales es .182. Así, corregir a tres decimales,

$2 \div 11 = 0.182$

Conjunto de Muestras A

Divide 1 por 6.

Solución

$$
\begin{array}{r}
.166 \\
6\overline{)1.000} \\
\underline{6} \\
40 \\
\underline{36} \\
40 \\
\underline{36} \\
4
\end{array}
$$

Vemos que este patrón de “producto, diferencia” se repite. Podemos concluir que la división es no terminante y que el cociente se repite en el 6.

$1 \div 6 = 0.16\overline{6}$

Conjunto de práctica A

Llevar a cabo las siguientes divisiones hasta que se pueda determinar el patrón repetitivo.

$1 \div 3$

Responder

$0.\overline{3}$

Conjunto de práctica A

$5 \div 6$

Responder

$0.8\overline{3}$

Conjunto de práctica A

$11 \div 9$

Responder

$1.\overline{2}$

Conjunto de práctica A

$17 \div 9$

Responder

$1.\overline{8}$

Conjunto de práctica A

Divide 7 por 6 y redondea a 2 decimales.

Responder

1.17

Conjunto de práctica A

Divide 400 por 11 y redondea a 4 decimales.

Responder

36.3636

Ejercicios

Para los siguientes 20 problemas, realice cada división hasta que se determine el patrón repetitivo. Si un patrón de repetición no es aparente, redondea el cociente a tres decimales.

Ejercicio 9.7.1

$4 \div 9$

Responder

$0.\overline{4}$

Ejercicio 9.7.2

$8 \div 11$

Ejercicio 9.7.3

$4 \div 25$

Responder

0.16

Ejercicio 9.7.4

$5 \div 6$

Ejercicio 9.7.5

$1 \div 7$

Responder

$0.\overline{142857}$

Ejercicio9.7.6

$3 \div 1.1$

Ejercicio9.7.7

$20 \div 1.9$

Responder

10.526

Ejercicio9.7.8

$10 \div 2.7$

Ejercicio9.7.9

$1.11 \div 9.9$

Responder

$0.1\overline{12}$

Ejercicio9.7.10

$8.08 \div 3.1$

Ejercicio9.7.11

$51 \div 8.2$

Responder

$6.\overline{21951}$

Ejercicio9.7.12

$0.213 \div 0.31$

Ejercicio9.7.13

$0.009 \div 1.1$

Responder

$0.00\overline{81}$

Ejercicio9.7.14

$6.03 \div 1.9$

Ejercicio9.7.15

$0.518 \div 0.62$

Responder

0.835

Ejercicio9.7.16

$1.55 \div 0.27$

Ejercicio9.7.17

$0.333 \div 0.999$

Responder

$0.\overline{3}$

Ejercicio9.7.18

$0.444 \div 0.999$

Ejercicio9.7.19

$0.555 \div 0.27$

Responder

$2.0\overline{5}$

Ejercicio9.7.20

$3.8 \div 0.99$

Problemas con la calculadora

Para los siguientes 10 problemas, utilice una calculadora para realizar cada división.

Ejercicio9.7.21

$7 \div 9$

Responder

$0.\overline{7}$

Ejercicio9.7.22

$8 \div 11$

Ejercicio9.7.23

$14 \div 27$

Responder

$0.\overline{518}$

Ejercicio 9.7.24

$1 \div 44$

Ejercicio 9.7.25

$2 \div 44$

Responder

$0.0\overline{45}$

Ejercicio 9.7.26

$0.7 \div 0.9$(Compárelo con el ejercicio anterior)

Ejercicio 9.7.27

$80 \div 110$(Compárelo con el ejercicio anterior)

Responder

$0.\overline{72}$

Ejercicio 9.7.28

$0.0707 \div 0.7070$

Ejercicio 9.7.29

$0.1414 \div 0.2020$

Responder

0.7

Ejercicio 9.7.30

$1 \div 0.9999999$

Ejercicio para revisión

Ejercicio 9.7.31

En el número 411,105, ¿cuántos diez miles hay?

Responder

1

Ejercicio9.7.32

Encuentra el cociente, si existe. $17 \div 0$.

Ejercicio9.7.33

Encuentra el mínimo común múltiplo de 45, 63 y 98.

Responder

4410

Ejercicio9.7.34

Restar 8.01629 de 9.00187 y redondear el resultado a tres decimales.

Ejercicio9.7.35

Encuentra el cociente. $104.06 \div 12.1$.

Responder

8.6

9.7: Divisiones no terminadoras is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

9.8: Convertir una Fracción a Decimal

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de convertir una fracción a un decimal

Ahora que hemos estudiado y practicado dividir con decimales, también somos capaces de convertir una fracción a decimal. Para ello solo necesitamos recordar que una barra de fracciones también puede ser un símbolo de división. Así, $\frac{3}{4}$ no sólo significa “3 objetos de 4”, sino que también puede significar “3 divididos por 4”.

Conjunto de Muestras A

Convierte las siguientes fracciones a decimales. Si la división no termina, redondear a dos decimales.

$\frac{3}{4}$. Divide 3 por 4.

Solución

$$4\overline{)3.00}$$
$$\underline{2.8}$$
$$20$$
$$\underline{20}$$
$$0$$

Así, $\frac{3}{4} = 0.75$.

Conjunto de Muestras A

$\frac{1}{5}$. Divide 1 por 5.

Solución

$$5\overline{)1.0}$$
$$\underline{1.0}$$
$$0$$

Así, $\frac{1}{5} = 0.2$.

Conjunto de Muestras A

$\frac{5}{6}$. Divide 5 por 6.

Solución

$$\begin{array}{r} .833 \\ 6\overline{)5.000} \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

This recurring remainder indicates that the division is nonterminating.

$\frac{5}{6} = 0.833\ldots$Estamos para redondear a dos decimales.

Así, $\frac{5}{6} = 0.83$ a dos decimales.

Conjunto de Muestras A

$5\frac{1}{8}$. Tenga en cuenta que$5\frac{1}{8}=5+\frac{1}{8}$

Solución

Convertir$\frac{1}{8}$ a decimal.

$$\begin{array}{r} .125 \\ \hline 8)1.000 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$\frac{1}{8}=.125$

Así,$5\frac{1}{8}=5+\frac{1}{8}=5+.125=5.125$.

Conjunto de Muestras A

$\boxed{0.16 \dfrac{1}{4}}$. Se trata de un decimal complejo.

Solución

Tenga en cuenta que el 6 está en la posición de centésimas.

El número$0.16\frac{1}{4}$ se lee como “dieciséis y un cuarto centésimas”.

$$0.16\frac{1}{4}=\frac{16\frac{1}{4}}{100}=\frac{\frac{16\cdot 4+1}{4}}{100}=\frac{\frac{65}{4}}{\frac{100}{1}}=\frac{\cancel{65}^{13}}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{100}_{20}}=\frac{13\cdot 1}{4\cdot 20}=\frac{13}{80}.$$

Ahora, convierte$\frac{13}{80}$ a decimal.

$$\begin{array}{r} .1625 \\ \hline 80)13.0000 \\ \underline{8\,0} \\ 5\,00 \\ \underline{4\,80} \\ 200 \\ \underline{160} \\ 400 \\ \underline{400} \\ 0 \end{array}$$

Así,$0.16\frac{1}{4}=0.1625$

Conjunto de práctica A

Convierte las siguientes fracciones y decimales complejos a decimales (en los que no aparecen fracciones propias). Si la división no termina, redondear a dos decimales.

$\frac{1}{4}$

Contestar

0.25

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{25}$

Contestar

0.04

Conjunto de práctica A

$\frac{1}{6}$

Contestar

0.17

Conjunto de práctica A

$\frac{15}{16}$

Contestar

0.9375

Conjunto de práctica A

$0.9\frac{1}{2}$

Contestar

0.95

Conjunto de práctica A

$8.0126\frac{3}{8}$

Contestar

8.0126375

Ejercicios

Para los siguientes 30 problemas, convierta cada fracción o número decimal complejo a un decimal (en el que no aparezcan fracciones propias).

Ejercicio 9.8.1

$\frac{1}{2}$

Contestar

0.5

Ejercicio 9.8.2

$\frac{4}{5}$

Ejercicio 9.8.3

$\frac{7}{8}$

Contestar

0.875

Ejercicio 9.8.4

$\frac{5}{8}$

Ejercicio 9.8.5

$\frac{3}{5}$

Contestar

0.6

Ejercicio 9.8.6

$\frac{2}{5}$

Ejercicio 9.8.7

$\frac{1}{25}$

Contestar

0.04

Ejercicio 9.8.8

$\frac{3}{25}$

Ejercicio 9.8.9

$\frac{1}{20}$

Contestar

0.05

Ejercicio 9.8.10

$\frac{1}{15}$

Ejercicio 9.8.11

$\frac{1}{50}$

Contestar

0.02

Ejercicio 9.8.12

$\frac{1}{75}$

Ejercicio 9.8.13

$\frac{1}{3}$

Contestar

$0.\overline{3}$

Ejercicio 9.8.14

$\frac{5}{6}$

Ejercicio 9.8.15

$\frac{3}{16}$

Contestar

0.1875

Ejercicio 9.8.16

$\frac{9}{16}$

Ejercicio9.8.17

$\frac{1}{27}$

Contestar

$0.0\overline{37}$

Ejercicio9.8.18

$\frac{5}{27}$

Ejercicio9.8.19

$\frac{7}{13}$

Contestar

$0.\overline{538461}$

Ejercicio9.8.20

$\frac{9}{14}$

Ejercicio9.8.21

$7\frac{2}{3}$

Contestar

$7.\overline{6}$

Ejercicio9.8.22

$8\frac{5}{16}$

Ejercicio9.8.23

$1\frac{2}{15}$

Contestar

$1.1\overline{3}$

Ejercicio9.8.24

$65\frac{5}{22}$

Ejercicio 9.8.25

$101\frac{6}{25}$

Contestar

101.24

Ejercicio 9.8.26

$0.1\frac{1}{2}$

Ejercicio 9.8.27

$0.24\frac{1}{8}$

Contestar

0.24125

Ejercicio 9.8.28

$5.66\frac{2}{3}$

Ejercicio 9.8.29

$810.3106\frac{5}{16}$

Contestar

810.31063125

Ejercicio 9.8.30

$4.1\frac{1}{9}$

Para los siguientes 18 problemas, convierta cada fracción a un decimal. Redondear a cinco decimales.

Ejercicio 9.8.31

$\frac{1}{9}$

Contestar

0.11111

Ejercicio 9.8.32

$\frac{2}{9}$

Ejercicio 9.8.33

$\frac{3}{9}$

Contestar

0.33333

Ejercicio 9.8.34

$\frac{4}{9}$

Ejercicio 9.8.35

$\frac{5}{9}$

Contestar

0.55556

Ejercicio 9.8.36

$\frac{6}{9}$

Ejercicio 9.8.37

$\frac{7}{9}$

Contestar

0.77778

Ejercicio 9.8.38

$\frac{8}{9}$

Ejercicio 9.8.39

$\frac{1}{11}$

Contestar

0.09091

Ejercicio 9.8.40

$\frac{2}{11}$

Ejercicio9.8.41

$\frac{3}{11}$

Contestar

0.27273

Ejercicio9.8.42

$\frac{4}{11}$

Ejercicio9.8.43

$\frac{5}{11}$

Contestar

0.45455

Ejercicio9.8.44

$\frac{6}{11}$

Ejercicio9.8.45

$\frac{7}{11}$

Contestar

0.63636

Ejercicio9.8.46

$\frac{8}{11}$

Ejercicio9.8.47

$\frac{9}{11}$

Contestar

0.81818

Ejercicio9.8.48

$\frac{10}{11}$

Problemas de la calculadora

Para los siguientes problemas, utilice una calculadora para convertir cada fracción a un decimal. Si no parece existir un patrón repetitivo, redondear a cuatro decimales.

Ejercicio 9.8.49

$\frac{16}{125}$

Contestar

0.128

Ejercicio 9.8.50

$\frac{85}{311}$

Ejercicio 9.8.51

$\frac{192}{197}$

Contestar

0.9746

Ejercicio 9.8.52

$\frac{1}{1469}$

Ejercicio 9.8.53

$\frac{4}{21,015}$

Contestar

0.0002

Ejercicio 9.8.54

$\frac{81,426}{106,001}$

Ejercicio 9.8.55

$\frac{16,501}{426}$

Contestar

38.7347

Ejercicios para la revisión

Ejercicio 9.8.56

Redondear 2,105,106 a los cien mil más cercanos.

Ejercicio9.8.57

$\frac{8}{5}$de que numero es$\frac{3}{2}$?

Contestar

$\frac{15}{16}$

Ejercicio9.8.58

Organizar$1\frac{9}{16}1\frac{5}{8}$,, y$1\frac{7}{12}$ en orden creciente.

Ejercicio9.8.59

Convierte el decimal complejo$3.6\frac{5}{4}$ en una fracción.

Contestar

$3\frac{29}{40}$o 3.725

Ejercicio9.8.60

Encuentra el cociente. $30 \div 1.1$.

9.8: Convertir una Fracción a Decimal is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de combinar operaciones con decimales

Habiendo considerado operaciones con decimales y fracciones, ahora consideramos operaciones que involucran tanto decimales como fracciones.

Conjunto de Muestras A

Realizar las siguientes operaciones.

$0.38 \cdot \frac{1}{4}$. Convierte ambos números a decimales o ambos números a fracciones. Convertiremos a decimales.

Solución

$$\begin{array}{r} .25 \\ 4\overline{)1.00} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Para convertir $\frac{1}{4}$ a decimal, divida 1 por 4.

Ahora multiplicar 0.38 y .25.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ .38 \\ \times .25 \\ \hline 190 \\ \underline{76} \\ .0950 \end{array}$$

Así, $0.38 \cdot \frac{1}{4} = 0.095$.

En los problemas que siguen, las conversiones de fracción a decimal, o decimal a fracción, y algunas de las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones se te dejarán a ti.

Conjunto de Muestras A

$1.85 + \frac{3}{8} \cdot 4.1$. Convertir $\frac{3}{8}$ a decimal.

Solución

$1.85 + 0.375 \cdot 4.1$ Multiplica antes de sumar.

$1.85 + 1.5375$ Ahora agrega.

3.3875

Conjunto de Muestras A

$\frac{5}{13}(\frac{4}{5} - 0.28)$ Convierte 0.28 en una fracción.

Solución

$$\begin{aligned}\frac{5}{13}\left(\frac{4}{5}-\frac{28}{100}\right) &= \frac{5}{13}\left(\frac{4}{5}-\frac{7}{25}\right)\\ &= \frac{5}{13}\left(\frac{20}{25}-\frac{7}{25}\right)\\ &= \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{13}^{1}}\cdot\frac{\cancel{13}^{5}}{\cancel{25}^{5}}\\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

Conjunto de Muestras A

$$\begin{aligned}\frac{0.125}{1\frac{1}{3}}+\frac{1}{16}-0.1211 &= \frac{\frac{125}{1000}}{\frac{4}{3}}+\frac{1}{16}-0.1211\\ &= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{3}}+\frac{1}{16}-0.1211\\ &= \frac{1}{8}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{16}-0.1211\\ &= \frac{3}{32}+\frac{1}{16}-0.1211\\ &= \frac{3}{32}+\frac{1}{16}-0.1211=\frac{5}{32}-0.1211\\ &= 0.15625-0.1211\\ &= 0.03515 \qquad \text{Convert this to fraction form}\\ &= \frac{3515}{100,000}\\ &= \frac{703}{20,000}\end{aligned}$$

Conjunto de práctica A

Realizar las siguientes operaciones.

$\frac{3}{5}+1.6$

Contestar

2.2 o$2\frac{1}{5}$

Conjunto de práctica A

$8.91+\frac{1}{5}\cdot 1.6$

Contestar

9.23

Conjunto de práctica A

$1\frac{9}{16}(6.12+\frac{7}{25})$

Contestar

10

Conjunto de práctica A

$\frac{0.156}{1\frac{11}{15}}-0.05$

Contestar

$\frac{1}{25}$o 0.04

Ejercicios

Ejercicio9.9.1

$\frac{3}{10}+0.7$

Contestar

1

Ejercicio9.9.2

$\frac{1}{5}+0.1$

Ejercicio9.9.3

$\frac{5}{8}-0.513$

Contestar

0.112

Ejercicio9.9.4

$0.418-\frac{67}{200}$

Ejercicio9.9.5

$0.22\cdot\frac{1}{4}$

Contestar

0.055

Ejercicio9.9.6

$\frac{3}{5} \cdot 8.4$

Ejercicio9.9.7

$\frac{1}{25} \cdot 3.19$

Contestar

0.1276

Ejercicio9.9.8

$\frac{3}{20} \div 0.05$

Ejercicio9.9.9

$\frac{7}{40} \div 0.25$

Contestar

0.7

Ejercicio9.9.10

$1\frac{1}{15} \div 0.9 \cdot 0.12$

Ejercicio9.9.11

$9.26 + \frac{1}{4} \cdot 0.81$

Contestar

9.4625

Ejercicio9.9.12

$0.588 + \frac{1}{40} \cdot 0.24$

Ejercicio9.9.13

$\frac{1}{20} + 3.62 \cdot \frac{3}{8}$

Contestar

1.4075

Ejercicio9.9.14

$7+0.15 \div \frac{3}{30}$

Ejercicio9.9.15

$\frac{15}{16} \cdot (\frac{7}{10}-0.5)$

Contestar

0.1875

Ejercicio9.9.16

$0.2 \cdot (\frac{7}{20}+1.1143)$

Ejercicio9.9.17

$\frac{3}{4} \cdot (0.875+\frac{1}{8})$

Contestar

0.75

Ejercicio9.9.18

$5.198-0.26 \cdot (\frac{14}{250}+0.119)$

Ejercicio9.9.19

$0.5\frac{1}{4}+(0.3)^2$

Contestar

0.615

Ejercicio9.9.20

$(1.4)^2-1.6\frac{1}{2}$

Ejercicio9.9.21

$(\frac{3}{8})^2-0.000625+(1.1)^2$

Contestar

1.35

Ejercicio 9.9.22

$(0.6)^2 \cdot (\frac{1}{20} - \frac{1}{25})$

Ejercicio 9.9.23

$(\frac{1}{2})^2 - 0.125$

Contestar

0.125

Ejercicio 9.9.24

$$\frac{\frac{0.75}{4\frac{1}{2}} + \frac{5}{12}}$$

Ejercicio 9.9.25

$$(\frac{\frac{0.375}{2\frac{1}{16}} - \frac{1}{33})$$

Contestar

$0.\overline{15}$

Ejercicio 9.9.26

$8\frac{1}{3} \cdot (\frac{1\frac{1}{4}}{2.25} + \frac{9}{25})$

Ejercicio 9.9.27

$$\frac{\frac{0.32}{12}}{\frac{35}{0.35}}$$

Contestar

$2.\bar{6}$

Ejercicio 9.9.28

$$\frac{(\sqrt{\frac{49}{64}} - 5)0.125}{1.375}$$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio 9.9.29

¿Es 21.480 divisible por 3?

Contestar

si

Ejercicio 9.9.30

Ampliar 14^4. No encuentre el valor real.

Ejercicio 9.9.31

Encuentra la factorización prima de 15.400.

Contestar

$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$

Ejercicio 9.9.32

Convierte 8.016 en una fracción.

Ejercicio 9.9.33

Encuentra el cociente.

Contestar

$0.\overline{592}$

9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

9.10: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Punto decimal
Un punto *decimal es un punto* que separa el dígito de unidades del dígito décimo.

Fracción decimal o *decimal*
Una fracción decimal es una fracción cuyo denominador es una potencia de diez.

Convertir un Decimal a una Fracción Los
decimales se pueden convertir en fracciones diciendo el número decimal en palabras, luego escribiendo lo que se dijo.

Redondeo de decimales Los
decimales se redondean de la misma manera que se redondean los números enteros.

Suma **y resta de decimales**
Para sumar o restar decimales,

Alinee los números verticalmente para que los puntos decimales se alineen uno debajo del otro y las posiciones decimales correspondientes estén en la misma columna.
Sumar o restar los números como si fueran números enteros.
Coloque un punto decimal en la suma resultante directamente debajo de los otros puntos decimales.

Multiplicación de decimales
Para multiplicar dos decimales,

Multiplique los números como si fueran números enteros.
Encuentra la suma del número de decimales en los factores.
El número de decimales en el producto es el número que se encuentra en el paso 2.

Multiplicar decimales por potencias de 10
Para multiplicar un decimal por una potencia de 10, mueve el punto decimal hacia la derecha tantos lugares como ceros haya en la potencia de diez. Agrega ceros si es necesario.

División de un decimal por un decimal
Para dividir un decimal por un decimal distinto de cero,

Convierte el divisor a un número entero moviendo el punto decimal hasta que aparezca a la derecha del último dígito del divisor.
Mueve el punto decimal del dividendo a la derecha el mismo número de dígitos que se movió en el divisor.
Proceder a dividir.
Localiza el decimal en la respuesta sacándolo directamente del dividendo.

Dividir decimales por potencias de 10
Para dividir un decimal por una potencia de 10, mueva el punto decimal hacia la izquierda tantos lugares como ceros haya en la potencia de diez. Agrega ceros si es necesario.

Divisiones de *terminación*
Una división de terminación es una división en la que el cociente termina después de varias divisiones. Las divisiones de terminación también se llaman divisiones exactas.

Divisiones no terminantes
Una *división no terminadora* es una división que, independientemente de lo lejos que se lleve a cabo, siempre tiene un resto. Las divisiones no terminantes también se denominan divisiones no exactas.

Convertir fracciones a decimales
Una fracción se puede convertir a decimal dividiendo el numerador por el denominador.

9.10: Resumen de conceptos clave is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

9.11: Suplemento de ejercicio

Lectura y escritura de decimales

Ejercicio9.11.1

El dígito decimal que aparece dos lugares a la derecha del punto decimal está en la posición.

Responder

centésimas

Ejercicio9.11.2

El dígito decimal que aparece cuatro lugares a la derecha del punto decimal está en la posición.

Para problemas 3-8, lee cada decimal escribiéndolo en palabras.

Ejercicio9.11.3

7.2

Responder

siete y dos décimas

Ejercicio9.11.4

8.105

Ejercicio9.11.5

16.52

Responder

dieciséis y cincuenta y dos centésimas

Ejercicio9.11.6

5.9271

Ejercicio9.11.7

0.005

Responder

cinco milésimas

Ejercicio9.11.8

4.01701

Para los problemas 9-13, escriba cada decimal usando dígitos.

Ejercicio9.11.9

Nueve y doce centésimas.

Responder

9.12

Ejercicio9.11.10

Doscientos setenta y siete milésimas.

Ejercicio9.11.11

Cincuenta y seis y treinta y cinco diez milésimas.

Responder

56.0035

Ejercicio9.11.12

Cuatro décimas.

Ejercicio9.11.13

Cuatro mil ochenta y un millonésimas.

Responder

0.004081

Convertir un decimal a una fracción

Para el problema 14-20, convierta cada decimal en una fracción propia o un número mixto.

Ejercicio9.11.14

1.07

Ejercicio9.11.15

58.63

Responder

$85\frac{63}{100}$

Ejercicio9.11.16

0.05

Ejercicio9.11.17

$0.14\frac{2}{3}$

Responder

$\frac{11}{75}$

Ejercicio9.11.18

$1.09\frac{1}{8}$

Ejercicio9.11.19

$4.01\frac{1}{27}$

Responder

$4\frac{7}{675}$

Ejercicio9.11.20

$9.11\frac{1}{9}$

Redondeo de decimales

Para problemas 21-25, redondear cada decimal a la posición especificada.

Ejercicio9.11.21

4.087 a la centésima más cercana.

Responder

4.09

Ejercicio9.11.22

4.087 a la décima más cercana.

Ejercicio9.11.23

16.5218 al más cercano.

Responder

17

Ejercicio9.11.24

817.42 al diez más cercano.

Ejercicio9.11.25

0.9811602 al más cercano.

Responder

1

Suma, resta, multiplicación y división de decimales y divisiones no terminadoras ([link], [link], [link], [link], [link])

Para el problema 26-45, realice cada operación y simplifique.

Ejercicio9.11.26

$7.10 + 2.98$

Ejercicio9.11.27

$14.007 - 5.061$

Responder

8.946

Ejercicio9.11.28

$1.2 \cdot 8.6$

Ejercicio9.11.29

$41.8 \cdot 0.19$

Responder

7.942

Ejercicio9.11.30

$57.51 \div 2.7$

Ejercicio9.11.31

$0.54003 \div 18.001$

Responder

0.03

Ejercicio9.11.32

$32,051.3585 \div 23,006.9999$

Ejercicio9.11.33

$100 \cdot 1,816.001$

Responder

181,600.1

Ejercicio9.11.34

$1,000 \cdot 1,816.001$

Ejercicio9.11.35

$10.000 \cdot 0.14$

Responder

1.4

Ejercicio9.11.36

$0.135888 \div 16.986$

Ejercicio9.11.37

$150.79 \div 100$

Responder

1.5079

Ejercicio9.11.38

$4.119 \div 10,000$

Ejercicio9.11.39

$42.7 \div 18$

Responder

$2.37\overline{2}$

Ejercicio9.11.40

$6.9 \div 12$

Ejercicio9.11.41

$0.014 \div 47.6$. Redondear a tres decimales.

Responder

0.000

Ejercicio9.11.42

$8.8 \div 19$. Redondear a una posición decimal.

Ejercicio9.11.43

$1.1 \div 9$

Responder

$0.1\overline{2}$

Ejercicio9.11.44

$1.1 \div 9.9$

Ejercicio9.11.45

$30 \div 11.1$

Responder

$2.\overline{702}$

Conversión de una Fracción a Decimal

Para problemas 46-55, convierta cada fracción a un decimal.

Ejercicio9.11.46

$\frac{3}{8}$

Ejercicio9.11.47

$\frac{43}{100}$

Responder

0.43

Ejercicio9.11.48

$\frac{82}{1000}$

Ejercicio9.11.49

$9\frac{4}{7}$

Responder

$9.\overline{571428}$

Ejercicio9.11.50

$8\frac{5}{16}$

Ejercicio9.11.51

$1.3\frac{1}{3}$

Responder

$1.\overline{3}$

Ejercicio 9.11.52

$25.6\frac{2}{3}$

Ejercicio 9.11.53

$125.125\frac{1}{8}$

Responder

125.125125 (no repetir)

Ejercicio 9.11.54

$9.11\frac{1}{9}$

Ejercicio 9.11.55

$0.0\frac{5}{6}$

Responder

$0.08\overline{3}$

Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones

Para problemas 56-62, realice cada operación.

Ejercicio 9.11.56

$\frac{5}{8} \cdot 0.25$

Ejercicio 9.11.57

$\frac{3}{16} \cdot 1.36$

Responder

0.255

Ejercicio 9.11.58

$\frac{3}{5} \cdot (\frac{1}{2} + 1.75)$

Ejercicio 9.11.59

$\frac{7}{2} \cdot (\frac{5}{4} + 0.30)$

Responder

5.425

Ejercicio9.11.60

$19.375 \div (4.375 - 1\frac{1}{16})$

Ejercicio9.11.61

$\frac{15}{602} \cdot (2.\bar{6} + 3\frac{1}{4})$

Responder

0.09343

Ejercicio9.11.62

$4\frac{13}{18} \div (5\frac{3}{14} + 3\frac{5}{21})$

9.11: Suplemento de ejercicio is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

9.12: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Ejercicio9.12.1

El dígito decimal que aparece tres lugares a la derecha del punto decimal está en la posición.

Contestar

milésima

Ejercicio9.12.2

Escribir, usando palabras, 15.036.

Contestar

quince y treinta y seis milésimas

Ejercicio9.12.3

Escribe ochenta y uno y doce centésimas usando dígitos. 81.12

Contestar

81.12

Ejercicio9.12.4

Escribe tres mil diecisiete millonésimas usando dígitos.

Contestar

0.003017

Ejercicio9.12.5

Convierte 0.78 en una fracción. Reducir.

Contestar

$\frac{39}{50}$

Ejercicio9.12.6

Convierte 0.875 en una fracción. Reducir.

Contestar

$\frac{7}{8}$

Ejercicio 9.12.7

Vuelta 4.8063 a la décima más cercana.

Contestar

4.8

Ejercicio 9.12.8

Vuelta 187.51 al cien más cercano.

Contestar

200

Ejercicio 9.12.9

Redondea 0.0652 a la centésima más cercana.

Contestar

0.07

Para problemas 10-20, realice cada operación.

Ejercicio 9.12.10

$15.026 + 5.971$

Contestar

20.997

Ejercicio 9.12.11

$72.15 - 26.585$

Contestar

45.565

Ejercicio 9.12.12

$16.2 \cdot 4.8$

Contestar

77.76

Ejercicio 9.12.13

$10,000 \cdot 0.016$

Contestar

16

Ejercicio 9.12.14

$44.64 \div 18.6$

Contestar

2.4

Ejercicio 9.12.15

$0.21387 \div 0.19$

Contestar

1.1256

Ejercicio 9.12.16

$0.\overline{27} - \frac{3}{11}$

Contestar

0

Ejercicio 9.12.17

Convertir $6\frac{2}{11}$ a decimal.

Contestar

$6.\overline{18}$

Ejercicio 9.12.18

Convertir $0.5\frac{9}{16}$ a decimal.

Contestar

0.055625

Ejercicio 9.12.19

$3\frac{1}{8} + 2.325$

Contestar

5.45

Ejercicio 9.12.20

$\frac{3}{8} \times 0.5625$

Contestar

$\frac{27}{128}$ o 0.2109375

9.12: Examen de Aptitud is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

CHAPTER OVERVIEW

10: Ratios y Tarifas

10.1: Ratios y Tarifas
10.2: Proporciones
10.3: Aplicaciones de Proporciones
10.4: Por ciento
10.5: Fracciones del uno por ciento
10.6: Aplicaciones de porcentajes
10.7: Resumen de conceptos clave
10.8: Suplemento de ejercicio
10.9: Examen de Aptitud

This page titled 10: Ratios y Tarifas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.1: Ratios y Tarifas

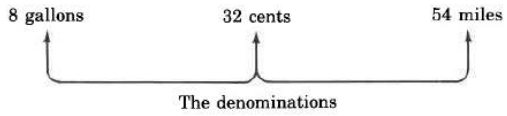
Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de distinguir entre números denominados y puros y entre proporciones y tasas

Denominar números y números puros

Denominar números, como y a diferencia

Denominar números A menudo es necesario o conveniente comparar dos cantidades**. Los números denominados** son números junto con alguna unidad especificada. Si las unidades que se comparan son iguales, los números denominados se denominan **números denominados similares**. Si las unidades no son iguales, los números se llaman **a diferencia de los números denominados**. En el diagrama se muestran ejemplos de números denominados:



Números puros

Los números que existen puramente como números y *no* representan cantidades de cantidades se denominan **números puros**. Ejemplos de números puros son 8, 254, $021\frac{5}{8}, \frac{2}{5}$, y 0.07.

Los números se pueden *comparar* de dos maneras: resta y división.

Comparación de números por resta y división La
comparación de dos números por resta indica *cuánto más* es un número que otro.
La **comparación por división** indica *cuántas veces* más grande o menor es un número que otro.

Comparar números puros o similares por resta

Los números se pueden comparar por resta si y solo si ambos son números denominados similares o ambos números puros.

Conjunto de Muestras A

Compara 8 millas y 3 millas por resta.

Solución

$8 \text{ miles} - 3 \text{ miles} = 5 \text{ miles}$

Esto significa que 8 millas son 5 millas más que 3 millas.

Ejemplos de uso: Ahora puedo trotar 8 millas mientras que solía trotar solo 3 millas. Entonces, ahora puedo trotar 5 millas más de lo que solía hacer.

Conjunto de Muestras A

Compara 12 y 5 por resta.

Solución

$12 - 5 = 7$

Esto quiere decir que 12 es 7 más que 5.

Conjunto de Muestras A

Comparar 8 millas y 5 galones por resta no tiene sentido.

Solución

$8 \text{ miles} - 5 \text{ gallons} = ?$

Conjunto de Muestras A

Compara 36 y 4 por división.

Solución

$36 \div 4 = 9$

Esto significa que 36 es 9 veces más grande que 4. Recordemos que se$36 \div 4 = 9$ puede expresar como$\frac{36}{4} = 9$.

Conjunto de Muestras A

Compara 8 millas y 2 millas por división.

Solución

$$\frac{8 \text{ miles}}{2 \text{ miles}} = 4$$

Esto significa que 8 millas es 4 veces más grande que 2 millas.

Ejemplo de uso: Puedo trotar 8 millas a tus 2 millas. O, por cada 2 millas que trotas, trote 8. Entonces, trote 4 veces más millas que tú trotas.

Observe que cuando se comparan cantidades similares por división, bajamos las unidades. Otra forma de ver esto es que las unidades se dividen (cancelan).

Conjunto de Muestras A

Compara 30 millas y 2 galones por división.

Solución

$$\frac{30 \text{ miles}}{2 \text{ gallons}} = \frac{15 \text{ miles}}{1 \text{ gallon}}$$

Ejemplo de uso: Un auto en particular va 30 millas con 2 galones de gasolina. Esto es lo mismo que conseguir 15 millas a 1 galón de gasolina.

Observe que cuando las cantidades que se comparan por división son diferentes a las cantidades, no bajamos las unidades.

Conjunto de práctica A

Haz las siguientes comparaciones e interpreta cada una.

Compara 10 disquetes a 2 disquetes por

a. resta:
b. división:

Contestar

a. 8 disquetes; 10 disquetes son 8 disquetes más de 2 disquetes.

b. 5; 10 disquetes es 5 veces más disquetes que 2 disquetes.

Conjunto de práctica A

Compara, si es posible, 16 plátanos y 2 bolsas por

a. resta:
b. división:

Contestar

a. La comparación por sustracción no tiene sentido.

b. $\frac{16 \text{ bananas}}{2 \text{ bags}} = \frac{8 \text{ bananas}}{\text{bag}}$, 8 plátanos por bolsa.

Ratios y Tarifas

Definición: Ratio

Una comparación, por división, de dos números puros o dos números denominados similares es una **relación**.

La comparación por división de los números puros $\frac{36}{4}$ y los números denominados similares $\frac{8 \text{ miles}}{2 \text{ miles}}$ son ejemplos de proporciones.

Definición: Tasa

Una comparación, por división, de dos números denominados a diferencia es una **tasa**.

La comparación por división de dos a diferencia de números denominados, como

$\frac{55 \text{ miles}}{1 \text{ gallon}}$ y $\frac{40 \text{ dollars}}{5 \text{ tickets}}$

son ejemplos de tarifas.

Acordemos representar dos números (puros o denominados) con las letras a y b. Esto quiere decir que estamos dejando a representar algún número y b representar algún número, tal vez diferente. Con este acuerdo, podemos escribir la relación de los dos números a y b como

$\frac{a}{b}$ o $\frac{b}{a}$

La relación $\frac{a}{b}$ se lee como "aa"b.

La relación $\frac{b}{a}$ se lee como "ba"a.

Dado que una relación o una tasa se puede expresar como una fracción, puede ser reducible.

Conjunto de Muestras B

La relación 30 a 2 se puede expresar como $\frac{30}{2}$. Reduciendo, obtenemos $\frac{15}{1}$.

La relación 30 a 2 es *equivalente* a la relación 15 a 1.

Conjunto de Muestras B

La tarifa “4 televisores a 12 personas” se puede expresar como $\frac{4 \text{ televisions}}{12 \text{ people}}$. El significado de esta tarifa es que “por cada 4 televisores, hay 12 personas”.

Reduciendo, obtenemos $\frac{1 \text{ television}}{3 \text{ people}}$. El significado de esta tarifa es que “por cada 1 televisión, hay 3 personas”.

Así, la tasa de “4 televisores a 12 personas” es la *misma* que la tasa de “1 televisión a 3 personas”.

Conjunto Practicee B

Escribe las siguientes proporciones y tasas como fracciones.

3 a 2

Contestar

$\frac{3}{2}$

Conjunto Practicee B

1 a 9

Contestar

$\frac{1}{9}$

Conjunto Practicee B

5 libros a 4 personas

Contestar

$\frac{5 \text{ books}}{4 \text{ people}}$

Conjunto Practicee B

120 millas a 2 horas

Contestar

$\frac{60 \text{ miles}}{1 \text{ hour}}$

Conjunto Practicee B

8 litros a 3 litros

Contestar

$\frac{8}{3}$

Escriba las siguientes proporciones y tarifas en la forma "aa"b. Reducir cuando sea necesario.

Conjunto Practicee B

$\frac{9}{5}$

Contestar

9 a 5

Conjunto Practicee B

$\frac{1}{3}$

Contestar

1 a 3

Conjunto Practicee B

$\frac{25 \text{ miles}}{2 \text{ gallons}}$

Contestar

25 millas a 2 galones

Conjunto Practicee B

$\frac{2 \text{ mechanics}}{4 \text{ wrenches}}$

Contestar

1 mecánico a 2 llaves

Conjunto Practicee B

$\frac{15 \text{ video tapes}}{18 \text{ video tapes}}$

Contestar

5 a 6

Ejercicios

Para los siguientes 9 problemas, complete los enunciados.

Ejercicio10.1.1

Se pueden comparar dos números por resta si y solo si.

Contestar

Son números puros o como números denominados.

Ejercicio10.1.2

Una comparación, por división, de dos números puros o dos números denominados similares se llama a.

Ejercicio10.1.3

Una comparación, por división, de dos números denominados a diferencia se llama a.

Contestar

tasa

Ejercicio10.1.4

$\frac{6}{11}$ es un ejemplo de un. (relación/tasa)

Ejercicio10.1.5

$\frac{5}{12}$ es un ejemplo de un. (relación/tasa)

Contestar

relación

Ejercicio10.1.6

$\frac{7 \text{ erasers}}{12 \text{ pencils}}$ es un ejemplo de un. (relación/tasa)

Ejercicio10.1.7

$\frac{20 \text{ silver coins}}{35 \text{ gold coins}}$ es un ejemplo de un. (relación/tasa)

Contestar

tasa

Ejercicio10.1.8

$\frac{3 \text{ sprinklers}}{5 \text{ sprinklers}}$ es un ejemplo de un. (relación/tasa)

Ejercicio10.1.9

$\frac{18 \text{ exhaust valves}}{11 \text{ exhaust valves}}$ es un ejemplo de un. (relación/tasa)

Contestar

relación

Para los siguientes 7 problemas, escribe cada ratio o califica como una frase verbal.

Ejercicio10.1.10

$\frac{8}{3}$

Ejercicio10.1.11

$\frac{2}{5}$

Contestar

dos a cinco

Ejercicio10.1.12

$\frac{8 \text{ feet}}{3 \text{ seconds}}$

Ejercicio10.1.13

$$\frac{29 \text{ miles}}{2 \text{ gallons}}$$

Contestar

29 millas por 2 galones o$14\frac{1}{2}$ millas por 1 galón

Ejercicio10.1.14

$$\frac{30{,}000 \text{ stars}}{300 \text{ stars}}$$

Ejercicio10.1.15

$$\frac{5 \text{ yards}}{2 \text{ yards}}$$

Contestar

5 a 2

Ejercicio10.1.16

$$\frac{164 \text{ trees}}{28 \text{ trees}}$$

Para los siguientes problemas, escriba la forma fraccionaria simplificada de cada ratio o tasa.

Ejercicio10.1.17

12 a 5

Contestar

$$\frac{12}{5}$$

Ejercicio10.1.18

81 a 19

Ejercicio10.1.19

42 plantas a 5 viviendas

Contestar

$$\frac{42 \text{ plants}}{5 \text{ homes}}$$

Ejercicio10.1.20

8 libros a 7 escritorios

Ejercicio10.1.21

16 pintas a 1 cuarto de galón

Contestar

$$\frac{16 \text{ pints}}{1 \text{ quart}}$$

Ejercicio10.1.22

4 cuartos a 1 galón

Ejercicio10.1.23

2.54 cm a 1 in

Contestar

$$\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ inch}}$$

Ejercicio10.1.24

80 mesas a 18 mesas

Ejercicio10.1.25

25 autos a 10 autos

Contestar

$$\frac{5}{2}$$

Ejercicio10.1.26

37 victorias a 16 derrotas

Ejercicio10.1.27

105 hits a 315 en murciélagos

Contestar

$$\frac{1 \text{ hit}}{3 \text{ at bats}}$$

Ejercicio10.1.28

510 millas a 22 galones

Ejercicio10.1.29

1,042 caracteres a 1 página

Contestar

$$\frac{1{,}042 \text{ characters}}{1 \text{ page}}$$

Ejercicio10.1.30

1,245 páginas a 2 libros

Ejercicios para la revisión

Ejercicio10.1.31

Convertir$\frac{16}{3}$ a un número mixto.

Contestar

$5\frac{1}{3}$

Ejercicio10.1.32

$1\frac{5}{9}$de$2\frac{4}{7}$ es ¿qué número?

Ejercicio10.1.33

Encuentra la diferencia. $\frac{11}{28} - \frac{7}{45}$.

Contestar

$\frac{299}{1260}$

Ejercicio10.1.34

Realizar la división. Si parece que no existen patrones repetitivos, redondea el cociente a tres decimales:$22.35 \div 17$

Ejercicio10.1.35

Encuentra el valor de$1.85 + \frac{3}{8} \cdot 4.1$

Contestar

3.3875

This page titled 10.1: Ratios y Tarifas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.2: Proporciones

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de describir proporciones y encontrar el factor faltante en una proporción
- ser capaz de trabajar con proporciones que involucren tasas

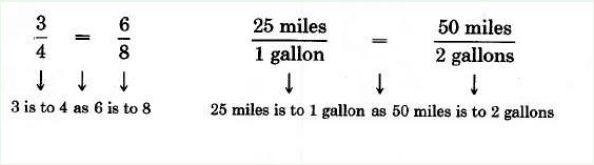
Ratios, Tasas y Proporciones

Definición: Ratio, Tasa

Hemos definido una **relación** como una comparación, por división, de dos números puros o dos números denominados *similares*. Hemos definido una **tasa** como una comparación, por división, de *dos* números denominados diferentes.

Definición: Proporción

Una **proporción** es una afirmación de que dos ratios o tasas son iguales. Los siguientes dos ejemplos muestran cómo leer proporciones.



Conjunto de Muestras A

Escribe o lee cada proporción.

$\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$

Solución

3 es a 5 como 12 es a 20

Conjunto de Muestras A

$\frac{10 \text{ items}}{5 \text{ dollars}}=\frac{2 \text{ items}}{1 \text{ dollar}}$

Solución

10 artículos es a 5 dólares ya que 2 artículos es a 1 dólar

Conjunto de Muestras A

8 es a 12 como 16 es a 24.

Solución

$\frac{8}{12}=\frac{16}{24}$

Conjunto de Muestras A

50 miligramos de vitamina C es a 1 tableta ya que 300 miligramos de vitamina C es a 6 tabletas.

Solución

$\frac{50}{1}=\frac{300}{6}$

Conjunto de práctica A

Escribe o lee cada proporción.

$$\frac{3}{8}=\frac{6}{16}$$

Contestar

3 es a 8 como 6 es a 16

Conjunto de práctica A

$$\frac{2 \text{ people}}{1 \text{ window}}=\frac{10 \text{ people}}{5 \text{ windows}}$$

Contestar

2 personas son a 1 ventana ya que 10 personas son a 5 ventanas

Conjunto de práctica A

15 es a 4 como 75 es a 20.

Contestar

$$\frac{15}{4}=\frac{75}{20}$$

Conjunto de práctica A

2 platos son a 1 bandeja ya que 20 platos son a 10 charolas.

Contestar

\ (\ dfrac {\ texto {2 platos}} {\ texto {1 bandeja}} =\ dfrac {\ texto {20 platos}} {\ texto {10 bandejas}}

Encontrar el factor faltante en una proporción

Muchos problemas prácticos pueden resolverse escribiendo la información dada como proporciones. Dichas proporciones estarán compuestas por tres números especificados y un número desconocido. Es costumbre dejar que una letra, como$x$, represente el número desconocido. Un ejemplo de tal proporción es

$$\frac{x}{4}=\frac{20}{16}$$

Esta proporción se lee como "$x$es a 4 como 20 es a 16".

Existe un método para resolver estas proporciones que se basa en la igualdad de fracciones. Recordemos que dos fracciones son equivalentes si y sólo si sus productos cruzados son iguales. Por ejemplo,

$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$ since $\begin{array}{c}\frac{3}{4}\times\frac{6}{8}\\ 3\cdot 8=6\cdot 4\\ 24=24\end{array}$

Observe que en una proporción que contenga tres números especificados y una letra que represente una cantidad desconocida, que independientemente de donde aparezca la letra, siempre ocurre la siguiente situación.

$$\underbrace{(\text{number})\cdot(\text{letter})=(\text{number})\cdot(\text{number})}$$

Esto lo reconocemos como una declaración de multiplicación. En concreto, se trata de una declaración de factor faltante. (Véase [link] para una discusión de declaraciones de multiplicación.) Por ejemplo,

$\frac{x}{4}=\frac{20}{16}$ means that $16\cdot x=4\cdot 20$

$\frac{4}{x}=\frac{16}{20}$ means that $4\cdot 20=16\cdot x$

$\frac{5}{4}=\frac{x}{16}$ means that $5\cdot 16=4\cdot x$

$\frac{5}{4}=\frac{20}{x}$ means that $5\cdot x=4\cdot 20$

Cada una de estas declaraciones es una declaración de multiplicación. Específicamente, cada uno es una declaración de factor faltante. (La letra utilizada aquí es$x$, mientras que$M$ se utilizó en [link].)

Encontrar el factor faltante en una proporción

El factor faltante en una declaración de factor faltante se puede determinar dividiendo el producto por el factor conocido, es decir, si$x$ representa el factor faltante, entonces

$x=(\text{product})\div(\text{known factor})$

Conjunto de Muestras B

Encuentra el número desconocido en cada proporción.

$\frac{x}{4}=\frac{20}{16}$. Encuentra el producto cruzado.

Solución

$$\begin{aligned} 16\cdot x &= 20\cdot 4 \\ 16\cdot x &= 80 && \text{Divide the product 80 by the known factor 16.} \\ x &= \frac{80}{16} \\ x &= 5 && \text{The unkown number is 5.} \end{aligned}$$

Esto significa que$\frac{5}{4}=\frac{20}{16}$, o 5 es a 4 como 20 es a 16.

Conjunto de Muestras B

$\frac{5}{x}=\frac{20}{16}$. Encuentra el producto cruzado.

Solución

$$\begin{aligned} 5\cdot 16 &= 20\cdot x \\ 80 &= 20\cdot x && \text{Divide the product 80 by the known factor 20.} \\ \frac{80}{20} &= x \\ 4 &= x && \text{The unkown number is 4.} \end{aligned}$$

Esto significa que$\frac{5}{4}=\frac{20}{16}$, o 5 es a 4 como 20 es a 16.

Conjunto de Muestras B

$\frac{16}{3}=\frac{64}{x}$. Encuentra el producto cruzado.

Solución

$$\begin{aligned} 16\cdot x &= 64\cdot 3 \\ 16\cdot x &= 192 && \text{Divide 192 by 16.} \\ x &= \frac{192}{16} \\ x &= 12 && \text{The unkown number is 12.} \end{aligned}$$

Esto significa que $\frac{16}{3} = \frac{64}{12}$, o 16 es a 3 como 64 es a 12.

Conjunto de Muestras B

$\frac{9}{8} = \frac{x}{40}$. Encuentra el producto cruzado.

Solución

$$\begin{aligned} 9 \cdot 40 &= 8 \cdot x \\ 360 &= 8 \cdot x \quad \text{Divide 360 by 8.} \\ \frac{360}{8} &= x \\ 45 &= x \quad \text{The unkown number is 45.} \end{aligned}$$

Set de práctica B

Encuentra el número desconocido en cada proporción.

$\frac{x}{8} = \frac{12}{32}$

Contestar

$x = 3$

Set de práctica B

$\frac{7}{x} = \frac{14}{10}$

Contestar

$x = 5$

Set de práctica B

$\frac{9}{11} = \frac{x}{55}$

Contestar

$x = 45$

Set de práctica B

$\frac{1}{6} = \frac{8}{x}$

Contestar

$x = 48$

Proporciones que implican tasas

Recordemos que una tasa es una comparación, por división, de números denominados distintos. Debemos tener cuidado a la hora de establecer proporciones que involucren tarifas. La *forma* es importante. Por ejemplo, si una tarifa involucra dos tipos de unidades, digamos unidad tipo 1 y unidad tipo 2, podemos escribir

$$\frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 2}} = \frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 2}}$$
(Same units appear on same side.; Same units appear on same side.)

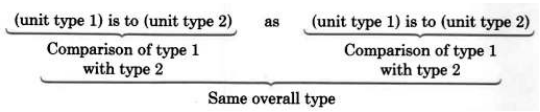
o

$$\frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 1}} = \frac{\text{unit type 2}}{\text{unit type 2}}$$
(Same units appear on same side.; Same units appear on same side.)

Ambos productos cruzados producen una declaración del tipo

$$(\text{unit type 1}) \cdot (\text{unit type 2}) = (\text{unit type 1}) \cdot (\text{unit type 2})$$

lo que tomamos para significar la comparación



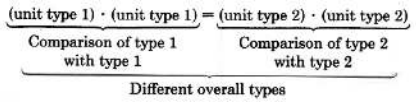
Ejemplos de proporciones expresadas correctamente son los siguientes:

1. $\frac{\text{mi}}{\text{hr}} = \frac{\text{mi}}{\text{hr}}$ Same units appear on the same side
2. $\frac{\text{mi}}{\text{mi}} = \frac{\text{hr}}{\text{hr}}$ (Same units appear on the same side.)

Sin embargo, si escribimos el mismo tipo de unidades en diferentes lados, como,

$$\frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 2}} = \frac{\text{unit type 2}}{\text{unit type 1}}$$

el producto cruzado produce una declaración de la forma



Podemos ver que esta es una comparación incorrecta al observar el siguiente ejemplo: Es *incorrecto* escribir

$$\frac{2 \text{ hooks}}{3 \text{ poles}} = \frac{6 \text{ poles}}{4 \text{ hooks}}$$

por dos razones.

El producto cruzado es numéricamente incorrecto:$(2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 6)$
El producto cruzado produce la declaración “los ganchos son a los ganchos como los postes lo son a los postes”, lo cual no tiene sentido.

Ejercicios

Ejercicio10.2.1

Una declaración de que dos proporciones o son iguales se llama a.

Contestar

tasas, proporción

Para los siguientes 9 problemas, escriba cada proporción en forma fraccionaria.

Ejercicio10.2.2

3 es a 7 como 18 es a 42.

Ejercicio10.2.3

1 es a 11 como 3 es a 33.

Contestar

$$\frac{1}{11} = \frac{3}{33}$$

Ejercicio10.2.4

9 es a 14 como 27 es a 42.

Ejercicio10.2.5

6 es a 90 como 3 es a 45.

Contestar

$$\frac{6}{90} = \frac{3}{45}$$

Ejercicio10.2.6

5 litros es a 1 botella ya que 20 litros es a 4 botellas.

Ejercicio10.2.7

18 gramos de cobalto es a 10 gramos de plata ya que 36 gramos de cobalto es a 20 gramos de plata.

Contestar

$$\frac{18 \text{ gr cobalt}}{10 \text{ gr silver}} = \frac{36 \text{ gr cobalt}}{20 \text{ gr silver}}$$

Ejercicio10.2.8

4 tazas de agua es a 1 taza de azúcar ya que 32 tazas de agua es a 8 tazas de azúcar.

Ejercicio10.2.9

3 personas ausentes es a 31 personas presentes como 15 personas ausentes es a 155 personas presentes.

Contestar

$$\frac{3 \text{ people absent}}{31 \text{ people present}} = \frac{15 \text{ people absent}}{155 \text{ people present}}$$

Ejercicio10.2.10

6 dólares es a 1 hora ya que 90 dólares es a 15 horas.

Para los siguientes 10 problemas, escribe cada proporción como una oración.

Ejercicio10.2.11

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

Contestar

3 es a 4 como 15 es a 20

Ejercicio10.2.12

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$$

Ejercicio10.2.13

$$\frac{3 \text{ joggers}}{100 \text{ feet}} = \frac{6 \text{ joggers}}{200 \text{ feet}}$$

Contestar

3 joggers son a 100 pies ya que 6 joggers son a 200 pies

Ejercicio10.2.14

$$\frac{12 \text{ marshmallows}}{3 \text{ sticks}} = \frac{36 \text{ marshmallows}}{9 \text{ sticks}}$$

Ejercicio10.2.15

$$\frac{40 \text{ miles}}{80 \text{ miles}} = \frac{2 \text{ gallons}}{4 \text{ gallons}}$$

Contestar

40 millas son a 80 millas ya que 2 galones son a 4 galones

Ejercicio10.2.16

$$\frac{4 \text{ couches}}{10 \text{ couches}} = \frac{2 \text{ houses}}{5 \text{ houses}}$$

Ejercicio10.2.17

$$\frac{1 \text{ person}}{1 \text{ job}} = \frac{8 \text{ people}}{8 \text{ jobs}}$$

Contestar

1 persona es a 1 empleo ya que 8 personas son a 8 empleos

Ejercicio10.2.18

$$\frac{1 \text{ popsicle}}{2 \text{ children}} = \frac{\frac{1}{2}8 \text{ popsicle}}{1 \text{ child}}$$

Ejercicio10.2.19

$$\frac{2{,}000 \text{ pounds}}{1 \text{ ton}} = \frac{60{,}000 \text{ pounds}}{30 \text{ tons}}$$

Contestar

2,000 libras son a 1 tonelada ya que 60,000 libras son a 30 toneladas

Ejercicio10.2.20

$$\frac{1 \text{ table}}{5 \text{ tables}} = \frac{2 \text{ people}}{10 \text{ people}}$$

Para los siguientes 10 problemas, resolver cada proporción.

Ejercicio10.2.21

$$\frac{x}{5} = \frac{6}{15}$$

Contestar

$x = 2$

Ejercicio10.2.22

$$\frac{x}{10} = \frac{28}{40}$$

Ejercicio10.2.23

$$\frac{5}{x} = \frac{10}{16}$$

Contestar

$x = 8$

Ejercicio10.2.24

$$\frac{13}{x} = \frac{39}{60}$$

Ejercicio10.2.25

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{24}$$

Contestar

$x = 8$

Ejercicio10.2.26

$$\frac{7}{12} = \frac{x}{60}$$

Ejercicio10.2.27

$$\frac{8}{3} = \frac{72}{x}$$

Contestar

$x = 27$

Ejercicio10.2.28

$$\frac{16}{1} = \frac{48}{x}$$

Ejercicio10.2.29

$$\frac{x}{25} = \frac{200}{125}$$

Contestar

$x = 40$

Ejercicio10.2.30

$$\frac{65}{30} = \frac{x}{60}$$

Para los siguientes 5 problemas, expresar cada oración como una proporción y luego resolver la proporción.

Ejercicio10.2.31

5 sombreros son a 4 abrigos ya que los$x$ sombreros son a 24 abrigos.

Contestar

$x = 30$

Ejercicio10.2.32

$x$los cojines son para 2 sofás ya que 24 cojines son para 16 sofás.

Ejercicio10.2.33

1 nave espacial es a 7 astronautas ya que 5 naves espaciales son para$x$ astronautas.

Contestar

$x = 35$

Ejercicio10.2.34

56 microchips son para placas de$x$ circuito ya que 168 microchips son a 3 placas de circuito.

Ejercicio10.2.35

18 calculadoras son a 90 calculadoras ya que$x$ los estudiantes son a 150 estudiantes.

Contestar

$x = 30$

Ejercicio10.2.36

$x$dólares son a $40.000 ya que 2 sacos son a 1 saco.

Indicar si la proporción es verdadera o falsa.

Ejercicio10.2.37

$$\frac{3}{16} = \frac{12}{64}$$

Contestar

true

Ejercicio10.2.38

$$\frac{2}{15} = \frac{10}{75}$$

Ejercicio10.2.39

$$\frac{1}{9} = \frac{3}{30}$$

Contestar

false

Ejercicio10.2.40

$$\frac{6 \text{ knives}}{7 \text{ forks}} = \frac{12 \text{ knives}}{15 \text{ forks}}$$

Ejercicio10.2.41

$$\frac{33 \text{ miles}}{1 \text{ gallon}} = \frac{99 \text{ miles}}{3 \text{ gallons}}$$

Contestar

true

Ejercicio10.2.42

$$\frac{320 \text{ feet}}{5 \text{ seconds}} = \frac{65 \text{ feet}}{1 \text{ second}}$$

Ejercicio10.2.43

$$\frac{35 \text{ students}}{70 \text{ students}} = \frac{1 \text{ class}}{2 \text{ classes}}$$

Contestar

true

Ejercicio10.2.44

$$\frac{9 \text{ ml chloride}}{45 \text{ ml chloride}} = \frac{1 \text{ test tube}}{7 \text{ test tubes}}$$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio10.2.43

([link]) Usa los números 5 y 7 para ilustrar la propiedad conmutativa de la suma.

Contestar

$5+7=12$
$7+5=12$

Ejercicio10.2.44

([link]) Usa los números 5 y 7 para ilustrar la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Ejercicio10.2.43

([link]) Encuentra la diferencia. $\frac{5}{14} - \frac{3}{22}$.

Contestar

$\frac{17}{77}$

Ejercicio10.2.44

([link]) Encuentra el producto. $8.06129 \cdot 1,000$

Ejercicio10.2.43

([link]) Escribe la forma fraccionaria simplificada de la tasa “dieciséis frases a dos párrafos”.

Contestar

$\frac{8 \text{ sentences}}{1 \text{ paragraph}}$

This page titled 10.2: Proporciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.3: Aplicaciones de Proporciones

Objetivos de aprendizaje

- resolver problemas de proporción usando el método de cinco pasos

El método de cinco pasos

En [link] señalamos que muchos problemas prácticos pueden resolverse escribiendo la información dada como proporciones. Dichas proporciones estarán compuestas por tres números especificados y un número desconocido representado por una letra.

La primera y más importante parte de resolver un problema de proporción es determinar, mediante una lectura cuidadosa, cuál es la cantidad desconocida y representarla con alguna letra.

El método de cinco pasos
El **método** de cinco pasos para resolver problemas de proporción:

1. Mediante una lectura cuidadosa, determinar cuál es la cantidad desconocida y representarla con alguna letra. Solo habrá una desconocida en un problema.
2. Identificar los tres números especificados.
3. Determinar qué comparaciones se van a hacer y establecer la proporción.
4. Resolver la proporción (utilizando los métodos de [link]).
5. Interpretar y escribir una conclusión en una oración con las unidades de medida correspondientes.

El paso 1 es sumamente importante. Muchos problemas quedan sin resolver porque no se toma tiempo para establecer qué cantidad hay que encontrar.

Al resolver un problema aplicado, **siempre** comience por determinar la cantidad desconocida y representarla con una letra.

Resolución de problemas

Conjunto de Muestras A

En un mapa, 2 pulgadas representa 25 millas. ¿Cuántas millas están representadas por 8 pulgadas?

Solución

Paso 1: La cantidad desconocida son millas.
Let$x$ = número de millas representado por 8 pulgadas

Paso 2: Los tres números especificados son
2 pulgadas
25 millas
8 pulgadas

Paso 3: Las comparaciones son de
2 pulgadas a 25 millas$\rightarrow \dfrac{2 \text{ inches}}{25 \text{ miles}}$
8 pulgadas ax millas$\rightarrow \dfrac{8 \text{ inches}}{\text{x miles}}$
Las proporciones que involucran proporciones y tarifas se resuelven más fácilmente suspendiendo las unidades mientras se realizan los cálculos. $\dfrac{2}{25} = \dfrac{8}{x}$

Paso 4:$\dfrac{2}{25} = \dfrac{8}{x}$ Realizar la multiplicación cruzada.

$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 8 \cdot 25 \\ 2 \cdot x &= 200 \quad \text{Divide 200 by 2.} \\ x &= \frac{200}{2} \\ x &= 100 \end{aligned}$$

En el paso 1, dejamos$x$ representar el número de millas. Entonces,x representa 100 millas.

Paso 5: Si 2 pulgadas representan 25 millas, entonces 8 pulgadas representan 100 millas.

Conjunto de Muestras A

Una solución ácida se compone de 7 partes de agua por 2 partes de ácido. ¿Cuántas partes de agua hay en una solución compuesta por 20 partes de ácido?

Solución

Paso 1: La cantidad desconocida es el número de partes de agua.
Dejar$x =$ número de partes de agua.

Paso 2: Los tres números especificados son
7 partes agua
2 partes ácido
20 partes ácido

Paso 3: Las comparaciones son de
7 partes de agua a 2 partes de ácido$\rightarrow \frac{7}{2}$
n partes de agua a 20 partes de ácido$\rightarrow \frac{n}{20}$
$\frac{7}{2} = \frac{n}{20}$

Paso 4:$\frac{7}{2} = \frac{n}{20}$ Realizar la multiplicación cruzada.

$$\begin{aligned} 7 \cdot 20 &= 2 \cdot n \\ 140 &= 2 \cdot n \quad \text{Divide 140 by 2.} \\ \frac{140}{2} &= n \\ 70 &= n \end{aligned}$$

En el paso 1, dejamos$n$ representar el número de partes de agua. Entonces,n representa 70 partes de agua.

Paso 5:7 partes de agua por 2 partes de ácido indica 70 partes de agua por 20 partes de ácido.

Conjunto de Muestras A

Una niña de 5 pies proyecta una sombra de$3\frac{1}{3}$ pies en un momento particular del día. ¿Qué altura tiene una persona que proyecta una sombra de 3 pies a la misma hora del día?

Solución

Paso 1: La cantidad desconocida es la altura de la persona.
Let$h =$ height of the preson.

Paso 2: Los tres números especificados son
5 pies (altura de niña)
$3\frac{1}{3}$ pies (longitud de la sombra)
3 pies (longitud de la sombra)

Paso 3: Las comparaciones son chica de
5 pies es a sombra de$3\frac{1}{3}$ pies$\rightarrow \frac{5}{3\frac{1}{3}}$
h -persona de pie es a sombra de 3 pies$\rightarrow \frac{h}{3}$
$\frac{5}{3\frac{1}{3}} = \frac{h}{3}$

Paso 4:

$$\begin{aligned} \frac{5}{3\frac{1}{3}} &= \frac{h}{3} \\ 5 \cdot 3 &= 3\frac{1}{3} \cdot h \\ 15 &= \frac{10}{3} \cdot h \quad \text{Divide 15 by } \frac{10}{3} \\ \frac{\frac{15}{1}}{\frac{10}{3}} &= h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cancel{15}^{3}}{1} \cdot \frac{3}{\cancel{10}_{2}} &= h \\ \frac{9}{2} &= h \\ h &= 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Paso 5: Una persona que proyecta una sombra de 3 pies en este momento particular del día mide $4\frac{1}{2}$ pies de altura.

Conjunto de Muestras A

La proporción de hombres a mujeres en un pueblo en particular es de 3 a 5. ¿Cuántas mujeres hay en la localidad si hay 19,200 hombres en la localidad?

Solución

Paso 1: La cantidad desconocida es el número de mujeres en la ciudad.
Dejar$x$ = número de mujeres en la ciudad.

Paso 2: Los tres números especificados son
3
5
19,200

Paso 3: Las comparaciones son de 3 hombres a 5 mujeres$\rightarrow \frac{3}{5}$
19,200 hombres ax mujeres$\rightarrow \frac{19,200}{x}$
$\frac{3}{5} = \frac{19,200}{x}$

Paso 4:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} &= \frac{19,200}{x} \\ 3 \cdot x &= 19,200 \cdot 5 \\ 3 \cdot x &= 96,000 \\ x &= \frac{96,000}{3} \\ x &= 32,000 \end{aligned}$$

Paso 5: Hay 32 mil mujeres en la ciudad.

Conjunto de Muestras A

El índice de victorias a derrotas de un determinado equipo de béisbol es $\frac{9}{2}$. ¿Cuántos juegos perdió este equipo si ganaban 63 juegos?

Solución

Paso 1: La cantidad desconocida es el número de juegos perdidos.
Vamos $n =$ número de juegos perdidos.

Paso 2: Dado que $\frac{9}{2} \rightarrow$ significa 9 victorias a 2 derrotas, los tres números especificados son
9 (victorias)
2 (derrotas)
63 (victorias)

Paso 3: Las comparaciones son
9 victorias con 2 derrotas $\rightarrow \frac{9}{2}$
63 victorias a n derrotas $\rightarrow \frac{63}{n}$
$\frac{9}{2} = \frac{63}{n}$

Paso 4:

$$\begin{aligned} \frac{9}{2} &= \frac{63}{n} \\ 9 \cdot n &= 2 \cdot 63 \\ 9 \cdot n &= 126 \\ n &= \frac{126}{9} \\ n &= 14 \end{aligned}$$

Paso 5: Este equipo tuvo 14 derrotas.

Conjunto de práctica A

Resuelve cada problema.

En un mapa, 3 pulgadas representa 100 millas. ¿Cuántas millas están representadas por 15 pulgadas?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

500 millas

Conjunto de práctica A

Una solución de alcohol se compone de 14 partes de agua por 3 partes de alcohol. ¿Cuántas partes de alcohol hay en una solución que se compone de 112 partes de agua?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

24 partes de alcohol

Conjunto de práctica A

Una mujer $5\frac{1}{2}$ de pies proyecta una sombra de 7 pies en un momento particular del día. ¿Cuánto tiempo de sombra proyecta un niño de 3 pies a esa misma hora del día?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

$3\frac{9}{11}$ pies

Conjunto de práctica A

La tasa de plantas de interior a plantas externas en un vivero es de 4 a 9. Si hay 384 plantas de interior en el vivero, ¿cuántas plantas externas hay?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

864 plantas exteriores

Conjunto de práctica A

Las probabilidades de que ocurra un evento en particular son de 11 a 2. (Por cada 11 veces que ocurra el evento, no ocurrirá 2 veces). ¿Cuántas veces ocurre el evento si no ocurre 18 veces?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

El evento ocurre 99 veces.

Conjunto de práctica A

La tasa de aprobación de calificaciones a calificaciones rebajadas en una clase de química en particular es 7272. Si hay 21 calificaciones aprobatorias, ¿cuántas calificaciones reprobables hay?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Contestar

6 calificaciones reprobando

Ejercicios

Para los siguientes 20 problemas, utilice el método de cinco pasos para resolver cada problema.

Ejercicio10.3.1

En un mapa, 4 pulgadas representa 50 millas. ¿Cuántas pulgadas representan 300 millas?

Contestar

24

Ejercicio10.3.2

En un plano para una casa, 2 pulgadas representa 3 pies. ¿Cuántas pulgadas representan 10 pies?

Ejercicio10.3.3

Se construye un modelo a $\frac{2}{15}$ escala. Si una parte particular del modelo mide 6 pulgadas, ¿cuánto dura la estructura real?

Contestar

45 pulgadas

Ejercicio10.3.4

Una solución ácida se compone de 5 partes de ácido por 9 partes de agua. ¿Cuántas partes de ácido hay en una solución que contiene 108 partes de agua?

Ejercicio10.3.5

Una aleación contiene 3 partes de níquel a 4 partes de plata. ¿Cuánto níquel hay en una aleación que contiene 44 partes de plata?

Contestar

33 partes

Ejercicio10.3.6

La proporción de agua a sal en un tubo de ensayo es de 5 a 2. ¿Cuánta sal hay en un tubo de ensayo que contiene 35 ml de agua?

Ejercicio10.3.7

La relación de azufre a aire en un contenedor es $\frac{4}{45}$. ¿Cuántos ml de aire hay en un recipiente que contiene 207 ml de azufre?

Contestar

2328.75

Ejercicio10.3.8

Un hombre de 6 pies proyecta una sombra de 4 pies en un momento particular del día. ¿Qué altura tiene una persona que proyecta una sombra de 3 pies a esa misma hora del día?

Ejercicio10.3.9

Una mujer $5\frac{1}{2}$ de pie proyecta una sombra $1\frac{1}{2}$ de pie en un momento determinado del día. ¿Cuánto tiempo proyecta una sombra a su sobrina de $3\frac{1}{2}$ pie a la misma hora del día?

Contestar

$\frac{21}{22}$pies

Ejercicio10.3.10

Un hombre, que mide 6 pies de altura, proyecta una sombra de 7 pies a una hora determinada del día. ¿Qué tan alto es un árbol que proyecta una sombra de 84 pies a esa misma hora del día?

Ejercicio10.3.11

La proporción de libros a estantes en una librería es de 350 a 3. ¿Cuántos libros hay en una tienda que tiene 105 estantes?

Contestar

12,250

Ejercicio10.3.12

La proporción de clases de álgebra a clases de geometría en un colegio comunitario en particular es de 13 a 2. ¿Cuántas clases de geometría ofrece esta universidad si ofrece 13 clases de álgebra?

Ejercicio10.3.13

Las probabilidades para que ocurra un evento en particular son de 16 a 3. Si este evento ocurre 64 veces, ¿cuántas veces predecirías que no ocurre?

Contestar

12

Ejercicio10.3.14

Las probabilidades de que ocurra un evento en particular son de 8 a 3. Si este evento ocurre 64 veces, ¿cuántas veces predecirías que no ocurre?

Ejercicio10.3.15

El dueño de una papelería sabe que una pila de papel de 1 pulgada contiene 300 hojas. El propietario desea apilar el papel en unidades de 550 hojas. ¿Cuántas pulgadas de alto debe tener cada pila?

Contestar

$1\frac{5}{6}$

Ejercicio10.3.16

Una receta que requiere 6 tazas de azúcar para 15 porciones es para ser utilizada para hacer 45 porciones. ¿Cuánto azúcar se necesitará?

Ejercicio10.3.17

Un estanque pierde$7\frac{1}{2}$ galones de agua cada 2 días debido a la evaporación. ¿Cuántos galones de agua se pierden, debido a la evaporación, en el$\frac{1}{2}$ día?

Contestar

$1\frac{7}{8}$

Ejercicio10.3.18

Una fotografía que mide 3 pulgadas de ancho y$4\frac{1}{2}$ pulgadas de alto se debe ampliar para que sea de 5 pulgadas de ancho. ¿Qué tan alto será?

Ejercicio10.3.19

Si 25 libras de fertilizante cubren 400 pies cuadrados de pasto, ¿cuántas libras se necesitan para cubrir 500 pies cuadrados de pasto?

Contestar

$31\frac{1}{4}$

Ejercicio10.3.20

Cada$\frac{1}{2}$ cucharaditas de una vitamina múltiple particular, en forma granular, contiene 0.65 el requerimiento mínimo diario de vitamina C. ¿Cuántas cucharaditas de esta vitamina se requieren para suministrar 1.25 el requerimiento mínimo diario?

Ejercicios para la revisión

Ejercicio10.3.21

Encuentra el producto,$818 \cdot 0$.

Contestar

0

Ejercicio10.3.22

Determinar el numerador faltante:$\frac{8}{15} = \frac{N}{90}$.

Ejercicio10.3.23

Encuentra el valor de$\frac{\frac{3}{10} + \frac{4}{12}}{\frac{19}{20}}$.

Contestar

$\frac{2}{3}$

Ejercicio10.3.24

Restar 0.249 de la suma de 0.344 y 0.612.

Ejercicio10.3.25

Resolver la proporción:$\frac{6}{x} = \frac{36}{30}$.

Contestar

5

This page titled 10.3: Aplicaciones de Proporciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.4: Por ciento

Objetivos de aprendizaje

- comprender la relación entre ratios y porcentajes
- ser capaz de realizar conversiones entre fracciones, decimales y porcentajes

Ratios y porcentajes

Relación, Porcentaje

Definimos una **relación** como una comparación, por división, de dos números puros o dos números denominados similares. Un número más conveniente para comparar números es 100. Las relaciones en las que un número se compara con 100 se denominan **porcentajes**. La palabra *porcentaje* proviene de la palabra latina "per centum". La palabra "per" significa "para cada" o "para cada", y la palabra "centum" significa "cien". Así, tenemos la siguiente definición.

Por **ciento** significa "por cada cien", o "por cada cien".

El símbolo% se utiliza para representar la palabra por ciento.

Conjunto de Muestras A

La relación 26 a 100 se puede escribir como 26%. Leemos 26% como "veintiséis por ciento".

Conjunto de Muestras A

La relación se $\frac{165}{100}$ puede escribir como 165%.

Leemos el 165% como "ciento sesenta y cinco por ciento".

Conjunto de Muestras A

El porcentaje 38% se puede escribir como la fracción $\frac{38}{100}$.

Conjunto de Muestras A

El por ciento 210% se puede escribir como la fracción $\frac{210}{100}$ o el número mixto $2\frac{1)}{100}$ o 2.1.

Conjunto de Muestras A

Ya que un dólar es de 100 centavos, 25 centavos es $\frac{25}{100}$ de dólar. Esto implica que 25 centavos es 25% de un dólar.

Conjunto de práctica A

Escribe la relación 16 a 100 como porcentaje.

Contestar

16%

Conjunto de práctica A

Escribe la relación 195 a 100 como porcentaje.

Contestar

195%

Conjunto de práctica A

Escriba el porcentaje 83% como proporción en forma fraccionaria.

Contestar

$\frac{83}{100}$

Conjunto de práctica A

Escriba el porcentaje 362% como una relación en forma fraccionaria.

Contestar

$\frac{362}{100}$ o $\frac{181}{50}$

La relación entre fracciones, decimales y porcentajes: hacer conversiones

Dado que un porcentaje es una proporción, y una relación se puede escribir como una fracción, y una fracción se puede escribir como decimal, cualquiera de estas formas se puede convertir a cualquier otra.

Antes de proceder a los problemas en el Conjunto de Muestras B y el Conjunto de Práctica B, resumimos las técnicas de conversión.

Técnicas de Conversión — Fracciones, Decimales, Porcentajes

Para convertir una fracción	Para convertir un decimal	Para convertir un porcentaje
A un decimal: Divide el numerador por el denominador	A una fracción: Leer el decimal y reducir la fracción resultante	A un decimal: Mueve el punto decimal 2 lugares hacia la izquierda y suelta el símbolo%
A un porcentaje: Convierte la fracción primero a un decimal, luego mueve el punto decimal 2 lugares a la derecha y coloca el símbolo%.	A un porcentaje: Mueva el punto decimal 2 lugares a la derecha y coloque el símbolo%	A una fracción: Deja caer el signo% y escribe el número “sobre” 100. Reducir, si es posible.

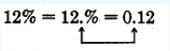
Conjunto de Muestras B

Convierte 12% a decimal.

Solución

$12\% = \frac{12}{100} = 0.12$

Tenga en cuenta que



Se deja caer el símbolo% y el punto decimal se mueve 2 lugares hacia la izquierda.

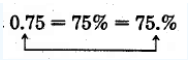
Conjunto de Muestras B

Convertir 0.75 a un por ciento.

Solución

$0.75 = \frac{75}{100} = 75\%$

Tenga en cuenta que



Se fija el símbolo% y el punto decimal se mueve 2 unidades a la derecha.

Conjunto de Muestras B

Convertir $\frac{3}{5}$ a un porcentaje.

Solución

Vemos en Ejemplo anterior que podemos convertir un decimal a un porcentaje. También sabemos que podemos convertir una fracción a un decimal. Así, podemos ver que si primero convertimos la fracción a un decimal, entonces podemos convertir el decimal a un porcentaje.

$$\frac{3}{5} \rightarrow \begin{array}{r} .6 \\ 5\overline{)3.0} \\ \underline{3\,0} \\ 0 \end{array} \text{ or } \frac{3}{5} = 0.6 = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Conjunto de Muestras B

Convierte 42% en una fracción.

Solución

$$42\% = \frac{42}{100} = \frac{21}{50}$$

o

$$42\% = 0.42 = \frac{42}{100} = \frac{21}{50}$$

Set de práctica B

Convierte 21% a decimal.

Contestar

0.21

Set de práctica B

Convierte 461% a decimal.

Contestar

4.61

Set de práctica B

Convertir 0.55 a un por ciento.

Contestar

55%

Set de práctica B

Convertir 5.64 a un por ciento.

Contestar

564%

Set de práctica B

Convertir $\frac{3}{20}$ a un porcentaje.

Contestar

15%

Set de práctica B

Convertir $\frac{11}{8}$ a un porcentaje.

Contestar

137.5%

Set de práctica B

Convertir $\frac{3}{11}$ a un porcentaje.

Contestar

$27.\overline{27}\%$

Ejercicios

Para los siguientes 12 problemas, convierta cada decimal a un porcentaje.

Ejercicio 10.4.1

0.25

Contestar

25%

Ejercicio 10.4.2

0.36

Ejercicio 10.4.3

0.48

Contestar

48%

Ejercicio10.4.4

0.343

Ejercicio10.4.5

0.771

Contestar

77.1%

Ejercicio10.4.6

1.42

Ejercicio10.4.7

2.58

Contestar

258%

Ejercicio10.4.8

4.976

Ejercicio10.4.9

16.1814

Contestar

1,618.14%

Ejercicio10.4.10

533.01

Ejercicio10.4.11

2

Contestar

200%

Ejercicio10.4.12

14

Para los siguientes 10 problemas, convierta cada porcentaje a un decimal.

Ejercicio10.4.13

15%

Contestar

0.15

Ejercicio10.4.14

43%

Ejercicio10.4.15

16.2%

Contestar

0.162

Ejercicio10.4.16

53.8%

Ejercicio10.4.17

5.05%

Contestar

0.0505

Ejercicio10.4.18

6.11%

Ejercicio10.4.19

0.78%

Contestar

0.0078

Ejercicio10.4.20

0.88%

Ejercicio10.4.21

0.09%

Contestar

0.0009

Ejercicio10.4.22

0.001%

Para los siguientes 14 problemas, convierta cada fracción a un porcentaje.

Ejercicio10.4.23

$\frac{1}{5}$

Contestar

20%

Ejercicio10.4.24

$\frac{3}{5}$

Ejercicio10.4.25

$\frac{5}{8}$

Contestar

62.5%

Ejercicio10.4.26

$\frac{1}{16}$

Ejercicio10.4.27

$\frac{7}{25}$

Contestar

28%

Ejercicio10.4.28

$\frac{16}{45}$

Ejercicio10.4.29

$\frac{27}{55}$

Contestar

$49.\overline{09}\%$

Ejercicio10.4.30

$\frac{15}{8}$

Ejercicio10.4.31

$\frac{41}{25}$

Contestar

164%

Ejercicio10.4.32

$6\frac{4}{5}$

Ejercicio10.4.33

$9\frac{9}{20}$

Responder

945%

Ejercicio10.4.34

$\frac{1}{200}$

Ejercicio10.4.35

$\frac{6}{11}$

Responder

$54.\overline{54}\%$

Ejercicio10.4.36

$\frac{35}{27}$

Para los siguientes 14 problemas, convierta cada porcentaje a una fracción.

Ejercicio10.4.37

80%

Responder

$\frac{4}{5}$

Ejercicio10.4.38

60%

Ejercicio10.4.37

25%

Responder

$\frac{1}{4}$

Ejercicio10.4.38

75%

Ejercicio10.4.37

65%

Responder

$\frac{13}{20}$

Ejercicio10.4.38

18%

Ejercicio10.4.37

12.5%

Responder

$\frac{1}{8}$

Ejercicio10.4.38

37.5%

Ejercicio10.4.37

512.5%

Responder

$\frac{41}{8}$ o $5\frac{1}{8}$

Ejercicio10.4.38

937.5%

Ejercicio10.4.37

$9.\overline{9}\%$

Responder

$\frac{1}{10}$

Ejercicio10.4.38

$55.\overline{5}\%$

Ejercicio10.4.37

$22.\overline{2}\%$

Responder

$\frac{2}{9}$

Ejercicio10.4.38

$63.\overline{6}\%$

Ejercicios para revisión

Ejercicio10.4.39

Encuentra el cociente. $\frac{40}{54} \div 8\frac{7}{21}$.

Responder

$\frac{2}{9}$

Ejercicio10.4.40

$\frac{3}{8}$de que numero es$2\frac{2}{3}$?

Ejercicio10.4.41

Encuentra el valor de$\frac{28}{15} + \frac{7}{10} - \frac{5}{12}$.

Responder

$\frac{129}{60}$o$2\frac{9}{60} = 2\frac{3}{20}$

Ejercicio10.4.42

Ronda 6.99997 a las diez milésimas más cercanas.

Ejercicio10.4.43

En un mapa, 3 pulgadas representan 40 millas. ¿Cuántas pulgadas representan 480 millas?

Responder

36 pulgadas

This page titled 10.4: Por ciento is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.5: Fracciones del uno por ciento

Objetivos de aprendizaje

- entender el significado de una fracción del uno por ciento
- ser capaz de realizar conversiones que involucren fracciones del uno por ciento

Conversiones que implican fracciones del uno por ciento

Los porcentajes como $\frac{1}{2}\%, \frac{3}{5}\%, \frac{5}{8}\%$ y $\frac{7}{11}\%$. donde no se ha alcanzado 1%, son fracciones de 1%. Esto implica que

$$\frac{1}{2}\% = \frac{1}{2} \text{ of } 1\%$$
$$\frac{3}{5}\% = \frac{3}{5} \text{ of } 1\%$$
$$\frac{5}{8}\% = \frac{5}{8} \text{ of } 1\%$$
$$\frac{7}{11}\% = \frac{7}{11} \text{ of } 1\%$$

Dado que “por ciento” significa “por cada cien” y “de” significa “veces”, tenemos

$$\frac{1}{2}\% = \frac{1}{2} \text{ of } 1\% = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{200}$$
$$\frac{3}{5}\% = \frac{3}{5} \text{ of } 1\% = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{100} = \frac{3}{500}$$
$$\frac{5}{8}\% = \frac{5}{8} \text{ of } 1\% = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{100} = \frac{5}{800}$$
$$\frac{7}{11}\% = \frac{7}{11} \text{ of } 1\% = \frac{7}{11} \cdot \frac{1}{100} = \frac{7}{1100}$$

Conjunto de Muestras A

Convertir $\frac{2}{3}\%$ a una fracción

Solución

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}\% = \frac{2}{3} \text{ of } 1\% &= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{100}_{50}} \\ &= \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 50} \\ &= \frac{1}{150} \end{aligned}$$

Conjunto de Muestras A

Convertir $\frac{5}{8}\%$ a decimal

Solución

$$\begin{aligned} \frac{5}{8}\% = \frac{5}{8} \text{ of } 1\% &= \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{100} \\ &= 0.625 \cdot 0.01 \\ &= 0.00625 \end{aligned}$$

Conjunto de práctica A

Convertir $\frac{1}{4}$% a una fracción

Contestar

$\frac{1}{400}$

Conjunto de práctica A

Convertir $\frac{3}{8}$% a una fracción

Contestar

$\frac{3}{800}$

Conjunto de práctica A

Convertir $3\frac{1}{3}$% a una fracción

Contestar

$\frac{1}{30}$

Conversiones que implican fracciones no terminadoras

Debemos tener cuidado al cambiar una fracción del 1% a un decimal. El número $\frac{2}{3}$, como sabemos, tiene una representación decimal no terminante. Por lo tanto, no puede expresarse exactamente como decimal.

Al convertir fracciones no terminadoras de 1% a decimales, es costumbre expresar la fracción como un decimal redondeado con al menos tres decimales.

Convertir una fracción no terminadora en un decimal
Para convertir una fracción no terminadora de 1% en decimal:

1. Convierte la fracción como decimal redondeado.
2. Mueve el punto decimal dos dígitos hacia la izquierda y quita el signo de porcentaje.

Conjunto de Muestras B

Convierte $\frac{2}{3}$% a un decimal de tres posiciones.

Solución

1. Convertir $\frac{2}{3}$ a decimal.
   Como deseamos que el decimal resultante tenga tres dígitos decimales, y eliminar el signo de porcentaje representará dos de ellos, necesitamos redondear $\frac{2}{3}$ a un lugar (2 + 1 = 3).
   $\frac{2}{3}\% = 0.7\%$a un decimal. $(\frac{2}{3} = 0.6666\ldots)$
2. Mueve el punto decimal dos dígitos hacia la izquierda y quita el signo%. Tendremos que añadir ceros para ubicar el punto decimal en la ubicación correcta.
   $\frac{2}{3}\% = 0.007$a 3 decimales

Conjunto de Muestras B

Convierte $5\frac{4}{11}\%$ a un decimal de cuatro posiciones.

Solución

1. Ya que deseamos que el decimal resultante tenga cuatro decimales, y eliminar el signo de porcentaje representará dos, nosotros para redondear $\frac{4}{11}$ a dos lugares.
   $5\frac{4}{11}\% = 5.36\%$ a dos decimales. $(\frac{4}{11} = 0.3636\ldots)$
2. Mueve el punto decimal dos lugares hacia la izquierda y deja caer el signo de porcentaje.
   $5\frac{4}{11}\% = 0.0536$ a cuatro decimales.

Conjunto de Muestras B

Convierte $28\frac{5}{9}\%$ a decimal redondeado a diez milésimas.

Solución

1. Como deseamos que el decimal resultante se redondee a diez milésimas (cuatro decimales), y eliminar el signo de porcentaje representará dos, necesitamos redondear $\frac{5}{9}$ a dos lugares.
   $28\frac{5}{9}\% = 28.56\%$ a dos decimales. $(\frac{5}{9} = 0.5555\ldots)$
2. Mueve el punto decimal a la izquierda dos lugares y deja caer el signo de porcentaje.
   $28\frac{5}{9}\% = 0.2856$ corregir a diez milésimas.

Set de práctica B

Convierte $\frac{7}{9}\%$ a un decimal de tres posiciones.

Contestar

0.008

Set de práctica B

Convierte $51\frac{5}{11}\%$ a decimal redondeado a diez milésimas.

Contestar

0.5145

Ejercicios

Realizar las conversiones como se indica.

Ejercicio 10.5.1

Convertir $\frac{3}{4}\%$ a una fracción

Contestar

$\frac{3}{400}$

Ejercicio10.5.2

Convertir$\frac{5}{6}$% a una fracción

Ejercicio10.5.3

Convertir$\frac{1}{9}$% a una fracción

Contestar

$\frac{1}{900}$

Ejercicio10.5.4

Convertir$\frac{15}{19}$% a una fracción

Ejercicio10.5.5

Convertir$\frac{5}{4}$% a una fracción

Contestar

$\frac{5}{400}$o$\frac{1}{80}$

Ejercicio10.5.6

Convertir$\frac{7}{3}$% a una fracción

Ejercicio10.5.7

Convertir$1\frac{6}{7}$% a una fracción

Contestar

$\frac{13}{700}$

Ejercicio10.5.8

Convertir$2\frac{5}{16}$% a una fracción

Ejercicio10.5.9

Convertir$25\frac{1}{4}$% a una fracción

Contestar

$\frac{101}{400}$

Ejercicio10.5.10

Convertir$50\frac{5}{6}$% a una fracción

Ejercicio10.5.11

Convertir$72\frac{3}{5}$% a una fracción

Contestar

$\frac{363}{500}$

Ejercicio10.5.12

Convertir$99\frac{1}{8}$% a una fracción

Ejercicio10.5.13

Convertir$136\frac{2}{3}$% a una fracción

Contestar

$\frac{41}{30}$

Ejercicio10.5.14

Convertir$521\frac{3}{4}$% a una fracción

Ejercicio10.5.15

Convierte$10\frac{1}{5}$% a decimal.

Contestar

$\frac{51}{500} = 0.102$

Ejercicio10.5.16

Convierte$12\frac{3}{4}$% a decimal.

Ejercicio10.5.17

Convierte$3\frac{7}{8}$% a decimal.

Contestar

$\frac{31}{800} = 0.03875$

Ejercicio10.5.18

Convierte$7\frac{1}{16}$% a decimal.

Ejercicio10.5.19

Convierte$\frac{3}{7}$% a un decimal de tres posiciones.

Contestar

0.004

Ejercicio10.5.20

Convierte$\frac{1}{9}$% a un decimal de tres posiciones.

Ejercicio10.5.21

Convierte$6\frac{3}{11}$% a un decimal de cuatro posiciones.

Contestar

0.0627

Ejercicio10.5.22

Convierte$9\frac{2}{7}$% a un decimal de cuatro posiciones.

Ejercicio10.5.23

Convierte$24\frac{5}{21}$% a un decimal de tres posiciones.

Contestar

0.242

Ejercicio10.5.24

Convierte$45\frac{8}{27}$% a un decimal de tres posiciones.

Ejercicio10.5.25

Convierte$11\frac{16}{17}$% a un decimal de cuatro posiciones.

Contestar

0.1194

Ejercicio10.5.26

Convierte$5\frac{1}{7}$% a un decimal de tres posiciones.

Ejercicios para la revisión

Ejercicio10.5.27

Escribir$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ usando exponentes.

Contestar

8^5

Ejercicio10.5.28

Convertir$4\frac{7}{8}$ a una fracción impropia.

Ejercicio10.5.29

Encuentra la suma. $\frac{7}{10}+\frac{2}{21}+\frac{1}{7}$.

Contestar

$\frac{197}{210}$

Ejercicio10.5.30

Encuentre el producto. (4.21) (0.006).

Ejercicio10.5.31

Convertir 8.062 a un por ciento.

Contestar

806.2%

This page titled 10.5: Fracciones del uno por ciento is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.6: Aplicaciones de porcentajes

Objetivos de aprendizaje

- ser capaz de distinguir entre base, porcentaje y porcentaje
- poder encontrar el porcentaje, el porcentaje y la base

Base, Porcentaje y Porcentaje

Hay tres tipos básicos de problemas porcentuales. Cada tipo involucra una base, un porcentaje y un porcentaje, y cuando se traducen de palabras a símbolos matemáticos *cada uno se convierte en una declaración de multiplicación*. Ejemplos de este tipo de problemas son los siguientes:

1. ¿Qué número es 30% de 50? (Falta la declaración del producto).
2. ¿15 es qué porcentaje de 50? (Falta la declaración del factor.)
3. 15 es 30% de qué número? (Falta la declaración del factor.)

En el problema 1, falta el producto. Para resolver el problema, representamos el producto faltante con$P$.

$P = 30\% \cdot 50$

Definición: Porcentaje

El producto faltante$P$ se llama el **porcentaje**. Porcentaje significa *parte*, o *porción*. En$P = 30\% \cdot 50$. Prepresenta una *parte* particular de 50.

En el problema 2, falta uno de los factores. Aquí representamos el factor faltante con$Q$.

$15 = Q \cdot 50$

Por ciento

El factor que falta es el **porcentaje**. Por ciento, sabemos, significa *por* 100, o *parte* de 100. En$15 = Q \cdot 50$. Qindica qué parte de 50 se está tomando o considerando. Específicamente,$15 = Q \cdot 50$ significa que si 50 se iba a dividir en 100 partes iguales, entonces$Q$ indica que se están considerando 15.

En el problema 3, falta uno de los factores. Representar el factor faltante con$B$.

$15 = 30\% \cdot B$

Base

El factor que falta es la **base**. Algunos significados de base son una *fuente de suministro*, o un *punto de partida*. En$15 = 30\% \cdot B$,B indica la cantidad de suministro. Específicamente,$15 = 30\% \cdot B$ indica que 15 representa 30% de la oferta total.

Cada uno de estos tres tipos de problemas es de la forma

$(\text{percentage}) = (\text{percent}) \cdot (\text{base})$

Podemos determinar cualquiera de los tres valores dados a los otros dos usando los métodos discutidos en [link].

Encontrar el porcentaje

Conjunto de Muestras A

$\underbrace{\text{What number}}$	is	30%	of	50?	Missing product statement.
	↓	↓	↓	↓	
(percentage)	=	(percent)	·	(base)	
↓	↓	↓	↓	↓	
P	=	30%	·	50	Convert 30% to a decimal.
P	=	.30	·	50	Multiply.
P	=	15			

Así, 15 es 30% de 50.

Conjunto de Muestras A

$$\begin{array}{cccccl} \underbrace{\text{What number}} & \text{is} & 36\% & \text{of} & 95? & \text{Missing product statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ P & = & 36\% & \cdot & 95 & \text{Convert 36\% to a decimal.} \\ P & = & .36 & \cdot & 95 & \text{Multiply.} \\ P & = & 34.2 & & & \end{array}$$

Así, 34.2 es 36% de 95.

Conjunto de Muestras A

Una vendedora, que recibe una comisión del 12% de cada venta que realiza, realiza una venta de $8,400.00. ¿Cuánto cuesta su comisión?

Solución

Tenemos que determinar qué parte de $8,400.00 se va a tomar. Qué *parte* indica *porcentaje*.

$$\begin{array}{cccccl} \underbrace{\text{What number}} & \text{is} & 12\% & \text{of} & 8,400.00? & \text{Missing product statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ P & = & 12\% & \cdot & 8,400.00 & \text{Convert to decimals.} \\ P & = & .12 & \cdot & 8,400.00 & \text{Multiply.} \\ P & = & 1008.00 & & & \end{array}$$

Así, la comisión del vendedor es de $1,008.00.

Conjunto de Muestras A

Una niña, al practicar la escritura en la computadora de su casa, ha podido aumentar su velocidad de escritura en un 110%. Si originalmente escribía 16 palabras por minuto, ¿por cuántas palabras por minuto pudo aumentar su velocidad?

Solución

Tenemos que determinar qué parte de 16 se ha tomado. Qué *parte* indica *porcentaje*.

$$\begin{array}{cccccl} \underbrace{\text{What number}} & \text{is} & 110\% & \text{of} & 16? & \text{Missing product statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ P & = & 110\% & \cdot & 16 & \text{Convert to decimals.} \\ P & = & 1.10 & \cdot & 16 & \text{Multiply.} \\ P & = & 17.6 & & & \end{array}$$

Así, la niña ha aumentado su velocidad de escritura en 17.6 palabras por minuto. Su nueva velocidad son$16 + 17.6 = 33.6$ las palabras por minuto.

Conjunto de Muestras A

Un estudiante que gana 125 dólares al mes trabajando medio tiempo recibe un aumento salarial del 4%. ¿Cuál es el nuevo salario mensual del alumno?

Solución

Con un aumento del 4%, este alumno hará el 100% del salario original + 4% del salario original. Esto significa que el nuevo salario será del 104% del salario original. Tenemos que determinar qué parte de 125 dólares se va a tomar. Qué *parte* indica *porcentaje*.

$$\begin{array}{lcll} \underbrace{\text{What number}} & \text{is} & 104\% \quad \text{of} \quad 125 & \text{Missing product statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \quad \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) \cdot (\text{base}) & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \quad \downarrow & \\ P & = & 104\% \cdot 125 & \text{Convert to decimals.} \\ P & = & 1.04 \cdot 125 & \text{Multiply.} \\ P & = & 130 & \end{array}$$

Así, el nuevo salario mensual de este alumno es de 130 dólares.

Conjunto de Muestras A

Una prenda de vestir está a la venta con un 15% de descuento sobre el precio marcado. Si el precio marcado es de $24.95, ¿cuál es el precio de venta?

Solución

Dado que el artículo tiene un descuento del 15%, el nuevo precio será$100\% - 15\% = 85\%$ del precio marcado. Tenemos que determinar qué parte de 24.95 se va a tomar. Qué *parte* indica *porcentaje*.

$$\begin{array}{lcll} \underbrace{\text{What number}} & \text{is} & 85\% \quad \text{of} \quad \$24.95 & \text{Missing product statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \quad \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) \cdot (\text{base}) & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \quad \downarrow & \\ P & = & 85\% \cdot 24.95 & \text{Convert to decimals.} \\ P & = & .85 \cdot 24.95 & \text{Multiply.} \\ P & = & 21.2075 & \text{Since this number represents money,} \\ & & & \text{we'll round to 2 decimal places} \\ P & = & 21.21 & \end{array}$$

Por lo tanto, el precio de venta del artículo es de $21.21.

Conjunto de práctica A

¿Qué número es 42% de 85?

Contestar

35.7

Conjunto de práctica A

Un vendedor hace una comisión del 16% por cada venta que realiza. ¿Cuánto cuesta su comisión si hace una venta de $8,500?

Contestar

$1,360

Conjunto de práctica A

Un trabajador de la línea de montaje puede ensamblar 14 partes de un producto en una hora. Si puede aumentar su velocidad de montaje en un 35%, ¿en cuántas piezas por hora aumentaría su ensamblaje de productos?

Contestar

4.9

Conjunto de práctica A

Un informático en Silicon Valley gana $42,000 anuales. ¿Cuál sería el nuevo salario anual de esta científica si recibiera un aumento del 8%?

Contestar

45,360

Encontrar el Porcentaje

Conjunto de Muestras B

$$\begin{array}{ccccccc} 15 & \text{is} & \underbrace{\text{What number}} & \text{of} & 50? & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & [(\text{product}) = (\text{factor}) \cdot (\text{factor})] \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 15 & = & Q & \cdot & 50 & \end{array}$$

Recordemos que (factor faltante) = (producto)÷ (factor conocido).

$$\begin{array}{rcll} Q & = & 15 \div 50 & \text{Divide.} \\ Q & = & 0.3 & \text{Convert to a percent} \\ Q & = & 30\% & \end{array}$$

Así, 15 es 30% de 50.

Conjunto de Muestras B

$$\begin{array}{ccccccc} 4.32 & \text{is} & \underbrace{\text{What percent}} & \text{of} & 72? & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & [(\text{product}) = (\text{factor}) \cdot (\text{factor})] \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 4.32 & = & Q & \cdot & 72 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} Q & = & 4.32 \div 72 & \text{Divide.} \\ Q & = & 0.06 & \text{Convert to a percent} \\ Q & = & 6\% & \end{array}$$

Así, 4.32 es 6% de 72.

Conjunto de Muestras B

En un examen de 160 preguntas, un alumno obtuvo 125 respuestas correctas. ¿Qué porcentaje es este? Redondea el resultado a dos decimales.

Solución

Tenemos que determinar el porcentaje.

$$\begin{array}{ccccccc} 125 & \text{is} & \underbrace{\text{What percent}} & \text{of} & 160? & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & [(\text{product}) = (\text{factor}) \cdot (\text{factor})] \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 125 & = & Q & \cdot & 160 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} Q & = & 125 \div 160 & \text{Divide.} \\ Q & = & 0.78125 & \text{Round to two decimal places} \\ Q & = & .78 & \end{array}$$

De esta manera, este alumno recibió un 78% en el examen.

Conjunto de Muestras B

Una botella contiene 80 mililitros de ácido clorhídrico (HCl) y 30 mililitros de agua. ¿Qué porcentaje de HCl contiene la botella? Redondea el resultado a dos decimales.

Solución

Tenemos que determinar el porcentaje. La cantidad total de líquido en la botella es

$$80 \text{ milliliters} + 30 \text{ milliliters} = 110 \text{ milliliters}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 80 & \text{is} & \underbrace{\text{What percent}} & \text{of} & 110? & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & [(\text{product}) = (\text{factor}) \cdot (\text{factor})] \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 80 & = & Q & \cdot & 110 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} Q & = & 80 \div 110 & \text{Divide.} \\ Q & = & 0.727272\ldots & \text{Round to two decimal places} \\ Q & \approx & 73\% & \text{The symbol ” } \approx \text{ ” is read as ”approximately.”} \end{array}$$

Por lo tanto, esta botella contiene aproximadamente 73% de HCl.

Conjunto de Muestras B

Hace cinco años una mujer tenía un ingreso anual de 19.200 dólares. Actualmente gana $42,000 anuales. ¿En qué porcentaje ha aumentado su salario? Redondea el resultado a dos decimales.

Solución

Tenemos que determinar el porcentaje.

$$\begin{array}{ccccccc} 42,000 & \text{is} & \underbrace{\text{What percent}} & \text{of} & 19,200? & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \\ (\text{percentage}) & = & (\text{percent}) & \cdot & (\text{base}) & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 42,000 & = & Q & \cdot & 19,200 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} Q & = & 42,000 \div 19,200 & \text{Divide.} \\ Q & = & 2.1875 & \text{Round to two decimal places} \\ Q & = & 2.19 & \text{Convert to a percent.} \\ Q & = & 219\% & \text{Convert to a percent.} \end{array}$$

De esta manera, el salario anual de esta mujer ha aumentado 219%.

Set de práctica B

99.13 es ¿qué porcentaje de 431?

Contestar

23%

Set de práctica B

En un examen de 80 preguntas, un alumno obtuvo 72 respuestas correctas. ¿Qué porcentaje obtuvo el alumno en el examen?

Contestar

90%

Set de práctica B

Una botella contiene 45 mililitros de azúcar y 67 mililitros de agua. ¿Qué fracción de azúcar contiene la botella? Redondear el resultado a dos decimales (luego expresarlo como porcentaje).

Contestar

40%

Encontrar la base

Conjunto de Muestras C

$$\begin{array}{ccccccl} 15 & \text{is} & 30\% & \text{of} & \underbrace{\text{What number?}} & & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{(percentage)} & = & \text{(percent)} & \cdot & \text{(base)} & & [\text{(product)} = \text{(factor)} \cdot \text{(factor)}] \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 15 & = & 30\% & \cdot & B & & \text{Convert to decimals.} \\ 15 & = & .30 & \cdot & B & & [\text{(missing factor)} = \text{(product)} \div \text{(known factor)}] \end{array}$$

$$\begin{aligned} B &= 15 \div .30 \\ B &= 50 \end{aligned}$$

Así, 15 es 30% de 50.

Conjunto de Muestras C

$$\begin{array}{ccccccl} 56.43 & \text{is} & 33\% & \text{of} & \underbrace{\text{What number?}} & & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{(percentage)} & = & \text{(percent)} & \cdot & \text{(base)} & & [\text{(product)} = \text{(factor)} \cdot \text{(factor)}] \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 56.43 & = & 33\% & \cdot & B & & \text{Convert to decimals.} \\ 56.43 & = & .33 & \cdot & B & & \text{Divide.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} B &= 56.43 \div .33 \\ B &= 171 \end{aligned}$$

Así, 56.43 es 33% de 171.

Conjunto de Muestras C

Quince mililitros de agua representan 2% de una solución de ácido clorhídrico (HCl). ¿Cuántos mililitros de solución hay?

Solución

Tenemos que determinar el suministro total. El *suministro de* palabras indica *base*.

$$\begin{array}{ccccccl} 15 & \text{is} & 2\% & \text{of} & \underbrace{\text{What number?}} & & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{(percentage)} & = & \text{(percent)} & \cdot & \text{(base)} & & [\text{(product)} = \text{(factor)} \cdot \text{(factor)}] \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 15 & = & 2\% & \cdot & B & & \text{Convert to decimals.} \\ 15 & = & .02 & \cdot & B & & \text{Divide.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} B &= 15 \div .02 \\ B &= 750 \end{aligned}$$

Así, hay 750 mililitros de solución en la botella.

Conjunto de Muestras C

En una ciudad en particular, se cobra un impuesto sobre las ventas del $6\frac{1}{2}\%$ sobre los artículos comprados en tiendas locales. Si el impuesto sobre un artículo es de $2.99, ¿cuál es el precio del artículo?

Solución

Tenemos que determinar el precio del artículo. Podemos pensar en el *precio* como el *punto de partida*. El *lugar de inicio* indica *base*. Tenemos que determinar la base.

$$\begin{array}{ccccccc} 2.99 & \text{is} & 6\frac{1}{2}\% & \text{of} & \text{What number?} & & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ \text{(percentage)} & = & \text{(percent)} & \cdot & \text{(base)} & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 2.99 & = & 6\frac{1}{2}\% & \cdot & B & & \text{Convert to decimals.} \\ 2.99 & = & 6.5\% & \cdot & B & & \\ 2.99 & = & 0.065 & \cdot & B & & [(\text{missing factor}) = (\text{product}) \div (\text{known factor})] \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} B & = & 2.99 \div .065 & \text{Divide.} \\ B & = & 46 & \end{array}$$

Por lo tanto, el precio del artículo es de $46.00.

Conjunto de Muestras C

Una prenda de vestir tiene un precio de 20.40 dólares. Este precio marcado incluye un 15% de descuento. ¿Cuál es el precio original?

Solución

Tenemos que determinar el precio original. Podemos pensar en el precio original como el *punto de partida*. El *lugar de inicio* indica *base*. Tenemos que determinar la base. El nuevo precio, $20.40, representa $100\% - 15\% = 85\%$ del precio original.

$$\begin{array}{ccccccc} 20.40 & \text{is} & 85\% & \text{of} & \text{What number?} & & \text{Missing factor statement.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ \text{(percentage)} & = & \text{(percent)} & \cdot & \text{(base)} & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 20.40 & = & 85\% & \cdot & B & & \text{Convert to decimals.} \\ 20.40 & = & 0.85 & \cdot & B & & [(\text{missing factor}) = (\text{product}) \div (\text{known factor})] \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} B & = & 20.40 \div .85 & \text{Divide.} \\ B & = & 24 & \end{array}$$

Por lo tanto, el precio original del artículo es de $24.00.

Set de práctica C

¿1.98 es 2% de qué número?

Contestar

99

Set de práctica C

3.3 mililitros de HCl representan 25% de una solución de HCl. ¿Cuántos mililitros de solución hay?

Contestar

13.2ml

Set de práctica C

Un vendedor, que realiza una comisión del $18\frac{1}{4}$% por cada venta, realiza una comisión de $152.39 por una venta en particular. Redondeado al dólar más cercano, ¿cuál es el monto de la venta?

Contestar

$835

Set de práctica C

En la "reproducción súper larga", $2\frac{1}{2}$ las horas de reproducción de una videograbadora representan el 31.25% del tiempo total de reproducción. ¿Cuál es el tiempo total de juego?

Contestar

8 horas

Ejercicios

Para los siguientes 25 problemas, encuentra cada cantidad indicada.

Ejercicio10.6.1

¿Qué es el 21% de 104?

Contestar

21.84

Ejercicio10.6.2

¿Qué es 8% de 36?

Ejercicio10.6.3

¿Qué es 98% de 545?

Contestar

534.1

Ejercicio10.6.4

¿Qué es 143% de 33?

Ejercicio10.6.5

¿Qué es $10\frac{1}{2}$% de 20?

Contestar

2.1

Ejercicio10.6.6

3.25 es ¿qué porcentaje de 88?

Ejercicio10.6.7

¿22.44 es qué porcentaje de 44?

Contestar

51

Ejercicio10.6.8

0.0036 es ¿qué porcentaje de 0.03?

Ejercicio10.6.9

31.2 es ¿qué porcentaje de 26?

Contestar

120

Ejercicio10.6.10

266.4 es ¿qué porcentaje de 74?

Ejercicio10.6.11

0.0101 es ¿qué porcentaje de 0.0505?

Contestar

20

Ejercicio10.6.12

2.4 es 24% de qué número?

Ejercicio10.6.13

24.19 es 41% de qué número?

Contestar

59

Ejercicio10.6.14

61.12 es 16% de qué número?

Ejercicio10.6.15

82.81 es 91% de qué número?

Contestar

91

Ejercicio10.6.16

115.5 es 20% de qué número?

Ejercicio10.6.17

43.92 es 480% de qué número?

Contestar

9.15

Ejercicio10.6.18

¿Qué es 85% de 62?

Ejercicio10.6.19

29.14 es ¿qué porcentaje de 5.13?

Contestar

568

Ejercicio10.6.20

0.6156 es ¿qué porcentaje de 5.13?

Ejercicio10.6.21

¿Qué es 0.41% de 291.1?

Contestar

1.19351

Ejercicio10.6.22

26.136 es 121% de qué número?

Ejercicio10.6.23

1,937.5 es ¿qué porcentaje de 775?

Contestar

250

Ejercicio10.6.24

1 es ¿qué porcentaje de 2 mil?

Ejercicio10.6.25

0 es ¿qué porcentaje de 59?

Contestar

0

Ejercicio10.6.26

Una prenda de vestir está a la venta por 10% de descuento sobre el precio marcado. Si el precio marcado es de $14.95, ¿cuál es el precio de venta? (Redondear a dos decimales.)

Ejercicio10.6.27

Un empleado de abarrotes, que gana 365 dólares mensuales, recibe un aumento del 7%. ¿Cuánto cuesta su nuevo sueldo mensual?

Contestar

390.55

Ejercicio10.6.28

Una prenda de vestir que originalmente se vende por $55.00 se marca abajo a $46.75. ¿Qué porcentaje se ha marcado hacia abajo?

Ejercicio10.6.29

En un examen de 25 preguntas, un alumno obtiene 21 correctos. ¿Qué porcentaje es este?

Contestar

84

Ejercicio10.6.30

En un examen de 45 preguntas, un estudiante obtiene el 40%. ¿Cuántas preguntas corrigió este alumno?

Ejercicio10.6.31

Una tableta vitamínica, que pesa 250 miligramos, contiene 35 miligramos de vitamina C. ¿Qué porcentaje del peso de esta tableta es la vitamina C?

Contestar

14

Ejercicio10.6.32

Hace cinco años una secretaria hacía 11,200 dólares anuales. El secretario gana ahora $17,920 anuales. ¿En qué porcentaje se ha incrementado el sueldo de esta secretaria?

Ejercicio10.6.33

Un equipo de beisbol gana $48\frac{3}{4}$% de todos sus juegos. Si ganaron 78 juegos, ¿a cuántos juegos jugaron?

Contestar

160

Ejercicio10.6.34

Un mecanógrafo pudo aumentar su velocidad en 120% a 42 palabras por minuto. ¿Cuál era su velocidad de escritura original?

Ejercicio10.6.35

Un vendedor realiza una comisión del 12% sobre el monto total de cada venta. Si, en un mes, gana un total de $8,520 en ventas, ¿cuánto ha hecho en comisión?

Contestar

1,022.40

Ejercicio10.6.36

Un vendedor recibe un salario de $850 mensuales más una comisión del $8\frac{1}{2}$% de sus ventas. Si en un mes en particular vende mercancía por valor de 22.800 dólares, ¿cuáles serán sus ingresos mensuales?

Ejercicio10.6.37

Un hombre pide prestado 1150.00 dólares a una compañía de préstamos. Si realiza 12 pagos mensuales iguales de $130.60, ¿qué porcentaje del préstamo está pagando en intereses?

Contestar

36.28%

Ejercicio10.6.38

La distancia del sol a la tierra es de aproximadamente 93,000,000 millas. La distancia del sol a Plutón es de aproximadamente el 860.2% de la distancia del sol a la Tierra. Aproximadamente, ¿a cuántas millas está Plutón del sol?

Ejercicio10.6.39

El número de personas en cupones de alimentos en Maine en 1975 era de 151,000. Para 1980, el número había disminuido a 59.200. ¿En qué porcentaje disminuyó el número de personas en cupones de alimentos? (Redondear el resultado al porcentaje más cercano.)

Contestar

61

Ejercicio10.6.40

En Nebraska, en 1960, había 734.000 registros de vehículos motorizados. Para 1979, el total había aumentado alrededor de 165.6%. Acerca de cuántos registros de vehículos motorizados hubo en Nebraska en 1979?

Ejercicio10.6.41

De 1973 a 1979, en Estados Unidos, hubo un incremento de 166.6% de los científicos sociales Ph.D. a 52 mil. ¿Cuántos había en 1973?

Contestar

19,500

Ejercicio10.6.42

En 1950, en Estados Unidos, había mil 894 diarios. Ese número disminuyó a 1,747 para 1981. ¿Qué porcentaje disminuyó el número de diarios?

Ejercicio10.6.43

Una aleación particular es 27% cobre. ¿Cuántas libras de cobre hay en 55 libras de la aleación?

Contestar

14.85

Ejercicio10.6.44

Una botella que contiene una solución de ácido clorhídrico (HCl) se marca 15% (lo que significa que 15% de la solución de HCl es ácido). Si una botella contiene 65 mililitros de solución, ¿cuántos mililitros de agua contiene?

Ejercicio10.6.45

Una botella que contiene una solución de HCl se marca 45%. Una prueba muestra que 36 de los 80 mililitros contenidos en la botella son ácido clorhídrico. ¿La botella está marcada correctamente? Si no, ¿cómo se debe remarcar?

Contestar

Marcado correctamente

Ejercicios para revisión

Ejercicio10.6.46

Utilice los números 4 y 7 para ilustrar la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Ejercicio10.6.47

Convertir $\frac{14}{5}$ a un número mixto.

Contestar

$2\frac{4}{5}$

Ejercicio10.6.48

Organizar los números $\frac{7}{12}, \frac{5}{9}$ y $\frac{4}{7}$ en orden creciente.

Ejercicio10.6.49

Convierte 4.006 en un número mixto.

Contestar

$4\frac{3}{500}$

Ejercicio10.6.50

Convertir $\frac{7}{8}$% a una fracción.

This page titled 10.6: Aplicaciones de porcentajes is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

10.7: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Denominar
números Los números que aparecen junto con las unidades son **números denominados**. Los montos 6 dólares y 4 pintas son ejemplos de números denominados.

Como y a diferencia Denominar números
similares los números denominados similares son números denominados con unidades similares. Si las unidades no son las mismas, los números son **diferentes a los números denominados**.

Números puros
Los números que aparecen sin una unidad son **números puros**.

Comparación de números por resta y división La
comparación de dos números por resta indica cuánto más es un número que otro. La comparación por división indica cuántas veces más grande o menor es un número que otro.

Comparar números puros o similares por resta
Los números se pueden comparar por resta si y solo si son números puros o números denominados similares.

Tasa de relación
Una comparación, por división, de dos números denominados similares es una **relación**. Una comparación, por división, de dos números denominados a diferencia es una **tasa**.

Proporción
Una **proporción** es una declaración de que dos ratios o tasas son iguales.
$\frac{3 \text{ people}}{2 \text{ jobs}} = \frac{6 \text{ people}}{4 \text{ jobs}}$ es una proporción.

Resolviendo una proporción
Para **resolver una proporción** que contenga tres números conocidos y una letra que represente una cantidad desconocida, realice la multiplicación cruzada, luego divida el producto de los dos números por el número que multiplica la letra.

Proporciones Involucrando Tasas
Al escribir una proporción que involucre tasas es muy importante escribirla para que el mismo tipo de unidades aparezca en el mismo lado ya sea del signo igual o de la barra de fracción.
$\frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 2}} = \frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 2}}$ or $\frac{\text{unit type 1}}{\text{unit type 1}} = \frac{\text{unit type 2}}{\text{unit type 2}}$

Método de cinco pasos para resolver proporciones

1. Mediante una lectura cuidadosa, determinar cuál es la cantidad desconocida y representarla con alguna letra. Solo habrá una desconocida en un problema.
2. Identificar los tres números especificados.
3. Determinar qué comparaciones se van a hacer y establecer la proporción.
4. Resolver la proporción.
5. Interpretar y escribir una conclusión.

Al resolver problemas aplicados, SIEMPRE comience por determinar la cantidad desconocida y representarla con una letra.

Porcentaje
Una relación en la que un número se compara con 100 es un **porcentaje**. Por ciento significa “por cada cien”.

Conversión de fracciones, decimales y porcentajes
Es posible convertir decimales a porcentajes, fracciones a porcentajes, porcentajes a decimales y porcentajes a fracciones.

Aplicaciones de los porcentajes:
Los tres tipos básicos de problemas porcentuales involucran una **base**, un **porcentaje** y un **porcentaje**.

Base
La **base** es el número utilizado para la comparación.

Porcentaje
El **porcentaje** es el número que se compara con la base.

Por **ciento** Por su definición, **porcentaje** significa *parte de*.

Resolviendo problemas

$$\text{Percentage} = (\text{percent}) \times (\text{base})$$

$$\text{Percent} = \frac{\text{percentage}}{\text{base}}$$

$$\text{Base} = \frac{\text{percentage}}{\text{percent}}$$

10.7: Resumen de conceptos clave is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

10.8: Suplemento de ejercicio

Ratios y Tarifas

Ejercicio10.8.1

Compara 250 watts a 100 watts por resta.

Contestar

250 vatios son 150 vatios más de 100 vatios

Ejercicio10.8.2

Compara 126 y 48 por resta.

Ejercicio10.8.3

Compara 98 rábanos con 41 rábanos por división.

Contestar

98 rábanos son 2.39 veces más rábanos que 41 rábanos

Ejercicio10.8.4

Compara 144 a 9 por división.

Ejercicio10.8.5

Compara 100 carpas con 5 carpas por división.

Contestar

100 carpas son 20 veces más carpas que 5 carpas

Ejercicio10.8.6

Compara 28 pies a 7 pies por división.

Ejercicio10.8.7

La comparación, por división, de dos números puros o dos números denominados similares se llama a.

Contestar

relación

Ejercicio10.8.8

Una comparación, por división, de dos números denominados a diferencia se llama a.

Para problemas 9-12, exprese cada relación o tasa como una fracción.

Ejercicio10.8.9

15 a 5

Contestar

$\frac{3}{1}$

Ejercicio10.8.10

72 a 12

Ejercicio10.8.11

8 milímetros a 5 mililitros

Contestar

$\frac{8\text{ml}}{5\text{ml}}$

Ejercicio10.8.12

106 tabletas a 52 tabletas

Para los problemas 13-16, escriba cada proporción en la forma "aab".

Ejercicio10.8.13

$\frac{9}{16}$

Contestar

9 a 16

Ejercicio10.8.14

$\frac{5}{11}$

Ejercicio10.8.15

$\frac{1\text{ diskette}}{8\text{ diskettes}}$

Contestar

1 disquete a 8 disquetes

Ejercicio10.8.16

$\frac{5\text{ papers}}{3\text{ pens}}$

Para problemas 17-21, escribe cada ratio o tasa usando palabras.

Ejercicio10.8.17

$$\frac{9}{16} = \frac{18}{32}$$

Contestar

9 es a 16 como 18 es a 32

Ejercicio10.8.18

$$\frac{1}{4} = \frac{12}{48}$$

Ejercicio10.8.19

$$\frac{8 \text{ items}}{4 \text{ dollars}} = \frac{2 \text{ items}}{1 \text{ dollar}}$$

Contestar

8 artículos son a 4 dólares ya que 2 artículos son a 1 dólar

Ejercicio10.8.20

150 miligramos de niacina es a 2 tabletas ya que 300 miligramos de niacina es a 4 tabletas.

Ejercicio10.8.21

20 personas es a 4 asientos ya que 5 personas es a 1 asiento.

Contestar

$$\frac{20}{4} = \frac{5}{1}$$

20 personas son a 4 asientos ya que 5 personas son a 1 asiento

Proporciones

Para los problemas 22-27, determinar el número faltante en cada proporción.

Ejercicio10.8.22

$$\frac{x}{3} = \frac{24}{9}$$

Ejercicio10.8.23

$$\frac{15}{7} = \frac{60}{x}$$

Contestar

28

Ejercicio10.8.24

$$\frac{1}{1} = \frac{x}{44}$$

Ejercicio10.8.25

$$\frac{3}{x} = \frac{15}{50}$$

Contestar

10

Ejercicio10.8.26

$$\frac{15 \text{ bats}}{16 \text{ balls}} = \frac{\text{x bats}}{128 \text{ balls}}$$

Ejercicio10.8.27

$$\frac{36 \text{ rooms}}{29 \text{ fans}} = \frac{504 \text{ rooms}}{\text{x fans}}$$

Contestar

406

Aplicaciones de Proporciones

Ejercicio10.8.28

En un mapa, 3 pulgadas representa 20 millas. ¿Cuántas millas representan 27 pulgadas?

Ejercicio10.8.29

Una solución salina se compone de 8 partes de sal por 5 partes de agua. ¿Cuántas partes de sal hay en una solución que contiene 50 partes de agua?

Contestar

80

Ejercicio10.8.30

Se construye un modelo a $\frac{4}{15}$ escala. Si una parte particular del modelo mide 8 pulgadas de largo, ¿cuánto dura la estructura real?

Ejercicio10.8.31

La proporción de amoníaco a aire en un recipiente es $\frac{3}{40}$. ¿Cuántos mililitros de aire debe haber en un recipiente que contenga 8 mililitros de amoníaco?

Contestar

$\frac{320}{3}$ o $106\frac{2}{3}$

Ejercicio10.8.32

Una niña de 4 pies proyecta una sombra de 9 pies en un momento particular del día. ¿Qué tan alto es un poste que proyecta una sombra de 144 pies a la misma hora del día?

Ejercicio10.8.33

Las probabilidades de que ocurra un evento en particular son de 11 a 2. Si este evento ocurre 55 veces, ¿cuántas veces predecirías que no ocurre?

Contestar

10

Ejercicio10.8.34

Cada$1\frac{3}{4}$ cucharadita de una vitamina múltiple, en forma granular, contiene 0.85 el requerimiento mínimo diario de vitamina A. ¿Cuántas cucharaditas de esta vitamina se requieren para suministrar 2.25 el requerimiento mínimo diario?

Porcentaje y Fracciones del Uno por ciento ([link], [link])

Para problemas 35-39, convierta cada decimal a un porcentaje.

Ejercicio10.8.35

0.16

Contestar

16%

Ejercicio10.8.36

0.818

Ejercicio10.8.37

5.3536

Contestar

535.36%

Ejercicio10.8.38

0.50

Ejercicio10.8.39

3

Contestar

300%

Para problemas 40-48, convierta cada porcentaje a un decimal.

Ejercicio10.8.40

62%

Ejercicio10.8.41

1.58%

Contestar

0.0158

Ejercicio10.8.42

9.15%

Ejercicio10.8.43

0.06%

Contestar

0.0006

Ejercicio10.8.44

0.003%

Ejercicio10.8.45

$5\frac{3}{11}$% a un decimal de tres posiciones

Contestar

0.053

Ejercicio10.8.46

$\frac{9}{13}$% a un decimal de tres posiciones

Ejercicio10.8.47

$82\frac{25}{29}$% a un decimal de cuatro posiciones

Contestar

0.8286

Ejercicio10.8.48

$18\frac{1}{7}$% a un decimal de cuatro posiciones

Para problemas 49-55, convierta cada fracción o número mixto a un porcentaje.

Ejercicio10.8.49

$\frac{3}{5}$

Contestar

60%

Ejercicio10.8.50

$\frac{2}{10}$

Ejercicio10.8.51

$\frac{5}{16}$

Contestar

31.25%

Ejercicio10.8.52

$\frac{35}{8}$

Ejercicio10.8.53

$\frac{105}{16}$

Contestar

656.25%

Ejercicio10.8.54

$45\frac{1}{11}$

Ejercicio10.8.55

$6\frac{278}{9}$

Contestar

$3688.\overline{8}\%$

Para problemas 56-64, convierta cada porcentaje a una fracción o número mixto.

Ejercicio10.8.54

95%

Ejercicio10.8.55

12%

Contestar

$$\frac{3}{25}$$

Ejercicio10.8.54

83%

Ejercicio10.8.55

38.125%

Contestar

$$\frac{61}{160}$$

Ejercicio10.8.54

$61.\bar{2}\%$

Ejercicio10.8.55

$\frac{5}{8}\%$

Contestar

$$\frac{1}{160}$$

Ejercicio10.8.54

$6\frac{9}{20}\%$

Ejercicio10.8.55

$15\frac{3}{22}\%$

Contestar

$$\frac{2977}{19800}$$

Ejercicio10.8.54

$106\frac{19}{45}\%$

Aplicaciones de los porcentajes

Para los problemas 65-72, encuentre cada solución.

Ejercicio10.8.55

¿Qué es 16% de 40?

Contestar

6.4

Ejercicio10.8.54

29.4 es ¿qué porcentaje de 105?

Ejercicio10.8.55

$3\frac{21}{50}$es 547.2% de qué número?

Contestar

0.625 o$\frac{5}{8}$

Ejercicio10.8.54

0.09378 es ¿qué porcentaje de 52.1?

Ejercicio10.8.55

¿Qué es el 680% de 1.41?

Contestar

9.588

Ejercicio10.8.54

Un cuchillo de cocina está a la venta por 15% de descuento sobre el precio marcado. Si el precio marcado es de $39.50, ¿cuál es el precio de venta?

Ejercicio10.8.55

En un examen de geología de 80 preguntas, un estudiante obtiene 68 correctos. ¿Cuál es el porcentaje correcto?

Contestar

85

Ejercicio10.8.54

Una vendedora hace una comisión del 18% del total de sus ventas mensuales. Además recibe un salario mensual de $1,600.00. Si en un mes en particular vende mercancía por valor de $4,000.00, ¿cuánto ganará ese mes?

10.8: Suplemento de ejercicio is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

10.9: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Ejercicio10.9.1

Compara 4 cintas de casetes a 7 dólares.

Contestar

$$\frac{4 \text{ cassette tapes}}{7 \text{ dollars}}$$

Ejercicio10.9.2

¿Cómo llamamos una comparación, por división, de dos números denominados diferentes?

Contestar

Tarifa

Para los problemas 3 y 4, exprese cada ratio o tasa como fracción.

Ejercicio10.9.3

11 a 9

Contestar

$$\frac{11}{9}$$

Ejercicio10.9.4

5 televisores a 2 radios

Contestar

$$\frac{5 \text{ televisions}}{2 \text{ radios}}$$

Para los problemas 5 y 6, escriba cada ratio o tasa en la forma "a a b".

Ejercicio10.9.5

$$\frac{8 \text{ maps}}{3 \text{ people}}$$

Contestar

8 mapas a 3 personas

Ejercicio10.9.6

$$\frac{2 \text{ psychologists}}{75 \text{ people}}$$

Contestar

dos psicólogos a setenta y cinco personas

Para problemas 7-9, resolver cada proporción.

Ejercicio10.9.7

$$\frac{8}{x}=\frac{48}{90}$$

Contestar

15

Ejercicio10.9.8

$$\frac{x}{7}=\frac{4}{28}$$

Contestar

1

Ejercicio10.9.9

$$\frac{3 \text{ computers}}{8 \text{ students}}=\frac{24 \text{ computers}}{\text{x students}}$$

Contestar

64

Ejercicio10.9.10

En un mapa, 4 pulgadas representa 50 millas. ¿Cuántas millas representa 3 pulgadas?

Contestar

$37\frac{1}{2}$

Ejercicio10.9.11

Una solución ácida se compone de 6 mililitros de ácido a 10 mililitros de agua. ¿Cuántos mililitros de ácido hay en una solución ácida que se compone de 3 mililitros de agua?

Contestar

1.8

Ejercicio10.9.12

Las probabilidades de que ocurra un evento en particular son de 9 a 7. Si el evento ocurre 27 veces, ¿cuántas veces predeciría que no ocurrirá?

Contestar

21

Para los problemas 13 y 14, convierta cada decimal a un porcentaje.

Ejercicio10.9.13

0.82

Contestar

82%

Ejercicio10.9.14

$3.\overline{7}$

Contestar

$377\frac{7}{9}\%$

Para los problemas 15 y 16, convierta cada porcentaje a un decimal.

Ejercicio10.9.15

2.813%

Contestar

0.02813

Ejercicio10.9.16

0.006%

Contestar

0.00006

Para los problemas 17-19, convierta cada fracción a un porcentaje.

Ejercicio10.9.17

$\frac{42}{5}$

Contestar

840%

Ejercicio10.9.18

$\frac{1}{8}$

Contestar

12.5%

Ejercicio10.9.19

$\frac{800}{80}$

Contestar

1,000%

Para los problemas 20 y 21, convierta cada por ciento a una fracción.

Ejercicio10.9.20

15%

Contestar

$\frac{3}{20}$

Ejercicio10.9.21

$\frac{4}{27}\%$

Contestar

$\frac{4}{2,700}$ o $\frac{1}{675}$

Para problemas 22-25, encuentra cada cantidad indicada.

Ejercicio10.9.22

¿Qué es 18% de 26?

Contestar

4.68

Ejercicio10.9.23

0.618 es ¿qué porcentaje de 0.3?

Contestar

206

Ejercicio10.9.24

¿0.1 es 1.1% de qué número?

Contestar

$9.\overline{09}$

Ejercicio10.9.25

Un vendedor realiza un salario mensual de $1,000.00. También obtiene una comisión del 12% del total de sus ventas mensuales. Si, en un mes en particular, vende mercancía por valor de $5,500.00, ¿cuáles son sus ingresos ese mes?

Contestar

$1,660

10.9: Examen de Aptitud is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

CHAPTER OVERVIEW

11: Medición

11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
11.2: Unidades Métricas de Medida
11.3: Básculas de Temperatura
11.4: Ejercicios

Miniaturas: Licencia Unsplash (William Warby vía Unsplash)

This page titled 11: Medición is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

Objetivos de aprendizaje

1. Definir unidades de longitud y convertir de una a otra.
2. Realizar cálculos aritméticos en unidades de longitud.
3. Resolver problemas de aplicación que involucran unidades de longitud.

Introducción

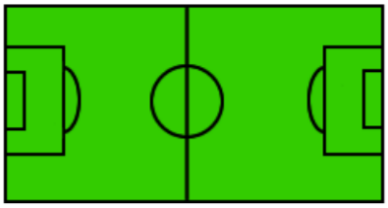
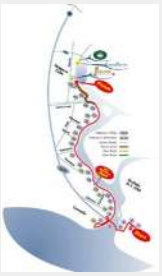
La **medición** es un número que describe el tamaño o la cantidad de algo. Se pueden medir muchas cosas como longitud, área, capacidad, peso, temperatura y tiempo. En Estados Unidos, se utilizan dos sistemas principales de medición: el **sistema métrico y el sistema** de **medición habitual de Estados Unidos**. Este tema aborda la medición de la longitud utilizando el sistema de medición habitual de Estados Unidos.

Supongamos que quiere comprar tubos para un proyecto y ve dos letreros en una ferretería: *$1.88 por 2 pies* de tubería y *$5.49 por 3 yardas* de tubería. Si ambos tipos de tubos funcionaran igual de bien para su proyecto, ¿cuál es el mejor precio? Es necesario conocer dos **unidades de medida**, yardas y pies, para determinar la respuesta.

Unidades de Largo

La **longitud** es la distancia de un extremo de un objeto al otro extremo, o de un objeto a otro. Por ejemplo, la longitud de una hoja de papel tamaño carta es de 11 pulgadas. El sistema para medir la longitud en los Estados Unidos se basa en las cuatro unidades habituales de longitud: **pulgada, pie, yarda** y **milla**. A continuación se muestran ejemplos para mostrar la medición en cada una de estas unidades.

Unidad	Descripción	Imagen
Pulgadas/Pulgadas	Algunas personas donan su cabello para convertirlo en pelucas para pacientes con cáncer que han perdido el cabello como resultado del tratamiento. Una compañía requiere que las donaciones de cabello tengan al menos 8 pulgadas de largo.	
	Tamaño del cuadro de una bicicleta: la distancia desde el centro de la manivela hasta la parte superior del tubo del sillín. El tamaño del marco generalmente se mide en pulgadas. Este marco mide 16 pulgadas.	
Pie/Pies	Las alfombras generalmente se venden en longitudes estándar. Un tamaño típico es una alfombra que mide 8 pies de ancho y 11 pies de largo. Esto a menudo se describe como una alfombra de 8 por 11.	

Yarda/Yardas	Las canchas de fútbol varían algunas en su tamaño. Un campo oficial puede tener cualquier longitud entre 100 y 130 yardas.	
Milla/Millas	Un maratón tiene 26.2 millas de largo. Una ruta maratónica se muestra en el mapa a la derecha.	

Puede usar cualquiera de estas cuatro unidades de medida habituales de Estados Unidos para describir la longitud de algo, pero tiene más sentido usar ciertas unidades para ciertos fines. Por ejemplo, tiene más sentido describir la longitud de una alfombra en pies en lugar de millas, y describir un maratón en millas en lugar de pulgadas.

Es posible que necesite convertir entre unidades de medida. Por ejemplo, es posible que desee expresar su altura usando pies y pulgadas (5 pies 4 pulgadas) o usando solo pulgadas (64 pulgadas). Es necesario conocer los equivalentes de unidades para poder realizar estas conversiones entre unidades.

La siguiente tabla muestra equivalentes y factores de conversión para las cuatro unidades habituales de medida de longitud.

Equivalentes de Unidad	**Factores de conversión (unidades de medida más largas a más cortas)**	**Factores de conversión (unidades de medida más cortas a más largas)**
1 pie = 12 pulgadas	$\frac{12 \text{ inches}}{1 \text{ foot}}$	$\frac{1 \text{ foot}}{12 \text{ inches}}$
1 yarda = 3 pies	$\frac{3 \text{ feet}}{1 \text{ yard}}$	$\frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}}$
1 milla = 5,280 pies	$\frac{5280 \text{ feet}}{1 \text{ mile}}$	$\frac{1 \text{ mile}}{5280 \text{ feet}}$

Tenga en cuenta que cada uno de estos factores de conversión es una relación de valores iguales, por lo que cada factor de conversión es igual a 1. Multiplicar una medida por un factor de conversión no cambia en absoluto el tamaño de la medida ya que es lo mismo que multiplicar por 1; solo cambia las unidades que estás usando para medir.

Conversión entre unidades de longitud

Puede utilizar los factores de conversión para convertir una medida, como pies, a otro tipo de medida, como pulgadas.

Tenga en cuenta que hay muchas más pulgadas para una medida que hay pies para la misma medida, ya que pies es una unidad de medida más larga. Podrías usar el factor de conversión $\frac{12 \text{ inches}}{1 \text{ foot}}$.

Si una longitud se mide en pies y te gustaría convertir la longitud en yardas, puedes pensar: “Estoy convirtiendo de una unidad más corta a una más larga, por lo que la longitud en yardas será menor que la longitud en pies”. Podrías usar el factor de conversión $\frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}}$.

Si se mide una distancia en millas, y quieres saber cuántos pies es, puedes pensar: “Estoy convirtiendo de una unidad de medida más larga a una más corta, por lo que el número de pies sería mayor que el número de millas”. Podrías usar el factor de conversión $\frac{5280 \text{ feet}}{1 \text{ mile}}$.

Puede usar el **método de etiqueta de factor** para convertir una longitud de una unidad de medida a otra usando los factores de conversión. En el método de etiqueta de factor, se multiplica por fracciones unitarias para convertir una medida de una unidad a otra. Estudie el siguiente ejemplo para ver cómo se puede usar el método de etiqueta factorial para convertir $3\frac{1}{2}$ pies en un número equivalente de pulgadas.

Ejemplo 11.1.1

¿Cuántas pulgadas hay en $3\frac{1}{2}$ pies?

Solución

Comienza por razonar sobre tu respuesta. Dado que un pie mide más de una pulgada, esto significa que la respuesta sería mayor que $3\frac{1}{2}$.

$$3\frac{1}{2}\text{ feet} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

Encuentra el factor de conversión que compara pulgadas y pies, con "pulgadas" en el numerador, y multiplica

$$3\frac{1}{2}\text{ feet} \cdot \frac{12\text{ inches}}{1\text{ foot}} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

Reescribir el número mixto como una fracción impropia antes de multiplicar.

$$\frac{7\text{ feet}}{2} \cdot \frac{12\text{ inches}}{1\text{ foot}} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

Se pueden reducir unidades similares cuando aparecen en el numerador *y* en el denominador. Entonces aquí, reducir las unidades similares "pies" y "pie". Esto elimina esta unidad del problema.

$$\frac{7\text{ feet}}{2} \cdot \frac{12\text{ inches}}{1\text{ foot}} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{12\text{ inches}}{1} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

Reescribir como multiplicación de numeradores y denominadores.

$$\frac{7 \cdot 12\text{ inches}}{2 \cdot 1} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

Multiplicar.

$$\frac{84\text{ inches}}{2} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

Dividir.

$$\frac{84\text{ inches}}{2} = 42\text{ inches}$$

Respuesta: Hay 42 pulgadas en $3\frac{1}{2}$ pies.

Observe que al usar el método de etiqueta factorial puede reducir las unidades fuera del problema, tal como si fueran números. Solo puedes reducir si la unidad que se está reduciendo está tanto en el numerador como en el denominador de las fracciones que estás multiplicando.

En el problema anterior, redujías pies y pies dejándote con pulgadas, que es lo que estabas tratando de encontrar.

$$\frac{7\text{ feet}}{2} \cdot \frac{12\text{ inches}}{1\text{ foot}} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

¿Y si hubieras usado el factor de conversión incorrecto?

$$\frac{7\text{ feet}}{2} \cdot \frac{1\text{ foot}}{12\text{ inches}} = \_\_\_\_\_ \text{inches}$$

No se pudieron reducir los pies porque la unidad no es la misma tanto en el numerador como en el denominador. Entonces, si completas el cálculo, seguirías teniendo pies y pulgadas en la respuesta y no se llevaría a cabo ninguna conversión.

Aquí hay otro ejemplo de una conversión de longitud usando el método de etiqueta de factor.

Ejemplo11.1.2

¿Cuántas yardas son 7 pies?

Solución

Empieza por razonar sobre el tamaño de tu respuesta. Dado que una yarda es más larga que un pie, habrá menos yardas. Entonces tu respuesta será menor a 7.

$$7 \text{ feet} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Encuentra el factor de conversión que compara pies y yardas, con yardas en el numerador.

$$7 \text{ feet} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Reescribir el número entero como una fracción para multiplicarlo.

$$\frac{7 \text{ feet}}{1} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Reducir las unidades similares “pies” y “pies” dejando solo yardas.

$$\frac{7 \text{ feet}}{1} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

$$\frac{7}{1} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Multiplicar.

$$\frac{7 \cdot 1 \text{ yard}}{1 \cdot 3} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Dividir.

$$\frac{7 \text{ yards}}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ yards}$$

Respuesta: 7 pies equivale a $2\frac{1}{3}$ yardas.

Tenga en cuenta que si las unidades no se reducen para darle la respuesta que está tratando de encontrar, es posible que no haya utilizado el factor de conversión correcto.

Pruébalo ahora 1

¿Cuántos pies hay en $2\frac{1}{2}$ millas?

Aplicación de conversiones de unidades

Hay momentos en los que necesitará realizar cálculos sobre mediciones que se dan en diferentes unidades. Por ejemplo, considere el problema de la tubería dado anteriormente. Debes decidir cuál de las dos opciones es un mejor precio, y tienes que comparar los precios dados en diferentes medidas unitarias.

Para poder comparar, es necesario convertir las medidas en una sola unidad de medida común. Para estar seguro de que has realizado el cálculo con precisión, piensa si la unidad a la que estás convirtiendo es menor o mayor que el número que tienes. Su tamaño relativo te dirá si el número que intentas encontrar es mayor o menor que el número dado.

Ejemplo11.1.3

Una decoradora de interiores necesita molduras de borde para una casa que está empapelando. Necesita 15 pies de borde para la sala de estar, 30 pies de borde para la recámara y 26 pies de borde para el comedor. ¿Cuántas yardas de molduras de borde necesita?

Solución

Necesita encontrar la longitud total del borde que se necesita para las tres habitaciones de la casa. Ya que las medidas para cada habitación se dan en pies, se pueden agregar los números.

$$15 \text{ feet} + 30 \text{ feet} + 26 \text{ feet} = 71 \text{ feet}$$

¿Cuántas yardas es 71 pies? Motivo sobre el tamaño de tu respuesta. Dado que una yarda es más larga que un pie, habrá menos yardas. Espera que tu respuesta sea menor a 71.

$$71 \text{ feet} = \_\_\_\_\_ \text{ yards}$$

Utilice el factor de conversión $\frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}}$.

$$\frac{71 \text{ feet}}{1} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Ya que “pies” está en el numerador y denominador, se puede reducir esta unidad.

$$\frac{71 \text{ feet}}{1} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3 \text{ feet}} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

$$\frac{71}{1} \cdot \frac{1 \text{ yard}}{3} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Multiplicar.

$$\frac{71 \cdot 1 \text{ yards}}{1 \cdot 3} \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

$$\frac{71 \text{ yards}}{3} = \_\_\_\_\_ \text{yards}$$

Dividir y escribir como un número mixto.

$$\frac{71 \text{ yards}}{3} = 23\frac{2}{3} \text{ yards}$$

Respuesta: El decorador de interiores necesita $23\frac{2}{3}$ yardas de molduras de borde.

El siguiente ejemplo utiliza el método de etiqueta de factores para resolver un problema que requiere convertir de millas a pies.

Ejemplo11.1.4

Dos corredores estaban comparando lo mucho que habían entrenado ese mismo día. Jo dijo: “Según mi podómetro, corrí 8.3 millas”. Alex dijo: “Eso es un poco más de lo que corrí. Corrí 8.1 millas”. ¿Cuántos pies más corrió Jo que Alex?

Solución

Necesitas encontrar la diferencia entre la distancia que corrió Jo y la distancia que corrió Alex. Ya que ambas distancias se dan en una misma unidad, se puede restar y mantener la unidad igual.

$$8.3 \text{ miles} - 8.1 \text{ miles} = 0.2 \text{ mile}$$

$$0.2 \text{ mile} = \frac{2}{10} \text{ miles}$$

Ya que el problema pide la diferencia en *pies*, debes convertir de millas a pies. ¿Cuántos pies es 0.2 millas? Motivo sobre el tamaño de tu respuesta. Dado que una milla es más larga que un pie, la distancia cuando se expresa como pies será un número mayor que 0.2.

$$\frac{2}{10} \text{ miles} = \_\_\_\_\_ \text{feet}$$

Utilice el factor de conversión $\frac{5280 \text{ feet}}{1 \text{ mile}}$.

$$\frac{2 \text{ miles}}{10} \cdot \frac{5280 \text{ feet}}{1 \text{ mile}} = \_\_\_\_\_ \text{feet}$$

$$\frac{2}{10} \cdot \frac{5280 \text{ feet}}{1} = \_\_\_\_\_ \text{feet}$$

Multiplicar.

$$\frac{2 \cdot 5280 \text{ feet}}{10 \cdot 1} = \_\_\_\_\_ \text{feet}$$

$$\frac{10,560 \text{ feet}}{10} = \_\_\_\_\_ \text{feet}$$

Dividir.

$$\frac{10,560 \text{ feet}}{10} = 1,056 \text{ feet}$$

Respuesta: Jo corrió 1,056 pies más allá que Alex.

Ahora volvamos a la pregunta de antes.

Ejemplo11.1.5

Estás caminando por una ferretería y notas dos ventas en tubing.

- 3 yardas de Tubing A cuesta $5.49.
- Tubing B se vende por $1.88 por 2 pies.

Cualquiera de los dos tubos es aceptable para su proyecto. ¿Qué tubería es menos costosa?

Solución

Encuentra el precio unitario por cada tubo. Esto facilitará la comparación.

Tubería A: 3 yardas = $5.49

Encuentre el costo por yarda de Tubing A dividiendo el costo de 3 yardas de la tubería por 3.

$$\frac{\$5.49 \div 3}{3 \text{ yards} \div 3} = \frac{\$1.83}{1 \text{ yard}}$$

La tubería B se vende por pie. Encuentra el costo por pie dividiendo $1.88 por 2 pies.

Tubo B: 2 pies = $1.88

$$\frac{\$1.88 \div 2}{2 \text{ feet} \div 2} = \frac{\$0.94}{1 \text{ foot}}$$

Para comparar los precios, es necesario tener la misma unidad de medida.

$$\frac{\$0.94}{1 \text{ foot}} \cdot \frac{3 \text{ feet}}{1 \text{ yard}} = \frac{\$\_\_\_\_\_}{\_\_\_\_\_ \text{ yard}}$$

Utilizar el factor de conversión $\frac{3 \text{ feet}}{1 \text{ yard}}$, reducir y multiplicar

$$\frac{\$0.94}{1} \cdot \frac{3}{1 \text{ yard}} = \frac{\$2.82}{1 \text{ yard}}$$

$$\therefore \$2.82 \text{ per yard}$$

Compara precios para 1 yarda de cada tubo.

Tubería A: $1.83 por yarda

Tubería B: $2.82 por yarda

Respuesta: La tubería A es menos costosa que la tubería B.

En el problema anterior, también podrías haber encontrado el precio por pie para cada tipo de tubería y comparar los precios unitarios de cada uno por pie.

Pruébalo ahora 2

Una empresa de bardas está midiendo un área rectangular para instalar una barda alrededor de su perímetro. Si la longitud del área rectangular es de 130 yardas y el ancho es de 75 pies, ¿cuál es la longitud total de la distancia a cercar?

Resumen

Las cuatro unidades básicas de medida que se utilizan en el sistema de medición habitual de Estados Unidos son: pulgada, pie, yarda y milla. Por lo general, las personas usan yardas, millas y, a veces, pies para describir largas distancias. La medición en pulgadas es común para objetos o longitudes más cortas.
Es necesario convertir de una unidad de medida a otra si está resolviendo problemas que incluyen mediciones que involucran más de un tipo de medición. Cada una de las unidades se puede convertir a una de las otras unidades usando la tabla de equivalentes, los factores de conversión y/o el método de etiqueta de factor que se muestra en este tema.

Pruébalo ahora Respuestas

1. 13,200 pies; hay 5,280 pies en una milla, así que multiplica $2\frac{1}{2}$ por 5,280 para obtener 13,200 pies.

2. 930 pies; 130 yardas equivale a 390 pies. Para encontrar el perímetro, agregue largo + largo + ancho + ancho: 390 pies + 390 pies + 75 pies + 75 pies = 930 pies.

Peso

Objetivos de aprendizaje

1. Definir unidades de peso y convertir de una a otra.
2. Realizar cálculos aritméticos en unidades de peso.
3. Resolver problemas de aplicación que involucran unidades de peso.

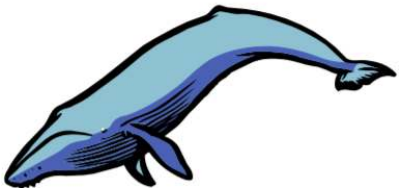
Introducción

Cuando mencionas lo pesado o ligero que es un objeto, te estás refiriendo a su peso. En el sistema de medición habitual de Estados Unidos, el peso se mide en onzas, libras y toneladas. Al igual que otras unidades de medida, puedes convertir entre estas unidades y en ocasiones necesitas hacer esto para resolver problemas.

En 2010, la oficina de correos cobra $0.44 para enviar por correo algo que pese una onza o menos. La oficina de correos cobra $0.17 por cada onza adicional, o fracción de onza, de peso. ¿Cuánto va a costar enviar por correo un paquete que pesa dos libras tres onzas? Para responder a esta pregunta, es necesario entender la relación entre onzas y libras.

Unidades de Peso

A menudo usas la palabra **peso** para describir lo pesado o ligero que es un objeto o persona. El peso se mide en el sistema habitual de Estados Unidos usando tres unidades: onzas, libras y toneladas. Una **onza** es la unidad más pequeña para medir el peso, una **libra** es una unidad más grande y una **tonelada** es la unidad más grande.

Las ballenas son algunos de los animales más grandes del mundo. Algunas especies pueden alcanzar pesos de hasta 200 toneladas, lo que equivale a 400,000 libras	
La carne es un producto que normalmente se vende por libra. Una libra de carne molida hace alrededor de cuatro empanadas de hamburguesa.	
Las onzas se utilizan para medir objetos más ligeros. Una pila de 11 centavos equivale a aproximadamente una onza.	

Puedes usar cualquiera de las unidades de medida habituales para describir el peso de algo, pero tiene más sentido usar ciertas unidades para ciertos fines. Por ejemplo, tiene más sentido describir el peso de un ser humano en libras que en toneladas. Tiene más sentido describir el peso de un automóvil en toneladas en lugar de onzas.

1 libra = 16 onzas

1 tonelada = 2,000 libras

Conversión entre unidades de peso

Cuatro onzas es un tamaño de porción típico de carne. Dado que la carne se vende por libra, es posible que desee convertir el peso de un paquete de carne de libras a onzas para determinar cuántas porciones están contenidas en un paquete de carne.

La capacidad de peso de un camión a menudo se proporciona en toneladas. Es posible que deba convertir libras en toneladas si está tratando de determinar si un camión puede transportar de manera segura un gran envío de materiales pesados.

La siguiente tabla muestra las conversiones de unidades y los factores de conversión que se utilizan para realizar conversiones entre unidades de peso habituales.

Equivalentes de Unidad	**Factores de conversión (más pesado a unidades de medida más ligeras)**	**Factores de conversión (unidades de medida más ligeras a pesadas)**
1 libra = 16 onzas	$\frac{16 \text{ ounces}}{1 \text{ pound}}$	$\frac{1 \text{ pound}}{16 \text{ ounces}}$
1 tonelada = 2,000 libras	$\frac{2000 \text{ pounds}}{1 \text{ ton}}$	$\frac{1 \text{ ton}}{2000 \text{ pounds}}$

Puede utilizar el *método de etiqueta factorial* para convertir una unidad de peso habitual en otra unidad de peso habitual. Este método utiliza factores de conversión, que le permiten “reducir” unidades para terminar con la unidad de medida deseada.

Cada uno de estos factores de conversión es una relación de valores iguales, por lo que cada factor de conversión es igual a 1. Multiplicar una medida por un factor de conversión no cambia en absoluto el tamaño de la medición, ya que es lo mismo que multiplicar por 1. Simplemente cambia las unidades en las que estás usando para medirlo.

A continuación se muestran dos ejemplos que ilustran el método de etiqueta factorial.

Ejemplo11.1.6

¿Cuántas onzas hay en $2\frac{1}{4}$ libras?

Solución

Comienza por razonar sobre tu respuesta. Dado que una libra pesa más que una onza, espera que tu respuesta sea un número mayor que $2\frac{1}{4}$.

$$2\frac{1}{4}\text{ pounds} = \_\_\_\_\_\text{ounces}$$

Multiplique por el factor de conversión que relaciona onzas y libras: $\frac{16\text{ ounces}}{1\text{ pound}}$.

$$2\frac{1}{4}\text{ pounds}\cdot\frac{16\text{ ounces}}{1\text{ pound}} = \_\_\_\_\_\text{ounces}$$

Escribe el número mixto como una fracción impropia.

$$\frac{9\text{ pounds}}{4}\cdot\frac{16\text{ ounces}}{1\text{ pound}} = \_\_\_\_\_\text{ounces}$$

La unidad común “libra” se puede reducir porque aparece tanto en el numerador como en el denominador.

$$\frac{9}{4}\cdot\frac{16\text{ ounces}}{1} = \_\_\_\_\_\text{ounces}$$

Multiplicar y simplificar.

$$\frac{9\cdot 16\text{ ounces}}{4\cdot 1} = \_\_\_\_\_\text{ounces}$$

$$\frac{144\text{ ounces}}{4} = \_\_\_\_\_\text{ounces}$$

$$\frac{144\text{ ounces}}{4} = 36\text{ ounces}$$

Respuesta: Hay 36 onzas en $2\frac{1}{4}$ libras.

Ejemplo11.1.7

¿Cuántas toneladas son 6,500 libras?

Solución

Comienza por razonar sobre tu respuesta. Dado que una tonelada pesa más que una libra, espera que tu respuesta sea un número menor a 6,500.

$$6500\text{ pounds} = \_\_\_\_\_\text{tons}$$

Multiplique por el factor de conversión que relaciona toneladas a libras: $\frac{1\text{ ton}}{2000\text{ pounds}}$.

$$6500\text{ pounds}\cdot\frac{1\text{ ton}}{2000\text{ pounds}} = \_\_\_\_\_\text{tons}$$

$$\frac{6500\text{ pounds}}{1}\cdot\frac{1\text{ ton}}{2000\text{ pounds}} = \_\_\_\_\_\text{tons}$$

Aplicar el método Factor Label.

$$\frac{6500}{1}\cdot\frac{1\text{ ton}}{2000} = \_\_\_\_\_\text{tons}$$

Multiplicar y simplificar.

$$\frac{6500 \text{ tons}}{2000} = \_\_\_\_\_ \text{tons}$$

$$\frac{6500 \text{ tons}}{2000} = 3\frac{1}{4} \text{ tons}$$

Respuesta: Hay 6,500 libras en $3\frac{1}{4}$ libras.

Pruébalo ahora 1

¿Cuántas libras son 72 onzas?

Aplicación de conversiones de unidades

Hay momentos en los que es necesario realizar cálculos sobre mediciones que se dan en diferentes unidades. Para resolver estos problemas, es necesario convertir una de las medidas a la misma unidad de medida que la otra medida.

Piense si la unidad a la que está convirtiendo es más pequeña o más grande que la unidad de la que está convirtiendo. Esto te ayudará a estar seguro de que estás haciendo el cálculo correcto. Puede utilizar el método de etiqueta de factor para realizar la conversión de una unidad a otra.

Aquí hay un ejemplo de un problema que requiere convertir entre unidades.

Ejemplo11.1.8

Una instalación municipal de basura permite a una persona tirar un máximo de 30 libras de basura por semana. La semana pasada, 140 personas tiraron la basura máxima permitida. ¿Cuántas toneladas de basura equivalía esto?

Solución

Determinar la basura total para la semana expresada en libras. Si 140 personas cada una tiran 30 libras, puedes encontrar el total multiplicando.

$$140 \cdot 30 \text{ pounds} = 4,200 \text{ pounds}$$

Después convierte 4,200 libras a toneladas. Motivo sobre tu respuesta. Dado que una tonelada pesa más que una libra, espera que tu respuesta sea un número menor a 4,200.

$$4200 \text{ pounds} = \_\_\_\_\_ \text{ tons}$$

Encuentra el factor de conversión adecuado a la situación: $\frac{1 \text{ ton}}{2000 \text{ pounds}}$.

$$\frac{4200 \text{ pounds}}{1} \cdot \frac{1 \text{ ton}}{2000 \text{ pounds}} = \_\_\_\_\_ \text{tons}$$

$$\frac{4200}{1} \cdot \frac{1 \text{ ton}}{2000} = \_\_\_\_\_ \text{tons}$$

Multiplicar y simplificar.

$$\frac{4200 \cdot 1 \text{ ton}}{1 \cdot 2000} = \_\_\_\_\_ \text{tons}$$

$$\frac{4200 \text{ tons}}{2000} = \_\_\_\_\_ \text{tons}$$

$$\frac{4200 \text{ tons}}{2000} = 2\frac{1}{10} \text{ tons}$$

Respuesta: La cantidad total de basura generada es de $2\frac{1}{10}$ toneladas.

Revisemos el problema de la oficina de correos que se planteó antes. Podemos usar la conversión de unidades para resolver este problema.

Ejemplo11.1.9

La oficina de correos cobra $0.44 por enviar por correo algo que pese una onza o menos. El cargo por cada onza adicional, o fracción de onza, de peso es de $0.17. A este ritmo, ¿cuánto costará enviar por correo un paquete que pese 2 libras 3 onzas?

Solución

Dado que el precio es para onzas, convierta el peso del paquete de libras y onzas en solo onzas.

$$2 \text{ pounds } 3 \text{ ounces} = \_\_\_\_\_ \text{ounces}$$

Primero use el método de etiqueta de factores para convertir 2 libras a onzas.

$$\frac{2 \text{ pounds}}{1} \cdot \frac{16 \text{ ounces}}{\text{pound}} = \_\_\_\_\_ \text{ounces}$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{16 \text{ ounces}}{1} = 32 \text{ ounces}$$

$$\therefore 2 \text{ pounds} = 32 \text{ ounces}$$

Agrega las 3 onzas adicionales para encontrar el peso del paquete. El paquete pesa 35 onzas. Hay 34 onzas adicionales, ya que 35 — 1 = 34.

$$32 \text{ ounces} + 3 \text{ ounces} = 35 \text{ ounces}$$

Aplica la fórmula de precios. $0.44 por la primera onza y $0.17 por cada onza adicional.

$$\$0.44 + \$0.17(34)$$

$$\$0.44 + \$5.78$$

$$\$0.44 + \$5.78 = \$6.22$$

Respuesta: Costará $6.22 enviar por correo un paquete que pese 2 libras 3 onzas.

Pruébalo ahora 2

El peso promedio de un atún rojo del norte es de 1,800 libras. El peso promedio de un gran tiburón blanco es de $2\frac{1}{2}$ toneladas. En promedio, ¿cuánto más pesa un gran tiburón blanco, en libras, que un atún rojo del norte?

Resumen

En el sistema de medición habitual de Estados Unidos, el peso se mide en tres unidades: onzas, libras y toneladas. Una libra equivale a 16 onzas, y una tonelada equivale a 2,000 libras. Si bien el peso de un objeto se puede describir usando cualquiera de estas unidades, es típico describir objetos muy pesados usando toneladas y objetos muy ligeros usando una onza. Las libras se utilizan para describir el peso de muchos objetos y personas. A menudo, para comparar los pesos de dos objetos o personas o para resolver problemas relacionados con el peso, se debe convertir de una unidad de medida a otra unidad de medida. El uso de factores de conversión con el método de etiqueta factorial es una estrategia efectiva para convertir unidades y resolver problemas.

Pruébalo ahora Respuestas

1. $4\frac{1}{2}$ pounds; Hay 16 onzas en una libra, entonces $72 \text{ ounces} \cdot \frac{1 \text{ pound}}{16 \text{ ounces}} = 4\frac{1}{2} \text{ pounds}$.

2. 3,200 libras; $2\frac{1}{2}$ toneladas = 5,000 libras. 5,000 libras — 1,800 libras = 3,200 libras.

Capacidad

Objetivos de aprendizaje

1. Definir unidades de capacidad y convertir de una a otra.
2. Realizar cálculos aritméticos sobre unidades de capacidad.
3. Resolver problemas de aplicación que involucran unidades de capacidad.

Introducción

La **capacidad** es la cantidad de líquido (u otra sustancia vertible) que un objeto puede contener cuando está lleno. Cuando un líquido, como la leche, está siendo descrito en galones o cuartos de galón, esta es una medida de capacidad.

Entender las unidades de capacidad puede ayudarte a resolver problemas como este: Sven y Johanna estaban organizando una cena compartida. No pidieron a sus invitados que les dijeran lo que traerían, y tres personas terminaron trayendo sopa. Erin trajo 1 cuarto de galón, Richard trajo 3 pintas y LeVar trajo 9 tazas. ¿Cuántas tazas de sopa tenían todas juntas?

Unidades de Capacidad

Hay cinco unidades principales para medir la capacidad en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. La unidad de medida más pequeña es una **onza líquida**. "Onza" también se usa como medida de peso, por lo que es importante usar la palabra "fluido" con onza cuando se habla de capacidad. En ocasiones no se usa el prefijo "fluido" cuando se desprende del contexto que la medición es la capacidad, no el peso.

Las otras unidades de capacidad en el sistema habitual son la **taza**, la **pinta**, el **cuarto** y el **galón**. La siguiente tabla describe cada unidad de capacidad y proporciona un ejemplo para ilustrar el tamaño de la unidad de medida.

Onza Fluida Una unidad de capacidad igual a $\frac{1}{8}$ una taza. Una onza líquida de agua a 62°F pesa aproximadamente una onza. La cantidad de medicamento líquido a menudo se mide en onzas líquidas.	
Copa Una unidad igual a 8 onzas líquidas. La capacidad de una taza medidora estándar es de una taza.	
Pinta Una unidad igual a 16 onzas líquidas, o 2 tazas. La capacidad de una caja de helado a menudo se mide en pintas.	
Quart Una unidad igual a 32 onzas líquidas, o 4 tazas. A menudo se ven cuartos de leche que se venden en el supermercado.	

Galón
Una unidad igual a 4 cuartos de galón, o 128 onzas líquidas. Cuando llenas tu auto con gasolina, el precio de la gasolina suele aparecer en dólares por galón.



Puede usar cualquiera de estas cinco unidades de medida para describir la capacidad de un objeto, pero tiene más sentido usar ciertas unidades para ciertos fines. Por ejemplo, tiene más sentido describir la capacidad de una piscina en galones y la capacidad de un perfume caro en onzas líquidas.

En ocasiones necesitarás convertir entre unidades de medida. Por ejemplo, es posible que desee expresar 5 galones de limonada en tazas si está tratando de determinar cuántas porciones de 8 onzas fluidas produciría la cantidad de limonada.

La siguiente tabla muestra algunos de los equivalentes y factores de conversión más comunes para las cinco unidades habituales de medida de capacidad.

Equivalentes de Unidad	Factores de conversión (más pesado a unidades de medida más ligeras)	Factores de conversión (unidades de medida más ligeras a pesadas)
1 taza = 8 onzas líquidas	$\frac{1\text{ cup}}{8\text{ fluid ounces}}$	$\frac{8\text{ fluid ounces}}{1\text{ cup}}$
1 pinta = 2 tazas	$\frac{1\text{ pint}}{2\text{ fluid cups}}$	$\frac{2\text{ fluid cups}}{1\text{ pint}}$
1 cuarto de galón = 2 pintas	$\frac{1\text{ quart}}{2\text{ pints}}$	$\frac{2\text{ pints}}{1\text{ quart}}$
1 cuarto de galón = 4 tazas	$\frac{1\text{ quart}}{4\text{ cups}}$	$\frac{4\text{ cups}}{1\text{ quart}}$
1 galón = 4 cuartos	$\frac{1\text{ gallon}}{4\text{ quarts}}$	$\frac{4\text{ quarts}}{1\text{ gallon}}$
1 galón = 16 tazas	$\frac{1\text{ gallon}}{16\text{ cups}}$	$\frac{16\text{ cups}}{1\text{ gallon}}$

Conversión entre unidades de capacidad

Al igual que con la conversión de unidades de longitud y peso, puede usar el método de etiqueta de factor para convertir de una unidad de capacidad a otra. A continuación se muestra un ejemplo de este método.

Ejemplo11.1.10

¿Cuántas pintas hay$2\frac{3}{4}$ galones?

Solución

Comienza por razonar sobre tu respuesta. Dado que un galón es más grande que una pinta, espere que la respuesta en pintas sea un número mayor que$2\frac{3}{4}$.

$$2\frac{3}{4}\text{ gallons} = \_\_\_\_\_\text{ pints}$$

La tabla anterior no contiene un factor de conversión para galones y pintas, por lo que no se puede convertir en un solo paso. Sin embargo, se pueden utilizar cuartos de galón como unidad intermedia, como se muestra aquí. Configura la ecuación para que se reduzcan dos conjuntos de etiquetas: galones y cuartos de galón.

$$\frac{11\text{ gallons}}{4}\cdot\frac{4\text{ quarts}}{1\text{ gallon}}\cdot\frac{2\text{ pints}}{1\text{ quart}} = \_\_\_\_\_\text{ pints}$$

$$\frac{11}{4} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{2 \text{ pints}}{1} = \_\_\_\_\_ \text{ pints}$$

Multiplicar y simplificar.

$$\frac{11 \cdot 4 \cdot 2 \text{ pints}}{4 \cdot 1 \cdot 1} = \_\_\_\_\_ \text{ pints}$$

$$\frac{88 \text{ pints}}{4} = 22 \text{ pints}$$

Respuesta: $2\frac{3}{4}$ galones es 22 pintas.

Ejemplo11.1.11

¿Cuántos galones son 32 onzas líquidas?

Solución

Comienza por razonar sobre tu respuesta. Dado que los galones son una unidad más grande que las onzas líquidas, se espera que la respuesta sea inferior a 32.

$$32 \text{ fluid ounces} = \_\_\_\_\_ \text{ gallons}$$

La tabla anterior no contiene un factor de conversión para galones y onzas líquidas, por lo que no se puede convertir en un solo paso. Utilice una serie de unidades intermedias, como se muestra aquí.

$$\frac{32 \text{ fl oz}}{1} \cdot \frac{1 \text{ cup}}{8 \text{ fl oz}} \cdot \frac{1 \text{ pt}}{2 \text{ cups}} \cdot \frac{1 \text{ qt}}{2 \text{ pt}} \cdot \frac{1 \text{ gal}}{4 \text{ qt}} \quad \_\_\_\_\_ \text{ gal}$$

Reducir las unidades que aparecen tanto en el numerador como en el denominador.

$$\frac{32}{1} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \text{ gal}}{4} = \_\_\_\_\_ \text{ gal}$$

Multiplicar y simplificar.

$$\frac{32 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \text{ gal}}{1 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4} = \_\_\_\_\_ \text{ gal}$$

$$\frac{32 \text{ gal}}{128} = \frac{1}{4} \text{ gal}$$

Respuesta: 32 onzas fluidas es lo mismo que $\frac{1}{4}$ galón.

Pruébalo ahora 1

Encuentra la suma de 4 galones y 2 pintas. Expresa tu respuesta en tazas.

Aplicación de conversiones de unidades

Hay momentos en los que necesitarás combinar medidas que se dan en diferentes unidades. Para ello, es necesario convertir primero para que las unidades sean las mismas.

Considerar la situación planteada anteriormente en este tema.

Ejemplo11.1.12

Sven y Johanna estaban organizando una cena compartida. No pidieron a sus invitados que les dijeran lo que traerían, y tres personas terminaron trayendo sopa. Erin trajo 1 cuarto de galón, Richard trajo 3 pintas y LeVar trajo 9 tazas. ¿Cuánta sopa tenían total?

Solución

Ya que el problema pide la cantidad total de sopa, debes agregar las tres cantidades. Antes de agregar, debes convertir las cantidades a la misma unidad.

$$1 \text{ quart} + 3 \text{ pints} + 9 \text{ cups}$$

El problema no requiere de una unidad en particular, por lo que puedes elegir. Las tazas podrían ser el cálculo más fácil. Esto se da en la tabla de equivalentes.

$$1 \text{ quart} = 4 \text{ cups}$$

Utilice el método de etiqueta de factor para convertir pintas en tazas.

$$\frac{3 \text{ pints}}{1} \cdot \frac{2 \text{ cups}}{1 \text{ pint}} = \_\_\_\_\_ \text{cups}$$

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{2 \text{ cups}}{1} = 6 \text{ cups}$$

Agrega las 3 cantidades.

$$4 \text{ cups} + 6 \text{ cups} + 9 \text{ cups} = 19 \text{ cups}$$

Respuesta: Hay 19 tazas de sopa para la cena.

Ejemplo11.1.13

Natasha está haciendo limonada para llevar a la playa. Ella tiene dos contenedores. Uno tiene capacidad para un galón y el otro tiene 2 cuartos de galón. Si llena ambos recipientes, ¿cuántas tazas de limonada tendrá?

Solución

Este problema requiere que encuentres la suma de la capacidad de cada contenedor y luego conviertas esa suma en tazas.

$$1 \text{ gallon} + 2 \text{ quarts} = \_\_\_\_\_ \text{ cups}$$

Primero, encuentra la suma en cuartos. 1 galón es igual a 4 cuartos.

$$4 \text{ quarts} + 2 \text{ quarts} = 6 \text{ quarts}$$

Dado que el problema pide la capacidad en tazas, convierta 6 cuartos de galón en tazas.

$$\frac{6 \text{ quarts}}{1} \cdot \frac{2 \text{ pints}}{1 \text{ quart}} \cdot \frac{2 \text{ cups}}{1 \text{ pint}} = \_\_\_\_\_ \text{ cups}$$

Reducir las unidades que aparecen tanto en el numerador como en el denominador.

$$\frac{6}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2 \text{ cups}}{1} = \_\_\_\_\_ \text{ cups}$$

Multiplicar.

$$6 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \text{ cups}$$

Respuesta: Natasha tendrá 24 tazas de limonada.

Otra forma de solucionar el problema anterior sería primero cambiar 1 galón por 16 tazas y cambiar 2 cuartos por 8 tazas. Después agrega: 16 + 8 = 24 tazas.

Pruébalo ahora 2

Alan está haciendo chile. Está usando una receta que hace 24 tazas de chile. Tiene una olla de 5 cuartos y una olla de 2 galones y está tratando de determinar si el chile cabrá en una de estas ollas. ¿Cuál de las ollas se ajustará al chile?

Resumen

Hay cinco unidades básicas para medir la capacidad en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. Estas son la onza líquida, taza, pinta, cuarto de galón y galón. Estas unidades de medida están relacionadas entre sí, y la capacidad se puede describir usando cualquiera de las unidades. Por lo general, las personas usan galones para describir cantidades más grandes y onzas líquidas, tazas, pintas o cuartos de galón para describir cantidades más pequeñas. A menudo, para comparar o resolver problemas relacionados con la cantidad de líquido en un recipiente, es necesario convertir de una unidad de medida a otra.

Pruébalo ahora Respuestas

1. 68 tazas; cada galón tiene 16 tazas, así que 4 x 16 = 64 te dará el número de tazas en 4 galones. Cada pinta tiene 2 tazas, así que 2 x 2 = 4 te darán el número de tazas en 2 pintas. 64 + 4 = 68 tazas.

2. El chile cabrá solo en la olla de 2 galones; 5 cuartos = 5 x 4 tazas = 20 tazas, por lo que 24 tazas de chile no caben en la olla de 5 cuartos. 2 galones = 32 tazas, por lo que 24 tazas de chile caben en esta olla.

This page titled 11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **5.1: U.S. Customary Measurement System** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

11.2: Unidades Métricas de Medida

Objetivos de aprendizaje

1. Describir la relación general entre las unidades consuetudinarias de Estados Unidos y las unidades métricas de longitud, peso/masa y volumen.
2. Defina los prefijos métricos y utilícelos para realizar conversiones básicas entre unidades métricas.

Introducción

En Estados Unidos, se utilizan tanto el **sistema de medición habitual de Estados** Unidos como el **sistema métrico**, especialmente en los campos médico, científico y técnico. En la mayoría de los demás países, el sistema métrico es el principal sistema de medición. Si viajas a otros países, verás que las señales viales indican distancias en kilómetros y la leche se vende en litros. La gente en muchos países usa palabras como “kilómetro”, “litro” y “miligramo” para medir la longitud, el volumen y el peso de diferentes objetos. Estas unidades de medida forman parte del sistema métrico.

A diferencia del sistema de medición habitual de Estados Unidos, el sistema métrico se basa en 10s. Por ejemplo, un litro es 10 veces mayor que un decilitro, y un centigramo es 10 veces mayor que un miligramo. Esta idea de “10” no está presente en el sistema habitual de Estados Unidos: hay 12 pulgadas en un pie, y 3 pies en una yarda... ¡y 5.280 pies en una milla!

Entonces, ¿y si tienes que averiguar cuántos miligramos hay en un decigramo? O, ¿y si quieres convertir metros a kilómetros? Entender cómo funciona el sistema métrico es un buen comienzo.

¿Qué es Metric?

El sistema métrico utiliza unidades como metro, litro y gramo para medir la longitud, el volumen de líquido y la masa, así como el sistema habitual de Estados Unidos usa pies, cuartos de galón y onzas para medirlos.

Además de la diferencia en las unidades básicas, el sistema métrico se basa en factores de 10, y las diferentes medidas de longitud incluyen kilómetro, metro, decímetro, centímetro y milímetro. Observe que la palabra “metro” forma parte de todas estas unidades.

El sistema métrico también aplica la idea de que las unidades dentro del sistema se hacen más grandes o más pequeñas en una potencia de 10. Esto significa que un metro es 100 veces mayor que un centímetro, y un kilogramo es 1,000 veces más pesado que un gramo. Explorarás esta idea un poco más tarde. Por ahora, observe cómo esta idea de “hacerse más grande o menor en 10” es muy diferente a la relación entre unidades en el sistema habitual de Estados Unidos, donde 3 pies equivale a 1 yarda, y 16 onzas equivale a 1 libra.

Longitud, masa y volumen

La siguiente tabla muestra las unidades básicas del sistema métrico. Tenga en cuenta que los nombres de todas las unidades métricas siguen a partir de estas tres unidades básicas.

Largo	Masa	Volumen
unidades básicas		
medidor	gramo	litro
otras unidades que puede ver		
kilómetro	kilogramo	dekaliter
centímetro	centigramo	centilitro
milímetro	miligramo	mililitro

En el sistema métrico, la unidad básica de longitud es el metro. Un metro es un poco más grande que un patrón, o poco más de tres pies.

La unidad métrica básica de masa es el gramo. Un clip de tamaño regular tiene una masa de aproximadamente 1 gramo.

Entre los científicos, un gramo se define como la masa de agua que llenaría un cubo de 1 centímetro. Puede notar que aquí se usa la palabra “masa” en lugar de “peso”. En los campos de las ciencias y la técnica, se hace una distinción entre peso y masa. El peso es una medida del tirón de la gravedad sobre un objeto. Por esta razón, el peso de un objeto sería diferente si se pesara en la Tierra o en la luna debido a la diferencia en las fuerzas gravitacionales. Sin embargo, la masa del objeto permanecería igual en ambos lugares porque la masa mide la cantidad de sustancia en un objeto. Mientras planees medir solo objetos en la Tierra, puedes usar masa/peso de manera bastante intercambiable, ¡pero vale la pena señalar que hay una diferencia!

Finalmente, la unidad métrica básica de volumen es el litro. Un litro es un poco más grande que un cuarto de galón.

		
El mango de una pala es de aproximadamente 1 metro.	Un clip pesa aproximadamente 1 gramo.	Un recipiente mediano de leche es de aproximadamente 1 litro.

Aunque rara vez es necesario convertir entre los sistemas habituales y métricos, a veces ayuda tener una imagen mental de cuán grandes o pequeñas son algunas unidades. La siguiente tabla muestra la relación entre algunas unidades comunes en ambos sistemas.

	Mediciones comunes en sistemas habituales y métricos
Largo	1 centímetro es un poco menos de media pulgada.
	1.6 kilómetros es de aproximadamente 1 milla.
	1 metro es aproximadamente 3 pulgadas más largo que 1 yarda.
Masa	1 kilogramo es un poco más de 2 libras
	28 gramos es aproximadamente lo mismo que 1 onza.
Volumen	1 litro es un poco más de 1 cuarto de galón.
	4 litros es un poco más de 1 galón.

Prefijos en el sistema métrico

El sistema métrico es un sistema base-10. Esto significa que cada unidad sucesiva es 10 veces mayor que la anterior.

Los nombres de las unidades métricas se forman añadiendo un prefijo a la unidad básica de medida. Para decir qué tan grande o pequeña es una unidad, miras el prefijo. Para saber si la unidad mide longitud, masa o volumen, miras la base.

Prefijos en el sistema métrico						
kilo-	*hecto-*	*deka-*	*medidor de/gramo/litro*	*deci-*	*centi-*	*milli-*
1,000 veces **más grande** que la unidad base	100 veces **más grande** que la unidad base	10 veces **más grande** que la unidad base	unidades base	10 veces **más pequeño** que la unidad base	100 veces **más pequeño** que la unidad base	1000 veces **más pequeño** que la unidad base

Usando esta tabla como referencia, puede ver lo siguiente:

- Un kilogramo es 1,000 veces más grande que un gramo (entonces 1 kilogramo = 1,000 gramos).
- Un centímetro es 100 veces menor que un metro (así que 1 metro = 100 centímetros).
- Un dekaliter es 10 veces mayor que un litro (entonces 1 dekaliter = 10 litros).

Aquí hay una tabla similar que solo muestra las unidades métricas de medida para la masa, junto con su tamaño relativo a 1 gramo (la unidad base). También se han incluido las abreviaturas comunes para estas unidades métricas.

Prefijos en el sistema métrico						
kilogramo (kg)	hectograma (hg)	dekagram (dag)	gramo (g)	decigrama (dg)	centigramo (cg)	miligramo (mg)
1,000 gramos	100 gramos	10 gramos	gramo	0.1 gramo	0.01 gramo	0.001 gramo

Dado que los prefijos permanecen constantes a través del sistema métrico, podría crear gráficos similares para longitud y volumen. Los prefijos tienen los mismos significados ya sea que estén unidos a las unidades de longitud (metro), masa (gramo) o volumen (litro).

Pruébalo ahora 1

¿Cuáles de los siguientes conjuntos de tres unidades son medidas métricas de longitud?

A) pulgada, pie, yarda

B) kilómetro, centímetro, milímetro

C) kilogramo, gramo, centigramo

D) kilómetro, pie, decímetro

Conversión de unidades hacia arriba y hacia abajo en la escala métrica

La conversión entre unidades métricas de medida requiere el conocimiento de los prefijos métricos y una comprensión del sistema decimal, eso es todo.

Por ejemplo, puedes averiguar cuántos centigramos hay en un dekagrama usando la tabla anterior. Un dekagrama es mayor que un centigramo, por lo que se espera que un dekagrama sea igual a muchos centigramos.

En la tabla, cada unidad es 10 veces mayor que la que se encuentra a su derecha inmediata. Esto significa que 1 dekagrama = 10 gramos; 10 gramos = 100 decigramas; y 100 decigramas = 1,000 centigramos. Entonces, 1 dekagrama = 1,000 centigramos.

Ejemplo11.2.1

¿Cuántos miligramos hay en un decigramo?

Solución

Identificar ubicaciones de miligramos y decigramas.

kg	hg	dag	g	**dg**	cg	**mg**

Los decigramas (dg) son más grandes que los miligramos (mg), por lo que se espera que haya muchos mg en una dg.

Dg es 10 veces más grande que un cg, y un cg es 10 veces mayor que un miligramo.

x10 x10

kg	hg	dag	g	**dg**	cg	**mg**

→ → → → → → → → → → → → → →

Ya que vas de una unidad más grande a una unidad más pequeña, multiplica.

Multiplicar:$1 \cdot 10 \cdot 10$, para encontrar el número de miligramos en un decigramo.

$$1 \text{ dg} \cdot 10 \cdot 10 = 100 \text{ mg}$$

Respuesta: Hay 100 miligramos (mg) en 1 decigramo (dg).

Ejemplo11.2.2

Convierte 1 centímetro en kilómetros.

Solución

Identificar ubicaciones de kilómetros y centímetros.

km	hm	presa	m	dm	**cm**	mm

Los kilómetros (km) son mayores que centímetros (cm), por lo que se espera que haya menos de un km en un cm.

Cm es 10 veces menor que un dm; un dm es 10 veces menor que un m, etc.

÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10

km	hm	presa	m	dm	**cm**	mm

← ←

Ya que vas de una unidad más pequeña a una unidad más grande, divide.

Dividir:$1 \div 10 \div 10 \div 10 \div 10 \div 10$, para encontrar el número de kilómetros en un centímetro.

$$1 \text{ cm} \div 10 \div 10 \div 10 \div 10 \div 10 = 0.00001 \text{ km}$$

Respuesta: 1 centímetro (cm) = 0.00001 kilómetros (km).

Una vez que comiences a entender el sistema métrico, puedes usar un atajo para convertir entre diferentes unidades métricas. El tamaño de las unidades métricas aumenta diez veces a medida que sube la escala métrica. El sistema decimal funciona de la misma manera: una décima es 10 veces mayor que una centésima; una centésima es 10 veces mayor que una milésima, etc. Al aplicar lo que sabes sobre decimales al sistema métrico, convertir entre unidades es tan simple como mover puntos decimales.

Aquí está el primer problema desde arriba: ¿Cuántos miligramos hay en un decigramo? Puede recrear el orden de las unidades métricas como se muestra a continuación:

kg hg día g dg cg mg

Esta pregunta te pide comenzar con 1 decigramo y convertirlo en miligramos. Como se muestra arriba, los miligramos son dos lugares a la derecha de los decigramas. Simplemente puede mover el punto decimal dos lugares a la derecha para convertir decigramas a miligramos:$1.\text{ dg} = 100.\text{ mg}$ (Observe la ubicación de los puntos decimales).

El mismo método funciona cuando se está convirtiendo de una unidad más pequeña a otra más grande, como en el problema: Convertir 1 centímetro a kilómetros.

km hm presa m dm cm mm

Tenga en cuenta que en lugar de moverse hacia la derecha, ahora se está moviendo hacia la izquierda, por lo que el punto decimal debe hacer lo mismo:$1.\text{ cm} = 0.00001\text{ km}$.

Pruébalo ahora 2

¿Cuántos mililitros hay en 1 litro?

Resumen

El sistema métrico es un sistema alternativo de medición utilizado en la mayoría de los países, así como en Estados Unidos. El sistema métrico se basa en unir uno de una serie de prefijos, incluyendo kilo-, hecto-, deka-, deci-, centi- y milli-, con una unidad base de medida, como metro, litro o gramo. Las unidades en el sistema métrico están todas relacionadas por una potencia de 10, lo que significa que cada unidad sucesiva es 10 veces mayor que la anterior. Esto hace que convertir una medida métrica a otra sea un proceso sencillo, y a menudo es tan simple como mover un punto decimal. Siempre es importante, sin embargo, considerar la dirección de la conversión. Si está convirtiendo una unidad más pequeña en una unidad más grande, entonces el punto decimal

tiene que moverse hacia la izquierda (haciendo que su número sea más pequeño); si está convirtiendo una unidad más grande en una unidad más pequeña, entonces el punto decimal tiene que moverse hacia la derecha (haciendo que su número sea más grande).

Pruébalo ahora Respuestas

1. B) kilómetro, centímetro, milímetro; todas estas medidas son del sistema métrico. Son medidas de longitud porque todas contienen la palabra “metro”.

2. 1,000; hay 10 mililitros en un centilitro, 10 centilitros en un decilitro y 10 decilitros en un litro. Multiplicar:$10 \cdot 10 \cdot 10$, para encontrar el número de mililitros en un litro, 1,000.

Conversión dentro del sistema métrico

Objetivo de aprendizaje

1. Realizar cálculos aritméticos en unidades métricas de longitud, masa y volumen.

Introducción

Si bien es importante conocer las diferentes unidades utilizadas en el sistema métrico, el propósito real detrás del aprendizaje del sistema métrico es que puedas usar estas unidades de medida para calcular el tamaño, la masa o el volumen de diferentes objetos. En la práctica, a menudo es necesario convertir una medida métrica en otra unidad, esto ocurre con frecuencia en los campos médico, científico y técnico, donde el sistema métrico se usa comúnmente.

Si tiene una receta para 5,000 mg de medicamento, y al llenarlo, la dosis dice 5 g de medicamento, ¿cometió un error el farmacéutico?

Por un momento, imagina que eres farmacéutico. Recibes tres recetas de amoxicilina líquida: una requiere 2.5 centilitros, otra para 0.3 decilitros y otra para 450 mililitros. La amoxicilina se almacena en el refrigerador en recipientes de 1 litro, 1 decilitro y 1 centilitro. ¿Qué recipiente debe usar para asegurarse de que no está desperdiciando nada del medicamento no utilizado?

Para resolver este problema, necesitas saber cómo convertir de una medida a otra así como cómo sumar diferentes cantidades juntas. Echemos un vistazo a cómo hacer esto.

Conversión de unidades más grandes a unidades más pequeñas

Convertir entre medidas en el sistema métrico es simplemente una cuestión de identificar la unidad que tiene, la unidad a la que desea convertir, y luego contar el número de unidades entre ellas. A continuación se muestra un ejemplo básico de esto.

Ejemplo11.2.3

Convertir 1 kilómetro en decímetros

Solución

Identificar ubicaciones de kilómetros y decímetros.

km	hm	presa	m	**dm**	cm	mm

Los kilómetros (km) son mayores que decímetros (dm), por lo que se espera que haya más de un dm en un km.

x10 x10 x10 x10

km	hm	presa	m	**dm**	cm	mm

→ →

Contar las unidades intermedias, multiplicando por 10 a medida que avanza. (Ya que vas de una unidad más grande a una unidad más pequeña, multiplicas.)

Multiplicar para encontrar el número de decímetros en un kilómetro.

$$1\text{ km} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000\text{ dm}$$

Respuesta: 1 kilómetro = 10,000 decímetros

Este problema es sencillo porque estás convirtiendo 1 kilómetro a otra unidad. El siguiente ejemplo muestra cómo resolverías este problema si te pidieran convertir 8.2 kilómetros a decímetros. Observe que la mayoría de los pasos son iguales; la diferencia crítica es que se multiplica por 8.2 en el paso final.

Ejemplo11.2.4

Convertir 8.2 kilómetros en decímetros

Solución

Identificar ubicaciones de kilómetros y decímetros.

km	hm	presa	m	**dm**	cm	mm

Los kilómetros (km) son mayores que decímetros (dm), por lo que se espera que haya más de un dm en un km.

x10 x10 x10 x10

km	hm	presa	m	**dm**	cm	mm

→ →

Contar las unidades intermedias, multiplicando por 10 a medida que avanza. Ya que vas de una unidad más grande a una unidad más pequeña, multiplica.

Multiplica para encontrar el número de decímetros en 8.2 kilómetros.

$$8.2\text{ km} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000\text{ dm}$$

Respuesta: 8.2 kilómetro = 82,000 decímetros

También puedes aplicar las reglas de base 10 para usar el método de acceso directo “mover el decimal” en este ejemplo. Observe cómo decímetros (dm) es cuatro lugares a la derecha de kilómetros (km); de manera similar, mueve el punto decimal cuatro lugares a la derecha al convertir 8.2 kilómetros en decímetros.

km hm presa m dm cm mm

8.2000 km = 82000. dm

8.2 km = 82000 dm

Ejemplo11.2.5

Convierte 0.55 litros en centilitros.

Solución

Contar dos lugares de litros a centilitros.

kl hl dal l dl cl ml

En 0.55 *l*, mueva el punto decimal dos lugares a la derecha.

0.55 *l* = 0.55. *cl*

0.55 *l* = 55 *cl*

Respuesta: 0.55 litros = 55 centilitros

Pruébalo ahora 1

¿Cuántos dekaliters hay en 0.5 decilitros?

Conversión de unidades más pequeñas a más grandes

Puede utilizar procesos similares al convertir unidades más pequeñas a más grandes. Al convertir una unidad más grande en una más pequeña, se multiplica; cuando convierte una unidad más pequeña en una más grande, se divide. Aquí hay un ejemplo.

Ejemplo11.2.6

Convierte 739 centigramos en gramos.

Solución

Identificar ubicaciones de centigramos y gramos.

kg	hg	dag	**g**	dg	**cg**	mg

Los centigramas (cg) son más pequeños que los gramos (g), por lo que se espera que haya menos de 739 g en 739 cg.

Contar las unidades intermedias, dividiendo por 10 a medida que avanza. Ya que vas de una unidad más pequeña a una unidad más grande, divide.

÷10 ÷10

kg	hg	dag	**g**	dg	**cg**	mg

← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ←

Ya que vas de una unidad más pequeña a una unidad más grande, divide.

Divide para encontrar el número de gramos en 739 centigramos.

$$739 \div 10 \div 10 = 7.39 \text{ g}$$

Respuesta: 739 centigramos = 7.39 gramos

Observe que el método de atajo de contar prefijos y mover el decimal el mismo número de lugares también funciona aquí. Solo asegúrate de que estás moviendo el punto decimal en la dirección correcta para la conversión.

Ejemplo11.2.7

Convierte 205.5 mililitros en kilolitros.

Solución

Contar seis lugares desde mililitros hasta kilolitros.

kl hl dal l dl cl ml

El mililitro es más pequeño que el kilolitro, por lo que espera que el número 205.5 se haga más pequeño a medida que sube en el gráfico métrico.

0.000205.5

En 205.5 ml, mueva el punto decimal seis lugares hacia la izquierda.

205.5 *ml* = 0.0002055 *kl*

Respuesta: 205.5 mililitros = 0.0002055 kiloliters

Pruébalo ahora 2

Convertir 3,085 miligramos en gramos

Método de etiqueta de factor

Hay otro método que puede usar para convertir mediciones métricas: el **método de etiqueta de factor**. Utilizó este método cuando estaba convirtiendo unidades de medida dentro del sistema habitual de Estados Unidos.

El método de etiqueta factorial funciona igual en el sistema métrico; se basa en el uso de fracciones unitarias y la reducción de unidades intermedias. La siguiente tabla muestra algunos de los **equivalentes unitarios** y **fracciones unitarias** para la longitud en el sistema métrico. (Debe notar que todas las fracciones unitarias contienen un factor de 10. Recuerde que el sistema métrico se basa en la noción de que cada unidad es 10 veces mayor que la que vino antes de ella.)

Además, observe que aquí se han agregado dos nuevos prefijos: mega- (que es muy grande) y micro- (que es muy pequeño).

Equivalentes de Unidad	Factores de conversión	
1 metro = 1,000,000 micrómetros	$\frac{1\text{ m}}{1000000\ \mu\text{m}}$	$\frac{1000000\ \mu\text{m}}{1\text{ m}}$
1 metro = 1,000 milímetros	$\frac{1\text{ m}}{1000\text{ mm}}$	$\frac{1000\text{ mm}}{1\text{ m}}$
1 metro = 100 centímetros	$\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}$	$\frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}}$
1 metro = 10 decímetros	$\frac{1\text{ m}}{10\text{ dm}}$	$\frac{10\text{ dm}}{1\text{ m}}$
1 dekameter = 10 metros	$\frac{1\text{ dam}}{10\text{ m}}$	$\frac{10\text{ m}}{1\text{ dam}}$
1 hectómetro = 100 metros	$\frac{1\text{ hm}}{100\text{ m}}$	$\frac{100\text{ m}}{1\text{ hm}}$
1 kilómetro = 1,000 metros	$\frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}}$	$\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}$
1 megámetro = 1,000,000 metros	$\frac{1\text{ Mm}}{1000000\text{ m}}$	$\frac{1000000\text{ m}}{1\text{ Mm}}$

Al aplicar el método de etiqueta factorial en el sistema métrico, asegúrese de verificar que no esté omitiendo ninguna unidad intermedia de medida.

Ejemplo11.2.8

Convierte 7,225 centímetros en metros.

Solución

Los metros son más grandes que centímetros, por lo que espera que su respuesta sea inferior a 7,225.

$$7225\text{ cm} = \_\_\_\_\_\text{m}$$

Usando el método de etiqueta factorial, escribe 7,225 cm como fracción y usa fracciones unitarias para convertirla a m.

$$\frac{7225\text{ cm}}{1}\cdot\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}} = \_\_\_\_\_\text{m}$$

Reduzca unidades similares, multiplique y simplifique.

$$\frac{7225}{1}\cdot\frac{1\text{ m}}{100} = \frac{7225}{100}\text{ m}$$

$$\frac{7225\text{ m}}{100} = 72.25\text{ m}$$

Respuesta: 7,225 centímetros = 72.25 metros

Pruébalo ahora 3

Usando el método que prefieras, convierte 32.5 kilómetros en metros.

Ahora que ya has visto cómo convertir entre mediciones métricas de múltiples maneras, volvamos a revisar el problema planteado anteriormente.

Ejemplo11.2.9

Si tiene una receta para 5,000 mg de medicamento, y al llenarlo, la dosis dice 5 g de medicamento, ¿cometió un error el farmacéutico?

Solución

Necesidad de convertir mg a g.

$$5000 \text{ mg} = \_\_\_\_\_ \text{g?}$$

$$\frac{5000 \text{ mg}}{1} \cdot \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} = \_\_\_\_\_ \text{g}$$

$$\frac{5000}{1} \cdot \frac{1 \text{ g}}{1000} = \frac{7225}{100} \text{ m}$$

$$\frac{5000 \cdot 1 \text{ g}}{1 \cdot 1000} = \frac{5000 \text{ g}}{1000}$$

$$\frac{5000 \text{ g}}{1000} = 5 \text{ m}$$

Respuesta: 5 g = 5,000 mg, por lo que el farmacéutico no se equivocó.

Resumen

Para convertir entre unidades en el sistema métrico, identifique la unidad que tiene, la unidad a la que desea convertir, y luego cuente el número de unidades entre ellas. Si vas de una unidad más grande a una unidad más pequeña, multiplica por 10 sucesivamente. Si vas de una unidad más pequeña a una unidad más grande, divides por 10 sucesivamente. El método de etiqueta factorial también se puede aplicar a las conversiones dentro del sistema métrico. Para utilizar el método de etiqueta factorial, se multiplica la medida original por fracciones unitarias; esto le permite representar la medida original en una unidad de medida diferente.

Pruébalo ahora Respuestas

1. 0.005 dekaliters; un decilitro es 100 veces más pequeño que un dekaliter, por lo que mueve el punto decimal dos lugares a la izquierda para convertir 0.5 decilitros a 0.005 dekaliters.
2. 3.085 gramos; un gramo es 1,000 veces mayor que un miligramo, por lo que puede mover el punto decimal en 3,085 tres lugares a la izquierda.
3. 32,500 metros; para encontrar el número de m en 32.5 km, se puede configurar la siguiente ecuación: $\frac{32.5 \text{ km}}{1} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \frac{32500 \text{ m}}{1}$. Las unidades km reducen, dejando la respuesta en metros.

Uso de conversiones métricas para resolver problemas

Objetivos de aprendizaje

1. Resuelva problemas de aplicación que involucran unidades métricas de longitud, masa y volumen.

Introducción

Aprender a resolver problemas del mundo real usando conversiones métricas es tan importante como aprender a hacer las conversiones ellos mismos. Matemáticos, científicos, enfermeras e incluso atletas a menudo se enfrentan a situaciones en las que se

les presenta información usando mediciones métricas, y luego deben tomar decisiones informadas basadas en esos datos.

Para resolver estos problemas de manera efectiva, es necesario comprender el contexto de un problema, realizar conversiones y luego verificar la razonabilidad de su respuesta. Haz estos tres pasos y tendrás éxito en cualquier sistema de medición que estés usando.

Comprender el contexto y realizar conversiones

El primer paso para resolver cualquier problema del mundo real es entender su contexto. Esto te ayudará a descubrir qué tipo de soluciones son razonables (y el problema en sí puede darte pistas sobre qué tipos de conversiones son necesarias). Aquí hay un ejemplo.

Ejemplo11.2.10

En los Juegos Olímpicos de Verano, los atletas compiten en carreras de las siguientes longitudes: 100 metros, 200 metros, 400 metros, 800 metros, 1500 metros, 5000 metros y 10,000 metros. Si un corredor corriera en todas estas carreras, ¿cuántos kilómetros correría?

Solución

Para averiguar cuántos kilómetros correría, primero hay que sumar todas las longitudes de las carreras juntas y *luego* convertir esa medida en kilómetros.

$$10000+5000+1500+800+400+200+100=18000$$

Utilice el método de etiqueta factorial y las fracciones unitarias para convertir de metros a kilómetros.

$$\frac{18000\text{ m}}{1}\cdot\frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}}=\_\_\_\_\_\text{ km}$$

Reducir, multiplicar y resolver.

$$\frac{18000}{1}\cdot\frac{1\text{ km}}{1000}=\frac{18000\text{ km}}{1000}$$

$$\frac{18000\text{ km}}{1000}=18\text{ km}$$

Respuesta: El corredor correría 18 kilómetros.

Puede que esto no sea probable que suceda (un corredor tendría que ser todo un atleta para competir en todas estas carreras) pero es una pregunta interesante a considerar. El problema requería que encontraras la distancia total que recorrería el corredor (en kilómetros). El ejemplo mostró cómo sumar las distancias, en metros, para luego convertir ese número a kilómetros.

A continuación se muestra un ejemplo con un contexto diferente, pero que aún requiere conversiones.

Ejemplo11.2.11

Una botella contiene 295 dl mientras que otra contiene 28,000 ml. ¿Cuál es la diferencia de capacidad entre las dos botellas?

Solución

Las dos medidas están en diferentes unidades. Puede convertir ambas unidades a litros y luego compararlas

$$295\text{ dl}=\_\_\_\_\_\text{l}$$

$$28000\text{ ml}=\_\_\_\_\_\text{l}$$

Convertir dl a litros.

$$\frac{295\text{ dl}}{1}\cdot\frac{1\text{ l}}{10\text{ dl}}=\_\_\_\_\_\text{l}$$

Reducir las unidades comunes y multiplicar.

$$\frac{295}{1}\cdot\frac{1\text{ l}}{10}=\_\_\_\_\_\text{l}$$

295 dl = 29.5 litros.

$$\frac{295\text{ l}}{10} = 29.5\text{ l}$$

Convertir ml a litros.

$$\frac{28000\text{ ml}}{1} \cdot \frac{1\text{ l}}{1000\text{ ml}} = \_\_\_\_\_\text{l}$$

$$\frac{28000}{1} \cdot \frac{1\text{ l}}{1000} = \frac{28000\text{ l}}{1000}$$

28,000 ml = 28 litros

$$\frac{28000\text{ l}}{1000} = 28\text{ l}$$

La pregunta pregunta por “diferencia de capacidad” entre las botellas.

$$29.5\text{ liters} - 28\text{ liters} = 1.5\text{ liters}$$

Respuesta: Hay una diferencia de capacidad de 1.5 litros entre las dos botellas.

Este problema pedía la diferencia entre dos cantidades. La forma más fácil de encontrar esto es convertir una cantidad para que ambas cantidades se midan en la misma unidad, y luego restar una de la otra.

Pruébalo ahora 1

Un boxeador pesa 85 kg. Es 80 dag más pesado que su oponente. ¿Cuánto pesa su oponente?

Comprobando tus conversiones

A veces es una buena idea verificar tus conversiones usando un segundo método. Esto generalmente te ayuda a detectar cualquier error que puedas cometer, como usar las fracciones unitarias incorrectas o mover el punto decimal de manera incorrecta.

Ejemplo11.2.12

Una botella de dos litros contiene 87 centilitros de aceite y 4.1 decilitros de agua. ¿Cuánto más líquido se necesita para llenar la botella?

Solución

Estás buscando la cantidad de líquido necesario para llenar la botella. Convierte ambas medidas a litros y luego resuelve el problema.

$$87\text{ cl} + 4.1\text{ dl} + \_\_\_\_\_ = 2\text{ l}$$

Convierte 87 cl en litros.

$$87\text{ cl} = \_\_\_\_\_\text{l}$$

$$\frac{87\text{ cl}}{1} \cdot \frac{1\text{ l}}{100\text{ cl}} = \_\_\_\_\_\text{l}$$

$$\frac{87}{1} \cdot \frac{1\text{ l}}{100} = \frac{87\text{ l}}{100}$$

$$\frac{87\text{ l}}{100} = 0.87\text{ l}$$

Convertir 4.1 dl en litros

$$4.1\text{ dl} = \_\_\_\_\_\text{l}$$

$$\frac{4.1\text{ dl}}{1} \cdot \frac{1\text{ l}}{10\text{ dl}} = \_\_\_\_\_\text{l}$$

$$\frac{4.1}{1} \cdot \frac{1\text{ l}}{10} = \frac{4.1\text{ l}}{10}$$

$$\frac{4.1\ \text{l}}{10} = 0.41\ \text{l}$$

Restar para encontrar cuánto más líquido se necesita para llenar la botella.

$$87\ \text{cl} + 4.1\ \text{dl} + \_\_\_\_\_ = 2\ \text{l}$$

$$0.87\ \text{liter} + 0.41\ \text{liter} + \_\_\_\_\_ = 2\ \text{liters}$$

$$2\ \text{liters} - 0.87\ \text{liter} - 0.41\ \text{liter} = 0.72\ \text{liter}$$

Respuesta: La cantidad de líquido necesario para llenar la botella es de 0.72 litros.

Una vez que se te ocurra la respuesta, también podrías verificar tus conversiones usando el método más rápido de "mover el decimal", que se muestra a continuación.

✔ Ejemplo11.2.13

Una botella de dos litros contiene 87 centilitros de aceite y 4.1 decilitros de agua. ¿Cuánto más líquido se necesita para llenar la botella?

Solución

Estás buscando la cantidad de líquido necesario para llenar la botella. Convierte ambas medidas a litros y luego resuelve el problema.

$$87\ \text{cl} + 4.1\ \text{dl} + \_\_\_\_\_ = 2\ \text{l}$$

Convierte 87 cl en litros.

$$87\ \text{cl} = \_\_\_\_\_ \text{l}$$

En el gráfico, l es dos lugares a la izquierda de cl.

kl hl dal ***l*** *dl* ***cl*** *ml*

Mueve el punto decimal dos lugares a la izquierda en 87 cl.

.87. *cl*

87 *cl* = 0.87 *l*

Convierte 4.1 dl a litros.

$$4.1\ \text{dl} = \_\_\_\_\_ \text{l}$$

En el gráfico, l es un lugar a la izquierda de dl.

kl hl dal ***l dl*** *cl ml*

Mueve el punto decimal un lugar a la izquierda en 4.1 dl.

.4.1 *dl*

4.1 *dl* = 0.41 *l*

Restar para encontrar cuánto más líquido se necesita para llenar la botella.

$$87\ \text{cl} + 4.1\ \text{dl} + \_\_\_\_\_ = 2\ \text{l}$$

$$0.87\ \text{liter} + 0.41\ \text{liter} + \_\_\_\_\_ = 2\ \text{liters}$$

$$2\ \text{liters} - 0.87\ \text{liter} - 0.41\ \text{liter} = 0.72\ \text{liter}$$

Respuesta: La cantidad de líquido necesario para llenar la botella es de 0.72 litros.

La respuesta inicial comprueba: se necesitan 0.72 litros de líquido para llenar la botella. Verificar una conversión con otro método es una buena práctica para detectar cualquier error en la escala.

Resumen

Comprender el contexto de los problemas de aplicación de la vida real es importante. Busque palabras dentro del problema que le ayuden a identificar qué operaciones se necesitan, y luego aplicar las conversiones de unidades correctas. Verificar su respuesta final usando otro método de conversión (como el método “mover el decimal”, si ha utilizado el método de etiqueta de factor para resolver el problema) puede reducir los errores en sus cálculos.

Pruébalo ahora Responder

1. 84.2 kg; 80 dag = 0.8 kg, y 85 — 0.8 = 84.2

This page titled 11.2: Unidades Métricas de Medida is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **5.2: Metric Units of Measurement** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

11.3: Básculas de Temperatura

Objetivos de aprendizaje

1. Indique los puntos de congelación y ebullición del agua en las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit.
2. Convertir de una escala de temperatura a otra, usando fórmulas de conversión

Introducción

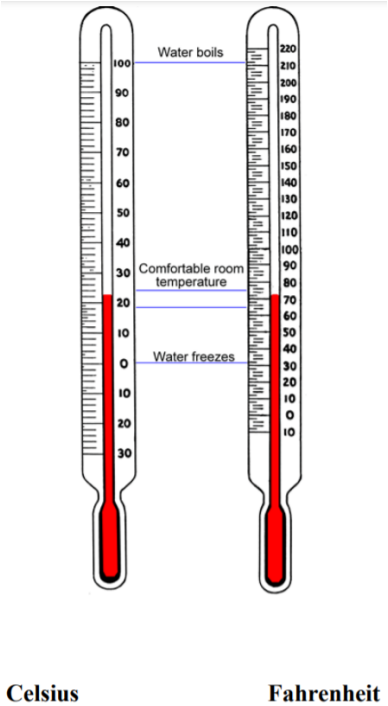
Enciende la televisión cualquier mañana y verás meteorólogos hablando del pronóstico del tiempo del día. Además de decirte cómo serán las condiciones climáticas (soleado, nublado, lluvioso, bochornoso), también te dicen el pronóstico del día para temperaturas altas y bajas. Un caluroso día de verano puede alcanzar los 100° en Filadelfia, mientras que un día fresco de primavera puede tener un mínimo de 40° en Seattle.

Sin embargo, si has estado en otros países, puedes notar que los meteorólogos miden el calor y el frío de manera diferente fuera de Estados Unidos. Por ejemplo, un meteorólogo de televisión en San Diego puede pronosticar un máximo de 89°, pero un pronosticador similar en Tijuana, México —que está a solo 20 millas al sur— puede mirar el mismo patrón meteorológico y decir que la temperatura alta del día va a ser de 32°. ¿Qué está pasando aquí?

La diferencia es que los dos países utilizan diferentes escalas de temperatura. En Estados Unidos, las temperaturas suelen medirse utilizando la escala **Fahrenheit**, mientras que la mayoría de los países que utilizan el sistema métrico utilizan la escala **Celsius** para registrar temperaturas. Aprender sobre las diferentes escalas, incluyendo cómo convertir entre ellas, te ayudará a descubrir cómo va a ser el clima, sin importar en qué país te encuentres.

Medición de la temperatura en dos escalas

Fahrenheit y Celsius son dos escalas diferentes para medir la temperatura.

Aquí se muestra un termómetro que mide una temperatura de 22° Celsius.		Aquí se muestra un termómetro que mide una temperatura de 72° Fahrenheit.
En la escala Celsius, el agua se congela a 0° y hierve a 100°.		En la escala Fahrenheit, el agua se congela a 32° y hierve a 212°.
Si Estados Unidos adoptara la escala Celsius, las temperaturas pronosticadas rara vez irían por debajo de -30° o por encima de 45°. (Se puede pronosticar una temperatura de -18° para un día frío de invierno en Michigan, mientras que se puede predecir una temperatura de 43° para un caluroso día de verano en Arizona).		En Estados Unidos, las temperaturas pronosticadas medidas en Fahrenheit rara vez van por debajo de - 20° o por encima de 120°. (Se puede pronosticar una temperatura de 0° para un día frío de invierno en Michigan, mientras que se puede predecir una temperatura de 110° para un caluroso día de verano en Arizona).
La mayoría de los edificios de oficinas mantienen una temperatura interior entre 18 °C y 24 °C para mantener cómodos a los empleados.		La mayoría de los edificios de oficinas mantienen una temperatura interior entre 65°F y 75°F para mantener cómodos a los empleados.

Pruébalo ahora 1

Un cocinero pone un termómetro en una olla de agua para ver qué tan caliente está. El termómetro lee 132°, pero el agua aún no está hirviendo. ¿Qué escala de temperatura mide el termómetro?

Conversión entre las escalas

Al mirar los dos termómetros mostrados, se pueden hacer algunas comparaciones generales entre las escalas. Por ejemplo, muchas personas tienden a sentirse cómodas en temperaturas exteriores entre 50°F y 80°F (o entre 10°C y 25°C). Si un meteorólogo predice una temperatura promedio de 0°C (o 32°F), entonces es una apuesta segura que necesitarás una chaqueta de invierno.

En ocasiones, es necesario convertir una medida Celsius a su medida exacta de Fahrenheit o viceversa. Por ejemplo, ¿y si quieres conocer la temperatura de tu hijo en Fahrenheit, y el único termómetro que tienes mide la temperatura en medida Celsius? Convertir la temperatura entre los sistemas es un proceso sencillo siempre y cuando utilice las fórmulas que se proporcionan a continuación.

Formulas de conversión de temperatura

Para convertir una medida de Fahrenheit en una medida Celsius, use esta fórmula.

$$C = \frac{5}{9}(F - 32) \tag{11.3.1}$$

Para convertir una medida Celsius en una medición de Fahrenheit, use esta fórmula.

\[F = \dfrac{9}{5}C+32 \label{CtoF \]

¿Cómo se desarrollaron estas fórmulas? Vinieron de comparar las dos escalas. Dado que el punto de congelación es 0° en la escala Celsius y 32° en la escala Fahrenheit, restamos 32 al convertir de Fahrenheit a Celsius, y sumamos 32 al convertir de Celsius a Fahrenheit.

Hay una razón para las fracciones $\frac{5}{9}$ y $\frac{9}{5}$, también. Hay 100 grados entre los puntos de congelación (0°) y ebullición (100°) del agua en la escala Celsius y 180 grados entre los puntos similares (32° y 212°) en la escala Fahrenheit. Escribiendo estas dos escalas como una relación, $\frac{F^\circ}{C^\circ}$, da $\frac{180^\circ}{100^\circ} = \frac{180^\circ \div 20}{100^\circ \div 20} = \frac{9}{5}$. Si volteas la proporción para ser $\frac{C^\circ}{F^\circ}$, obtienes $\frac{100^\circ}{180^\circ} = \frac{100^\circ \div 20}{180^\circ \div 20} = \frac{5}{9}$. Observe cómo se utilizan estas fracciones en las fórmulas de conversión.

El siguiente ejemplo ilustra la conversión de temperatura Celsius a temperatura Fahrenheit, usando el punto de ebullición del agua, que es de 100 °C.

Ejemplo11.3.1

El punto de ebullición del agua es de 100°C. ¿A qué temperatura hierve el agua en la escala Fahrenheit?

Solución

Se da una temperatura Celsius. Para convertirlo a la escala de Fahrenheit, utilice la Ecuación\ ref {cToF}.

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Sustituye 100C y multiplica.

$$F = \frac{9}{5}(100) + 32$$

$$F = \frac{900}{5} + 32$$

Simplifica $\frac{900}{5}$ dividiendo el numerador y el denominador por 5.

$$F = \frac{900 \div 5}{5 \div 5} + 32$$

$$F = \frac{180}{1} + 32$$

Agregar 180 + 32.

$$F = 212$$

Respuesta: El punto de ebullición del agua es de 212°F.

Ejemplo11.3.2

El agua se congela a 32°F En la escala Celsius, ¿qué temperatura es esta?

Solución

Se da una temperatura de Fahrenheit. Para convertirlo a la escala Celsius, utilice la Ecuación\ ref {fToC}.

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

Sustituir 32F y restar.

$$C = \frac{5}{9}(32 - 32)$$

Cualquier número multiplicado por 0 es 0

$$C = \frac{5}{9}(0)$$

$$C = 0$$

Respuesta: El punto de congelación del agua es de 0°C.

Los dos problemas anteriores utilizaron las fórmulas de conversión para verificar algunas conversiones de temperatura que se discutieron anteriormente: los puntos de ebullición y congelación del agua. El siguiente ejemplo muestra cómo se pueden usar estas fórmulas para resolver un problema del mundo real usando diferentes escalas de temperatura.

Ejemplo11.3.3

Dos científicos están haciendo un experimento diseñado para identificar el punto de ebullición de un líquido desconocido. Un científico obtiene un resultado de 120°C; el otro obtiene un resultado de 250°F ¿Qué temperatura es más alta y en cuánto?

Solución

Una temperatura se da en °C y la otra en °F. Para encontrar la diferencia entre ellas, necesitamos medirlas en la misma escala.

¿Cuál es la diferencia entre 120°C y 250°F?

Use la fórmula de conversión para convertir 120°C a °F. (En su lugar, podría convertir 250°F a °C; esto se explica en el texto después de este ejemplo).

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Sustituto 120 por C.

$$F = \frac{9}{5}(120) + 32$$

Multiplicar.

$$F = \frac{1080}{5} + 32$$

Simplifica$\frac{1080}{5}$ dividiendo el numerador y el denominador por 5.

$$F = \frac{1080 \div 5}{5 \div 5} + 32$$

Agregar 216 + 32.

$$F = \frac{216}{1} + 32$$

Ha encontrado que 120°C = 248°F.

$$F = 248$$

Para encontrar la diferencia entre 248°F y 250°F, resta.

$$250^\circ F - 248^\circ F = 2^\circ F$$

Respuesta: 250°F es la temperatura más alta por 2°F

Podrías haber convertido 250°F a °C en su lugar, y luego encontrar la diferencia en las dos medidas. (Si lo hubiera hecho de esta manera, habría encontrado que 250°F = 121.1°C, y que 121.1°C es 1.1°C superior a 120°C.) Sea cual sea la forma que elija, es importante comparar las mediciones de temperatura dentro de la misma escala y aplicar las fórmulas de conversión con precisión.

Pruébalo ahora 2

Tatiana está investigando destinos de vacaciones, y ve que la temperatura promedio de verano en Barcelona, España ronda los 26°C ¿Cuál es la temperatura promedio en grados Fahrenheit?

Resumen

La temperatura a menudo se mide en una de dos escalas: la escala Celsius y la escala Fahrenheit. Un termómetro Celsius medirá el punto de ebullición del agua a 100° y su punto de congelación a 0°; un termómetro de Fahrenheit medirá los mismos eventos a 212° para el punto de ebullición del agua y 32° como su punto de congelación. Puede utilizar fórmulas de conversión para convertir una medida realizada en una escala a otra escala.

Pruébalo ahora Respuestas

1. Fahrenheit; el agua hierve a 212° en la escala Fahrenheit, por lo que una medición de 132° en una escala de Fahrenheit es legítima para el agua caliente (pero no hirviendo).

2. 79°F; Tatiana puede encontrar el equivalente Fahrenheit resolviendo la ecuación$F = \frac{9}{5}(26) + 32$. El resultado es 78.8°F, que redondea a 79°F.

Resumen de la Unidad

5.1: Largo

Las cuatro unidades básicas de medida que se utilizan en el sistema de medición habitual de Estados Unidos son: pulgada, pie, yarda y milla. Por lo general, las personas usan yardas, millas y, a veces, pies para describir largas distancias. La medición en pulgadas es común para objetos o longitudes más cortas. Es necesario convertir de una unidad de medida a otra si está resolviendo problemas que incluyen mediciones que involucran más de un tipo de medición. Cada una de las unidades se puede convertir a una de las otras unidades usando la tabla de equivalentes, los factores de conversión y/o el método de etiqueta de factor que se muestra en este tema.

5.1: Peso

En el sistema de medición habitual de Estados Unidos, el peso se mide en tres unidades: onzas, libras y toneladas. Una libra equivale a 16 onzas, y una tonelada equivale a 2,000 libras. Si bien el peso de un objeto se puede describir usando cualquiera de estas unidades, es típico describir objetos muy pesados usando toneladas y objetos muy ligeros usando una onza. Las libras se utilizan para describir el peso de muchos objetos y personas. A menudo, para comparar los pesos de dos objetos o personas o para resolver problemas relacionados con el peso, se debe convertir de una unidad de medida a otra unidad de medida. El uso de factores de conversión con el método de etiqueta factorial es una estrategia efectiva para convertir unidades y resolver problemas.

5.1: Capacidad

Hay cinco unidades básicas para medir la capacidad en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. Estas son la onza líquida, taza, pinta, cuarto y galón. Estas unidades de medida están relacionadas entre sí, y la capacidad se puede describir usando cualquiera de las unidades. Por lo general, las personas usan galones para describir cantidades más grandes y onzas líquidas, tazas, pintas o cuartos de galón para describir cantidades más pequeñas. A menudo, para comparar o resolver problemas relacionados con la cantidad de líquido en un recipiente, es necesario convertir de una unidad de medida a otra.

5.2: El Sistema Métrico

El sistema métrico es un sistema alternativo de medición utilizado en la mayoría de los países, así como en Estados Unidos. El sistema métrico se basa en unir uno de una serie de prefijos, incluyendo kilo-, hecto-, deka-, deci-, centi- y milli-, con una unidad base de medida, como metro, litro o gramo. Las unidades en el sistema métrico están todas relacionadas por una potencia de 10, lo que significa que cada unidad sucesiva es 10 veces mayor que la anterior. Esto hace que convertir una medida métrica a otra sea un proceso sencillo, y a menudo es tan simple como mover un punto decimal. Siempre es importante, sin embargo, considerar la dirección de la conversión. Si está convirtiendo una unidad más pequeña en una unidad más grande, entonces el punto decimal tiene que moverse hacia la izquierda (haciendo que su número sea más pequeño); si está convirtiendo una unidad más grande en una unidad más pequeña, entonces el punto decimal tiene que moverse hacia la derecha (haciendo que su número sea más grande).

5.2: Conversión dentro del Sistema Métrico

Para convertir entre unidades en el sistema métrico, identifique la unidad que tiene, la unidad a la que desea convertir, y luego cuente el número de unidades entre ellas. Si vas de una unidad más grande a una unidad más pequeña, multiplica por 10 sucesivamente. Si vas de una unidad más pequeña a una unidad más grande, divides por 10 sucesivamente. El método de etiqueta factorial también se puede aplicar a las conversiones dentro del sistema métrico. Para utilizar el método de etiqueta factorial, se multiplica la medida original por fracciones unitarias; esto le permite representar la medida original en una unidad de medida diferente.

5.2: Uso de la conversión de métricas para resolver problemas

Comprender el contexto de los problemas de aplicación de la vida real es importante. Busque palabras dentro del problema que le ayuden a identificar qué operaciones se necesitan y luego aplicar las conversiones de unidades correctas. Verificar su respuesta final usando otro método de conversión (como el método “mover el decimal”, si ha utilizado el método de etiqueta de factor para resolver el problema) puede reducir los errores en sus cálculos.

5.3: Básculas de Temperatura

La temperatura a menudo se mide en una de dos escalas: la escala Celsius y la escala Fahrenheit. Un termómetro Celsius medirá el punto de ebullición del agua a 100° y su punto de congelación a 0°; un termómetro de Fahrenheit medirá los mismos eventos a 212° para el punto de ebullición del agua y 32° como su punto de congelación. Puede utilizar fórmulas de conversión para convertir una medida realizada en una escala a otra escala.

Glosario:

capacidad	La cantidad de líquido (u otra sustancia vertible) que un objeto puede contener cuando está lleno.
Celsius	Una medida de temperatura comúnmente utilizada en los países que utilizan el sistema métrico. En la escala Celsius, el agua se congela a 0° y hierve a 100°.
taza	Una unidad de capacidad igual a 8 onzas líquidas.
método de etiqueta de factor	Un método para convertir una medida de una unidad de medida a otra unidad de medida. En este método, se multiplica la medida original por fracciones unitarias que contienen diferentes unidades de medida para obtener la nueva unidad de medida.
Fahrenheit	Una medida de temperatura comúnmente utilizada en los Estados Unidos. En la escala Fahrenheit, el agua se congela a 32° F y hierve a 212° F.
onza líquida	Una unidad de capacidad igual a $\frac{1}{8}$ una taza. Una onza líquida de agua a 62°F pesa aproximadamente una onza.
pie	Una unidad para medir la longitud en el sistema de medición habitual de EE. UU. 1 pie = 12 pulgadas
galón	Una unidad igual a 4 cuartos de galón, o 128 onzas líquidas.
gramo	La unidad base de masa en el sistema métrico.
pulgada	Una unidad para medir la longitud en el sistema de medición habitual de EE. UU. 1 pie = 12 pulgadas
longitud	La distancia de un extremo a otro o la distancia de un punto a otro.

litro	La unidad base de volumen en el sistema Métrico.
medición	El uso de unidades estándar para conocer el tamaño o cantidad de artículos como longitud, anchura, altura, masa, peso, volumen, temperatura o tiempo.
medidor	La unidad base de longitud en el sistema Métrico.
sistema métrico	Un sistema de medición ampliamente utilizado que se basa en el sistema decimal y múltiplos de 10.
milla	Una unidad para medir la longitud en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. 1 milla = 5,280 pies o 1,760 yardas.
onza	Una unidad para medir el peso en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. 16 onzas = 1 libra.
pinta	Una unidad de capacidad igual a 16 onzas líquidas, o 2 tazas.
libra	Una unidad para medir el peso en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. 16 onzas = 1 libra.
prefijo	Un conjunto corto de letras que denotan el tamaño de las unidades de medida en el Sistema Métrico. Los prefijos métricos incluyen centi-, milli-, kilo- y hecto-.
cuarto	Una unidad de capacidad igual a 32 onzas líquidas, o 4 tazas.
ton	Una unidad para medir el peso de artículos más pesados en el sistema de medición habitual de Estados Unidos. 1 tonelada = 2,000 libras.
Sistema de medición habitual de Estados Unidos	El sistema de medición más común utilizado en Estados Unidos. Se basa en sistemas de medición ingleses del ^{siglo} XVIII.
Equivalentes unitarios	Declaraciones de equivalencia entre unidades de medida dentro de un sistema o en comparación con otro sistema de unidades. Por ejemplo, 1 pie = 12 pulgadas o 1 pulgada = 2.54 centímetros son ambos ejemplos de unidades equivalentes.
fracciones unitarias	Una fracción donde el numerador y el denominador son cantidades iguales, como en $\frac{1\text{ kg}}{1000\text{ g}}$ o $\frac{12\text{ inches}}{1\text{ foot}}$. Las fracciones unitarias sirven para ayudar con las conversiones en el método Factor Label.
unidad de medida	Una cantidad estándar o cantidad. Por ejemplo, una pulgada es una unidad de medida.
peso	Una descripción matemática de lo pesado que es un objeto.
patio	Una unidad para medir la longitud en el sistema de medición habitual de EE. UU. 1 yarda = 3 pies o 36 pulgadas.

Para ver estos y todos los demás Recursos para Instructores disponibles, visite la Red NROC.

This page titled 11.3: Básculas de Temperatura is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **5.3: Temperature Scales** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

11.4: Ejercicios

Para 1-26, convierta las medidas. R *alrededor de su respuesta hasta 3 decimales, si es necesario.*

1. 5 yardas = _____ pies

2. 6 yardas = _____ pulgadas

3. 108 pulgadas = _____ yardas

4. 257 millas = _____ pies

5. 253 millas = _____ pies

6. 8 libras = _____ onzas

7. 370 onzas = _____ tonelada

8. 417 onzas = _____ tonelada

9. 112 tazas = _____ galones

10. $8\frac{1}{2}$ galones = _____ tazas

11. 7 cuartos = _____ onzas líquidas

12. 9 onzas líquidas = _____ cuartos

13. 8 metros = _____ centímetros

14. 4580 mililitros = _____ litros

15. 3520 mililitros = _____ litros

16. 2 milímetros = _____ metros

17. 171 centímetros = _____ metros

18. 5,180 mililitros = _____ litros

19. 2,610 gramos = _____ kilogramos

20. 2 kilogramos = _____ gramos

21. 58.3 milímetros = _____ centímetros

22. 0.3429 kilogramos = _____ miligramos

23. $14^\circ C$ = _____ $^\circ F$

24. $41^\circ F$ = _____ $^\circ C$

25. $12^\circ C$ = _____ $^\circ F$

26. $99^\circ F$ = _____ $^\circ C$

Exploración

27. Servicios de Apollo Spas 281 jacuzzis. Si cada jacuzzi necesita 105 mililitros de ácido muriático, ¿cuántos litros de ácido se necesitan para todos los jacuzzis?

28. El sitio para compartir fotos Flickr tenía 2.7 mil millones de fotos en junio de 2012. Cree una comparación para entender este número asumiendo que cada imagen tiene aproximadamente 2 megabytes de tamaño y comparándola con los datos almacenados en otros medios como DVD, iPods o unidades flash.

29. En junio de 2012, Twitter reportaba 400 millones de tuits diarios. Cada tweet puede constar de hasta 140 caracteres (letra, números, etc.). Crea una comparación para ayudar a entender la cantidad de tweets en un año imaginando que cada personaje era una gota de agua y comparándolo con llenar algo.

30. Durante el aterrizaje del Laboratorio de Ciencias de Marte *Curiosity*, se informó que la señal del rover tardaría 14 minutos en llegar a la tierra. Las señales de radio viajan a la velocidad de la luz, alrededor de 186.000 millas por segundo. ¿Qué tan lejos estaba Marte de la Tierra cuando aterrizó *Curiosity*?

31. Se estima que un conductor tarda, en promedio, 1.5 segundos desde ver un obstáculo hasta reaccionar aplicando el freno o desviándose. ¿Hasta dónde viajará un automóvil a 60 millas por hora (en pies) antes de que el conductor reaccione ante un obstáculo?

11.4: Ejercicios is shared under a CC BY-NC-SA license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

- **5.4: Exercises** is licensed CC BY-NC-SA 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

12: Geometria

12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
12.4: Ejercicios

12: Geometria is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

Objetivos de aprendizaje

1. Identificar y definir puntos, líneas, segmentos de línea, rayos y planos.
2. Clasifica los ángulos como agudos, rectos, obtusos o rectos.

Introducción

Utilizas términos geométricos en el lenguaje cotidiano, muchas veces sin pensarlo. Por ejemplo, cada vez que dices “caminar por esta línea” o “cuidado, este camino rápidamente se orienta hacia la izquierda” estás usando términos geométricos para darle sentido al entorno que te rodea. Utiliza estos términos de manera flexible, y la gente generalmente sabe de lo que estás hablando.

En el mundo de las matemáticas, cada uno de estos términos geométricos tiene una definición específica. Es importante conocer estas definiciones —así como cómo se construyen diferentes figuras— para familiarizarse con el lenguaje de la geometría. Empecemos con una figura geométrica básica: el plano.

Figuras en un plano

Un **plano** es una superficie plana que continúa para siempre (o, en términos matemáticos, infinitamente) en todas las direcciones. Tiene dos dimensiones: largo y ancho.

Se puede visualizar un plano colocando un trozo de papel sobre una mesa. Ahora imagina que la hoja de papel permanece perfectamente plana y se extiende hasta donde puedes ver en dos direcciones, de izquierda a derecha y de adelante hacia atrás. Este gigantesco trozo de papel te da una idea de cómo es un plano geométrico: continúa infinitamente en dos direcciones. (Sin embargo, a diferencia del ejemplo de la hoja de papel, un plano geométrico no tiene altura.)

Un plano puede contener una serie de figuras geométricas. La idea geométrica más básica es un **punto**, que no tiene dimensiones. Un punto es simplemente una ubicación en el avión. Está representado por un punto. Tres puntos que no se encuentran en línea recta determinarán un plano.

La siguiente imagen muestra cuatro puntos, etiquetados *A*, *B*, *C* y *D*.



Figura12.1.1: Un conjunto de puntos

Dos puntos en un plano determinan una línea. Una línea es una figura unidimensional que se compone de un número infinito de puntos individuales colocados uno al lado del otro. En geometría, se supone que todas las líneas son rectas; si se doblan se llaman curva. Una línea continúa infinitamente en dos direcciones.

Abajo está la línea *AB* o, en notación geométrica, $\overleftrightarrow{AB}$. Las flechas indican que la línea sigue yendo para siempre en las dos direcciones. Esta línea también podría llamarse línea *BA*. Si bien el orden de los puntos no importa para una línea, se acostumbra nombrar los dos puntos en orden alfabético.

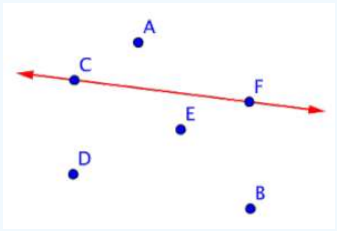
La imagen de abajo muestra los puntos A y B y la línea $\overleftrightarrow{AB}$.



Figura12.1.2: Línea *AB*

Ejemplo12.1.1

Nombra la línea que se muestra en rojo.



Solución

La línea roja pasa por los puntos C y F, por lo que la línea es$\overleftrightarrow{CF}$.

Respuesta:$\overleftrightarrow{CF}$

Hay dos cifras más a considerar. La sección entre dos puntos cualesquiera de una línea se denomina segmento de línea. Un segmento de línea puede ser muy largo, muy corto o en algún punto intermedio. La diferencia entre una línea y un **segmento de línea** es que el segmento de línea tiene dos puntos finales y una línea continúa para siempre. Un segmento de línea se denota por sus dos puntos finales, como en$\overline{CD}$.



Figura12.1.3: *CD* de segmento de línea

Un **rayo** tiene un punto final y continúa para siempre en una dirección. Los matemáticos nombran un rayo con notación como$\overrightarrow{EF}$, donde el punto *E* es el punto final y *F* es un punto en el rayo. Al nombrar un rayo, siempre decimos primero el punto final. Obsérvese que$\overrightarrow{FE}$ tendría el punto final en *F*, y continuaría a través de *E*, que es un rayo diferente al$\overrightarrow{EF}$, que tendría un punto final en E, y continuaría a través de F.

El término “ray” puede ser familiar porque es una palabra común en inglés. A menudo se usa “Ray” cuando se habla de luz. Si bien un rayo de luz se asemeja al término geométrico “rayo”, no continúa para siempre, y tiene algo de ancho. Un rayo geométrico no tiene ancho; solo largo.

A continuación se muestra una imagen de ray *EF* o$\overrightarrow{EF}$. Observe que el punto final es *E*.

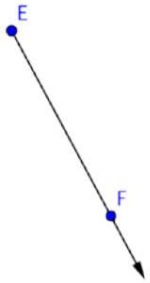
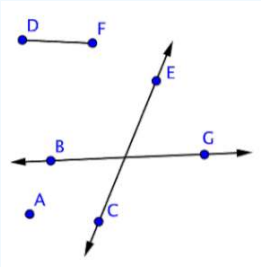


Figura12.1.4: Ray *EF*

Ejemplo12.1.2

Identifique cada línea y segmento de línea en la imagen de abajo.



Solución

Dos puntos definen una línea, y una línea se denota con flechas. Hay dos líneas en esta imagen: $\overleftrightarrow{CE}$ y $\overleftrightarrow{BG}$.

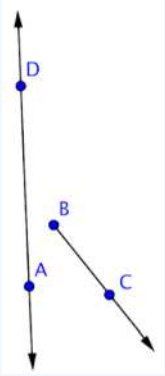
Un segmento de línea es una sección entre dos puntos. $\overline{DF}$ es un segmento de línea. Pero también hay dos segmentos de línea más en las propias líneas: $\overline{CE}$ y $\overline{BG}$.

Respuesta: Líneas: $\overline{CE}, \overline{BG}$

Segmentos de línea: $\overline{DF}, \overline{CE}, \overline{BG}$.

Ejemplo12.1.3

Identifica cada punto y rayo en la imagen de abajo.



Solución

Hay cuatro puntos: *A*, *B*, *C* y *D*. También hay tres rayos, aunque sólo uno puede ser obvio.

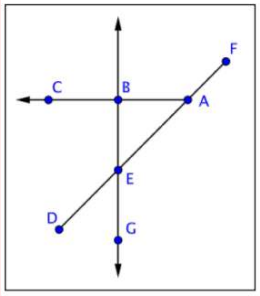
$\overrightarrow{BC}$ El rayo comienza en el punto *B* y pasa por *C*. Dos rayos más existen en línea $\overleftrightarrow{AD}$: son $\overrightarrow{DA}$ y $\overrightarrow{AD}$.

Respuesta: Puntos: *A*, *B*, *C*, *D*

Rayos: $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}$

Pruébalo ahora 1

¿Cuál de los siguientes no está representado en la imagen de abajo?



A) BG

B) BA

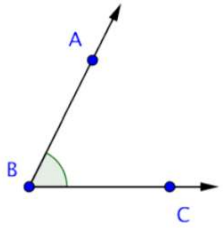
C) $\overline{DF}$

D) AC

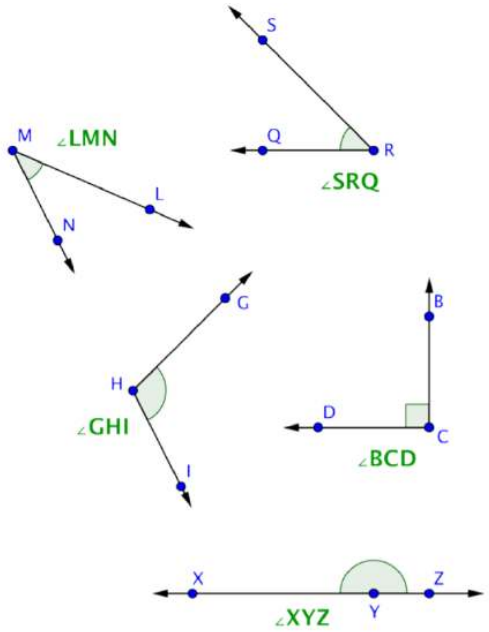
Ángulos

Las líneas, los segmentos de línea, los puntos y los rayos son los bloques de construcción de otras figuras. Por ejemplo, dos rayos con un punto final común conforman un **ángulo**. El punto final común del ángulo se llama **vértice**.

A continuación se muestra el ángulo ABC. Este ángulo también se puede llamar ABC, CBA o simplemente B. Cuando esté nombrando ángulos, tenga cuidado de incluir el vértice (aquí, punto B) como la letra media.



La imagen de abajo muestra algunos ángulos en un plano. Observe que la etiqueta de cada ángulo está escrita “punto-vértice-punto”, y la notación geométrica está en la forma ABC.



A veces los ángulos son muy estrechos; a veces son muy anchos. Cuando la gente habla del “tamaño” de un ángulo, se refiere al arco entre los dos rayos. La longitud de los rayos no tiene nada que ver con el tamaño del propio ángulo. Los dibujos de ángulos a menudo incluirán un arco (como se muestra arriba) para ayudar al lector a identificar el 'lado' correcto del ángulo.

Piensa en una cara de reloj analógico. Las manecillas de los minutos y las horas están ambas fijas en un punto en la mitad del reloj. A medida que pasa el tiempo, las manecillas giran alrededor del punto fijo, haciendo ángulos cada vez más grandes a medida que avanzan. La longitud de las manecillas no impacta en el ángulo que hacen las manos.

Un ángulo se mide en grados, representado por el símbolo º. Un círculo se define como tener 360º. (En skateboarding y básquetbol, “hacer un 360” se refiere a saltar y hacer una rotación completa del cuerpo.

Un **ángulo recto** es cualquier grado que mida exactamente 90º. Esto representa exactamente una cuarta parte del recorrido alrededor de un círculo. Los rectángulos contienen exactamente cuatro ángulos rectos. A menudo se usa una marca de esquina para denotar un ángulo recto, como se muestra en el DCB de ángulo recto a continuación.

Los ángulos que están entre 0º y 90º (menores que los ángulos rectos) se denominan **ángulos agudos**. Los ángulos que están entre 90º y 180º (mayores que los ángulos rectos y menores de 180º) se denominan **ángulos obtusos**. Y un ángulo que mide exactamente 180º se llama **ángulo recto** porque forma una línea recta.

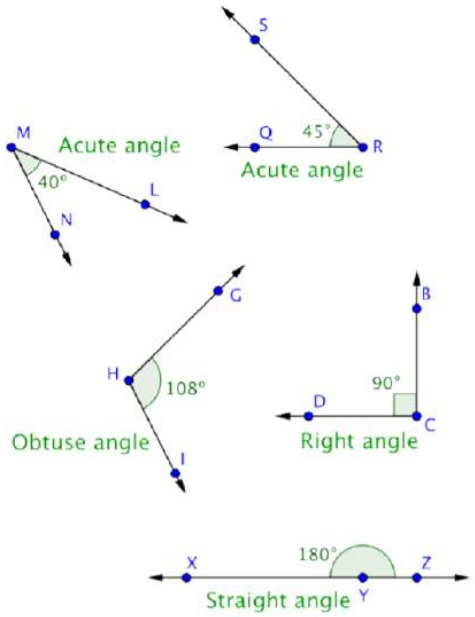
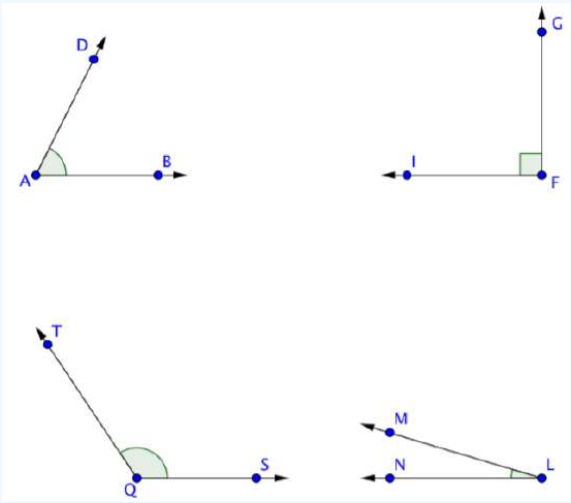


Figura12.1.5: Ejemplos de ángulos

Ejemplo12.1.4

Etiquete cada ángulo de abajo como agudo, derecho u obtuso.



Solución

Puedes comenzar identificando cualquier ángulo recto.

GFI es un ángulo recto, como lo indica la marca de esquina en el vértice F.

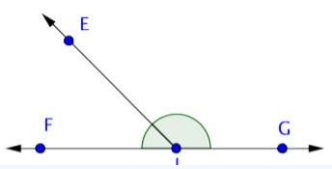
Los ángulos agudos serán menores que GFI (o menores de 90º). Esto significa que DAB y MLN son agudos.

TQS es mayor que GFI, por lo que es un ángulo obtuso.

Respuesta: DAB y MLN son ángulos agudos. GFI es un ángulo recto. TQS es un ángulo obtuso.

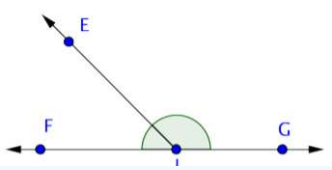
Ejemplo12.1.5

Identifica cada punto, rayo y ángulo en la imagen de abajo.

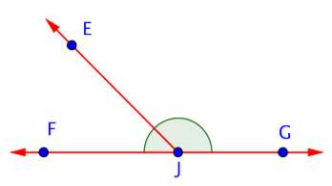


Solución

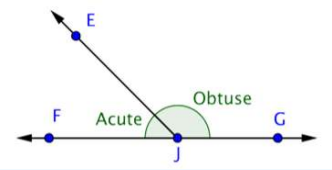
Comience por identificar cada punto de la figura. Hay 4: E, F, G y J.



Ahora encuentra rayos. Un rayo comienza en un punto, y luego continúa por otro punto hacia el infinito (indicado por una flecha). Tres rayos comienzan en el punto J: $\overrightarrow{JE}$, $\overrightarrow{JF}$, y $\overrightarrow{JG}$. Pero también fíjense que un rayo podría comenzar en el punto F y pasar por J y G, y otro podría comenzar en el punto G y pasar por J y F. Estos rayos pueden ser representados por $\overrightarrow{GF}$ y $\overrightarrow{FG}$.



Por último, busca ángulos. EJG es obtuso, EJF es agudo y FJG es recto. (¡No olvides esos ángulos rectos!)



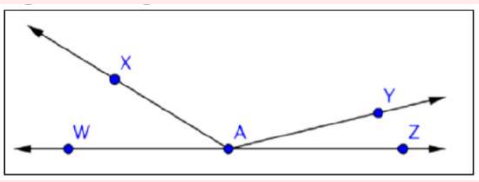
Respuesta: Puntos: *E*, *F*, *G*, *J*

Rayos: $\overrightarrow{JE}, \overrightarrow{JG}, \overrightarrow{JF}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{FG}$

Ángulos: EJG, EJF, FJG

Pruébalo ahora 2

Identificar los ángulos agudos en la imagen dada:



Medición de ángulos con un Protractor

Aprender a medir ángulos puede ayudarle a sentirse más cómodo identificando la diferencia entre las mediciones de ángulo. Por ejemplo, ¿en qué se diferencia un ángulo de 135º de un ángulo de 45º?

La medición de ángulos requiere un transportador, que es una herramienta semicircular que contiene 180 marcas de hash individuales. Cada marca hash representa 1º. (Piénsalo así: un círculo es 360º, por lo que un semicírculo es 180º.) Para utilizar el transtractor, realice los siguientes tres pasos:

Paso 1. Alinee el vértice del ángulo con el punto en el medio del lado plano (parte inferior) del transportador,

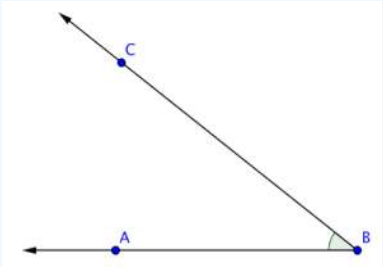
Paso 2. Alinee un lado del ángulo con la línea en el transportador que está en la marca de cero grados, y

Paso 3. Mire la sección curva del prolongador para leer la medición.

El siguiente ejemplo te muestra cómo usar un prolongador para medir el tamaño de un ángulo.

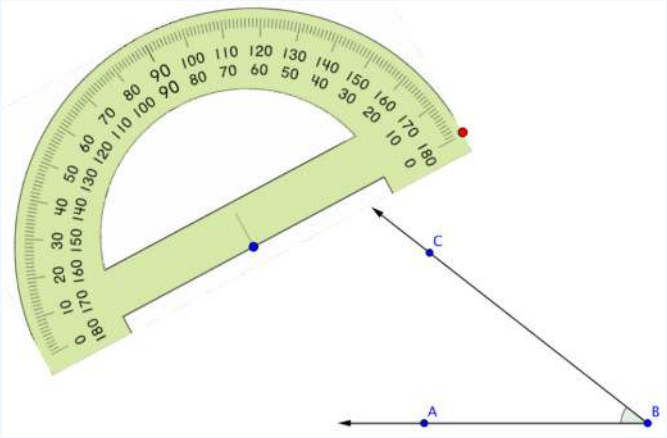
Ejemplo12.1.6

Use un traslador para medir el ángulo que se muestra a continuación.

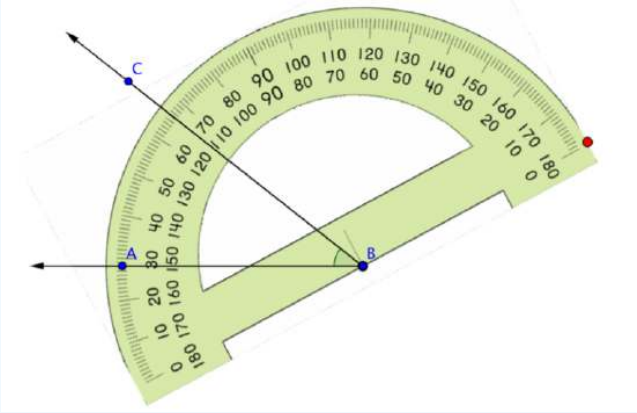


Solución

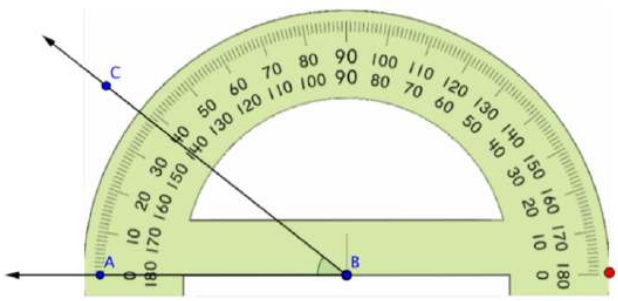
Usa un transportadores para medir el ángulo.



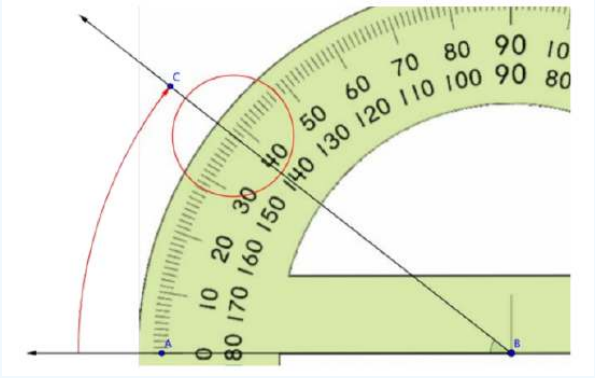
Alinee el punto azul en el traslador con el vértice del ángulo que desea medir.



Gire el prolongador alrededor del vértice del ángulo hasta que el lado del ángulo esté alineado con la marca de 0 grados del prolongador.



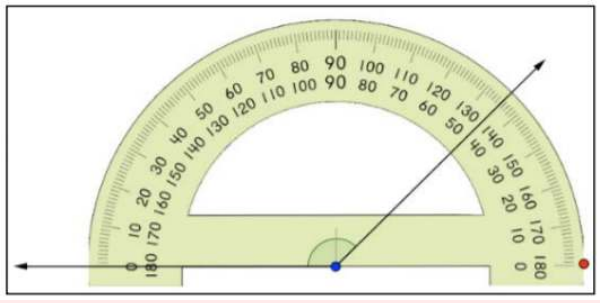
Lee la medición, en grados, del ángulo. Comience con el lado del ángulo que esté alineado con la marca 0º del transportador y cuente hacia arriba desde 0º. Este ángulo mide 38º.



Respuesta: El ángulo mide 38º.

Pruébalo ahora 3

¿Cuál es la medida del ángulo que se muestra a continuación?



Resumen

La geometría comienza con conceptos simples como puntos, líneas, segmentos, rayos, etc. y se expande con ángulos. Como podemos ver en esta sección, existen múltiples tipos de ángulos y varias formas de medirlos. La forma más precisa de medir un ángulo es usar un prolongador. Cuando juntamos ángulos, obtenemos formas geométricas y sólidos, que discutimos en futuras secciones. A continuación, discutimos las líneas y el uso de propiedades para obtener medidas de ángulos.

Pruébalo ahora Respuestas

1. *BA; esta imagen no muestra ningún rayo que comience en el punto B y pase por el punto A.*
2. WAX y YAZ x; ambos WAX y YAZ son ángulos agudos.
3. 135º; este traslador está alineado correctamente, y la medición correcta es 135º.

6.1.1: Propiedades de los ángulos

Objetivos de aprendizaje

1. Identificar líneas paralelas y perpendiculares.
2. Encuentra medidas de ángulos.
3. Identificar ángulos complementarios y suplementarios.

Introducción

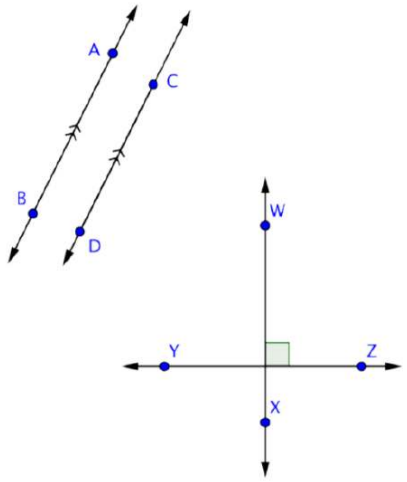
Imagina dos líneas separadas y distintas en un plano. Hay dos posibilidades para estas líneas: o se cruzarán en un punto, o nunca se cruzarán. Cuando dos líneas se cruzan, se forman cuatro ángulos. Entender cómo estos ángulos se relacionan entre sí puede ayudarte a averiguar cómo medirlos, incluso si solo tienes información sobre el tamaño de un ángulo.

Paralelo y perpendicular

Las líneas paralelas son dos o más líneas que nunca se cruzan. Asimismo, los segmentos de línea paralelos son dos segmentos de línea que nunca se cruzan aunque los segmentos de línea se convirtieran en líneas que continuaron para siempre. Ejemplos de segmentos de líneas paralelas están a tu alrededor, en los dos lados de esta página y en los estantes de una estantería. Cuando ves líneas o estructuras que parecen correr en la misma dirección, nunca se cruzan entre sí, y siempre están a la misma distancia, hay muchas posibilidades de que sean paralelas.

Las líneas perpendiculares son dos líneas que se cruzan en un ángulo de 90º (recto). Y los segmentos de línea perpendiculares también se cruzan en un ángulo de 90º (recto). También se pueden ver ejemplos de líneas perpendiculares en todas partes, en papel cuadriculado, en el patrón de cruce de carreteras en una intersección, hasta las líneas de colores de una camisa a cuadros. En nuestra vida cotidiana, puede estar feliz de llamar a dos líneas perpendiculares si simplemente parecen estar en ángulo recto entre sí. Sin embargo, al estudiar geometría, es necesario asegurarse de que dos líneas se crucen en un ángulo de 90º antes de declararlas perpendiculares.

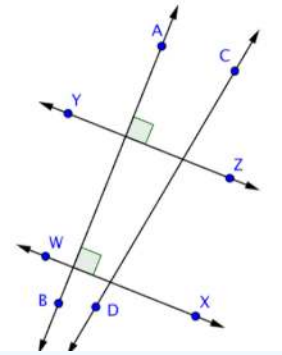
La imagen de abajo muestra algunas líneas paralelas y perpendiculares. El símbolo geométrico para paralelo es ||, por lo que puedes mostrar ese *AB* || *CD*. Las líneas paralelas también se indican a menudo con la marca >> en cada línea (o solo una > en cada línea). Las líneas perpendiculares se indican con el símbolo, para que puedas escribir $\overleftrightarrow{WX} \perp \overleftrightarrow{YZ}$.



Si dos líneas son paralelas, entonces cualquier línea que sea perpendicular a una línea también será perpendicular a la otra línea. Del mismo modo, si dos líneas son ambas perpendiculares a la misma línea, entonces esas dos líneas son paralelas entre sí. Echemos un vistazo a un ejemplo e identifiquemos algunos de estos tipos de líneas.

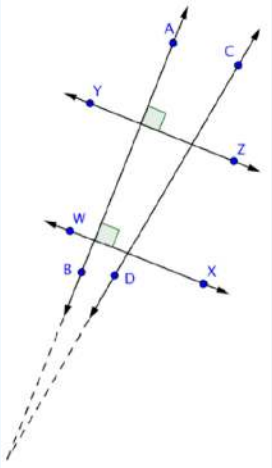
Ejemplo12.1.7

Identifica un conjunto de líneas paralelas y un conjunto de líneas perpendiculares en la imagen de abajo.

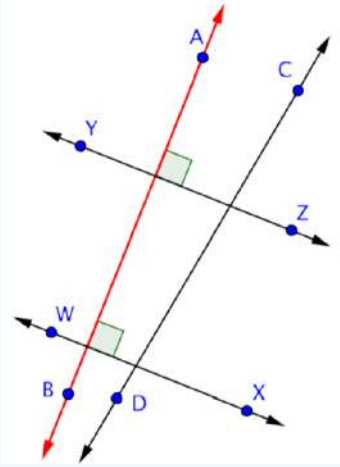


Solución

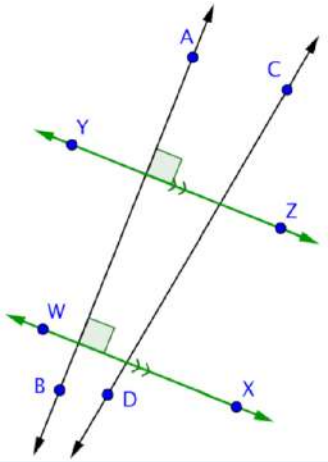
Las líneas paralelas nunca se encuentran, y las líneas perpendiculares se cruzan en ángulo recto. $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ no se crucen en esta imagen, pero si imaginas extender ambas líneas, pronto se cruzarán. Entonces, no son ni paralelos ni perpendiculares.



$\overleftrightarrow{AB}$ es perpendicular a ambos $\overleftrightarrow{WX}$ y $\overleftrightarrow{YZ}$, como lo indican las marcas de ángulo recto en la intersección de esas líneas.



Ya que $\overleftrightarrow{AB}$ es perpendicular a ambas líneas, entonces $\overleftrightarrow{WX}$ y $\overleftrightarrow{YZ}$ son paralelas.

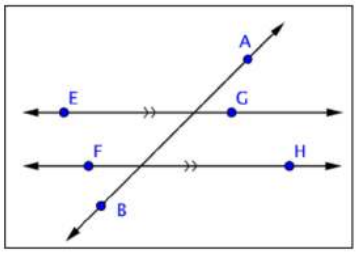


Respuesta: $\overleftrightarrow{WX} \parallel \overleftrightarrow{YZ}$

$\overleftrightarrow{AB} \overleftrightarrow{WX} \overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{YZ}$

Pruébalo ahora 1

¿Qué declaración representa con mayor precisión la imagen de abajo?



A) $EF \parallel GH$

B) AB EG

C) $FH \parallel EG$

D) $AB \parallel FH$

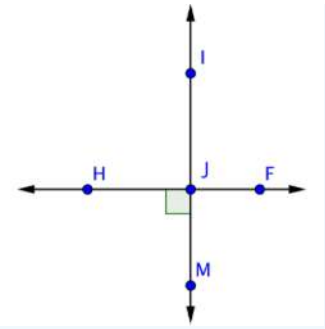
Encontrar mediciones de ángulo

Entender cómo se relacionan las líneas paralelas y perpendiculares puede ayudarte a determinar las medidas de algunos ángulos desconocidos. Para comenzar, lo único que debes recordar es que las líneas perpendiculares se cruzan en un ángulo de 90º y que un ángulo recto mide 180º.

La medida de un ángulo como A se escribe como MA. Mira el siguiente ejemplo. ¿Cómo se pueden encontrar las medidas de los ángulos sin marcar?

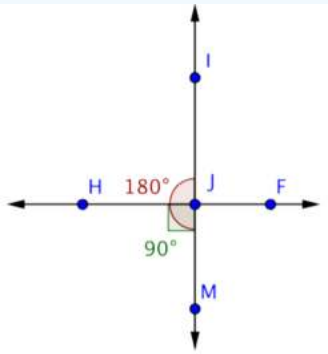
Ejemplo12.1.8

Encuentra la medición de IJF.



Solución

Solo un ángulo, HJM, está marcado en la imagen. Observe que es un ángulo recto, por lo que mide 90º. HJM está formado por la intersección de líneas $\overleftrightarrow{IM}$ y $\overleftrightarrow{HF}$. Ya que $\overleftrightarrow{IM}$ es una línea, IJM es un ángulo recto que mide 180º.

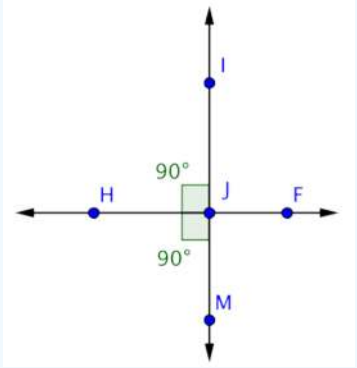


Puede utilizar esta información para encontrar la medición de HJI:

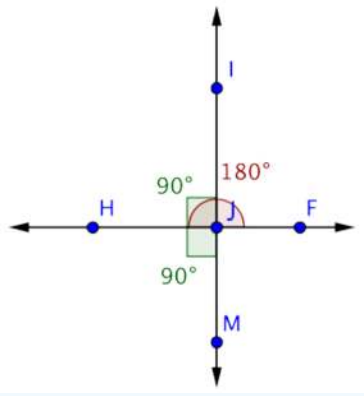
MhJM + MhJi = MiJM

90º + MHji = 180º

MHji = 90º



Ahora usa la misma lógica para encontrar la medición de IJF. IJF está formado por la intersección de líneas $\overleftrightarrow{IM}$ y $\overleftrightarrow{HF}$. Ya que $\overleftrightarrow{HF}$ es una línea, HJF será un ángulo recto que mide 180º.

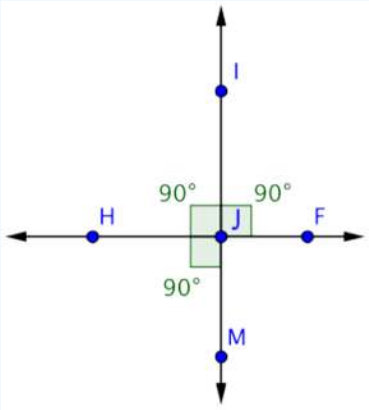


Sabes que HJI mide 90º. Usa esta información para encontrar la medida de IJF:

$$mhJM + MiJF = MhJF$$

$$90º + MIJF = 180º$$

$$MIJF = 90º$$



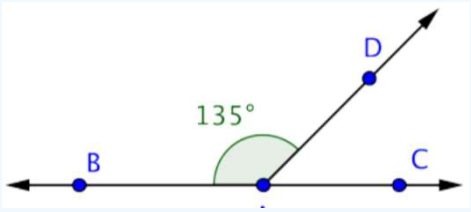
Respuesta: MIJF = 90º

En este ejemplo, es posible que hayas notado que los ángulos HJI, IJF y HJM son todos ángulos rectos. (Si te pidieran que encontraras la medición de FJM, también encontrarías que ese ángulo es de 90º). Esto es lo que sucede cuando dos líneas son perpendiculares: los cuatro ángulos creados por la intersección son todos ángulos rectos.

Sin embargo, no todas las intersecciones ocurren en ángulo recto. En el siguiente ejemplo, observe cómo puede usar la misma técnica que se muestra arriba (usando ángulos rectos) para encontrar la medición de un ángulo faltante.

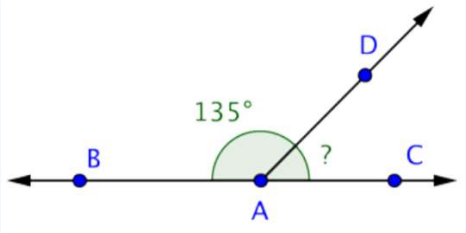
Ejemplo12.1.9

Encuentra la medición de DAC.

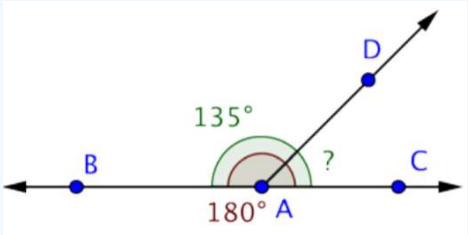


Solución

Esta imagen muestra la línea $\overleftrightarrow{BC}$ *y el rayo que se* $\overrightarrow{AD}$ *cruzan en el punto A.* La medición de BAD es 135º. Puede utilizar ángulos rectos para encontrar la medición de DAC.



BAC es un ángulo recto, por lo que mide 180º.

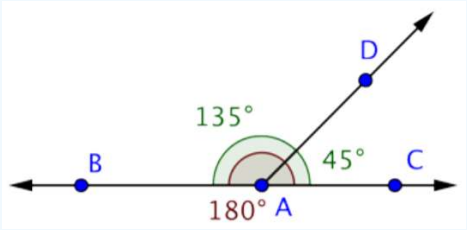


Utilice esta información para encontrar la medición de DAC.

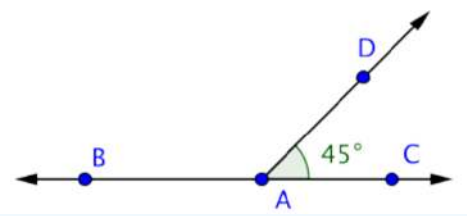
$$MBad + Mdac = MBac$$

$$135º + MDAC = 180º$$

$$MDAC = 45º$$

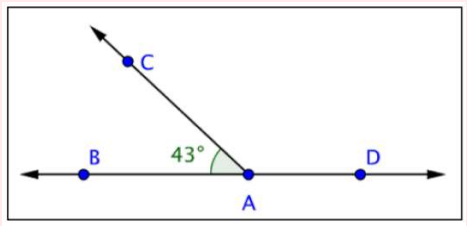


Respuesta: Mdac = 45º



Pruébalo ahora 2

Encuentra la medición de CAD.



Complementario y Complement

En el ejemplo anterior, mbac y mdac suman 180º. Dos ángulos cuyas medidas suman 180º se denominan **ángulos suplementarios**. También hay un término para dos ángulos cuyas medidas suman 90º, se llaman **ángulos complementarios**.

Una forma de recordar la diferencia entre los dos términos es que “esquina” y “complementario” comienzan cada uno con *c* (un ángulo de 90º parece una esquina), mientras que recto y “suplementario” comienzan cada uno con *s* (un ángulo recto mide 180º).

Si puede identificar ángulos suplementarios o complementarios dentro de un problema, encontrar mediciones de ángulo faltantes suele ser simplemente una cuestión de sumar o restar.

Ejemplo12.1.10

Dos ángulos son suplementarios. Si uno de los ángulos mide 48º, ¿cuál es la medida del otro ángulo?

Solución

Dos ángulos suplementarios conforman un ángulo recto, por lo que las medidas de los dos ángulos serán de 180º.

$$Ma + Mb = 180º$$

Conoces la medición de un ángulo. Para encontrar la medición del segundo ángulo, restar 48º de 180º.

$$48º + Mb = 180º$$

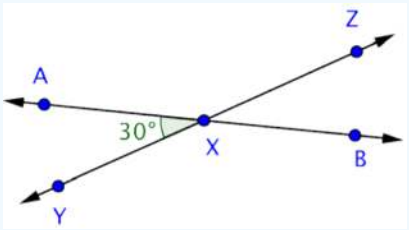
$$Mb = 180º - 48º$$

$$Mb = 132º$$

Respuesta: La medida del otro ángulo es de 132º

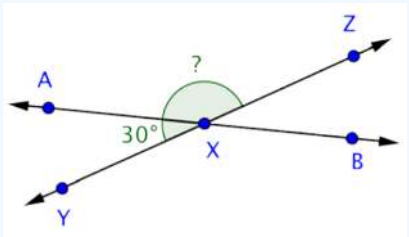
Ejemplo12.1.11

Encuentra la medición de AXZ.



Solución

Esta imagen muestra dos líneas que se cruzan, $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{YZ}$. Se cruzan en el punto *X*, formando cuatro ángulos. Los ángulos AXY y AXZ son suplementarios porque juntos forman el ángulo recto YXZ.

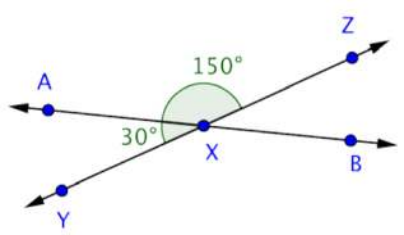


Usa esta información para encontrar la medición de AXZ.

$$Maxy + MaxZ = MyxZ$$

$$30º + MaxZ = 180º$$

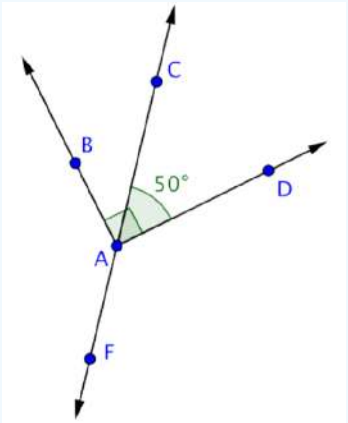
$$maxZ = 150º$$



Respuesta: MaxZ = 150º

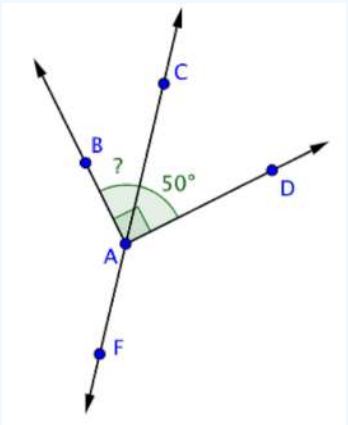
Ejemplo12.1.12

Encuentra la medición de BAC.



Solución

Esta imagen muestra la línea $\overleftrightarrow{CF}$ *y los rayos* $\overleftrightarrow{AB}$ *y* $\overleftrightarrow{AD}$*, todos intersectándose en el punto A.* Ángulo BAD es un ángulo recto. Los ángulos BAC y CAD son complementarios porque juntos crean BAD.

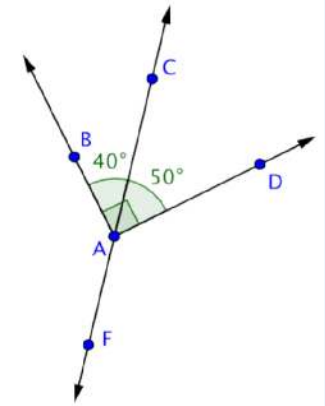


Usa esta información para encontrar la medición de BAC.

$$MBac + Mcad = MBad$$

$$MBac + 50º = 90º$$

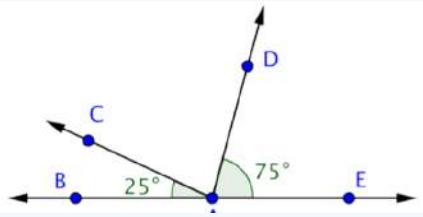
$$MBac = 40º$$



Respuesta: Mbac = 40º

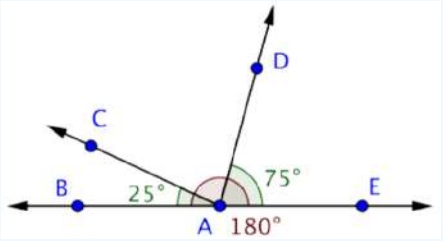
Ejemplo12.1.13

Encuentra la medición de CAD.



Solución

Conoce las medidas de dos ángulos aquí: CAB y DAE. También sabes que Mbae = 180º.



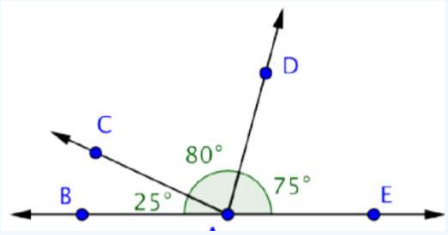
Utilice esta información para encontrar la medición de CAD.

$$mbac + mcad + mdae = mbaE$$

$$25º + Mcad + 75º = 180º$$

$$Mcad + 100º = 180º$$

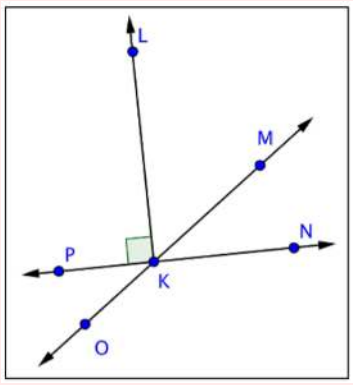
$$MCAD = 80º$$



Respuesta: Mcad = 80º

Pruébalo ahora 3

¿Qué par de ángulos es complementario?



A) PKO y MKN

B) PKO y PKM

C) LKP y LKN

D) LKM y MKN

Resumen

Las líneas paralelas no se cruzan, mientras que las perpendiculares se cruzan en un ángulo de 90º. Se dice que dos ángulos cuyas medidas suman 180º son complementarios, y dos ángulos cuyas medidas suman 90º se dice que son complementarios. Para la mayoría de los pares de líneas que se cruzan, todo lo que necesita es la medición de un ángulo para encontrar las medidas de todos los demás ángulos formados por la intersección.

Pruébalo ahora Respuestas

1. C) *FH* || *EG*; tanto *EG* como *FH* están marcados con >> en cada línea, y esas marcas significan que son paralelas.
2. 137º; BAD es un ángulo recto que mide 180º. Dado que BAC mide 43º, la medida de CAD debe ser 180º — 43º = 137º.
3. D) LKM y MKN; las medidas de dos ángulos complementarios sumarán hasta 90º. LKP es un ángulo recto, por lo que LKN también debe ser un ángulo recto. LKM + MKN = LKN, por lo que LKM y MKN son complementarios.

6.1.2: Triángulos

Objetivos de aprendizaje

1. Identificar triángulos equiláteros, isósceles, escalenos, agudos, derechos y obtusos.
2. Identificar si los triángulos son similares, congruentes, o ninguno.
3. Identificar los lados correspondientes de triángulos congruentes y similares.
4. Encuentra las medidas faltantes en un par de triángulos similares.
5. Resolver problemas de aplicación que involucran triángulos similares

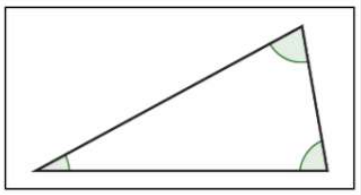
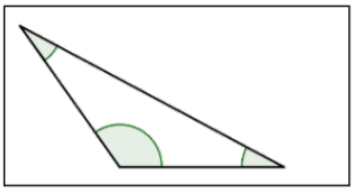
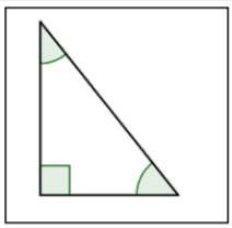
Introducción

Las formas geométricas, también llamadas figuras, son una parte importante del estudio de la geometría. El triángulo es una de las formas básicas en geometría. Es la forma más simple dentro de una clasificación de formas llamadas polígonos. Todos los triángulos tienen tres lados y tres ángulos, pero vienen en muchas formas y tamaños diferentes. Dentro del grupo de todos los triángulos, se utilizan las características de los lados y ángulos de un triángulo para clasificarlo aún más. Los triángulos tienen algunas características importantes, y comprender estas características permite aplicar las ideas en problemas del mundo real.

Clasificación y Nombramiento de Triángulos

Un polígono es una figura plana cerrada con tres o más lados rectos. Los polígonos tienen cada uno un nombre especial basado en el número de lados que tienen. Por ejemplo, al polígono con tres lados se le llama triángulo porque “tri” es un prefijo que significa “tres”. Su nombre también indica que este polígono tiene tres ángulos. El prefijo “poli” significa muchos.

La siguiente tabla muestra y describe tres clasificaciones de triángulos. Observe cómo se utilizan los tipos de ángulos en el triángulo para clasificar el triángulo.

Nombre del Triángulo	Imagen de Triángulo	Descripción
Triángulo Agudo		Un triángulo con 3 ángulos agudos (3 ángulos que miden entre 0° y 90°).
Triángulo Obtuso		Un triángulo con 1 ángulo obtuso (1 ángulo que mide entre 90° y 180°).
Triángulo Recto		Un triángulo que contiene un ángulo recto (1 ángulo que mide 90°). Tenga en cuenta que el ángulo recto se muestra con una marca de esquina y no necesita etiquetarse 90°.

La suma de las medidas de los tres ángulos interiores de un triángulo es siempre 180°. Este hecho se puede aplicar para encontrar la medida del tercer ángulo de un triángulo, si se le dan los otros dos. Considera los ejemplos a continuación.

Ejemplo12.1.14

Un triángulo tiene dos ángulos que miden 35° y 75°. Encuentra la medida del tercer ángulo.

Solución

La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es de 180°.

$$35° + 75° + x = 180°$$

Encuentra el valor de x.

$$110° + x = 180°$$

$$x = 180° - 110°$$

$$x = 70°$$

Respuesta: El tercer ángulo del triángulo mide 70°.

Ejemplo12.1.15

Uno de los ángulos en un triángulo rectángulo mide 57°. Encuentra la medida del tercer ángulo.

Solución

La suma de los tres ángulos de un triángulo es de 180°. Uno de los ángulos tiene una medida de 90° ya que es un triángulo rectángulo.

$$57° + 90° + x = 180°$$

Simplificar.

$$147° + x = 180°$$

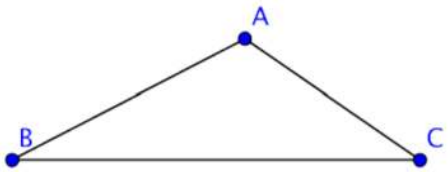
Encuentra el valor de x.

$$x = 180° - 147°$$

$$x = 33°$$

Respuesta: El tercer ángulo del triángulo rectángulo mide 33°.

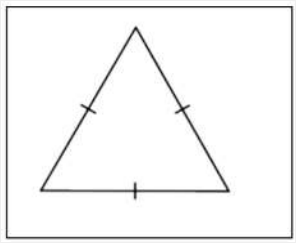
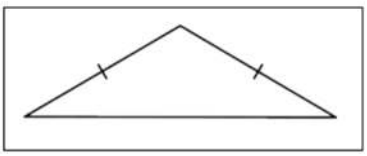
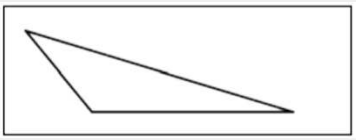
Existe una convención establecida para nombrar triángulos. Las etiquetas de los vértices del triángulo, que generalmente son letras mayúsculas, se utilizan para nombrar a un triángulo.



Se puede llamar a este triángulo *ABC* o ΔABC ya que *A*, *B* y *C* son vértices del triángulo. Al nombrar el triángulo, puede comenzar con cualquier vértice. Entonces mantén las letras en orden a medida que recorres el polígono. El triángulo anterior podría ser nombrado de varias maneras: ΔABC, o ΔCBA. Los lados del triángulo son segmentos de línea *AB*, *AC* y *CB*.

Así como los triángulos pueden clasificarse como agudos, obtusos o rectos en función de sus ángulos, también pueden clasificarse por la longitud de sus lados. Los lados de igual longitud se denominan lados **congruentes**. Si bien designamos un segmento que une los puntos *A* y *B* por la notación $\overline{AB}$, designamos la longitud de un segmento que une los puntos *A* y *B* por la notación *AB* sin una barra de segmento sobre él. La longitud *AB* es un número, y el segmento $\overline{AB}$ es la colección de puntos que conforman el segmento.

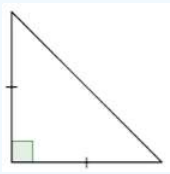
Los matemáticos muestran congruencia al poner un símbolo de marca hash a través de la mitad de lados de igual longitud. Si la marca hash es la misma en uno o más lados, entonces esos lados son congruentes. Si los lados tienen diferentes marcas de hash, *no* son congruentes. En la siguiente tabla se muestra la clasificación de los triángulos por sus longitudes laterales.

Nombre del Triángulo	Imagen de Triángulo	Descripción
Triángulo Equilátero		Un triángulo cuyos tres lados tienen la misma longitud. Estos lados de igual longitud se denominan lados congruentes.
Triángulo Isósceles		Un triángulo con exactamente dos lados congruentes.
Triángulo Escaleno		Un triángulo en el que los tres lados tienen una longitud diferente.

Para describir un triángulo aún más específicamente, se puede utilizar información tanto sobre sus lados como sobre sus ángulos. Considera este ejemplo.

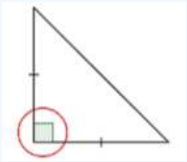
Ejemplo12.1.16

Clasifica el triángulo a continuación.

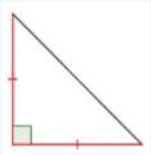


Solución

Observe qué tipo de ángulos tiene el triángulo. Dado que un ángulo es un ángulo recto, este es un triángulo recto.



Observe las longitudes de los lados. ¿Hay marcas de congruencia u otras etiquetas?

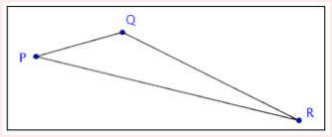


Las marcas de congruencia nos dicen que hay dos lados de igual longitud. Entonces, este es un triángulo isósceles.

Respuesta: Este es un triángulo rectángulo isósceles

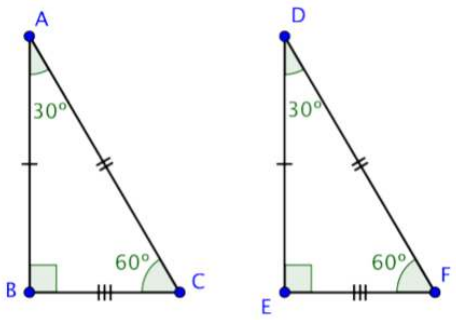
Pruébalo ahora 1

Clasificar el triángulo dado.



Identificación de triángulos congruentes y similares

Dos triángulos son congruentes si son exactamente del mismo tamaño y forma. En triángulos congruentes, las medidas de los **ángulos correspondientes** y las longitudes de **los lados correspondientes** son iguales. Considera los dos triángulos que se muestran a continuación:



Dado que tanto B como E son ángulos rectos, estos triángulos son triángulos rectos. Llamemos a estos dos triángulos ΔABC y ΔDEF. Estos triángulos son congruentes si cada par de lados correspondientes tiene longitudes iguales y cada par de ángulos correspondientes tiene la misma medida.

Los lados correspondientes son opuestos a los ángulos correspondientes.

↔ significa “corresponde a”

B ↔ E

A ↔ D

C ↔ F

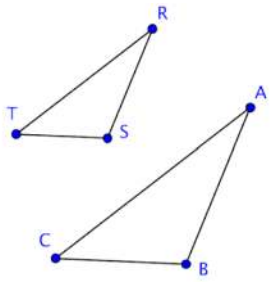
$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{DE}$

$\overline{AC} \leftrightarrow \overline{DF}$

$\overline{BC} \leftrightarrow \overline{EF}$

ΔABC y ΔDEF son triángulos congruentes ya que los lados correspondientes y los ángulos correspondientes son iguales.

Echemos un vistazo a otro par de triángulos. A continuación se presentan los triángulos ΔABC y ΔRST.



Estos dos triángulos seguramente no son congruentes porque ΔRST es claramente más pequeño en tamaño que ΔABC. Pero, a pesar de que no son del mismo tamaño, sí se parecen entre sí. Tienen la misma forma. Los ángulos correspondientes de estos triángulos parecen tener la misma medida exacta, y si lo hicieran serían ángulos congruentes y llamaríamos a los triángulos triángulos similares.

Los ángulos congruentes están marcados con marcas hash, así como los lados congruentes lo están.

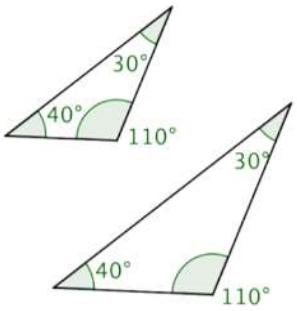


Figura12.1.6: Imagen que muestra las medidas de ángulo de ambos triángulos.

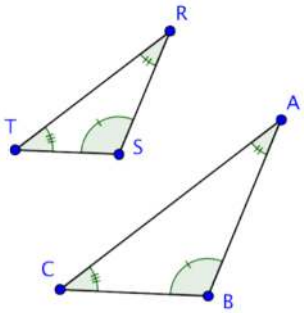


Figura12.1.7: Imagen que muestra los triángulos ABC y RST usando marcas hash para mostrar congruencia angular.

También podemos mostrar ángulos congruentes usando múltiples bandas dentro del ángulo, en lugar de múltiples marcas hash en una banda. A continuación se muestra una imagen usando múltiples bandas dentro del ángulo.

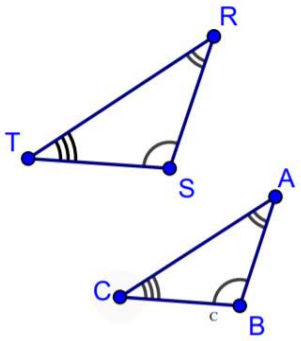


Figura12.1.8: Imagen que muestra los triángulos ABC y RST usando bandas para mostrar congruencia angular.

Si los ángulos correspondientes de dos triángulos tienen las mismas medidas se denominan **triángulos similares**. Este nombre tiene sentido porque tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Cuando un par de triángulos es similar, los lados correspondientes son proporcionales entre sí. Eso significa que existe un factor de escala consistente que se puede utilizar para comparar los lados correspondientes. En el ejemplo anterior, las longitudes laterales del triángulo más grande son 1.4 veces la longitud del triángulo más pequeño. Entonces, triángulos similares son proporcionales entre sí.

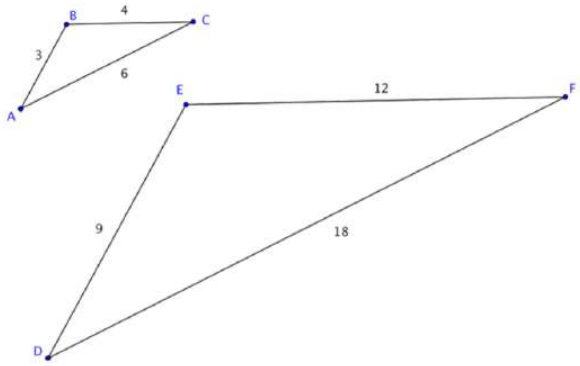
El hecho de que dos triángulos se *vean* similares no significa que *sean* triángulos similares en el sentido matemático de la palabra. Comprobando que los ángulos correspondientes tengan igual medida es una forma de asegurarse que los triángulos son similares.

Lados correspondientes de triángulos similares

Existe otro método para determinar la similitud de triángulos que implica comparar las proporciones de las longitudes de los lados correspondientes.

Si las relaciones de los pares de lados correspondientes son iguales, los triángulos son similares.

Considera los dos triángulos a continuación.



ΔABC *no* es congruente con ΔDEF porque las longitudes laterales de ΔDEF son más largas que las de ΔABC. Entonces, ¿estos triángulos son similares? Si lo son, los lados correspondientes deben ser proporcionales.

Dado que estos triángulos están orientados de la misma manera, puedes emparejar los lados izquierdo, derecho e inferior:$\overline{AB}$ y $\overline{DE}$,$\overline{BC}$ y$\overline{EF}$,$\overline{AC}$ y$\overline{DF}$. (Podría llamarlos los dos lados más cortos, los dos lados más largos y los dos lados sobrantes y llegar a las mismas proporciones). Ahora veremos las proporciones de sus longitudes.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$

Sustituyendo los valores de longitud lateral en la proporción, se ve que es cierto:

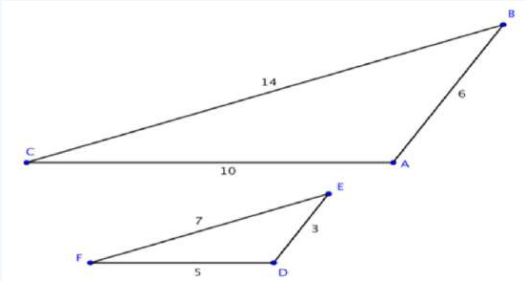
$$\frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18}$$

Si los lados correspondientes son proporcionales, entonces los triángulos son similares. Los triángulos ABC y DEF son similares, pero no congruentes.

Usemos esta idea de lados proporcionales correspondientes para determinar si dos triángulos más son similares.

✔ Ejemplo12.1.17

Determina si los triángulos de abajo son similares viendo si sus lados correspondientes son proporcionales.



Solución

Primero determinar los lados correspondientes, los cuales son ángulos correspondientes opuestos.

$$\overline{CA} \leftrightarrow \overline{FD}$$

$$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{DE}$$

$$\overline{BC} \leftrightarrow \overline{EF}$$

Escribe las longitudes de lado correspondientes como proporciones.

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{FD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$$

Sustituya las longitudes de los lados en las relaciones y determine si las proporciones de los lados correspondientes son equivalentes. Lo son, por lo que los triángulos son similares.

$$\frac{10}{5} = \frac{6}{3} = \frac{14}{7}$$

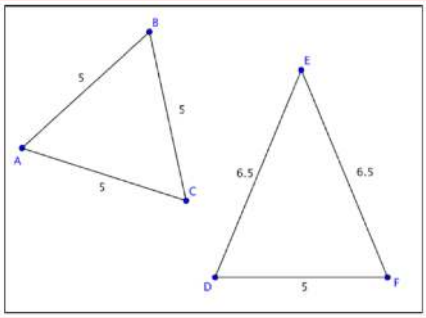
$$2 = 2 = 2$$

Respuesta: ΔABC y ΔDEF son similares.

El símbolo matemático ~ significa “es similar a”. Entonces, puedes escribir ΔABC es similar a ΔDEF como ΔABC ~ ΔDEF.

Pruébalo ahora 2

Determinar si los dos triángulos son similares, congruentes o ninguno.

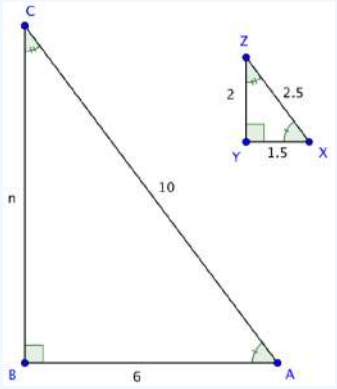


Encontrar mediciones faltantes en triángulos similares

Puedes encontrar las medidas faltantes en un triángulo si conoces algunas medidas de un triángulo similar. Veamos un ejemplo.

Ejemplo12.1.18

ΔABC y ΔXYZ son triángulos similares. ¿Cuál es la longitud del lado *BC*?



Solución

En triángulos similares, las proporciones de los lados correspondientes son proporcionales. Establecer una proporción de dos proporciones, una que incluya el lado faltante.

$$\frac{BC}{YZ} = \frac{AB}{XY}$$

Sustituir en las longitudes de lado conocidas por los nombres de lado en la proporción. Deje que la longitud del lado desconocido sea *n*.

$$\frac{n}{2} = \frac{6}{1.5}$$

Resuelve para *n* usando multiplicación cruzada.

$$2 \cdot 6 = 1.5 \cdot n$$

$$12 = 1.5n$$

$$8 = n$$

Este proceso es bastante sencillo, pero tenga cuidado de que sus proporciones representen lados correspondientes, recordando que los lados correspondientes son ángulos correspondientes opuestos.

Solución de problemas de aplicación que involucran triángulos similares

Aplicar conocimientos de triángulos, similitud y congruencia puede ser muy útil para resolver problemas en la vida real. Así como puedes resolver las longitudes faltantes de un triángulo dibujado en una página, puedes usar triángulos para encontrar distancias desconocidas entre ubicaciones u objetos.

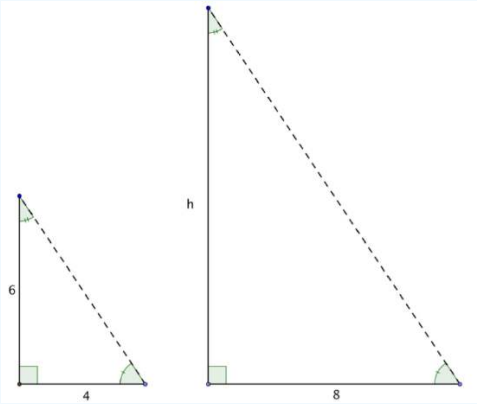
Consideremos el ejemplo de dos árboles y sus sombras. Supongamos que el sol está brillando sobre dos árboles, uno que mide 6 pies de altura y el otro cuya altura es desconocida. Al medir la longitud de cada sombra en el suelo, puedes usar la similitud triangular para encontrar la altura desconocida del segundo árbol.

Primero, descubramos dónde están los triángulos en esta situación. Los propios árboles crean un par de lados correspondientes. Las sombras proyectadas en el suelo son otro par de lados correspondientes. El tercer lado de estos triángulos similares imaginarios va desde la parte superior de cada árbol hasta la punta de su sombra en el suelo. Esta es la hipotenusa del triángulo.

Si sabes que los árboles y sus sombras forman triángulos similares, puedes establecer una proporción para encontrar la altura del árbol.

Ejemplo12.1.19

Cuando el sol está en cierto ángulo en el cielo, un árbol de 6 pies proyectará una sombra de 4 pies. ¿Qué tan alto es un árbol que proyecta una sombra de 8 pies?



Solución

Las medidas de ángulo son las mismas, por lo que los triángulos son triángulos similares. Al ser triángulos similares, puedes usar proporciones para encontrar el tamaño del lado faltante.

$$\frac{\text{Tree 1}}{\text{Tree 2}} = \frac{\text{Shadow 1}}{\text{Shadow 2}}$$

Establecer una proporción comparando las alturas de los árboles y la longitud de sus sombras.

Sustituto en las longitudes conocidas. Llame al árbol faltante altura *h*.

$$\frac{6}{h} = \frac{4}{8}$$

Resuelve para *h* usando multiplicación cruzada.

$$6 \cdot 8 = 4h$$

$$48 = 4h$$

$$12 = h$$

Respuesta: El árbol mide 12 pies de altura.

Resumen

Los triángulos son una de las formas básicas en el mundo real. Los triángulos se pueden clasificar por las características de sus ángulos y lados, y los triángulos se pueden comparar en función de estas características. La suma de las medidas de los ángulos interiores de cualquier triángulo es de 180º. Los triángulos congruentes son triángulos del mismo tamaño y forma. Tienen lados correspondientes de igual longitud y ángulos correspondientes de la misma medida. Triángulos similares tienen la misma forma, pero no necesariamente del mismo tamaño. Las longitudes de sus lados son proporcionales. El conocimiento de los triángulos puede ser útil para resolver problemas del mundo real.

Pruébalo ahora Respuestas

1. Escaleno obtuso; este triángulo tiene vértices *P*, *Q* y *R*, un ángulo (ángulo Q) que está entre 90º y 180º, y lados de tres longitudes diferentes.

2. ΔABC y ΔDEF no son similares ni congruentes; no se sabe que las medidas de ángulo correspondientes sean iguales como lo demuestra la ausencia de marcas de congruencia en los ángulos. Además, las proporciones de los lados correspondientes no son iguales: $\frac{6.5}{5} = \frac{6.5}{5} \neq \frac{5}{5}$

6.1.3: Teorema de Pitágoras

Objetivos de aprendizaje

1. Usa el Teorema de Pitágoras para encontrar el lado desconocido de un triángulo rectángulo.
2. Resolver problemas de aplicación relacionados con el Teorema de Pitágoras.

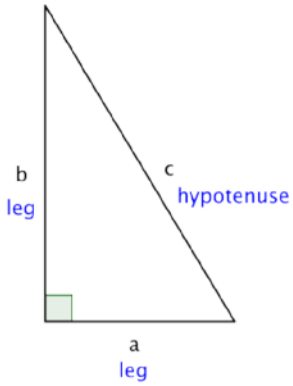
Introducción

Hace mucho tiempo, un matemático griego llamado **Pitágoras** descubrió una propiedad interesante sobre los **triángulos rectos**: la suma de los cuadrados de las longitudes de cada una de las **patas** del triángulo es la misma que la cuadrada de la longitud de la **hipotenusa** del triángulo. Esta propiedad, que tiene muchas aplicaciones en la ciencia, el arte, la ingeniería y la arquitectura, ahora se llama **Teorema de Pitágoras**.

Echemos un vistazo a cómo este teorema puede ayudarte a aprender más sobre la construcción de triángulos. Y lo mejor, ni siquiera tienes que hablar griego para aplicar el descubrimiento de Pitágoras.

El teorema de Pitágoras

Pitágoras estudió los triángulos rectos, y las relaciones entre las piernas y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, antes de derivar su teoría.



El teorema de Pitágoras

Si a y b son las longitudes de las patas de un triángulo rectángulo y c es la longitud de la hipotenusa, entonces la suma de los cuadrados de las longitudes de las patas es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

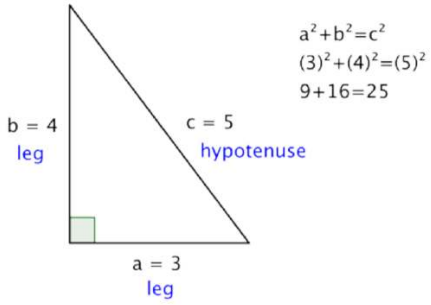
Esta relación está representada por la fórmula:$a^2 + b^2 = c^2$

En el cuadro de arriba, es posible que hayas notado la palabra “cuadrado”, así como los pequeños 2s a la parte superior derecha de las letras en$a^2 + b^2 = c^2$. Cuadrar un número significa multiplicarlo por sí mismo. Entonces, por ejemplo, para cuadrar el número5 multiplicas$5 \cdot 5$, y para cuadrar el número12, multiplicas$12 \cdot 12$. Algunos cuadrados comunes se muestran en la siguiente tabla.

Número	Número de veces en sí	Cuadrado
1	$1^2 = 1 \cdot 1$	1
2	$2^2 = 2 \cdot 2$	4
3	$3^2 = 3 \cdot 3$	9
4	$4^2 = 4 \cdot 4$	16
5	$5^2 = 5 \cdot 5$	25
10	$10^2 = 10 \cdot 10$	100

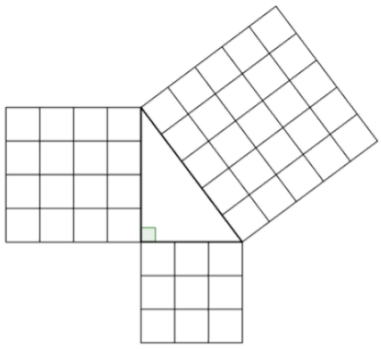
Cuando ves la ecuación$a^2 + b^2 = c^2$, puedes pensar en esto como “la longitud del lado a veces en sí mismo, más la longitud del lado b veces en sí mismo es la misma que la longitud del lado c veces en sí mismo”.

Probemos todo el teorema de Pitágoras con un triángulo rectángulo real.



Este teorema es válido para este triángulo derecho—la suma de los cuadrados de las longitudes de ambas patas es la misma que el cuadrado de la longitud de la hipotenusa. Y, de hecho, es cierto para todos los triángulos correctos.

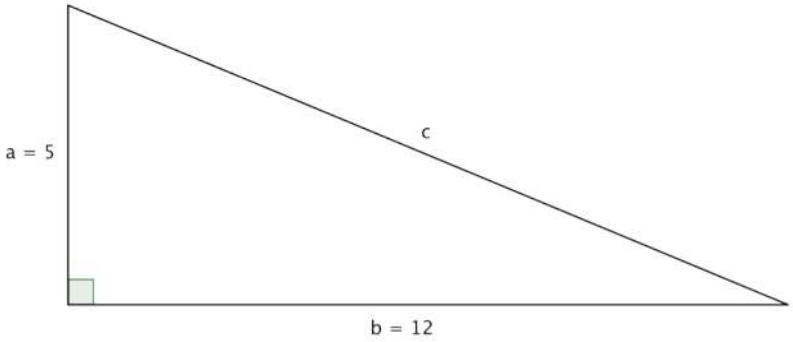
El Teorema de Pitágoras también se puede representar en términos de área. En cualquier triángulo rectángulo, el área del cuadrado dibujado a partir de la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados que se dibujan de las dos patas. Puedes ver esto ilustrado a continuación en el mismo triángulo rectángulo 3-4-5.



Tenga en cuenta que el Teorema de Pitágoras solo funciona con triángulos rectos.

Encontrar la longitud de la hipotenusa

Puedes usar el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si conoces la longitud de los otros dos lados del triángulo, llamados las piernas. Dicho de otra manera, si conoces las longitudes *de* a y *b*, puedes encontrar *c*.



En el triángulo anterior, se le dan medidas para las piernas *a* y *b:* 5 y 12, respectivamente. Se puede utilizar el Teorema de Pitágoras para encontrar un valor para la longitud de *c*, la hipotenusa.

El Teorema de Pitágoras.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Sustituir valores conocidos por *a* y *b*.

$$(5)^2 + (12)^2 = c^2$$

Evaluar.

$$25 + 144 = c^2$$

Simplificar. Para encontrar el valor de *c*, piense en un número que, cuando se multiplica por sí mismo, equivale a 169. ¿Funciona 10? ¿Qué tal 11? ¿12? ¿13? (Puede usar una calculadora para multiplicar si los números no están familiarizados).

$$169 = c^2$$

La raíz cuadrada de 169 es 13.

$$c = 13$$

Usando la fórmula, se encuentra que la longitud de *c*, la hipotenusa, es 13.

En este caso, desconocía el valor de *c* —se le dio el cuadrado de la longitud de la hipotenusa, y tuvo que averiguarlo a partir de ahí. Cuando se le da una ecuación como$169 = c^2$ y se le pide que encuentre el valor de *c*, esto se llama encontrar la **raíz cuadrada** de un número. (Observe que encontró un número, *c*, cuyo cuadrado era 169.)

Encontrar una raíz cuadrada requiere algo de práctica, pero también requiere conocimiento de multiplicación, división y un poco de prueba y error. Mira la tabla a continuación.

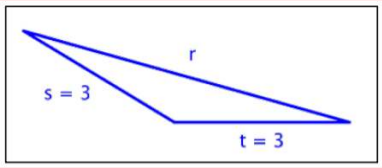
Número$x$	**Número$y$ que, cuando se multiplica por sí mismo, es igual a número$x$**	**Raíz cuadrada$y$**
1	$1 \cdot 1$	1
4	$2 \cdot 2$	2
9	$3 \cdot 3$	3
16	$4 \cdot 4$	4
25	$5 \cdot 5$	5

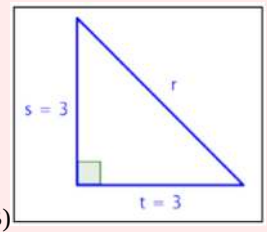
100	$10 \cdot 10$	10

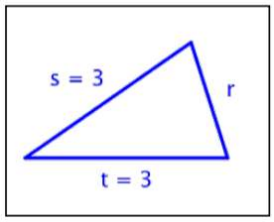
Es un buen hábito familiarizarse con los cuadrados de los números de 0 a 10, ya que estos surgen frecuentemente en las matemáticas. Si puedes recordar esos números cuadrados, o si puedes usar una calculadora para encontrarlos, entonces encontrar muchas raíces cuadradas comunes será solo cuestión de recordar.

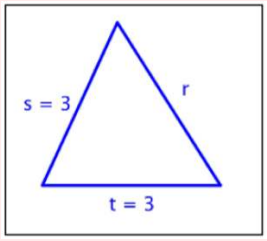
Pruébalo ahora 1

¿Para cuál de estos triángulos es$(3)^2 + (3)^2 = r^2$?

A) 

B) 

C) 

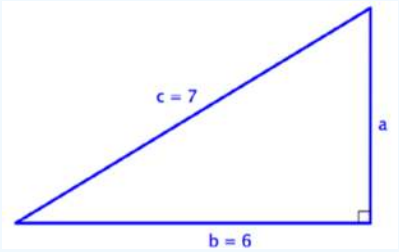
D) 

Encontrar la longitud de una pierna

Puedes usar la misma fórmula para encontrar la longitud de la pierna de un triángulo rectángulo si te dan medidas para las longitudes de la hipotenusa y la otra pierna. Considera el siguiente ejemplo.

Ejemplo12.1.20

Encuentra la longitud del lado *a* en el triángulo de abajo. Use una calculadora para estimar la raíz cuadrada a un decimal.



Solución

En este triángulo rectángulo, se le dan las medidas para la hipotenusa, *c*, y una pierna, *b*. La hipotenusa siempre es opuesta al ángulo recto y siempre es el lado más largo del triángulo.

$$a=?$$

$$b= 6$$

$$c= 7$$

Para encontrar la longitud de la pata a, sustituya los valores conocidos en el Teorema de Pitágoras.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 6^2 = 7^2$$

Resolver paraa^2. Piensa: ¿qué número, cuando se agrega al 36, te da 49?

$$a^2 + 36 = 49$$

$$a^2 = 13$$

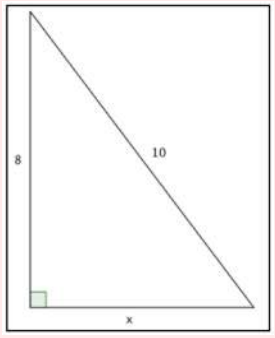
Usa una calculadora para encontrar la raíz cuadrada de 13. La calculadora da una respuesta de 3.6055..., que puedes redondear a 3.6. (Ya que estás aproximando, usas el símbolo ≈.)

$$a \approx 3.6$$

Respuesta: $a \approx 3.6$

Pruébalo ahora 2

¿Cuál de las siguientes utiliza correctamente el Teorema de Pitágoras para encontrar el lado faltante,x?



A)$8^2 + 10^2 = x^2$

B)$x + 8 = 10$

C)$x^2 + 8^2 = 10^2$

D)$x^2 + 10^2 = 8^2$

Usando el teorema de Pitágoras para resolver problemas del mundo real

El Teorema de Pitágoras es quizás una de las fórmulas más útiles que aprenderás en matemáticas porque hay tantas aplicaciones del mismo en entornos del mundo real. Los arquitectos e ingenieros utilizan esta fórmula ampliamente cuando construyen rampas, puentes y edificios. Mira los siguientes ejemplos.

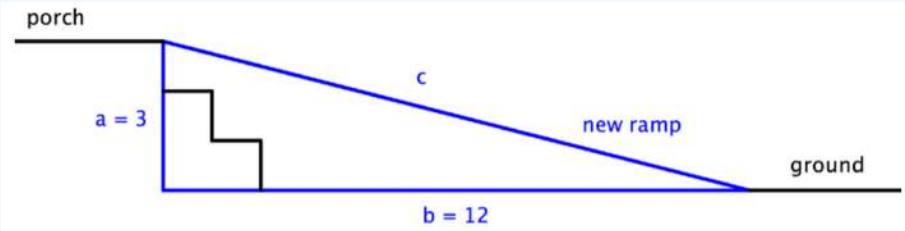
Ejemplo12.1.21

Los dueños de una casa quieren convertir una escalera que conduce desde el suelo hasta su porche trasero en una rampa. El porche está a 3 pies del suelo, y debido a las regulaciones de construcción, la rampa debe comenzar a 12 pies de distancia de la base del porche. ¿Cuánto tiempo durará la rampa?

Usa una calculadora para encontrar la raíz cuadrada, y redondea la respuesta a la décima más cercana.

Solución

Para resolver un problema como este, muchas veces tiene sentido dibujar un diagrama simple que muestre dónde se encuentran las piernas y la hipotenusa del triángulo.



Identificar las piernas y la hipotenusa del triángulo. Sabes que el triángulo es un triángulo *rectángulo* ya que el suelo y la parte elevada del pórtico son perpendiculares—esto significa que puedes usar el Teorema de Pitágoras para resolver este problema. *Identificar a, b* y *c*.

$$a = 3$$

$$b = 12$$

$$c = ?$$

Usa el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud de *c*.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$3^2 + 12^2 = c^2$$

$$9 + 144 = c^2$$

$$153 = c^2$$

Use una calculadora para encontrar c.

$$12.4 = c^2$$

La raíz cuadrada de 153 es 12.369..., así puedes redondear eso a 12.4.

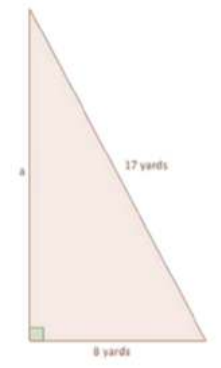
Respuesta: La rampa tendrá 12.4 pies de largo.

Ejemplo12.1.22

Un velero tiene una vela grande en forma de triángulo rectángulo. El borde más largo de la vela mide 17 yardas, y el borde inferior de la vela es de 8 yardas. ¿Qué tan alta es la vela?

Solución

Dibuja una imagen que te ayude a visualizar el problema. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa siempre será el lado más largo, por lo que aquí debe ser de 17 yardas. El problema también te dice que el borde inferior del triángulo es de 8 yardas.



Configurar el Teorema de Pitágoras.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 8^2 = 17^2$$

$$a^2 + 64 = 289$$

$$a^2 = 225$$

$15 \cdot 15 = 225$, entonces

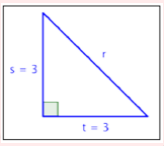
$$a = 15$$

Respuesta: La altura de la vela es de 15 yardas.

Resumen

El Teorema de Pitágoras establece que en cualquier triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de las patas del triángulo es la misma que la cuadrada de la longitud de la hipotenusa del triángulo. Este teorema está representado por la fórmula 222 abc + =. En pocas palabras, si conoces las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo, puedes aplicar el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del tercer lado. Recuerda, este teorema sólo funciona para triángulos rectos.

Pruébalo ahora Respuestas

1. B) 

; esto es un triángulo rectángulo; cuando sumas los cuadrados de las longitudes de los lados, obtienes el cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

2. C)$x^2 + 8^2 = 10^2$; en este triángulo, la hipotenusa tiene longitud10, y las piernas tienen longitud8 yx. Sustituyendo al Teorema de Pitágoras tienes:$x^2 + 8^2 = 10^2$; esta ecuación es la misma que$x^2 + 64 = 100$, o$x^2 = 36$. ¿Qué número, veces en sí mismo, es igual36? Eso haría$x = 6$.

This page titled 12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **6.1: Basic Geometric Concepts and Figures** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

12.2: Perímetro, Circunferencia y Área

6.2.1: Cuadriláteros

Objetivo de aprendizaje

1. Identificar propiedades, incluyendo mediciones de ángulo, de cuadriláteros.

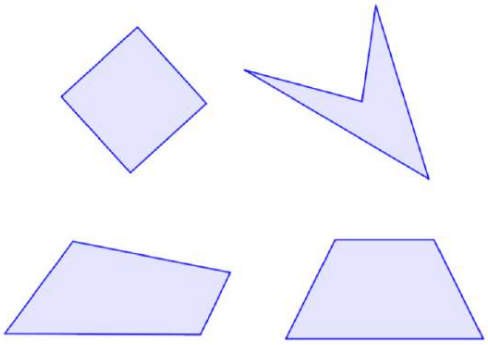
Introducción

Los **cuadriláteros** son un tipo especial de polígono. Al igual que con los triángulos y otros polígonos, los cuadriláteros tienen propiedades especiales y pueden clasificarse por características de sus ángulos y lados. Comprender las propiedades de diferentes cuadriláteros puede ayudarte a resolver problemas que involucran este tipo de polígono.

Definición de un cuadrilátero

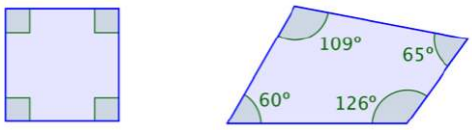
Escogiendo el nombre “cuadrilátero” te ayuda a entender a qué se refiere. El prefijo “quad-” significa “cuatro”, y “lateral” se deriva de la palabra latina para “lado”. Entonces un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.

Al tratarse de un **polígono**, ya sabes que se trata de una figura bidimensional conformada por lados rectos. Un cuadrilátero también tiene cuatro ángulos formados por sus cuatro lados. A continuación se presentan algunos ejemplos de cuadriláteros. Observe que cada figura tiene cuatro lados rectos y cuatro ángulos.



Ángulos interiores de un cuadrilátero

La suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es de 360°. Considera los dos ejemplos a continuación.

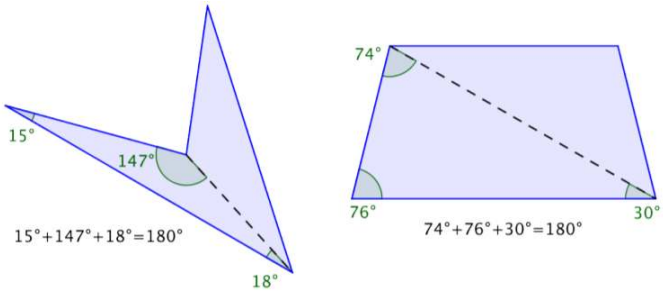


$90°+90°+90°+90°=360°$ $60°+109°+65°+126°=360°$

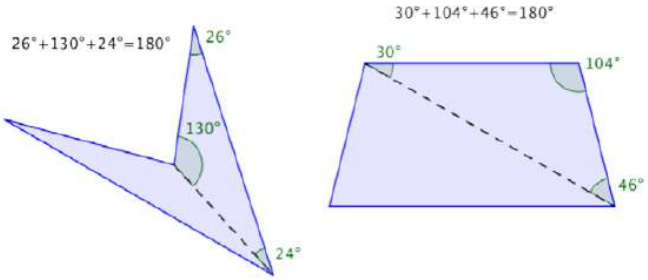
Podrías dibujar muchos cuadriláteros como estos y medir cuidadosamente los cuatro ángulos. Encontrarías que por cada cuadrilátero, la suma de los ángulos interiores siempre será de 360°.

También puedes usar tus conocimientos de triángulos como una forma de entender por qué la suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es de 360°. Cualquier cuadrilátero se puede dividir en dos triángulos como se muestra en las imágenes a continuación.

En la primera imagen, los cuadriláteros se han dividido cada uno en dos triángulos. Se muestran las medidas de ángulo de un triángulo para cada uno.



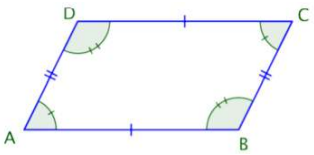
Estas medidas suman 180º. Ahora mira las medidas para los otros triángulos, ¡también suman 180º!



Dado que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es de 180° y hay dos triángulos en un cuadrilátero, la suma de los ángulos para cada cuadrilátero es de 360°.

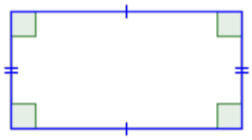
Tipos Específicos de Cuadriláteros

Empecemos por examinar el grupo de cuadriláteros que tienen dos pares de lados paralelos. Estos cuadriláteros se llaman **paralelogramos**. Toman una variedad de formas, pero a continuación se muestra un ejemplo clásico.

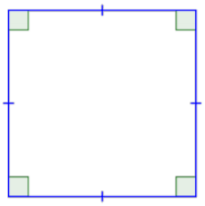


Imagina extender los pares de lados opuestos. Nunca se cruzarían porque son paralelos. Observe, también, que los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes, al igual que los lados opuestos. (Recuerda que “congruente” significa “del mismo tamaño”.) El símbolo geométrico para congruente es≅, por lo que puedes escribir A C y B D Los lados paralelos también tienen la misma longitud:$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ y$\overline{BC} \cong \overline{AD}$. Estas relaciones son ciertas para todos los paralelogramos.

Hay dos casos especiales de paralelogramos que te serán familiares desde tus primeras experiencias con formas geométricas. El primer caso especial se llama **rectángulo**. Por definición, un rectángulo es un paralelogramo porque sus pares de lados opuestos son paralelos. Un rectángulo también tiene la característica especial de que todos sus ángulos son ángulos rectos; sus cuatro ángulos son congruentes.

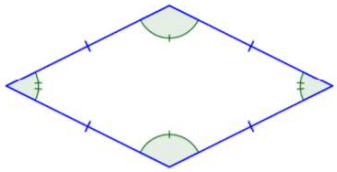


El otro caso especial de un paralelogramo es un tipo especial de rectángulo, un **cuadrado**. Un cuadrado es una de las formas geométricas más básicas. Se trata de un caso especial de un paralelogramo que tiene cuatro lados congruentes y cuatro ángulos rectos.



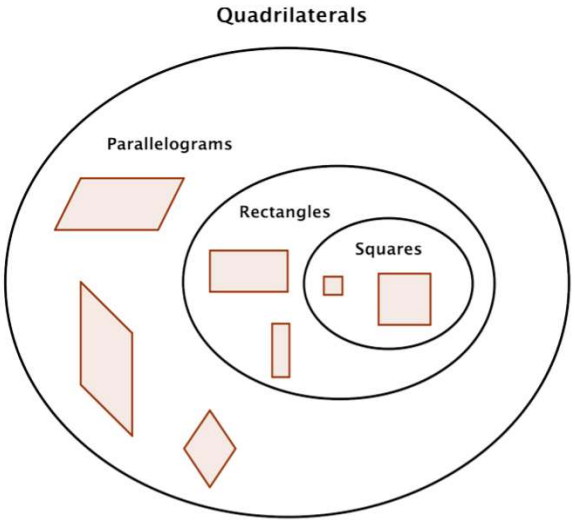
Un cuadrado también es un rectángulo porque tiene dos juegos de lados paralelos y cuatro ángulos rectos. Un cuadrado es también un paralelogramo porque sus lados opuestos son paralelos. Entonces, un cuadrado se puede clasificar en cualquiera de estas tres formas, siendo “paralelogramo” la descripción menos específica y “cuadrado”, la más descriptiva.

Otro cuadrilátero que podrías ver se llama **rombo**. Los cuatro lados de un rombo son congruentes. Sus propiedades incluyen que cada par de lados opuestos es paralelo, convirtiéndolo también en un paralelogramo.



En resumen, todos los cuadrados son rectángulos, pero no todos los rectángulos son cuadrados. Todos los rectángulos son paralelogramos, pero no todos los paralelogramos son rectángulos. Y todas estas formas son cuadriláteros.

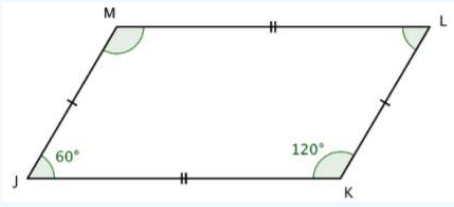
El siguiente diagrama ilustra la relación entre los diferentes tipos de cuadriláteros.



Se pueden utilizar las propiedades de los paralelogramos para resolver problemas. Considera el ejemplo que sigue.

Ejemplo12.2.1

Determinar las medidas de M y L.



Solución

Identificar ángulos opuestos.

L es opuesto J

M es opuesto K

Una propiedad de los paralelogramos es que los ángulos opuestos son congruentes.

L J

M K

Utilice las medidas de ángulo dadas para determinar medidas de ángulos opuestos.

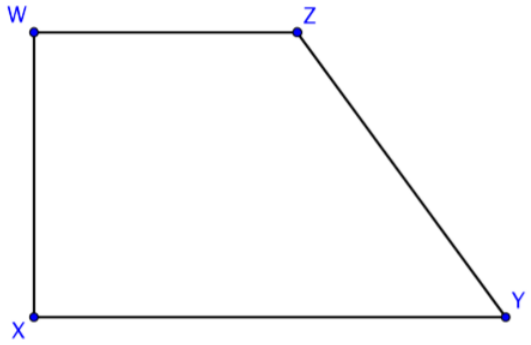
mj = 60°, entonces mL = 60°

Mk = 120°, entonces Mm = 120°

Respuesta: ml = 60° y mm = 120°

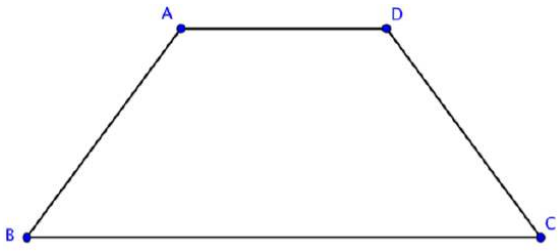
Trapecios

Hay otro tipo especial de cuadrilátero. Este cuadrilátero tiene la propiedad de tener sólo un par de lados opuestos que son paralelos. Aquí hay un ejemplo de **trapecio**.



Observe eso $\overline{XY} || \overline{WZ}$, y eso $\overline{WX}$ y no $\overline{ZY}$ son paralelos. Se puede imaginar fácilmente que si extendieras los lados $\overline{WX}$ y $\overline{ZY}$, ellos se cruzarían por encima de la figura.

Si los lados no paralelos de un trapecio son congruentes, el trapecio se llama **trapecio isósceles**. Al igual que el triángulo de nombre similar que tiene dos lados de igual longitud, el trapecio isósceles tiene un par de lados opuestos de igual longitud. El otro par de lados opuestos es paralelo. A continuación se muestra un ejemplo de un trapecio isósceles.



En este trapecio $ABCD, \overline{BC} || \overline{AD}$ y $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

Pruébalo ahora 1

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) Algunos trapecios son paralelogramos.

B) Todos los trapecios son cuadriláteros.

C) Todos los rectángulos son cuadrados.

D) Una forma no puede ser un paralelogramo y un cuadrilátero.

Se pueden utilizar las propiedades de los cuadriláteros para resolver problemas que involucran trapecios. Considera el siguiente ejemplo.

Ejemplo12.2.2

Encuentra la medida de Q.

Solución

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero es de 360°.

$$mp + mq + mr + ms = 360°$$

El símbolo cuadrado indica un ángulo recto.

$$Mr = 90°$$

$$Ms = 90°$$

Dado que se dan tres de las cuatro medidas de ángulo, puede encontrar la cuarta medición de ángulo.

$$60° + mq + 90° + 90° = 360°$$

Calcular la medición de Q.

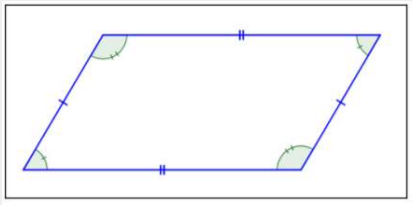
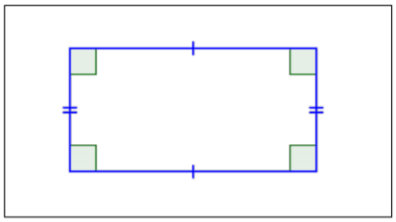
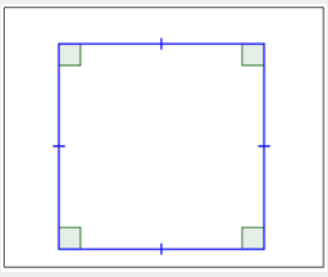
$$Mq + 240° = 360°$$

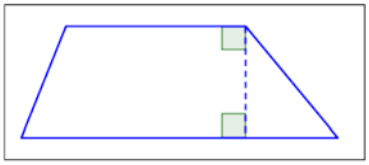
$$mq = 120°$$

De la imagen, se puede ver que se trata de un ángulo obtuso, por lo que su medida debe ser mayor a 90°.

Respuesta: mq = 120°

La siguiente tabla resume los tipos especiales de cuadriláteros y algunas de sus propiedades.

Nombre de Cuadrilátero	Cuadrilátero	Descripción
Paralelogramo		2 pares de lados paralelos. Los lados opuestos y los ángulos opuestos son congruentes.
Rectángulo		2 pares de lados paralelos. 4 ángulos rectos (90°). Los lados opuestos son paralelos y congruentes. Todos los ángulos son congruentes.
Cuadrado		4 lados congruentes. 4 ángulos rectos (90°). Los lados opuestos son paralelos. Todos los ángulos son congruentes.

Trapecio		Sólo un par de lados opuestos es paralelo.

Resumen

Un cuadrilátero es un nombre matemático para un polígono de cuatro lados. Los paralelogramos, cuadrados, rectángulos y trapecios son ejemplos de cuadriláteros. Estos cuadriláteros ganan su distinción en función de sus propiedades, incluyendo el número de pares de lados paralelos que tienen y sus medidas de ángulo y lado.

Pruébalo ahora Respuestas

1. B) Todos los trapecios son cuadriláteros; los trapezoides son polígonos de cuatro lados, por lo que todos son cuadriláteros.

6.2.2: Perímetro y Área

Objetivos de aprendizaje

1. Encuentra el perímetro de un polígono.
2. Encuentra el área de un polígono.
3. Encontrar el área y perímetro de polígonos no estándar

Introducción

Perímetro y **área** son dos temas matemáticos importantes y fundamentales. Te ayudan a cuantificar el espacio físico y también proporcionan una base para matemáticas más avanzadas que se encuentran en álgebra, trigonometría y cálculo. El perímetro es una medida de la distancia alrededor de una forma y el área nos da una idea de cuánta superficie cubre la forma.

El conocimiento de área y perímetro es aplicado prácticamente por personas a diario, como arquitectos, ingenieros y diseñadores gráficos, y es matemática que es muy necesaria para la gente en general. Entender cuánto espacio tienes y aprender a encajar las formas exactamente te ayudará cuando pintas una habitación, compras una casa, remodelas una cocina o construyes una terraza.

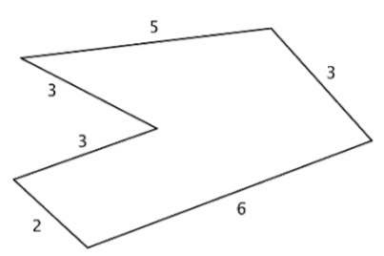
Perimetral

El perímetro de una forma bidimensional es la distancia alrededor de la forma. Se puede pensar en envolver una cuerda alrededor de un triángulo. La longitud de esta cuerda sería el perímetro del triángulo. O caminando por el exterior de un parque, caminas a lo lejos del perímetro del parque. A algunas personas les resulta útil pensar “perimetral” porque el borde de un objeto es su borde y perimetral tiene la palabra “borde” en él.

Si la forma es un **polígono**, entonces puedes sumar todas las longitudes de los lados para encontrar el perímetro. Tenga cuidado de asegurarse de que todas las longitudes se midan en las mismas unidades. Se mide el perímetro en unidades lineales, que es unidimensional. Ejemplos de unidades de medida para la longitud son pulgadas, centímetros o pies.

Ejemplo12.2.3

Encuentra el perímetro de la figura dada. Todas las medidas indicadas son pulgadas.



Solución

Dado que todos los lados se miden en pulgadas, solo agrega las longitudes de los seis lados para obtener el perímetro.

$$P = 5 + 3 + 6 + 2 + 3 + 3$$

Recuerda incluir unidades.

Respuesta: $P = 22$ inches

Esto significa que una cuerda bien envuelta que recorre toda la distancia alrededor del polígono mediría 22 pulgadas de largo.

Ejemplo 12.2.4

Encuentra el perímetro de un triángulo con lados de 6 cm, 8 cm y 12 cm.

Solución

Ya que todos los lados se miden en centímetros, solo agrega las longitudes de los tres lados para obtener el perímetro.

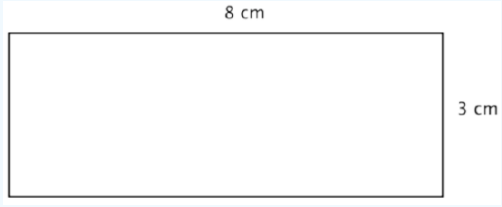
$$P = 6 + 8 + 12$$

Respuesta: $P = 26$ centimeters

En ocasiones, necesitas usar lo que sabes de un polígono para encontrar el perímetro. Veamos el rectángulo en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 12.2.5

Un rectángulo tiene una longitud de 8 centímetros y un ancho de 3 centímetros. Encuentra el perímetro.



Solución

Al tratarse de un rectángulo, los lados opuestos tienen las mismas longitudes, 3 cm. y 8 cm. Suma las longitudes de los cuatro lados para encontrar el perímetro.

$$P = 3 + 3 + 8 + 8$$

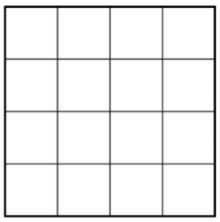
Contestar $P = 22$ cm

Observe que el perímetro de un rectángulo siempre tiene dos pares de lados de igual longitud. En el ejemplo anterior, también podrías haber escrito $P = 2(3) + 2(8) = 6 + 16 = 22$ cm . La fórmula para el perímetro de un rectángulo suele escribirse como $P = 2l + 2w$, donde l está la longitud del rectángulo y w es el ancho del rectángulo.

Área de Paralelogramos

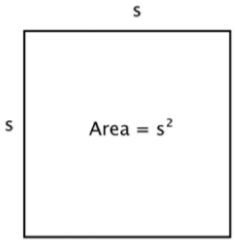
El área de una figura bidimensional describe la cantidad de superficie que cubre la forma. Se mide el área en unidades cuadradas de un tamaño fijo. Ejemplos de unidades de medida cuadradas son pulgadas cuadradas, centímetros cuadrados o millas cuadradas. Al encontrar el área de un polígono, se cuenta cuántos cuadrados de cierto tamaño cubrirán la región dentro del polígono.

Veamos un cuadrado de 4 x 4.



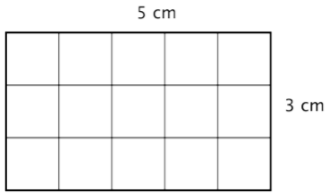
Se puede contar que hay 16 cuadrados, por lo que el área es de 16 unidades cuadradas. Contar 16 cuadrados no lleva demasiado tiempo, pero ¿qué pasa con encontrar el área si este es un cuadrado más grande o las unidades son más pequeñas? Podría llevar mucho tiempo contar.

Afortunadamente, puedes usar la multiplicación. Ya que hay 4 filas de 4 cuadrados, ¡puedes multiplicar$4 \cdot 4$ para obtener16 cuadrados! Y esto puede generalizarse a una fórmula para encontrar el área de un cuadrado con cualquier longitud,s: $\text{Area } = s \cdot s = s^2$.

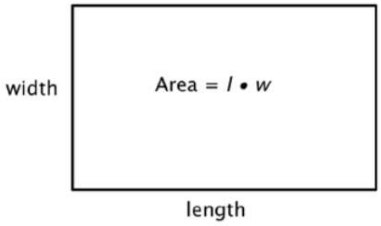


Puedes escribir "in^2" para pulgadas cuadradas y "ft^2" para pies cuadrados.

Para ayudarte a encontrar el área de las diferentes categorías de polígonos, los matemáticos han desarrollado fórmulas. Estas fórmulas te ayudan a encontrar la medición más rápidamente que simplemente contando. Las fórmulas que vas a ver están todas desarrolladas a partir del entendimiento de que estás contando el número de unidades cuadradas *dentro* del polígono. Echemos un vistazo a un rectángulo.

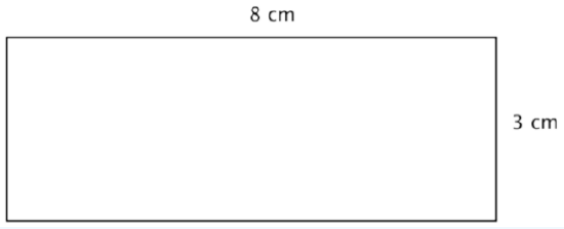


Se pueden contar los cuadrados individualmente, pero es mucho más fácil multiplicar 3 por 5 para encontrar el número más rápidamente. Y, de manera más general, el área de cualquier rectángulo se puede encontrar multiplicando longitud por ancho.



Ejemplo12.2.6

Un rectángulo tiene una longitud de 8 centímetros y un ancho de 3 centímetros. Encuentra la zona.



Solución

Comience con la fórmula para el área de un rectángulo, que multiplica la longitud por el ancho.

$$A = l \cdot w$$

Sustituye 8 por el largo y 3 por el ancho.

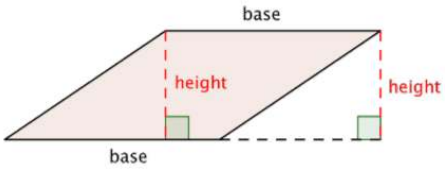
$$A = 8 \cdot 3$$

Asegúrese de incluir las unidades, en este caso, cm cuadrados.

Respuesta: $A = 24 \text{ cm}^2$

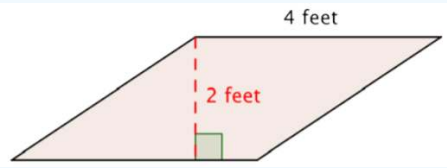
Se necesitarían 24 cuadrados, cada uno de 1 cm de lado, para cubrir este rectángulo.

La fórmula para el área de cualquier paralelogramo (recuerde, un rectángulo es un tipo de paralelogramo) es la misma que la de un rectángulo: $\text{Area} = l \cdot w$. Observe en un rectángulo, el largo y el ancho son perpendiculares. Esto también debería ser cierto para todos los paralelogramos. A menudo se usa *base (b)* para la longitud (de la base) *y altura (h)* para el ancho de la línea perpendicular a la base. Entonces, la fórmula para un paralelogramo generalmente se escribe, $\text{Area} = b \cdot h$.



Ejemplo12.2.7

Encuentra el área del paralelogramo.



Solución

Comience con la fórmula para el área de un paralelogramo: $\text{Area} = \text{base} \cdot \text{height}$.

$$A = b \cdot h$$

Sustituir los valores en la fórmula.

$$A = 4 \cdot 2$$

Multiplicar.

$$A = 8$$

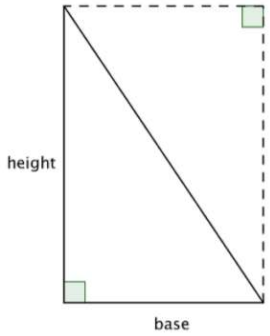
Respuesta: El área del paralelogramo es 8 ft^2.

Pruébalo ahora 1

Encuentra el área de un paralelogramo con una altura de 12 pies y una base de 9 pies.

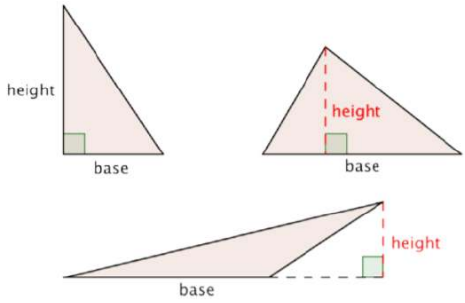
Área de Triángulos y Trapezoides

La fórmula para el área de un triángulo se puede explicar mirando un triángulo rectángulo. Mire la imagen de abajo: un rectángulo con la misma altura y base que el triángulo original. ¡El área del triángulo es la mitad del rectángulo!



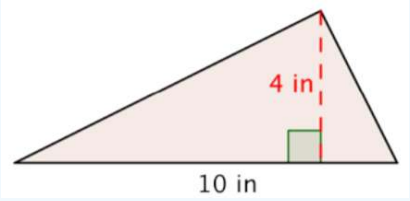
Dado que el área de dos triángulos congruentes es la misma que el área de un rectángulo, se puede llegar a la fórmula$\text{Area} = \frac{1}{2}bh$ para encontrar el área de un triángulo.

Cuando se utiliza la fórmula para que un triángulo encuentre su área, es importante identificar una base y su altura correspondiente, que es perpendicular a la base.



Ejemplo12.2.8

Un triángulo tiene una altura de 4 pulgadas y una base de 10 pulgadas. Encuentra la zona.



Solución

Comienza con la fórmula para el área de un triángulo.

$$A = \frac{1}{2}bh$$

Sustituye 10 por la base y 4 por la altura.

$$A = \frac{1}{2} \cdot (10) \cdot (4)$$

Multiplicar.

$$A = \frac{1}{2} \cdot 40$$

$$A = 20$$

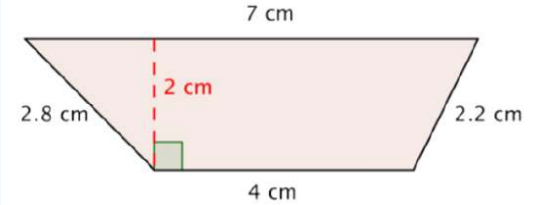
Respuesta: $A = 20 \text{ in}^2$

Ahora veamos el trapecio. Para encontrar el área de un trapecio, tomar la longitud promedio de las dos bases paralelas y multiplicar esa longitud por la altura: $A = \frac{(b_1 + b_2)}{2} h$.

A continuación se proporciona un ejemplo. Observe que la altura de un trapecio siempre será perpendicular a las bases (igual que cuando encuentre la altura de un paralelogramo).

Ejemplo12.2.9

Encuentra el área del trapecio.



Solución

Comienza con la fórmula para el área de un trapecio.

$$A = \frac{(b_1 + b_2)}{2} h$$

Sustituye 4 y 7 por las bases y 2 por la altura, y encuentra A.

$$A = \frac{(4 + 7)}{2} \cdot 2$$

$$A = \frac{11}{2} \cdot 2$$

$$A = 11$$

Respuesta: El área del trapecio es 11 cm^2

Fórmulas de área

Utilice las siguientes fórmulas para encontrar las áreas de diferentes formas.

cuadrado: $A = s^2$

rectángulo: $A = l \cdot w$

paralelogramo: $A = b \cdot h$

triángulo: $A = \frac{1}{2} b \cdot h$

trapecio: $A = \frac{(b_1 + b_2)}{2} h$

Trabajando con Perímetro y Área

A menudo es necesario encontrar el área o perímetro de una forma que no sea un polígono estándar. Los artistas y arquitectos, por ejemplo, suelen tratar con formas complejas. Sin embargo, incluso las formas complejas pueden considerarse compuestas por

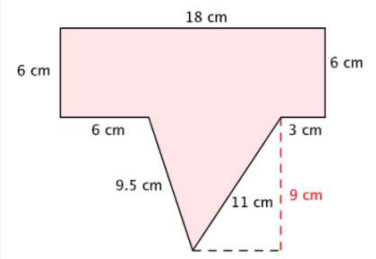
formas más pequeñas y menos complicadas, como rectángulos, trapecios y triángulos.

Para encontrar el perímetro de formas no estándar, aún encuentras la distancia alrededor de la forma al sumar la longitud de cada lado.

Encontrar el área de formas no estándar es un poco diferente. Es necesario crear regiones dentro de la forma para las que pueda encontrar el área y agregar estas áreas juntas. Echa un vistazo a cómo se hace esto a continuación.

Ejemplo12.2.10

Encuentra el área y perímetro del polígono.



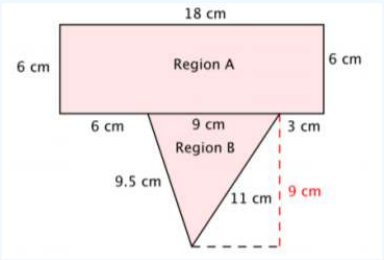
Solución

Para encontrar el perímetro, sumar las longitudes de los lados. Comience en la parte superior y trabaje en sentido horario alrededor de la forma.

$$P = 18 + 6 + 3 + 11 + 9.5 + 6 + 6$$

$$P = 59.5 \text{ cm}$$

Para encontrar el área, divida el polígono en dos regiones separadas y más simples. El área de todo el polígono será igual a la suma de las áreas de las dos regiones.



$$\text{Area of Polygon } = (\text{Area of A}) + (\text{Area of B})$$

La región A es un rectángulo. Para encontrar el área, multiplica la longitud (18) por la anchura (6).

$$\text{Area of Region } A = l \cdot w$$

$$= 18 \cdot 6$$

$$= 108$$

El área de la Región A es108 cm^2.

La región B es un triángulo. Para encontrar el área, usa la fórmula$\frac{1}{2}bh$, donde la base es 9 y la altura es 9.

$$\text{Area of Region } B = \frac{1}{2}b \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 81$$

$$= 40.5$$

El área de la Región B es$40.5\ \text{cm}^2$.

Sumar las regiones juntas.

$$108\ \text{cm}^2+40.5\ \text{cm}^2=148.5\ \text{cm}^2.$$

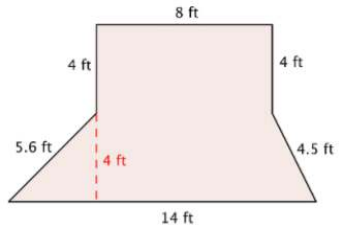
Respuesta: Perímetro $=59.5\ \text{cm}$

Área $=148.5\ \text{cm}^2$

También puedes usar lo que sabes sobre perímetro y área para ayudar a resolver problemas sobre situaciones como comprar cercas o pintar, o determinar qué tan grande se necesita una alfombra en la sala de estar. Aquí hay un ejemplo de esgrima.

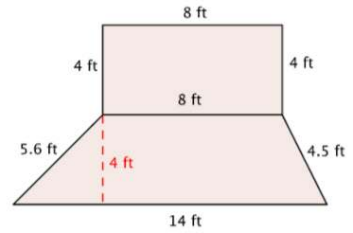
Ejemplo12.2.11

Rosie está plantando un jardín con las dimensiones que se muestran a continuación. Ella quiere poner una capa delgada y uniforme de mantillo sobre toda la superficie del jardín. El mantillo cuesta $3 el pie cuadrado. ¿Cuánto dinero tendrá que gastar en mantillo?



Solución

Esta forma es una combinación de dos formas más simples: un rectángulo y un trapecio. Encuentra el área de cada uno.



Encuentra el área del rectángulo.

$$A=l\cdot w$$
$$A=8\cdot 4$$
$$A=32\ \text{ft}^2$$

Encuentra el área del trapecio.

$$A=\frac{(b_1+b_2)}{2}h$$
$$A=\frac{(14+8)}{2}\cdot 4$$
$$A=\frac{22}{2}\cdot 4$$
$$A=11\cdot 4$$
$$A=44\ \text{ft}^2$$

Añada las medidas.

$$32\ \text{ft}^2+44\ \text{ft}^2=76\ \text{ft}^2$$

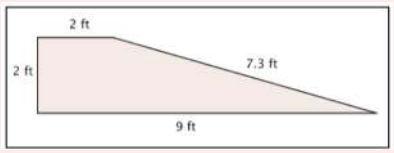
Multiplica por $3 para saber cuánto tendrá que gastar Rosie.

$$76 \text{ ft}^2 \cdot \$3 = \$228$$

Respuesta: Rosie gastará 228 dólares para cubrir su jardín con mantillo.

Pruébalo ahora 2

Encuentra el área de la forma dada.



Resumen

El perímetro de una forma bidimensional es la distancia alrededor de la forma. Se encuentra sumando todos los lados (siempre y cuando todos sean la misma unidad). El área de una forma bidimensional se encuentra contando el número de cuadrados que cubren la forma. Se han desarrollado muchas fórmulas para encontrar rápidamente el área de polígonos estándar, como triángulos y paralelogramos.

Pruébalo ahora Respuestas

1. 108 ft^2; la altura del paralelogramo es12 y la base del paralelogramo es9; el área es12 veces9, o108 ft^2.

2. 11 ft^2; esta forma es un trapecio, por lo que puedes usar la fórmula$A = \frac{(b_1 + b_2)}{2} h$ para encontrar el área: $A = \frac{(2+9)}{2} \cdot 2$.

6.2.3: Círculos

Objetivos de aprendizaje

1. Identificar las propiedades de los círculos.
2. Encuentra la circunferencia de un círculo.
3. Encuentra el área de un círculo.
4. Encuentra el área y perímetro de figuras geométricas compuestas.

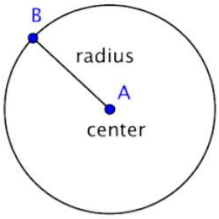
Introducción

Los círculos son una forma común. Los ves por todas partes: ruedas en un automóvil, Frisbees pasando por el aire, discos compactos que entregan datos. Todos estos son círculos.

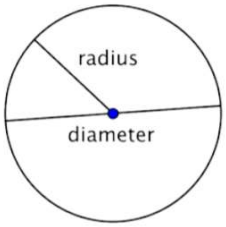
Un círculo es una figura bidimensional al igual que polígonos y cuadriláteros. Sin embargo, los círculos se miden de manera diferente a estas otras formas, incluso hay que usar algunos términos diferentes para describirlos. Echemos un vistazo a esta interesante forma.

Propiedades de Circles

Un círculo representa un conjunto de puntos, todos los cuales están a la misma distancia de un punto medio fijo. Este punto fijo se llama el centro. La distancia desde el centro del círculo hasta cualquier punto del círculo se llama **radio**.



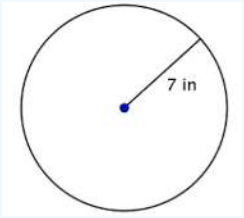
Cuando se juntan dos radios (el plural del radio) para formar un segmento de línea a través del círculo, se tiene un **diámetro**. El diámetro de un círculo pasa por el centro del círculo y tiene sus extremos en el círculo mismo.



El diámetro de cualquier círculo es dos veces la longitud del radio de ese círculo. Se puede representar por la expresión 2r, o “dos veces el radio”. Entonces, si conoces el radio de un círculo, puedes multiplicarlo por 2 para encontrar el diámetro; esto también significa que si conoces el diámetro de un círculo, puedes dividirlo por 2 para encontrar el radio.

Ejemplo12.2.12

Encuentra el diámetro del círculo.



Solución

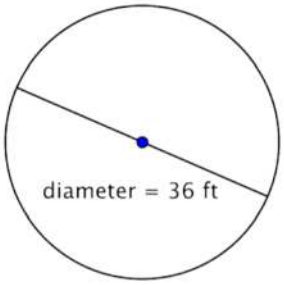
El diámetro es dos veces el radio, o 2r. El radio de este círculo es de 7 pulgadas, por lo que el diámetro es de 2 (7) = 14 pulgadas.

$$d = 2r$$
$$d = 2(7)$$
$$d = 14$$

Respuesta: El diámetro es de 14 pulgadas.

Ejemplo12.2.13

Encuentra el radio del círculo.



Solución

El radio es la mitad del diámetro, o $\frac{1}{2}d$.

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r = \frac{1}{2}(36)$$

$$r = 18$$

El diámetro de este círculo es 36 feet, entonces el radio es $r = \frac{1}{2}(36) = 18$ feet .

Respuesta: El radio es de 18 pies.

Circunferencia

La distancia alrededor de un círculo se llama circunferencia. (Recordemos, la distancia alrededor de un polígono es el perímetro.)

Una propiedad interesante sobre los círculos es que la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro es la misma para todos los círculos. No importa el tamaño del círculo, la relación entre la circunferencia y el diámetro será la misma.

A continuación se proporcionan algunas medidas reales de diferentes artículos. Las mediciones son precisas al milímetro o cuarto de pulgada más cercano (dependiendo de la unidad de medida utilizada). Observe la relación entre la circunferencia y el diámetro de cada uno, aunque los artículos son diferentes, la proporción para cada uno es aproximadamente la misma.

Artículo	**Circunferencia (C) (redondeada a la centésima más cercana)**	**Diámetro (d)**	**Ratio $\frac{C}{d}$**
Copa	253 mm	79 mm	$\frac{253}{79} = 3.2025\ldots$
Trimestre	84 mm	27 mm	$\frac{84}{27} = 3.1111\ldots$
Tazón	37.25 in	11.5 pulg	$\frac{37.25}{11.75} = 3.1702\ldots$

La circunferencia y el diámetro son medidas aproximadas ya que no existe una manera precisa de medir estas dimensiones exactamente. Si pudieras medirlas con mayor precisión, sin embargo, encontrarías que la proporción se $\frac{C}{d}$ movería hacia 3.14 para cada uno de los ítems dados. El nombre matemático para la relación $\frac{C}{d}$ es **pi** y está representado por la letra griega π.

π es un decimal no terminante, no repetitivo, entonces es imposible escribirlo por completo? Los primeros 10 dígitos de π son 3.141592653; a menudo se redondea a 3.14 o se estima como la fracción $\frac{22}{7}$. Obsérvese que tanto 3.14 como $\frac{22}{7}$ son *aproximaciones* de π, y se utilizan en cálculos donde no es importante ser precisos.

Ya que sabes que la relación de circunferencia a diámetro (o π) es consistente para todos los círculos, puedes usar este número para encontrar la circunferencia de un círculo si conoces su diámetro.

$$\frac{C}{d} = \pi, \text{ so } C = \pi d$$

También, desde$d = 2r$, entonces$C = \pi d = \pi(2r) = 2\pi r$.

Circunferencia de un círculo

Para encontrar la circunferencia (C) de un círculo, utilice una de las siguientes fórmulas:

Si conoce el diámetro (d) de un círculo:$C = \pi d$)

Si conoce el radio (r) de un círculo:$C = 2\pi r$)

Ejemplo12.2.14

Encuentra la circunferencia del círculo.

Solución

Para calcular la circunferencia dada un diámetro de 9 pulgadas, usa la fórmula$C = \pi d$. Utilice 3.14 como aproximación paraπ. Ya que estás usando una aproximación paraπ, no puedes dar una medida exacta de la circunferencia. En su lugar, usa el símbolo$\approx$ para indicar “aproximadamente igual a”.

$$C = \pi d$$

$$C = \pi \cdot 9$$

$$C \approx 3.14 \cdot 9$$

$$C \approx 28.26$$

Respuesta: La circunferencia es9π o aproximadamente28.26 inches.

Ejemplo12.2.15

Encuentra la circunferencia de un círculo con un radio de 2.5 yardas.

Solución

Para calcular la circunferencia de un círculo dado un radio de 2.5 yardas, usa la fórmula$C = 2\pi r$. Utilice 3.14 como aproximación paraπ.

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \cdot 2.5$$

$$C = \pi \cdot 5$$

$$C \approx 3.14 \cdot 5$$

$$C \approx 15.7$$

Respuesta: La circunferencia es5π o aproximadamente15.7 yards.

Pruébalo ahora 1

Un círculo tiene un radio de 8 pulgadas. ¿Cuál es su circunferencia, redondeada a la pulgada más cercana?

Área

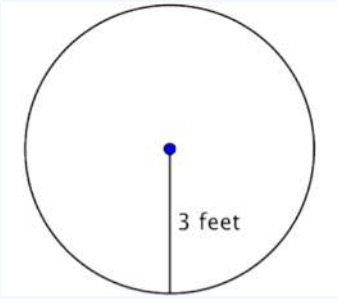
Pi,π, es un número importante en geometría. Ya lo has usado para calcular la circunferencia de un círculo. También usasπ cuando estás averiguando el área de un círculo.

Área de un círculo

Para encontrar el área (A) de un círculo, use la fórmula: $A = \pi r^2$

Ejemplo 12.2.16

Encuentra el área del círculo.



Solución

Para encontrar el área de este círculo, usa la fórmula $A = \pi r^2$. Recuerda escribir la respuesta en términos de unidades cuadradas, ya que estás encontrando el área.

$$A = \pi r^2$$
$$A = \pi \cdot 3^2$$
$$A = \pi \cdot 9$$
$$A = 3.14 \cdot 9$$
$$A = 28.26$$

Responder El área es 9π o aproximadamente 28.26 feet^2.

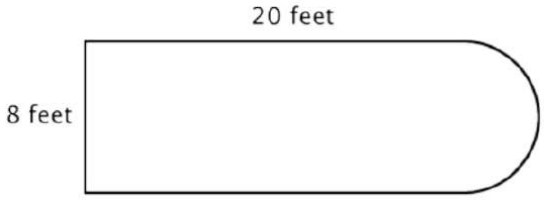
Pruébalo ahora 2

Un botón tiene un diámetro de 20 milímetros. ¿Cuál es el área del botón? Usar 3.14 como aproximación de π.

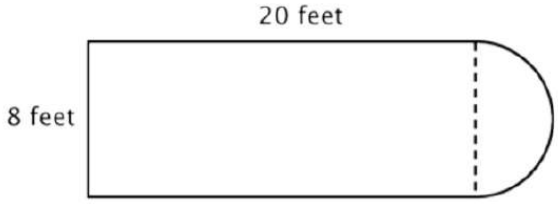
Figuras compuestas

Ahora que ya sabes calcular la circunferencia y el área de un círculo, puedes usar este conocimiento para encontrar el perímetro y el área de figuras compuestas. El truco para descubrir este tipo de problemas es identificar formas (y partes de formas) dentro de la figura compuesta, calcular sus dimensiones individuales y luego sumarlas juntas.

Por ejemplo, mira la imagen de abajo. ¿Es posible encontrar el perímetro?

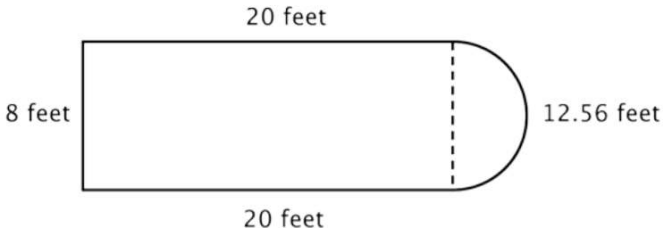


El primer paso es identificar figuras más simples dentro de esta figura compuesta. Se puede descomponer en un rectángulo y un semicírculo, como se muestra a continuación.



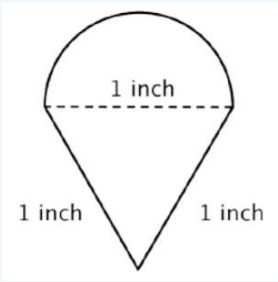
Sabes encontrar el perímetro de un rectángulo, y sabes cómo encontrar la circunferencia de un círculo. Aquí, el perímetro de los tres lados sólidos del rectángulo es de 8 + 20 + 20 = 48 pies. (Tenga en cuenta que solo tres lados del rectángulo se agregarán al perímetro de la figura compuesta porque el otro lado no está en un borde; ¡está cubierto por el semicírculo!)

Para encontrar la circunferencia del semicírculo, usa la fórmula$C = \pi d$ con un diámetro de 8 pies, luego toma la mitad del resultado. La circunferencia del semicírculo es4π, o aproximadamente 12.56 pies, por lo que el perímetro total es de aproximadamente 60.56 pies.



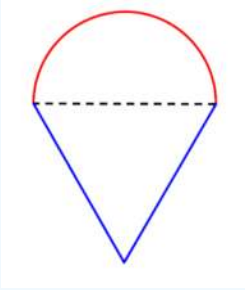
Ejemplo12.2.17

Encuentra el perímetro (a la centésima más cercana) de la figura compuesta, conformada por un semicírculo y un triángulo.



Solución

Identificar formas más pequeñas dentro de la figura compuesta. Esta figura contiene un semicírculo y un triángulo.



Encuentra la circunferencia del círculo. Luego divide por 2 para encontrar la circunferencia del semicírculo.

$$\text{Diameter } (d) = 1$$

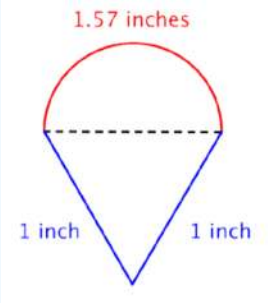
$$C = \pi d$$

$$C = \pi(1)$$

$$C = \pi$$

$$\text{Circumference of semicircle } = \frac{1}{2}\pi \text{o aproximadamente} 1.57 \text{ inches}$$

Encuentra el perímetro total sumando la circunferencia del semicírculo y las longitudes de las dos patas. Dado que nuestra medición de la circunferencia del semicírculo es aproximada, el perímetro también será una aproximación.



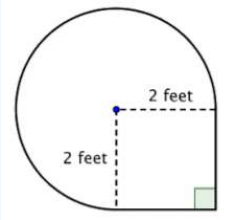
$$1+1+\frac{1}{2}\pi \approx 3.57 \text{ inches}$$

Recordemos, utilizamos las unidades originales con perímetro.

Respuesta: Aproximadamente3.57 inches

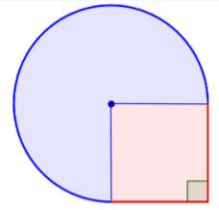
Ejemplo12.2.18

Encuentra el área de la figura compuesta, compuesta por tres cuartas partes de círculo y un cuadrado, a la centésima más cercana.

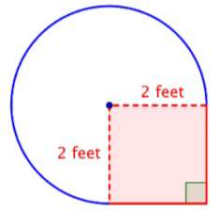


Solución

Identificar formas más pequeñas dentro de la figura compuesta. Esta figura contiene una región circular y un cuadrado. Si encuentras el área de cada uno, puedes encontrar el área de toda la figura.



Encuentra el área de la plaza.

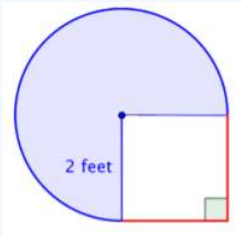


$$\text{Area of square } = s^2$$

$$= (2)^2$$

$$= 4 \text{ ft}^2$$

Encuentra el área de la región circular. El radio es2 feet.

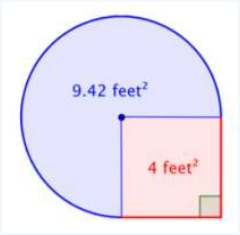


Tenga en cuenta que la región es$\frac{3}{4}$ de un círculo completo, por lo que debe multiplicar el área del círculo por$\frac{3}{4}$. Utilice 3.14 como aproximación paraπ.

$$\text{Area of full circle} = \pi r^2$$
$$= \pi(2)^2$$
$$= 4\pi \text{ ft}^2$$
$$\text{Area of region} = \frac{3}{4} \cdot 4\pi$$
$$= 3\pi$$
$$\approx 3 \cdot 3.14 \text{ ft}^2$$

Esto es aproximadamente9.42 feet^2.

Sumar las dos regiones juntas. Dado que su medida del área de la circular es aproximada, el área de la figura será una aproximación también.



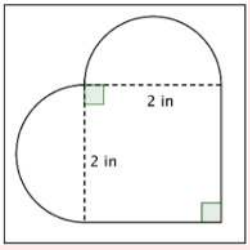
$$4 \text{ feet}^2 + 3\pi \text{ feet}^2 = \text{aproximadamente} 13.42 \text{ feet}^2$$

Recordemos, utilizamos unidades cuadradas para el área.

Respuesta: El área es aproximadamente13.42 feet^2.

Pruébalo ahora 3

¿Cuál es el área (a la centésima más cercana) de la figura que se muestra a continuación? (Ambas regiones redondeadas son semicírculos).



Resumen

Los círculos son una forma geométrica importante. La distancia alrededor de un círculo se llama circunferencia, y el espacio interior de un círculo se llama área. Calcular la circunferencia y el área de un círculo requiere un número llamado pi (π), que es un decimal no terminante y no repetitivo. Pi a menudo se aproxima por los valores 3.14 y $\frac{22}{7}$. Puede encontrar el perímetro o el área de formas compuestas, incluidas las formas que contienen secciones circulares, aplicando las fórmulas de circunferencia y área donde corresponda.

Pruébalo ahora Respuestas

1. 50 inches; si el radio es8 inches, la fórmula correcta para la circunferencia cuando se da el radio es$C = 2\pi r$. La respuesta correcta es50 inches.
2. 314 mm^2; el diámetro es20 mm, por lo que el radio debe ser10 mm. Entonces, usando la fórmula$A = \pi r^2$, encuentras $A = \pi \cdot 10^2 = \pi \cdot 100 \approx 314 \text{ mm}^2$.
3. 7.14 in^2; imagina que los dos semicírculos se juntan para crear un círculo. El radio del círculo es1 inch; esto significa que el área del círculo es$\pi r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$. El área de la plaza es$2 \cdot 2 = 4$. Sumando esos rendimientos juntos7.14 in^2.

This page titled 12.2: Perímetro, Circunferencia y Área is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **6.2: Perimeter, Circumference, and Area** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

12.3: Volumen de Sólidos Geométricos

Objetivos de aprendizaje

1. Identificar sólidos geométricos.
2. Encuentra el volumen de sólidos geométricos.
3. Encuentra el volumen de un sólido geométrico compuesto.

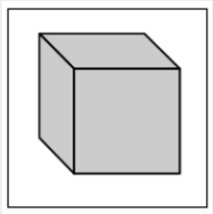
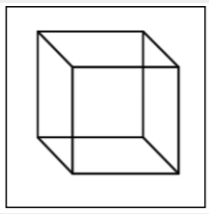
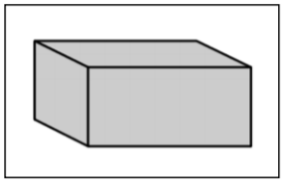
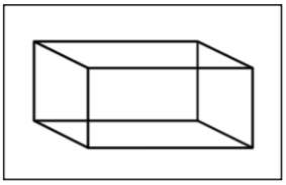
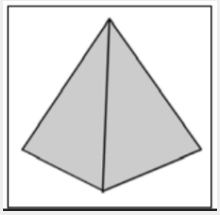
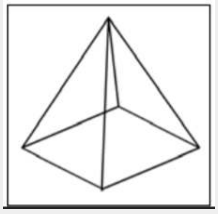
Introducción

Vivir en un mundo bidimensional sería bastante aburrido. Agradecidamente, todos los objetos físicos que ves y usas todos los días —computadoras, teléfonos, autos, zapatos— existen en tres dimensiones. Todos ellos tienen largo, ancho y alto. (Incluso los objetos muy delgados como una hoja de papel son tridimensionales. El grosor de una hoja de papel puede ser de una fracción de milímetro, pero sí existe).

En el mundo de la geometría, es común ver figuras tridimensionales. En matemáticas, un lado plano de una figura tridimensional se llama cara. Los poliedros son formas que tienen cuatro o más caras, siendo cada una un polígono. Estos incluyen cubos, prismas y pirámides. A veces incluso se pueden ver figuras individuales que son compuestos de dos de estas figuras. Echemos un vistazo a algunos poliedros comunes.

Identificación de Sólidos

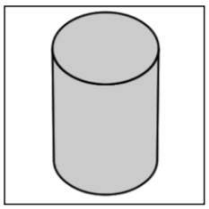
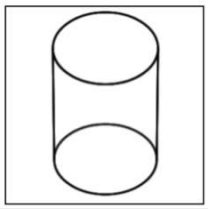
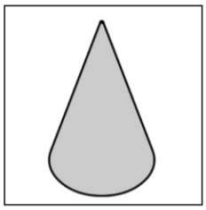
El primer conjunto de sólidos contiene bases rectangulares. Echa un vistazo a la tabla a continuación, que muestra cada figura tanto en forma sólida como transparente.

Nombre	Definición	Forma Sólida	Forma Transparente
Cube	Un poliedro de seis lados que tiene cuadrados congruentes como caras.		
Prisma rectangular	Un poliedro que tiene tres pares de caras congruentes, rectangulares y paralelas.		
Pyramid	Un poliedro con una base poligonal y una colección de caras triangulares que se encuentran en un punto.		

Observe los diferentes nombres que se utilizan para estas figuras. Un **cubo** es diferente a un cuadrado, aunque a veces se confunden entre sí: un cubo tiene tres dimensiones, mientras que un cuadrado solo tiene dos. De igual manera, describirías una caja de zapatos como un **prisma rectangular** (no simplemente un rectángulo), y las antiguas **pirámides** de Egipto como... bueno, como pirámides (no triángulos).

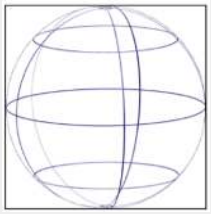
En este siguiente conjunto de sólidos, cada figura tiene una base circular.

Nombre	Definición	Forma Sólida	Forma Transparente

Cilindro	Una figura sólida con un par de bases circulares paralelas y una cara redonda y lisa entre ellas.		
Cono	Una figura sólida con una sola base circular y una cara redonda y lisa que disminuye a un solo punto.		

Tómate un momento para comparar una pirámide y un **cono**. Observe que una pirámide tiene una base rectangular y caras planas y triangulares; un cono tiene una base circular y un cuerpo liso y redondeado.

Por último, veamos una forma que es única: una **esfera**.

Nombre	Definición	Forma Sólida	Forma Transparente
Esfera	Una figura sólida y redonda donde cada punto de la superficie está a la misma distancia del centro.		

Hay muchos objetos esféricos a tu alrededor: las pelotas de fútbol, las pelotas de tenis y las pelotas de beisbol son tres elementos comunes. Si bien pueden no ser perfectamente esféricas, generalmente se les conoce como esferas.

Ejemplo12.3.1

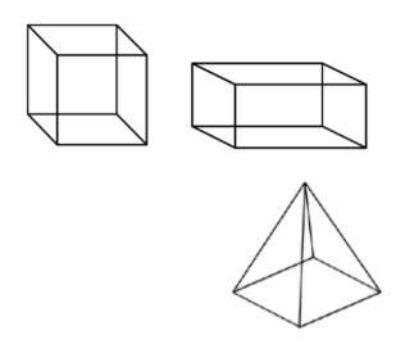
Una figura tridimensional tiene las siguientes propiedades:

- Tiene una base rectangular.
- Tiene cuatro caras triangulares.

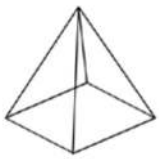
¿Qué clase de sólido es?

Solución

Una base rectangular indica que debe ser un cubo, un prisma rectangular o una pirámide.



Dado que las caras son triangulares, debe ser una pirámide.

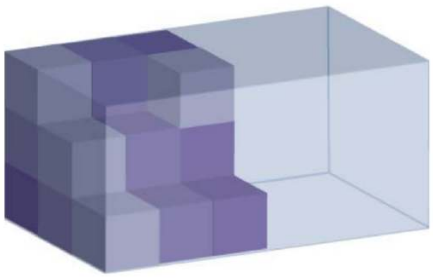


Respuesta: El sólido es una pirámide.

Volumen

Recordemos que el perímetro mide una dimensión (largo), y el área mide dos dimensiones (largo y ancho). Para medir la cantidad de espacio que ocupa una figura tridimensional, se utiliza otra medida llamada **volumen**.

Para visualizar qué mide el "volumen", mire hacia atrás a la imagen transparente del prisma rectangular mencionado anteriormente (o simplemente piense en una caja de zapatos vacía). Imagina apilar cubos idénticos dentro de esa caja para que no haya huecos entre ninguno de los cubos. Imagínese llenar toda la caja de esta manera. Si contaras el número de cubos que caben dentro de ese prisma rectangular, tendrías su volumen.

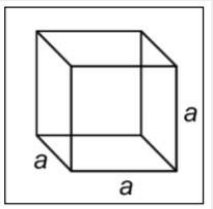
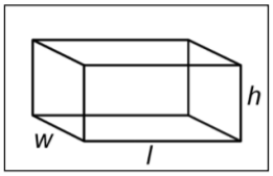


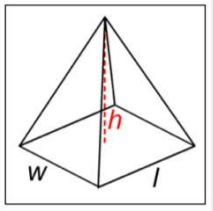
El volumen se mide en unidades cúbicas. La caja de zapatos ilustrada anteriormente puede medirse en pulgadas cúbicas (generalmente representadas comoin^3 oinches^3), mientras que la Gran Pirámide de Egipto se mediría más apropiadamente en metros cúbicos (m^{3}ometers^3).

Para encontrar el volumen de un sólido geométrico, podrías crear una versión transparente del sólido, crear un montón de cubos 1x1x1 y luego apilarlos cuidadosamente dentro. Sin embargo, ¡eso llevaría mucho tiempo! Una forma mucho más fácil de encontrar el volumen es familiarizarse con algunas fórmulas geométricas y utilizarlas en su lugar.

Repasemos una vez más los sólidos geométricos y enumeremos la fórmula de volumen para cada uno.

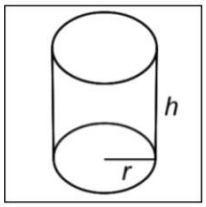
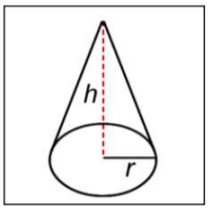
Al mirar a través de la lista a continuación, puede notar que algunas de las fórmulas de volumen se parecen a sus fórmulas de área. Para encontrar el volumen de un prisma rectangular, se encuentra el área de la base y luego se multiplica eso por la altura.

Nombre	Forma Transparente	Fórmula de volumen
Cube		$V a \cdot a \cdot a = a^3$ a= la longitud de un lado
Prisma rectangular		$V = l \cdot w \cdot h$ l= longitud w= ancho h= altura

Pyramid		$V = \frac{l \cdot w \cdot h}{3}$ l= longitud w= ancho h= altura

Recuerda que todos los cubos son prismas rectangulares, por lo que la fórmula para encontrar el volumen de un cubo es el área de la base del cubo multiplicada por la altura.

Ahora veamos sólidos que tienen una base circular.

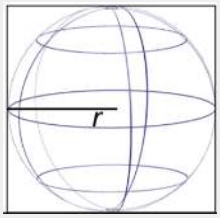
Nombre	Forma Transparente	Fórmula de volumen
Cilindro		$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ r= radio h= altura
Cono		$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ r= radio h= altura

Aquíπ vuelve a ver el número.

El volumen de un **cilindro** es el área de su base,πr^2, multiplicada por su altura,h.

Compara la fórmula para el volumen de un cono ($V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$) con la fórmula para el volumen de una pirámide ($V = \frac{l \cdot w \cdot h}{3}$). El numerador de la fórmula de cono es la fórmula de volumen para un cilindro, y el numerador de la fórmula piramidal es la fórmula de volumen para un prisma rectangular. Luego divide cada uno por 3 para encontrar el volumen del cono y la pirámide. Buscar patrones y similitudes en las fórmulas puede ayudarte a recordar qué fórmula se refiere a un sólido dado.

Por último, a continuación se proporciona la fórmula para una esfera. Observe que el radio es cúbico, no cuadrado y que la cantidad πr^3 se multiplica por$\frac{4}{3}$.

Nombre	Forma Wireframe	Fórmula de volumen
Esfera		$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ r= radio

Aplicando las Fórmulas Usted sabe identificar los sólidos, y también conoce las fórmulas de volumen para estos sólidos. Para calcular el volumen real de una forma dada, todo lo que necesita hacer es sustituir las dimensiones del sólido en la fórmula y calcular.

En los ejemplos siguientes, observe que se utilizan unidades cúbicas (meters^3 inches^3 ,,feet^3).

Ejemplo12.3.2

Encuentra el volumen de un cubo con longitudes laterales de 6 metros.

Solución

Identificar la fórmula adecuada a utilizar. a= longitud lateral

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

Sustituir$a = 6$ en la fórmula.

$$V = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$$

Calcular el volumen.

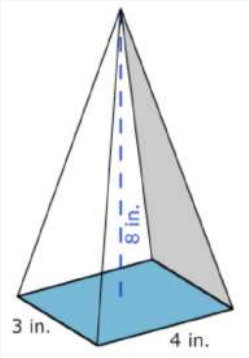
$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

Recordemos, utilizamos unidades cúbicas con volumen.

Respuesta: Volumen =$216\ \text{meters}^3$

Ejemplo12.3.3

Encuentra el volumen de la forma que se muestra a continuación.



Solución

Identificar la forma. Tiene una base rectangular y se eleva a un punto, por lo que es una pirámide.

Identificar la fórmula adecuada a utilizar. l= largo,w = ancho yh = alto

$$V = \frac{l \cdot w \cdot h}{3}$$

Usa la imagen para identificar las dimensiones. 4= largo3 = ancho8 = alto. Después sustituya$l$ = 4,w = 3, yh = 8 en la fórmula.

$$V = \frac{4 \cdot 3 \cdot 8}{3}$$

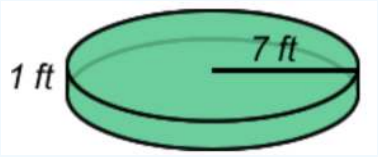
Calcular el volumen.

$$V = \frac{96}{3}$$
$$= 32$$

Respuesta: El volumen de la pirámide es$32\ \text{inches}^3$

Ejemplo12.3.4

Encuentra el volumen de la forma que se muestra a continuación. Utilizar3.14 paraπ, y redondear la respuesta a la centésima más cercana.



Solución

Identificar la forma. Tiene una base circular y tiene espesor uniforme (o altura), por lo que es un cilindro.

Identificar la fórmula adecuada a utilizar.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Usa la imagen para identificar las dimensiones. Después sustituya$r = 7$ y$h = 1$ en la fórmula.

$$V = \pi \cdot 7^2 \cdot 1$$

Calcular el volumen, utilizando3.14 como aproximación paraπ.

$$V = \pi \cdot 7^2 \cdot 1$$

$$= 49\pi$$

$$\approx 153.86$$

Respuesta: El volumen es49π o aproximadamente153.86 feet^3.

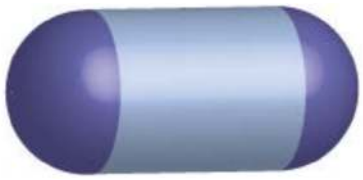
Pruébalo ahora 1

Encuentra el volumen de un prisma rectangular que mide 8 pulgadas de largo, 3 pulgadas de ancho y 10 pulgadas de alto.

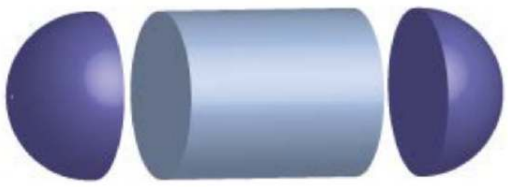
Sólidos compuestos

Los sólidos geométricos compuestos están hechos de dos o más sólidos geométricos. También puede encontrar el volumen de estos sólidos, siempre y cuando pueda averiguar los sólidos individuales que componen la forma compuesta.

Mira la imagen de una cápsula a continuación. Cada extremo es una media esfera. Se puede encontrar el volumen del sólido desarmándolo. ¿En qué sólidos puedes romper esta forma?



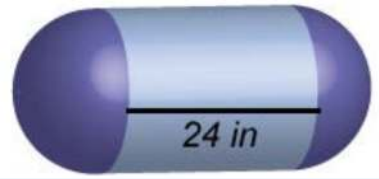
Se puede romper en un cilindro y dos medias esferas.



Dos medias esferas forman una entera, así que si conoces las fórmulas de volumen para un cilindro y una esfera, puedes encontrar el volumen de esta cápsula.

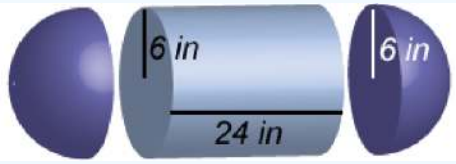
Ejemplo12.3.5

Si el radio de los extremos esféricos es de 6 pulgadas, encuentra el volumen del sólido debajo. Usar3.14 paraπ. Redondea tu respuesta final al número entero más cercano.



Solución

Identificar los sólidos compuestos. Esta cápsula se puede considerar como un cilindro con una media esfera en cada extremo.



Identificar las fórmulas adecuadas a utilizar.

$$\text{Volume of a cylinder: } \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\text{Volume of a sphere: } \frac{4}{3}\pi r^3$$

Sustituir las dimensiones en las fórmulas.

$$\text{Volume of a cylinder: } \pi \cdot 6^2 \cdot 24$$

$$\text{Volume of a sphere: } \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3$$

La altura de un cilindro se refiere a la sección entre las dos bases circulares. Esta dimensión se da como 24 pulgadas, asíh = 24. El radio de la esfera es de 6 pulgadas. Puedes usar$r$ = 6 en ambas fórmulas.

$$\text{Volume of a cylinder: } \pi \cdot 36 \cdot 24$$

$$= 864 \cdot \pi$$

$$\approx 2712.96$$

Calcular el volumen del cilindro y la esfera.

$$\text{Volume of a sphere: } \frac{4}{3}\pi \cdot 216$$

$$= 288 \cdot \pi$$

$$\approx 904.32$$

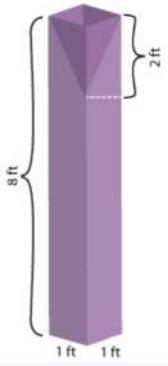
Agregar los volúmenes.

$$\text{Volume of capsule: } 2712.96 + 904.32 \approx 3617.28$$

Respuesta: El volumen de la cápsula es1152πo aproximadamente3617 inches^3.

Ejemplo12.3.6

Un escultor talla un prisma rectangular a partir de una pieza sólida de madera. Entonces, en la parte superior, ahuecó una pirámide invertida. El sólido, y sus dimensiones, se muestran a la derecha. ¿Cuál es el volumen de la pieza terminada?



Solución

Identificar los sólidos compuestos. Esta escultura puede pensarse como un prisma rectangular con una pirámide quitada.

Identificar las fórmulas adecuadas a utilizar.

$$\text{Volume of rectangular prism: } l \cdot w \cdot h$$

$$\text{Volume of pyramid: } \frac{l \cdot w \cdot h}{3}$$

Sustituir las dimensiones en las fórmulas, y calcular.

$$\text{Volume of rectangular prism: } 1 \cdot 1 \cdot 8 = 8$$

$$\text{Volume of pyramid: } \frac{1 \cdot 1 \cdot 2}{3} = \frac{2}{3}$$

Restar el volumen de la pirámide del volumen del prisma rectangular.

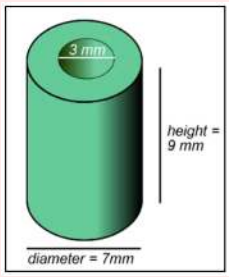
$$\text{Volume of sculpture: } V = 8 - \frac{2}{3}$$

$$= 7\frac{1}{3}$$

Respuesta: El volumen de la escultura es$7\frac{1}{3}$ feet^3.

Pruébalo ahora 2

Una máquina toma un cilindro sólido con una altura de 9 mm y un diámetro de 7 mm y perfora un agujero a través de él. El agujero que crea tiene un diámetro de 3 mm. ¿Cuál de las siguientes expresiones encontraría correctamente el volumen del sólido?



A)$(\pi \cdot 7^2 \cdot 9) - (\pi \cdot 3^2 \cdot 9)$

B)$(\pi \cdot 3.5^2 \cdot 9) - (\pi \cdot 1.5^2 \cdot 9)$

C)$(\pi \cdot 7^2 \cdot 9) + (\pi \cdot 3^2 \cdot 9)$

D)$(\pi \cdot 3.5^2 \cdot 9) + (\pi \cdot 1.5^2 \cdot 9)$

Resumen

Los sólidos tridimensionales tienen longitud, anchura y altura. Se utiliza una medida llamada volumen para determinar la cantidad de espacio que ocupan estos sólidos. Para encontrar el volumen de un sólido geométrico específico, puede usar una fórmula de volumen que sea específica de ese sólido. En ocasiones, encontrarás sólidos geométricos compuestos. Se trata de sólidos que combinan dos o más sólidos básicos. Para encontrar el volumen de estos, identificar los sólidos más simples que componen la figura compuesta, encontrar los volúmenes de esos sólidos y combinarlos según sea necesario.

Nota

1. 240 inches^3; para encontrar el volumen del prisma rectangular, utilice la fórmula$V = l \cdot w \cdot h$, y luego sustituya en los valores la longitud, anchura y altura. $8 \text{ inches} \cdot 3 \text{ inches} \cdot 10 \text{ inches} = 240 \text{ inches}^3$.

2. B)$(\pi \cdot 3.5^2 \cdot 9) - (\pi \cdot 1.5^2 \cdot 9)$; encuentras el volumen de todo el cilindro multiplicando$\pi \cdot 3.5^2 \cdot 9$, luego restas el cilindro vacío en el medio, que se encuentra multiplicando$\pi \cdot 1.5^2 \cdot 9$.

Glosario

triángulo agudo	Un ángulo que mide menos de 90º.
ángulo	Una figura formada por la unión de dos rayos con un punto final común.
zona	La cantidad de espacio dentro de una forma bidimensional, medida en unidades cuadradas.
circunferencia	La distancia alrededor de un círculo, calculada por la fórmula$C = \pi d$.
ángulos complementarios	Dos ángulos cuyas medidas suman 90º.
cono	Una figura sólida con una sola base circular y una cara redonda y lisa que disminuye a un solo punto.
congruente	Tener el mismo tamaño y forma.
ángulos correspondientes	Ángulos de figuras separadas que se encuentran en la misma posición dentro de cada figura.
lados correspondientes	Lados de figuras separadas que son ángulos correspondientes opuestos.
cubo	Un poliedro de seis lados que tiene cuadrados congruentes como caras.
cilindro	Una figura sólida con un par de bases circulares paralelas y una cara redonda y lisa entre ellas.
diámetro	La longitud a través de un círculo, pasando por el centro del círculo. Un diámetro es igual a la longitud de dos radios.
triángulo equilátero	Un triángulo con 3 lados iguales. Los triángulos equiláteros también tienen tres ángulos que miden lo mismo.
cara	La superficie plana de una figura sólida.
hipotenusa	El lado opuesto al ángulo recto en cualquier triángulo rectángulo. La hipotenusa es el lado más largo de cualquier triángulo rectángulo.
trapecio isósceles	Un trapecio con un par de lados paralelos y otro par de lados opuestos que son congruentes.
triángulo isósceles	Un triángulo con 2 lados iguales y 2 ángulos iguales.
pierna, piernas	En un triángulo rectángulo, uno de los dos lados creando un ángulo recto.
línea	Una línea es una figura unidimensional, que se extiende sin fin en dos direcciones.
segmento de línea	Una sección finita de una línea entre dos puntos cualesquiera que se encuentran en la línea.
ángulo obtuso, ángulos obtusos	Un ángulo que mide más de 90º e inferior a 180º.

triángulo obtuso	Un triángulo con un ángulo que mide entre 90º y 180º.
líneas paralelas	Dos o más líneas que se encuentran en un mismo plano pero que nunca se cruzan.
paralelogramo, paralelogramos	Un cuadrilátero con dos pares de lados paralelos.
perimetral	La distancia alrededor de una forma bidimensional.
líneas perpendiculares	Dos líneas que se encuentran en un mismo plano y se cruzan en un ángulo de 90º.
pi	La relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro. Pi se denota con la letra griegaπ. A menudo se aproxima como3.14o$\frac{22}{7}$.
avión	En geometría, una superficie bidimensional que continúa infinitamente. Cualquier tres puntos individuales que no se encuentren en la misma línea se ubicarán exactamente en un plano.
punto	Un objeto de dimensión cero que define una ubicación específica en un plano. Está representado por un pequeño punto.
polígono, polígonos	Una figura plana cerrada con tres o más lados rectos.
poliedros, poliedros	Un sólido cuyas caras son polígonos.
pirámide, pirámides	Un poliedro con una base poligonal y una colección de caras triangulares que se encuentran en un punto.
Teorema de Pitágoras	La fórmula que relaciona las longitudes de los lados de cualquier triángulo rectángulo:$a^2 + b^2 + c^2$, donde$c$ está la hipotenusa,a yb son las patas del triángulo rectángulo.
cuadriláteros, cuadriláteros	Un polígono de cuatro lados.
radio	La distancia desde el centro de un círculo hasta cualquier punto del círculo.
ray	Una media línea que comienza en un punto y continúa para siempre en una dirección.
rectángulo	Un cuadrilátero con dos pares de lados paralelos y cuatro ángulos rectos.
prisma rectangular	Un poliedro que tiene tres pares de caras congruentes, rectangulares y paralelas.
rombo	Un cuadrilátero con cuatro lados congruentes.
ángulo recto	Un ángulo que mide exactamente 90º.
triángulo recto, triángulos rectos	Un triángulo que contiene un ángulo recto.
triángulo escaleno	Un triángulo en el que los tres lados tienen una longitud diferente.
similares	Tener la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño.
esfera	Una figura sólida y redonda donde cada punto de la superficie está a la misma distancia del centro.
cuadrado	Un cuadrilátero cuyos lados son todos congruentes y que tiene cuatro ángulos rectos.
ángulo recto	Un ángulo que mide exactamente 180º.
ángulos suplementarios	Dos ángulos cuyas medidas suman 180º.
trapecio	Un cuadrilátero con un par de lados paralelos.
triángulo	Un polígono con tres lados.
vértice	Un punto de inflexión en una gráfica. También el punto final de los dos rayos que forman un ángulo.
volumen	Una medida de cuánto se necesita para llenar una figura tridimensional. El volumen se mide en unidades cúbicas.

This page titled 12.3: Volumen de Sólidos Geométricos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **6.3: Volume of Geometric Solids** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

12.4: Ejercicios

1. Clasifica el ángulo de abajo como agudo, obtuso o derecho.



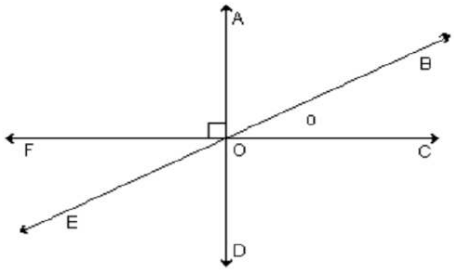
2. Clasifica el ángulo de abajo como agudo, obtuso o derecho.



3. Clasificar el ángulo mostrado como Agudo, Obtuso o Derecho



4. Usa la imagen de abajo para responder las siguientes preguntas. *Tenga en cuenta que COD es un ángulo recto.*



a) ¿Qué ángulo es complementario a BOC?

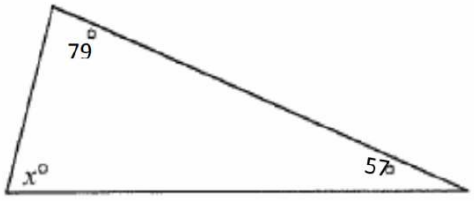
b) ¿Qué ángulo es complementario a BOC?

c) ¿Cuál es la medida de EOf?

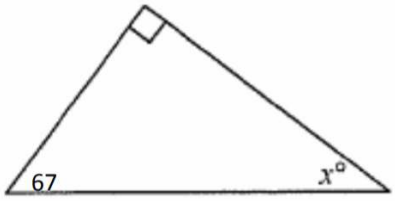
d) ¿Cuál es la medida de AOE?

e) ¿Cuál es la medida de BOF?

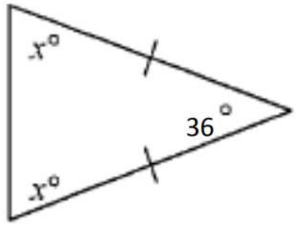
5. Encuentra la medida de ángulo desconocida.



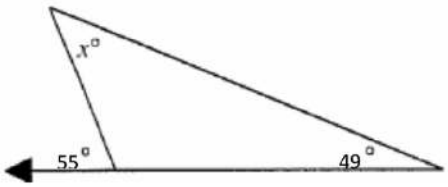
6. Encuentra la medida de ángulo desconocida.



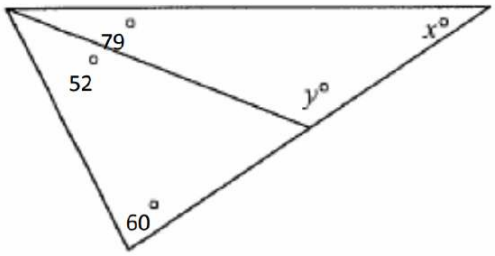
7. Encuentra la medida de ángulo desconocida.



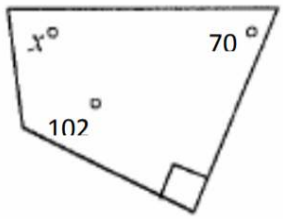
8. Encuentra la medida de ángulo desconocida.



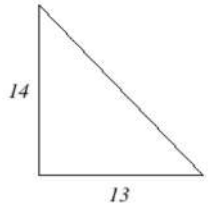
9. Encuentra las medidas de ángulo desconocidas.



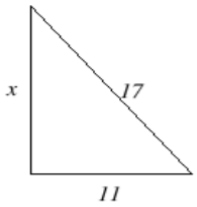
10. Encuentra la medida de ángulo desconocida.



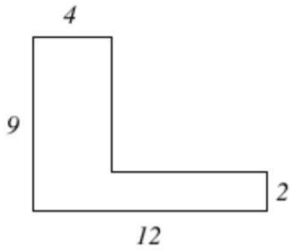
11. Encuentra la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo dado que se muestra a continuación. *Redondear a dos decimales.*



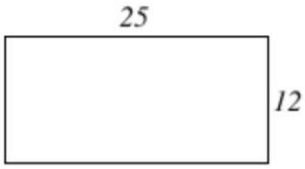
12. Encuentra la longitud de la pierna$x$. *Ingresa el valor exacto, no una aproximación decimal.*



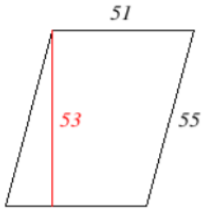
13. Encuentra el perímetro de la figura que se muestra a continuación.



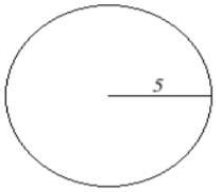
14. Encuentra el perímetro del rectángulo que se muestra a continuación.



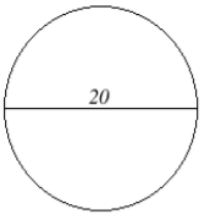
15. Encuentra el perímetro del paralelogramo que se muestra a continuación.



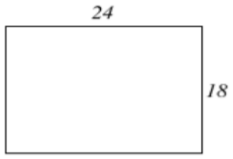
16. Encuentra la circunferencia del círculo que se muestra a continuación. *Redondee su respuesta a la centésima más cercana.*



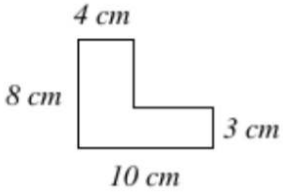
17. Encuentra la circunferencia del círculo que se muestra a continuación. Redondee su respuesta a la centésima más cercana.



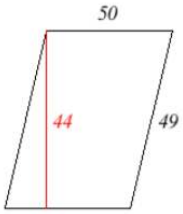
18. Encuentra el área del rectángulo que se muestra a continuación.



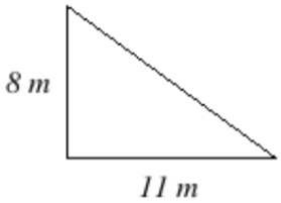
19. Encuentra el área de la figura que se muestra a continuación e indica las unidades correctas.



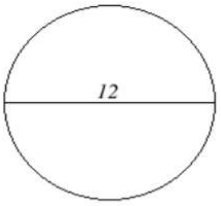
20. Encuentra el área del paralelogramo que se muestra a continuación.



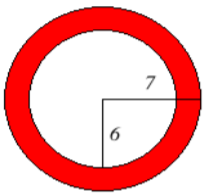
21. El área de un triángulo se puede encontrar usando la fórmula:$\text{Area } = \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{height}$. Encuentra el área del triángulo que se muestra a continuación, donde las medidas se dan en metros (m).



22. Encuentra el área del círculo que se muestra a continuación. *Redondee su respuesta a la centésima más cercana.*



23. Encuentra el área del área sombreada. *Redondee su respuesta a la décima más cercana.*



24. Haga coincidir la fórmula para cada volumen con la figura a la que se aplique.

Figura Volumen

_____ Cilindro Circular Derecho A.$V = \pi r^2 h$

_____ Rectangular Sólido B.$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

_____ Esfera C.$V = l$

25. El volumen de un cilindro con altura$h$ y radio se$r$ puede encontrar usando la fórmula$V = \pi r^2 h$.

    Esboce un cilindro con7 pies de radio y4 pies de altura, luego busque el volumen y seleccione las unidades correctas. *Redondee su respuesta a la décima más cercana.*

26. El volumen de un cono con altura$h$ y radio se$r$ puede encontrar usando la fórmula$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

    Esboza un cono con9 pies de radio y3 pies de altura, luego encuentra el volumen y selecciona las unidades correctas. *Redondee su respuesta a la décima más cercana.*

27. Una pelota deportiva tiene un diámetro de26 cm. Encuentra el volumen de la bola y selecciona las unidades correctas. *Redondee su respuesta a 2 decimales.*

12.4: Ejercicios is shared under a CC BY-NC-SA license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

- **6.4: Exercises** is licensed CC BY-NC-SA 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

13: Estadísticas, Recopilación de Datos

Como la mayoría de la gente, probablemente sientas que es importante “tomar el control de tu vida”, pero ¿qué significa esto? En parte, significa poder evaluar adecuadamente los datos y afirmaciones que te bombardean todos los días. Si no podemos distinguir el buen razonamiento del razonamiento defectuoso, entonces somos vulnerables a la manipulación y a decisiones que no son lo mejor para nosotros. La estadística proporciona herramientas que necesitamos para reaccionar inteligentemente a la información que escuchamos o leemos. En este sentido, la estadística es una de las cosas más importantes que podemos estudiar.

Para ser más específicos, aquí hay algunas afirmaciones que hemos escuchado en varias ocasiones. (¡No estamos diciendo que cada una de estas afirmaciones sea verdad!)

- 4 de 5 dentistas recomiendan a Dentyne.
- Casi 85% de los cánceres de pulmón en hombres y 45% en mujeres están relacionados con el tabaco.
- Los condones son efectivos 94% de las veces.
- Los nativos americanos son significativamente más propensos a ser golpeados cruzando las calles que las personas de otras etnias.
- Las personas tienden a ser más persuasivas cuando miran a los demás directamente a los ojos y hablan fuerte y rápidamente.
- Las mujeres ganan 75 centavos por cada dólar que gana un hombre cuando trabajan en el mismo trabajo.
- Un nuevo estudio sorprendente muestra que comer claras de huevo puede aumentar la vida útil de uno.
- La gente predice que es muy poco probable que alguna vez haya otro beisbolista con un promedio de bateo superior a 400.
- Hay un 80% de posibilidades de que en una habitación llena de 30 personas que al menos dos personas compartan el mismo cumpleaños.
- El 79.48% de todas las estadísticas se conforman en el acto.

Todas estas afirmaciones son de carácter estadístico. Sospechamos que algunos de ellos suenan familiares; si no, apostamos a que has escuchado otras afirmaciones como ellas. Observe lo diversos que son los ejemplos; provienen de la psicología, la salud, el derecho, el deporte, los negocios, etc. De hecho, los datos y la interpretación de datos aparecen en el discurso de prácticamente todas las facetas de la vida contemporánea.

Las estadísticas a menudo se presentan en un esfuerzo por agregar credibilidad a un argumento o consejo. Esto lo podemos ver prestando atención a los anuncios de televisión. Muchos de los números arrojados de esta manera no representan un análisis estadístico cuidadoso. Pueden ser engañosos y empujar a los consumidores a tomar decisiones que podrían encontrar motivos para arrepentirse. Por estas razones, aprender sobre la estadística es un largo paso para tomar “el control de tu vida”. (No es, por supuesto, el único paso necesario para este propósito.) Estos dos capítulos siguientes te ayudarán a aprender lo esencial estadístico. Te va a convertir en un consumidor inteligente de reclamos estadísticos.

Puedes dar el primer paso de inmediato. Para ser un consumidor inteligente de estadísticas, tu primer reflejo debe ser cuestionar las estadísticas que encuentres. El primer ministro británico, Benjamin Disraeli, dijo: “Hay tres tipos de mentiras: mentiras, malditas mentiras y estadísticas”. Esta cita nos recuerda por qué es tan importante entender las estadísticas. Entonces, permítanos invitarle a reformar sus hábitos estadísticos a partir de ahora. Ya no aceptarás ciegamente números o hallazgos. En cambio, empezarás a pensar en los números, sus fuentes, y lo más importante, los procedimientos utilizados para generarlos.

Hemos puesto el énfasis en defendernos contra reclamos fraudulentos envueltos como estadísticas. Tan importante como detectar el uso engañoso de la estadística es la apreciación del uso adecuado de la estadística. También se debe aprender a reconocer evidencia estadística que sustente una conclusión declarada. Cuando un equipo de investigación está probando un nuevo tratamiento para una enfermedad, las estadísticas les permiten concluir con base en un ensayo relativamente pequeño que hay buena evidencia de que su medicamento es efectivo. Las estadísticas permitieron a los fiscales en los años 50 y 60 demostrar que existían prejuicios raciales en los paneles del jurado. Las estadísticas están a tu alrededor, a veces se usan bien, a veces no. Debemos aprender a distinguir los dos casos.

13.1: Poblaciones y muestras
13.2: Categorizar datos
13.3: Métodos de muestreo

13.4: Cómo arruinar las cosas
13.5: Experimentos
13.6: Ejercicios

Miniatura: Una representación visual del proceso de muestreo. (CC BY-SA 4.0; Dan Kernler/Modificado por LibreTexts vía Wikipedia)

This page titled 13: Estadísticas, Recopilación de Datos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

13.1: Poblaciones y muestras

Antes de comenzar a recopilar y analizar datos necesitamos caracterizar a la **población** que estamos estudiando. Si queremos estudiar la cantidad de dinero que un estudiante universitario típico de primer año gasta en libros de texto, nuestra población podría ser todos estudiantes de primer año en tu universidad. O podría ser:

- Todos los estudiantes de primer año de colegios comunitarios en el estado de Washington.
- Todos los estudiantes de primer año en colegios y universidades públicas en el estado de Washington.
- Todos los estudiantes de primer año en todos los colegios y universidades del estado de Washington.
- Todos los estudiantes de primer año en todos los colegios y universidades de todo Estados Unidos.
- Y así sucesivamente.

Definición: Población

La **población** de un estudio es el grupo que se pretende describir los datos recopilados.

En ocasiones a la población pretendida se le llama la **población objetivo** ya que si diseñamos mal nuestro estudio, los datos recopilados podrían no ser representativos de la población pretendida.

¿Por qué es importante especificar la población? Podríamos obtener diferentes respuestas a nuestra pregunta ya que variamos la población que estamos estudiando. Los estudiantes de primer año de la Universidad de Washington podrían tomar cursos un poco más diversos que los de tu universidad, y algunos de estos cursos pueden requerir libros de texto menos populares que cuestan más; o, por otro lado, la Librería de la Universidad podría tener un grupo más grande de libros de texto usados, reduciendo el costo de estos libros a los alumnos. Cualquiera que sea el caso (y es probable que esté en juego alguna combinación de estos y otros factores), los datos que recabemos de su universidad probablemente no serán los mismos que los de la Universidad de Washington. Particularmente al transmitir nuestros resultados a otros, queremos ser claros sobre la población que estamos describiendo con nuestros datos.

Ejemplo13.1.1

El sitio web de un periódico contiene una encuesta que pide a la gente su opinión sobre un artículo de noticias reciente. ¿Cuál es la población?

Solución

Si bien la población objetivo (prevista) puede haber sido todas las personas, la población real de la encuesta son los lectores del sitio web.

Si pudiéramos recopilar datos sobre cada miembro de nuestra población, digamos el promedio (definiremos “promedio” con más cuidado en una sección posterior) cantidad de dinero gastado en libros de texto por cada estudiante de primer año en tu universidad durante el año académico 2009-2010, el número resultante se llamaría parámetro.

Definición: Parámetro

Un **parámetro** es un valor (promedio, porcentaje, etc.) calculado utilizando todos los datos de una población.

Rara vez vemos parámetros, sin embargo, ya que encuestar a una población entera suele ser muy lento y costoso, a menos que la población sea muy pequeña o ya tengamos los datos recopilados.

Definición: Censo

Una encuesta de toda una población se llama **censo**.

Probablemente estés familiarizado con dos censos comunes: el Censo oficial del gobierno que intenta contar la población de Estados Unidos cada diez años, y el voto, que pide la opinión de todos los votantes elegibles en un distrito. El primero de ellos

demuestra un problema adicional con un censo: la dificultad para encontrar y obtener la participación de todos en una población numerosa, que puede sesgar, o sesgar, los resultados.

En ocasiones hay momentos en los que un censo es apropiado, generalmente cuando la población es bastante pequeña. Por ejemplo, si la gerente de Starbucks quería saber el promedio de horas que trabajaron sus empleados la semana pasada, debería poder sacar registros de nómina o preguntar a cada empleado directamente.

Dado que encuestar a una población entera a menudo no es práctico, generalmente seleccionamos una muestra para estudiar;

Definición: Muestra

Una **muestra** es un subconjunto más pequeño de toda la población, idealmente uno que sea bastante representativo de toda la población.

Se discuten los métodos de muestreo con mayor detalle en una sección posterior. Por ahora, supongamos que las muestras se eligen de manera apropiada. Si encuestamos una muestra, digamos 100 estudiantes de primer año en tu universidad, y encontramos la cantidad promedio de dinero que estos estudiantes gastan en libros de texto, el número resultante se llama estadística.

Definición: Estadística

Un **estadístico** es un valor (promedio, porcentaje, etc.) calculado utilizando los datos de una muestra.

Ejemplo13.1.2

Un investigador quería saber cómo se sentían los ciudadanos de Tacoma sobre una iniciativa electoral. Para estudiar esto, acude al Tacoma Mall y selecciona al azar a 500 compradores y les pide su opinión. El 60% indica que apoyan la iniciativa. ¿Cuál es la muestra y la población? ¿El valor del 60% es un parámetro o una estadística?

Solución

La muestra son los 500 compradores cuestionados. La población es menos clara. Si bien la población pretendida de esta encuesta eran ciudadanos de Tacoma, la población efectiva fueron los compradores de centros comerciales. No hay razón para suponer que los 500 compradores cuestionados serían representativos de todos los ciudadanos de Tacoma.

El valor del 60% se basó en la muestra, por lo que es un estadístico.

Pruébalo ahora 1

Para determinar la longitud promedio de la trucha en un lago, los investigadores capturan 20 peces y los miden. ¿Cuál es la muestra y población en este estudio?

Pruébalo ahora 2

Un colegio informa que la edad promedio de sus alumnos es de 28 años. ¿Es esto una estadística o un parámetro?

This page titled 13.1: Poblaciones y muestras is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **8.1: Populations and Samples** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

13.2: Categorizar datos

Una vez que hayamos recopilado los datos, es posible que deseemos clasificarlos. En términos generales, los datos pueden clasificarse como datos categóricos o datos cuantitativos.

Definición: Datos cuantitativos y categóricos

Los **datos categóricos (cualitativos)** son piezas de información que nos permiten clasificar los objetos investigados en diversas categorías.

Los **datos cuantitativos** son respuestas de naturaleza numérica y con las que podemos realizar cálculos aritméticos significativos.

Ejemplo13.2.1

Podríamos realizar una encuesta para determinar el nombre de la película favorita que cada persona en una clase de matemáticas vio en una sala de cine.

Cuando realizamos una encuesta de este tipo, las respuestas se verían así: *Buscando a Nemo*, *The Hulk* o *Terminator 3: El ascenso de las máquinas*. Podríamos contar el número de personas que dan cada respuesta, pero las respuestas en sí mismas no tienen ningún valor numérico: no podemos realizar cálculos con una respuesta como *"Buscando a Nemo"*. Esto serían datos categóricos.

Ejemplo13.2.2

Una encuesta podría preguntar el número de películas que has visto en una sala de cine en los últimos 12 meses (0, 1, 2, 3, 4,...).

Estos serían datos cuantitativos.

Otros ejemplos de datos cuantitativos serían el tiempo de ejecución de la película que viste más recientemente (104 minutos, 137 minutos, 104 minutos,...) o la cantidad de dinero que pagaste por un boleto de cine la última vez que fuiste a una sala de cine ($5.50, $7.75, $9,...).

En ocasiones, determinar si los datos son categóricos o cuantitativos o no puede ser un poco más complicado.

Ejemplo13.2.3

Supongamos que reunimos los códigos postales de los encuestados en una encuesta para rastrear su ubicación geográfica.

Los códigos postales son números, pero no podemos hacer ningún cálculo matemático significativo con ellos (no tiene sentido decir que 98036 es "dos veces" 49018 —es como decir que Lynnwood, WA es "dos veces" Battle Creek, MI, lo cual no tiene ningún sentido), así que los códigos postales son datos realmente categóricos.

Ejemplo13.2.4

Una encuesta sobre la película a la que asistió más recientemente incluye la pregunta "¿Cómo calificarías la película que acabas de ver?" con estas posibles respuestas:

1 - fue horrible

2 - simplemente estuvo bien

3 - Me gustó

4 - estuvo genial

5 - ¡La mejor película de la historia!

Nuevamente, hay números asociados a las respuestas, pero realmente no podemos hacer ningún cálculo con ellas: una película que califica a un 4 no es necesariamente el doble de buena que una película que califica a un 2, lo que sea que eso signifique; si dos personas ven la película y una de ellas piensa que apesta y la otra piensa que es la mejor de todas no necesariamente tiene sentido decir que “en promedio les gustó”.

Al estudiar los hábitos y preferencias cinematográficas, no debemos olvidar especificar la población que se está considerando. Si encuestamos a niños de 3 a 7 años, el favorito desbocado podría ser *Encontrar a Nemo*, y los de 13 a 17 años podrían preferir *Terminator 3*, y los de 33-37 años podrían preferir... bueno, *Buscando a Nemo*.

Pruébalo ahora 3

Clasificar cada medición como categórica o cuantitativa

a. Color de ojos de un grupo de personas

b. Temperatura alta diaria de una ciudad a lo largo de varias semanas

c. Ingresos anuales

This page titled 13.2: Categorizar datos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **8.2: Categorizing Data** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

13.3: Métodos de muestreo

Como mencionamos en una sección anterior, lo primero que debemos hacer antes de realizar una encuesta es identificar la población que queremos estudiar. Supongamos que somos contratados por un político para determinar la cantidad de apoyo que tiene entre el electorado en caso de que decida postularse para otro mandato. ¿Qué población debemos estudiar? ¿Cada persona en el distrito? No todas las personas son elegibles para votar, e independientemente de lo fuerte que le guste o no le guste a alguien el candidato, no tienen mucho que ver con que sea reelecto si no es capaz de votar.

¿Qué pasa con los electores elegibles en el distrito? Eso podría ser mejor, pero si alguien es elegible para votar pero no se registra antes de la fecha límite, tampoco tendrá voz en la elección. ¿Qué pasa con los votantes registrados? Muchas personas están registradas pero optan por no votar. ¿Qué pasa con los "probables votantes"?

Este es el criterio utilizado en gran parte de las encuestas políticas, pero a veces es difícil definir a un "votante probable". ¿Es alguien que votó en la última elección? ¿En la última elección general? ¿En la última elección presidencial? ¿Deberíamos considerar a alguien que acaba de cumplir 18 años como un "votante probable"? No eran elegibles para votar en el pasado, entonces, ¿cómo juzgamos la probabilidad de que voten en la próxima elección?

En noviembre de 1998, el ex luchador profesional Jesse "The Body" Ventura fue electo gobernador de Minnesota. Hasta justo antes de las elecciones, la mayoría de las encuestas mostraron que tenía pocas posibilidades de ganar. Hubo varios factores que contribuyeron a las encuestas que no reflejaban la intención real del electorado:

- Ventura se ejecutaba con un boleto de terceros y la mayoría de los métodos de votación son más adecuados para una carrera de dos candidatos.
- Muchos encuestados a las encuestas pueden haber tenido vergüenza de decirles a los encuestadores que planeaban votar por un luchador profesional.
- El mero hecho de que las encuestas mostraran que Ventura tenía pocas posibilidades de ganar podría haber llevado a algunas personas a votar por él en protesta para enviar un mensaje a los candidatos del partido mayor.

Pero uno de los principales factores contribuyentes fue que Ventura reclutó una cantidad sustancial de apoyo de jóvenes, particularmente estudiantes universitarios, que nunca antes habían votado y que se registraron específicamente para votar en la elección para gobernador. Las encuestas no consideraron a estos jóvenes como votantes probables (ya que en la mayoría de los casos los jóvenes tienen una menor tasa de registro de votantes y una tasa de participación para las elecciones) y por lo que las muestras de sondeo fueron sujetas a **sesgo de muestreo**: omitieron una porción del electorado que se ponderó a favor de la candidato ganador.

Definición: sesgo de muestreo

Un método de muestreo es sesgado si cada miembro de la población no tiene la misma probabilidad de estar en la muestra.

Entonces, incluso identificar a la población puede ser un trabajo difícil, pero una vez que hemos identificado a la población, ¿cómo elegimos una muestra adecuada? Recuerde, aunque preferiríamos encuestar a todos los miembros de la población, esto suele ser poco práctico a menos que la población sea muy pequeña, por lo que elegimos una muestra. Hay muchas formas de muestrear una población, pero hay un objetivo que debemos tener en cuenta: nos gustaría que la muestra fuera **representativa de la población**.

Volviendo a nuestro hipotético trabajo como encuestador político, no esperaríamos resultados muy precisos si sacáramos todas nuestras muestras de entre los clientes en un Starbucks, ni esperaríamos que una muestra extraída completamente de la lista de miembros del club local Elks proporcionaría una imagen útil de apoyo de todo el distrito para nuestro candidato.

Una forma de asegurar que la muestra tenga una probabilidad razonable de reflejar la población es emplear **aleatoriedad**. El método aleatorio más básico es el muestreo aleatorio simple

Definición: Muestra aleatoria simple

Una **muestra aleatoria** es donde cada miembro de la población tiene la misma probabilidad de ser elegido.

Una **muestra aleatoria simple** es donde cada miembro de la población y cualquier grupo de miembros tiene la misma probabilidad de ser elegido.

Ejemplo13.3.1

Si de alguna manera pudiéramos identificar a todos los votantes probables en el estado, poner cada uno de sus nombres en una hoja de papel, arrojar los resbalones en un sombrero (muy grande) y sacar mil resbalones del sombrero, tendríamos una simple muestra aleatoria.

En la práctica, las computadoras son más adecuadas para este tipo de esfuerzos que millones de hojas de papel y sombreros extremadamente grandes.

Siempre es posible, sin embargo, que incluso una muestra aleatoria pueda terminar por no ser totalmente representativa de la población. Si tomamos repetidamente muestras de 1,000 personas de entre la población de probables votantes en el estado de Washington, algunas de estas muestras podrían tender a tener un porcentaje ligeramente mayor de demócratas (o republicanos) que la población general; algunas muestras podrían incluir más personas mayores y algunas muestras podría incluir a personas más jóvenes; etc. En la mayoría de los casos, esta **variabilidad muestral** no es significativa.

Definición: Variabilidad de muestreo

La variación natural de las muestras se denomina **variabilidad de muestreo**.

Esto es inevitable y esperado en el muestreo aleatorio, y en la mayoría de los casos no es un problema.

Para ayudar a explicar la variabilidad, los encuestadores podrían usar una **muestra estratificada**.

Definición: Muestreado estratificado

En el **muestreo estratificado**, una población se divide en varios subgrupos (o estratos). Luego se toman muestras aleatorias de cada subgrupo con tamaños de muestra proporcionales al tamaño del subgrupo en la población.

Ejemplo13.3.2

Supongamos en un estado particular que datos anteriores indicaban que el electorado estaba compuesto por 39% demócratas, 37% republicanos y 24% independientes. En una muestra de mil personas, entonces esperarían obtener alrededor de 390 demócratas, 370 republicanos y 240 independientes. Para lograrlo, podrían seleccionar al azar 390 personas de entre aquellos votantes conocidos por ser demócratas, 370 de los que se sabe son republicanos y 240 de aquellos sin afiliación partidista.

También se puede utilizar el muestreo estratificado para seleccionar una muestra con personas en grupos de edad deseados, una proporción de mezcla especificada de machos y hembras, etc. Una variación de esta técnica se denomina **muestreo de cuotas**.

Definición: Muestreo de cuotas

El **muestreo de cuotas** es una variación del muestreo estratificado, donde se recolectan muestras en cada subgrupo hasta que se cumpla la cuota deseada.

Ejemplo13.3.3

Supongamos que los encuestadores llaman a la gente al azar, pero una vez que han cumplido su cuota de 390 demócratas, sólo reúnen a personas que no se identifican como demócratas.

Es posible que hayas tenido la experiencia de ser llamado por un encuestador telefónico que comenzó preguntándote tu edad, ingresos, etc. y luego te agradeció tu tiempo y colgó antes de hacerte cualquier pregunta “real”. Lo más probable es que ya se hayan contactado con suficientes personas de tu grupo demográfico y buscaban personas mayores o menores, más ricas o pobres, etc. El muestreo de cuotas suele ser un poco más fácil que el muestreo estratificado pero tampoco asegura el mismo nivel de aleatoriedad.

Otro método de muestreo es el **muestreo por conglomerados**, en el que la población se divide en grupos, y uno o más grupos se seleccionan aleatoriamente para estar en la muestra.

Definición: Muestreo por conglomer

En el **muestreo por conglomerados**, la población se divide en subgrupos (clusters), y se selecciona un conjunto de subgrupos para estar en la muestra

Ejemplo13.3.4

Por ejemplo, si el colegio quisiera encuestar a los alumnos, ya que los alumnos ya están divididos en clases, podrían seleccionar al azar 10 clases y dar la encuesta a todos los alumnos justo en esas clases. Las clases son los clústeres, y podemos seleccionar aleatoriamente clústeres (clases en este caso) para encuestar

Otros métodos de muestreo incluyen el **muestreo sistemático**.

Definición: Muestreo sistemático

En el **muestreo sistemático**, cadan^{th} miembro de la población es seleccionado para estar en la muestra.

Ejemplo13.3.5

Para seleccionar una muestra mediante muestreo sistemático, un encuestador llama a cada 100 nombres en la libreta telefónica.

El muestreo sistemático no es tan aleatorio como una simple muestra aleatoria (si tu nombre es Albert Aardvark y tu hermana Alexis Aardvark está justo después de ti en la guía telefónica, no hay forma de que ambos puedan terminar en la muestra), pero puede producir muestras aceptables.

Quizás los peores tipos de métodos de muestreo son **muestras de conveniencia y muestras** de **respuesta voluntaria**.

Definición: Muestreo Conveniente y Muestreo de Respuesta

El **muestreo de conveniencia** es muestras elegidas seleccionando a quien sea conveniente.

El **muestreo de respuesta voluntaria** permite que la muestra sea voluntaria.

Ejemplo13.3.6

Un encuestador se para en una esquina de calle y entrevista a las primeras 100 personas que acceden a hablar con él. Esta es una muestra de conveniencia.

Ejemplo13.3.7

Un sitio web tiene una encuesta en la que se pide a los lectores que den su opinión sobre una propuesta fiscal. Se trata de una muestra autoseleccionada, o muestra de respuesta voluntaria, en la que los encuestados se ofrecen como voluntarios para participar.

Por lo general, las muestras de respuesta voluntaria están sesgadas hacia las personas que tienen una opinión particularmente fuerte sobre el tema de la encuesta o que simplemente tienen demasiado tiempo libre y disfrutan tomando encuestas.

Pruébalo ahora 4

En cada caso, indicar qué método de muestreo se utilizó.

a. Cada 4ª persona de la clase fue seleccionada

b. Se seleccionó una muestra que contenía 25 hombres y 35 mujeres

c. Se pide a los espectadores de un nuevo programa que voten en el sitio web del programa

d. Un sitio web selecciona aleatoriamente a 50 de sus clientes para enviar una encuesta de satisfacción a

e. Para encuestar a los votantes de un pueblo, una empresa de encuestas selecciona al azar 10 manzanas de la ciudad y entrevista a todos los que viven en esas cuadras.

This page titled 13.3: Métodos de muestreo is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **8.3: Sampling Methods** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

13.4: Cómo arruinar las cosas

Hay varias formas en que un estudio puede arruinarse incluso antes de comenzar a recopilar datos. El primero que ya hemos explorado — **sesgo de muestreo o selección**, que es cuando la muestra no es representativa de la población. Un ejemplo de ello es el **sesgo de respuesta voluntaria**, que es el sesgo introducido al recopilar únicamente datos de quienes se ofrecen como voluntarios para participar. Esta no es la única fuente potencial de sesgo.

Fuentes de sesgo

Sesgo de muestreo — cuando la muestra no es representativa de la población

Sesgo de **respuesta voluntaria: sesgo** de muestreo que a menudo ocurre cuando la muestra es voluntaria

Estudio de interés propio: sesgo que puede ocurrir cuando los investigadores tienen interés en el resultado

Sesgo de respuesta: cuando el respondedor da respuestas inexactas por cualquier motivo

Percibida falta de anonimato: cuando el respondedor teme que dar una respuesta honesta pueda afectarlos negativamente

Preguntas cargadas: cuando la redacción de la pregunta influye en las respuestas

Sesgo de falta de respuesta: cuando las personas que se niegan a participar en el estudio pueden influir en la validez del resultado

Ejemplo13.4.1

Considere un estudio reciente que encontró que la goma de mascar puede elevar las calificaciones de matemáticas en adolescentes [1]. Este estudio fue realizado por el Instituto de Ciencias Wrigley, una sucursal de la compañía de chicles Wrigley. Este es un ejemplo de un **estudio de interés propio**; uno en el que las investigaciones tienen un interés personal en el resultado del estudio. Si bien esto no asegura necesariamente que el estudio estuviera sesgado, ciertamente sugiere que debemos someter el estudio a un escrutinio adicional.

Ejemplo13.4.2

Una encuesta pregunta a la gente "¿cuándo fue la última vez que visitó a su médico?" Esto podría sufrir de **sesgo de respuesta** ya que muchas personas pueden no recordar exactamente cuándo vieron por última vez a un médico y dar respuestas inexactas.

Las fuentes de sesgo de respuesta pueden ser inocentes, como mala memoria, o tan intencionales como presionar por parte del encuestador. Consideremos, por ejemplo, cuántas peticiones de iniciativa de votación firman las personas sin siquiera leerlas

Ejemplo13.4.3

Una encuesta hace a los participantes una pregunta sobre sus interacciones con miembros de otras razas. Aquí, una **percepción de falta de anonimato** podría influir en el resultado. Es posible que el encuestado no quiera ser percibido como racista aunque lo sea, y dar una respuesta falaz.

Ejemplo13.4.4

Un empleador hace una encuesta preguntando a sus empleados si tienen un problema de abuso de drogas y necesitan ayuda de tratamiento. Aquí, responder con veracidad podría tener consecuencias; las respuestas podrían no ser precisas si los empleados no sienten que sus respuestas son anónimas o temen represarle a su empleador.

Ejemplo13.4.5

Una encuesta pregunta "¿Apoya financiar la investigación de fuentes de energía alternativas para reducir nuestra dependencia de combustibles fósiles altamente contaminantes?" Este es un ejemplo de una **pregunta cargada o principal**, preguntas cuya redacción lleva al encuestado hacia una respuesta.

Las preguntas cargadas pueden ocurrir intencionalmente por encuestadores con una agenda, o accidentalmente a través de una redacción deficiente de preguntas. También, una preocupación es el **orden de preguntas**, donde el orden de las preguntas cambia los resultados. Un investigador de psicología proporciona un ejemplo [2]:

> "Mi hallazgo favorito es este: hicimos un estudio donde preguntamos a los estudiantes: '¿Qué tan satisfecho estás con tu vida? ¿Con qué frecuencia tienes una cita? ' Las dos respuestas no estaban estadísticamente relacionadas; concluiría que no existe relación entre la frecuencia de datación y la satisfacción con la vida. Pero cuando invertimos el orden y preguntamos: '¿Con qué frecuencia tienes una cita? ¿Qué tan satisfecho estás con tu vida? ' la relación estadística fue fuerte. Ahora concluirías que no hay nada tan importante en la vida de un estudiante como la frecuencia de citas".

Ejemplo13.4.6

Una encuesta telefónica hace la pregunta "¿A menudo tienes tiempo para relajarte y leer un libro?" , y el 50% de las personas llamadas se negaron a responder a la encuesta. Es poco probable que los resultados sean representativos de toda la población. Este es un ejemplo de **sesgo de falta de respuesta**, introducido por personas que se niegan a participar en un estudio o abandonan un experimento. Cuando la gente se niega a participar, ya no podemos estar tan seguros de que nuestra muestra sea representativa de la población.

Pruébalo ahora 5

En cada situación, identificar una fuente potencial de sesgo.

a. Una encuesta pregunta cuántas parejas sexuales ha tenido una persona en el último año

b. Una emisora de radio pide a los lectores que llamen por teléfono a su elección en una encuesta diaria.

c. Un profesor suplente quiere saber cómo le fue a los alumnos de la clase en su última prueba. El maestro pide a los 10 alumnos sentados en primera fila que indiquen su último puntaje de prueba.

d. A los estudiantes de secundaria se les pregunta si han consumido alcohol en las últimas dos semanas.

e. El Consejo de la Carne da a conocer un estudio en el que se afirma que consumir carne roja presenta poco riesgo cardiovascular.

f. una encuesta pregunta "¿Apoya un nuevo impuesto al transporte o preferirías que nuestro sistema de transporte público se desmorone?"

Notas:

1. Reuters. http://news.yahoo.com/s/nm/20090423/od_uk_nm/oukoe_uk_gum_learning. Recuperado 27/09

2. Swartz, Norbert. http://www.umich.edu/~newsinfo/MT/01/Fal01/mt6f01.html. Recuperado 31/03/2009

This page titled 13.4: Cómo arruinar las cosas is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **8.4: How To Mess Things Up** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

13.5: Experimentos

Hasta el momento, hemos discutido principalmente estudios **observacionales —estudios** en los que se extraerían conclusiones a partir de observaciones de una muestra o de la población. En algunos casos, estas observaciones podrían no ser solicitadas, como estudiar el porcentaje de autos que giran a la derecha en un semáforo en rojo incluso cuando hay un letrero de “no encender rojo”. En otros casos, se solicitan las observaciones, como en una encuesta o en una encuesta.

En contraste, es común utilizar **experimentos** cuando se explora cómo reaccionan los sujetos ante una influencia externa. En un experimento, se aplica algún tipo de **tratamiento** a los sujetos y se miden y registran los resultados.

Definición: Estudios y Experimentos Observacionales

Un **estudio observacional** es un estudio basado en observaciones o mediciones.

Un **experimento** es un estudio en el que se miden los efectos de un **tratamiento**.

Aquí hay algunos ejemplos de experimentos:

Ejemplo13.5.1

a.- Una compañía farmacéutica prueba un nuevo medicamento para tratar la enfermedad de Alzheimer administrándolo a 50 pacientes de edad avanzada con diagnósticos recientes. El tratamiento aquí es el nuevo medicamento.

b. Un gimnasio pone a prueba un nuevo programa de pérdida de peso reclutando a 30 voluntarios para probar el programa. El tratamiento aquí es el nuevo programa.

c. Prueba un nuevo limpiador de cocina comprando una botella y limpiando tu cocina. El nuevo limpiador es el tratamiento.

d. Un investigador en psicología explora el efecto de la música en el temperamento midiendo el temperamento de las personas mientras escuchan diferentes tipos de música. La música es el tratamiento.

Pruébalo ahora 6

¿Cada escenario describe un estudio observacional o un experimento?

a. Se miden los pesos de 30 personas seleccionadas al azar

b. Se les pide a los sujetos que hagan 20 jacks saltarines, y luego se miden sus frecuencias cardíacas

c. Veinte bebedores de café y veinte bebedores de té reciben una prueba de concentración

Al realizar experimentos, es esencial aislar el tratamiento que se está probando.

Ejemplo13.5.2

Supongamos que una escuela intermedia (secundaria) encuentra que sus alumnos no están obteniendo buenos resultados en la prueba estandarizada de matemáticas del estado. Deciden realizar un experimento para ver si un plan de estudios alterno mejoraría los puntajes. Para ejecutar el examen, contratan a un especialista en matemáticas para que entre y enseñe una clase usando el nuevo plan de estudios. Para su deleite, ven una mejora en los puntajes de las pruebas.

La dificultad con este escenario es que no está claro si el plan de estudios es responsable de la mejora, o si la mejora se debe a que un especialista en matemáticas imparte la clase. Esto se llama **confusión** —cuando no está claro qué factor o factores causaron el efecto observado. La confusión es la caída de muchos experimentos, aunque a veces se oculta.

Definición: Confundir

La **confusión** ocurre cuando hay dos variables potenciales que podrían haber causado el resultado y no es posible determinar cuál causó realmente el resultado.

Ejemplo13.5.3

Un estudio de una compañía farmacéutica sobre una píldora para bajar de peso podría informar que las personas perdieron un promedio de 8 libras mientras usaban su nuevo medicamento. No obstante, en la letra pequeña se encuentra un comunicado que dice que se animó a los participantes a hacer dieta y hacer ejercicio también. No está claro en este caso si la pérdida de peso se debe a la píldora, a la dieta y al ejercicio, o a una combinación de ambos. En este caso se ha producido confusión.

Ejemplo13.5.4

Los investigadores realizan un experimento para determinar si los estudiantes se desempeñarán mejor en una prueba aritmética si escuchan música durante la prueba. Primero le dan al alumno una prueba sin música, luego le dan una prueba similar mientras el alumno escucha música. En este caso, el alumno podría rendir mejor en la segunda prueba, independientemente de la música, simplemente porque era la segunda prueba y estaban calentados.

Hay una serie de medidas que se pueden introducir para ayudar a reducir la probabilidad de confusión. La medida principal es utilizar un **grupo de control**.

Definición: Grupo de control

Cuando se usa un grupo control, los participantes se dividen en dos o más grupos, típicamente un **grupo control** y un grupo de tratamiento. El grupo de tratamiento recibe el tratamiento que se está probando; el grupo control no recibe el tratamiento.

Idealmente, los grupos son lo más similares posible, aislando el tratamiento como la única fuente potencial de diferencia entre los grupos. Por esta razón, el método de división de grupos es importante. Algunos investigadores intentan asegurar que los grupos tengan características similares (mismo número de mujeres, mismo número de personas mayores de 50 años, etc.), pero es casi imposible de controlar para cada característica. Debido a esto, la asignación aleatoria se usa muy comúnmente.

Ejemplo13.5.5

Para determinar si un curso preparatorio de dos días ayudaría a los estudiantes de secundaria a mejorar sus puntajes en el examen SAT, un grupo de estudiantes se dividió aleatoriamente en dos subgrupos. Al primer grupo, el grupo de tratamiento, se le impartió un curso preparatorio de dos días. Al segundo grupo, el grupo control, no se le dio el curso de preparación. Posteriormente, a ambos grupos se les entregó el SAT.

Ejemplo13.5.6

Una empresa que prueba un nuevo alimento vegetal cultiva dos cultivos de plantas en campos adyacentes, el grupo de tratamiento recibe el nuevo alimento vegetal y el grupo control no. Entonces se compararía el rendimiento del cultivo. Al cultivarlos al mismo tiempo en campos adyacentes, están controlando el clima y otros factores de confusión.

A veces no darle nada al grupo de control no controla completamente las variables de confusión. Por ejemplo, supongamos que un estudio de medicina está probando una nueva píldora para el dolor de cabeza al darle nada al grupo de tratamiento la píldora y al grupo control. Si el grupo de tratamiento mostrara mejoría, no sabríamos si se debió al medicamento en la píldora, o a una respuesta por haber tomado alguna pastilla. Esto se llama **efecto placebo**.

Definición: Efecto Placebo

El **efecto placebo** es cuando la efectividad de un tratamiento está influenciada por la percepción del paciente de lo efectivo que piensa que será el tratamiento, por lo que se podría ver un resultado aunque el tratamiento sea ineficaz.

Ejemplo13.5.7

Un estudio encontró que al realizar extracciones dentales dolorosas, los pacientes dijeron que estaban recibiendo un analgésico fuerte mientras que en realidad recibir una inyección de agua salada encontraron tanto alivio del dolor como los pacientes que recibían una dosis de morfina [3].

Para controlar el efecto placebo, a menudo se administra un **placebo** o un tratamiento ficticio al grupo de control. De esta manera, ambos grupos son verdaderamente idénticos a excepción del tratamiento específico dado.

Definición: Experimentos controlados con placebo y placebo

Un **placebo** es un tratamiento ficticio que se administra para controlar el efecto placebo.

Un experimento que le da al grupo control un placebo se llama **experimento controlado con placebo**.

En algunos casos, es más apropiado compararlo con un tratamiento convencional que con un placebo. Por ejemplo, en un estudio de investigación del cáncer, no sería ético negarle ningún tratamiento al grupo control o darle un tratamiento placebo. En este caso, el medicamento actualmente aceptable se daría al segundo grupo, denominado **grupo de comparación** en este caso. En nuestro ejemplo de prueba SAT, lo más probable es que se anime al grupo sin tratamiento a estudiar por su cuenta, en lugar de que se le pida que no estudie en absoluto, para proporcionar una comparación significativa.

Al usar un placebo, vencería el propósito si el participante supiera que estaba recibiendo el placebo.

Definición: Estudios Ciegos

Un **estudio ciego** es aquel en el que el participante no sabe si está recibiendo o no el tratamiento o un placebo.

Un **estudio doble ciego** es aquel en el que quienes interactúan con los participantes no saben quién está en el grupo de tratamiento y quién está en el grupo control.

Ejemplo13.5.8

En un estudio sobre medicina antidepresión, tampoco se querría que el evaluador psicológico supiera si el paciente está en el grupo de tratamiento o control, ya que podría influir en su evaluación, por lo que el experimento debe realizarse como un estudio doble ciego.

Cabe señalar que no todos los experimentos necesitan un grupo de control.

Ejemplo13.5.9

Si una investigadora está probando si una tela nueva puede resistir el fuego, simplemente necesita soplar múltiples muestras de la tela; no hay necesidad de un grupo de control.

Pruébalo ahora 7

Para probar un nuevo detector de mentiras, se les da la nueva prueba a dos grupos de sujetos. A un grupo se le pide que responda todas las preguntas con sinceridad, y al segundo grupo se le pide que mienta sobre un conjunto de preguntas. La persona que administra la prueba del detector de mentiras no sabe en qué grupo se encuentra cada sujeto.

¿Este experimento tiene un grupo de control? ¿Es ciego, doble ciego o ninguno?

Pruébalo ahora Respuestas

1. La muestra son los 20 peces. La población es toda peces en el lago. La muestra puede ser algo poco representativa de la población ya que no todos los peces pueden ser lo suficientemente grandes como para atrapar el cebo.

2. Este es un parámetro, ya que el colegio tendría acceso a datos sobre todos los estudiantes (la población)

3. a. Categórico.

b. Cuantitativo

c. Cuantitativo

4. a. Sistemático

b. Estratificado o Cuota

c. Respuesta voluntaria

d. Aleatorio simple

e. Cluster

5. a. Sesgo de respuesta: históricamente, es probable que los hombres informen en exceso, y es probable que las mujeres informen por debajo de esta pregunta.

b. Sesgo de respuesta voluntaria: la muestra es autoseleccionada

c. Sesgo de muestreo: la muestra puede no ser representativa de toda la clase

d. Falta de anonimato

e. Estudio de interés propio

f. pregunta cargada

6. a. Estudio observacional

b. Experimento; el tratamiento son los gatos saltarines

c. Experimento; los tratamientos son café y té

7. El grupo que dice la verdad podría considerarse el grupo control, pero realmente ambos grupos son grupos de tratamiento aquí, ya que es importante que el detector de mentiras pueda identificar correctamente las mentiras, y tampoco identificar la verdad como mentir. Este estudio es ciego ya que la persona que realiza la prueba no sabe en qué grupo se encuentra cada sujeto.

Notas:

3. Levine JD, Gordon NC, Smith R, Fields HL. (1981) Respuestas analgésicas a morfina y placebo en individuos con dolor postoperatorio. Dolor. 10:379-89.

This page titled 13.5: Experimentos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **8.5: Experiments** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

13.6: Ejercicios

Habilidades

1. Un politólogo encuestó a 28 de los 106 representantes actuales en el congreso de un estado. De ellos, 14 dijeron que estaban apoyando un nuevo proyecto de ley de educación, 12 dijeron que no estaban respaldando el proyecto de ley, y 2 estaban indecisos.

    a. ¿Cuál es la población de esta encuesta?

    b. ¿Cuál es el tamaño de la población?

    c. ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

    d. Dar el estadístico muestral para la proporción de electores encuestados que dijeron estar apoyando la ley de educación.

    e. Con base en esta muestra, podríamos esperar ¿cuántos de los representantes apoyarán el proyecto de ley de educación?

2. La ciudad de Raleigh cuenta con 9500 votantes registrados. Hay dos candidatos a ayuntamiento en una próxima elección: Brown y Feliz. El día antes de la elección, se realizó una encuesta telefónica de 350 votantes registrados seleccionados al azar. 112 dijeron que votarían por Brown, 207 dijeron que votarían por Feliz, y 31 estaban indecisos.

    a. ¿Cuál es la población de esta encuesta?

    b. ¿Cuál es el tamaño de la población?

    c. ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

    d. Dar el estadístico muestral para la proporción de votantes encuestados que dijeron que votarían por Brown.

    e. Con base en esta muestra, podríamos esperar ¿cuántos de los 9500 votantes votarán por Brown?

3. Identificar la fuente de sesgo más relevante en esta situación: Una encuesta pregunta lo siguiente: ¿Debería el centro comercial prohibir la música rock ruidosa y molesta en las tiendas de ropa que atienden a adolescentes?

4. Identificar la fuente de sesgo más relevante en esta situación: Para determinar opiniones sobre el apoyo de los votantes para un proyecto de renovación del centro, un topógrafo cuestiona aleatoriamente a las personas que trabajan en negocios del centro.

5. Identificar la fuente de sesgo más relevante en esta situación: Una encuesta pide a las personas que reporten sus ingresos reales y los ingresos que reportaron en su formulario de impuestos del IRS.

6. Identificar la fuente de sesgo más relevante en esta situación: Una encuesta llama aleatoriamente a las personas de la guía telefónica y les pide que respondan una larga serie de preguntas.

7. Identificar la fuente de sesgo más relevante en esta situación: Una encuesta pregunta lo siguiente: ¿Se debería permitir la pena de muerte si pudieran morir personas inocentes?

8. Identificar la fuente de sesgo más relevante en esta situación: Un estudio busca investigar si un nuevo medicamento para el dolor es seguro para comercializar al público. Ellos prueban seleccionando al azar a 300 hombres de un conjunto de voluntarios.

9. En un estudio, se pregunta a los sujetos su edad en años. ¿Estos datos son cualitativos o cuantitativos?

10. En un estudio, se pregunta a los sujetos su género. ¿Estos datos son cualitativos o cuantitativos?

11. ¿Describe esto un estudio observacional o un experimento? Se midió la temperatura en días seleccionados aleatoriamente a lo largo del año.

12. ¿Describe esto un estudio observacional o un experimento? A un grupo de estudiantes se les dice que escuchen música mientras realizan una prueba y sus resultados se comparan con un grupo que no escucha música.

13. En un estudio, la muestra se elige separando todos los autos por tamaño, y seleccionando 10 de cada agrupación de tamaños. ¿Cuál es el método de muestreo?

14. En un estudio, la muestra se elige escribiendo el nombre de todos en una carta de juego, barajando la baraja, luego eligiendo las 20 cartas principales. ¿Cuál es el método de muestreo?

15. Un equipo de investigadores está probando la efectividad de una nueva vacuna contra el VPH. Dividen aleatoriamente los sujetos en dos grupos. El Grupo 1 recibe nueva vacuna contra el VPH y el Grupo 2 recibe la vacuna contra el VPH existente. Los

pacientes del estudio no saben en qué grupo se encuentran.

a. ¿Cuál es el grupo de tratamiento?

b. ¿Cuál es el grupo de control (si lo hay)?

c. ¿Este estudio es ciego, doble ciego o ninguno?

d. ¿Se describe mejor esto como un experimento, un experimento controlado o un experimento controlado con placebo?

16. Para los ensayos clínicos de un medicamento para bajar de peso que contenía *Garcinia cambogia*, los sujetos se dividieron aleatoriamente en dos grupos. El primero recibió una píldora inerte junto con un plan de ejercicio y dieta, mientras que el segundo recibió el medicamento de prueba junto con el mismo plan de ejercicio y dieta. Los pacientes no saben en qué grupo se encuentran, ni los asesores de fitness y nutrición.

a. ¿Cuál es el grupo de tratamiento?

b. ¿Cuál es el grupo de control (si lo hay)?

c. ¿Este estudio es ciego, doble ciego o ninguno?

d. ¿Se describe mejor esto como un experimento, un experimento controlado o un experimento controlado con placebo?

Conceptos

17. Un maestro desea saber si los varones de su clase tienen actitudes más conservadoras que las mujeres. Se distribuye un cuestionario evaluando actitudes.

a. ¿Es esto un muestreo o un censo?

b. ¿Se trata de un estudio observacional o de un experimento?

c. ¿Hay alguna fuente posible de sesgo en este estudio?

18. Se realiza un estudio para determinar si las personas aprenden mejor con la práctica espaciada o masiva. Asignaturas voluntarias de una clase introductoria a la psicología. Al inicio del semestre 12 asignaturas son voluntarias y son asignadas al grupo de práctica masiva. Al finalizar el semestre 12 asignaturas son voluntarias y se asignan a la condición de práctica espaciada.

a. ¿Es esto un muestreo o un censo?

b. ¿Se trata de un estudio observacional o de un experimento?

c. Este estudio involucra dos tipos de muestreo no aleatorio: (1) Los sujetos no son muestreados aleatoriamente de alguna población especificada y (2) Los sujetos no se asignan aleatoriamente a grupos. ¿Qué problema es más grave? ¿Qué efecto tiene cada uno en los resultados?

19. Un granjero cree que tocar canciones de Barry Manilow a sus guisantes aumentará su rendimiento. Describir un experimento controlado que el agricultor podría utilizar para probar su teoría.

20. Un psicólogo deportivo cree que es más probable que las personas sean extrovertidas de adultos si practicaban deportes de equipo cuando eran niños. Describir dos posibles estudios para probar esta teoría. Diseñar uno como estudio observacional y el otro como experimento. ¿Cuál es más práctico?

Exploración

21. A menudo, las compañías farmacéuticas realizan estudios para determinar la efectividad de un programa de tratamiento. Supongamos que actualmente se encuentra en estudio un nuevo fármaco de anticuerpos contra el SIDA. Se administra a los pacientes una vez que los síntomas del SIDA se han revelado. De interés es el tiempo promedio, en meses, los pacientes viven una vez que comienzan el tratamiento. Dos investigadores siguen cada uno un conjunto diferente de 50 pacientes con SIDA desde el inicio del tratamiento hasta su muerte.

a. ¿Cuál es la población de este estudio?

b. Enumerar dos razones por las que los datos pueden diferir.

c. ¿Se puede decir si un investigador es correcto y el otro incorrecto? ¿Por qué?

d. ¿Esperaría que los datos fueran idénticos? ¿Por qué o por qué no?

e. Si la primera investigadora recolectó sus datos seleccionando aleatoriamente 40 estados, luego seleccionando a 1 persona de cada uno de esos estados. ¿Qué método de muestreo es ese?

f. Si el segundo investigador recabó sus datos eligiendo 40 pacientes conocía. ¿Qué método de muestreo habría utilizado ese investigador? ¿Qué preocupaciones tendría sobre este conjunto de datos, basado en el método de recolección de datos?

22. Encuentra un artículo de periódico o revista, o el equivalente en línea, que describa los resultados de un estudio reciente (los resultados de una encuesta no son suficientes). Dar un resumen de los hallazgos del estudio, luego analizar si el artículo proporcionó suficiente información para determinar la validez de las conclusiones. De no ser así, elabora una lista de cosas que faltan en el artículo que te ayudarían a determinar la validez del estudio. Busque las cosas discutidas en el texto: población, muestra, aleatoriedad, ciego, control, placebos, etc.

13.6: Ejercicios is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

- **8.6: Exercises** has no license indicated.

CHAPTER OVERVIEW

14: Estadísticas, descripción de datos

14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
14.3: Medidas de Tendencia Central
14.4: Medidas de Variación
14.5: Ejercicios

This page titled 14: Estadísticas, descripción de datos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

14.1: Presentación gráfica de datos categóricos

Los datos categóricos o cualitativos son piezas de información que nos permiten clasificar los objetos investigados en diversas categorías. Por lo general, comenzamos a trabajar con datos categóricos resumiendo los datos en una **tabla de frecuencias**.

Definición: Tabla de frecuencias

Una tabla de frecuencias es una tabla con dos columnas. Una columna enumera las categorías, y otra para las frecuencias con las que ocurren los ítems en las categorías (cuántos elementos encajan en cada categoría).

Ejemplo14.1.1

Una compañía de seguros determina las primas de seguro de vehículos en función de factores de riesgo conocidos. Si a una persona se le considera un riesgo mayor, sus primas serán mayores. Un factor potencial es el color de tu auto. La compañía de seguros cree que las personas con algunos autos de color tienen más probabilidades de meterse en accidentes. Para investigar esto, examinan informes policiales para detectar colisiones recientes de pérdida total. Los datos se resumen en la tabla de frecuencias a continuación.

Color	Frecuencia
Azul	25
Verde	52
Rojo	41
Blanco	36
Negro	39
Gris	23

A veces necesitamos una forma aún más intuitiva de mostrar datos. Aquí es donde entran los cuadros y gráficos. Hay muchas, muchas formas de mostrar los datos gráficamente, pero nos concentraremos en un tipo de gráfico muy útil llamado gráfico de barras. En esta sección, trabajaremos con gráficos de barras que muestren datos categóricos; la siguiente sección estará dedicada a gráficas que muestren datos cuantitativos.

Definición: Gráfico de barras

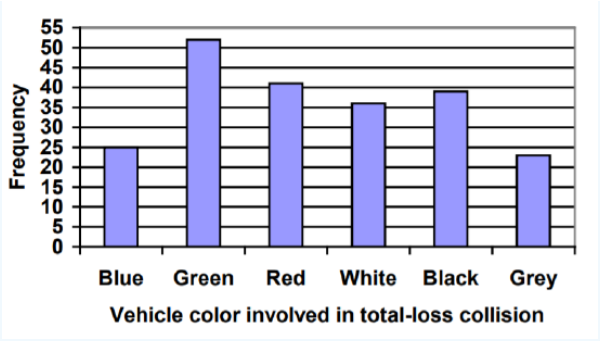
Un **gráfico de barras** es un gráfico que muestra una barra para cada categoría con la longitud de cada barra indicando la frecuencia de esa categoría.

Tenga en cuenta que un gráfico de barras solo se usa para mostrar **datos categóricos**.

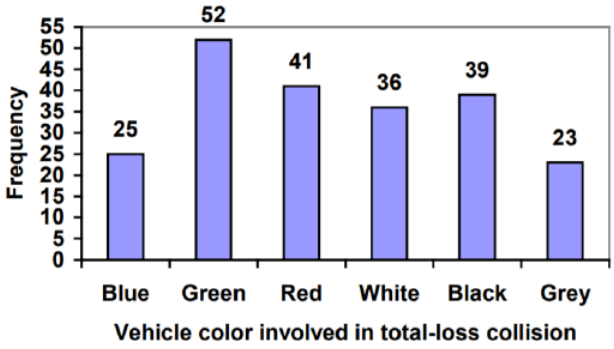
Para construir un gráfico de barras, necesitamos dibujar un eje vertical y un eje horizontal. La dirección vertical tendrá una escala y medirá la frecuencia de cada categoría; el eje horizontal no tiene escala en esta instancia, sino sólo los nombres de cada categoría. La construcción de un gráfico de barras se describe más fácilmente mediante el uso de un ejemplo.

Ejemplo14.1.2

Usando los datos de nuestro automóvil desde arriba, tenga en cuenta que la frecuencia más alta es 52, por lo que nuestro eje vertical necesita ir de 0 a 52, pero bien podríamos usar 0 a 55, para que podamos poner una marca hash cada 5 unidades:



Observe que la altura de cada barra está determinada por la frecuencia del color correspondiente. Las cuadrículas horizontales son un toque agradable, pero no necesario. En la práctica, te resultará útil dibujar gráficos de barras usando papel cuadrilátero, por lo que las líneas de cuadrícula ya estarán en su lugar, o usando tecnología. En lugar de líneas de cuadrícula, también podríamos enumerar las frecuencias en la parte superior de cada barra, así:



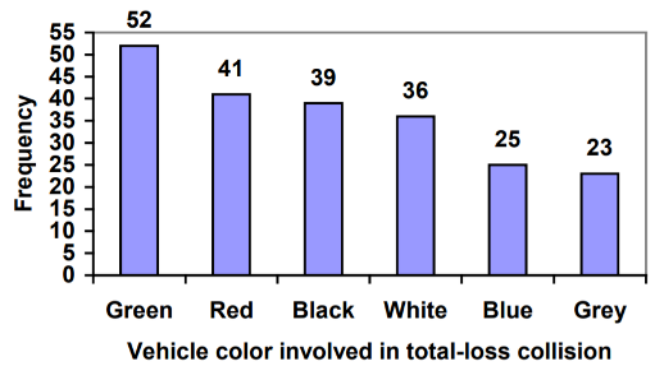
En este caso, nuestro gráfico podría beneficiarse de ser reordenado de los valores de frecuencia más grandes a los más pequeños. Esta disposición puede facilitar la comparación de valores similares en el gráfico, incluso sin líneas de cuadrícula. Cuando organizamos las categorías en orden decreciente de frecuencia así, se llama **gráfico de Pareto**.

Definición: Pareto Chart

Un **gráfico de Pareto** es un gráfico de barras ordenado de mayor a menor frecuencia.

Ejemplo14.1.3

Transformando nuestro gráfico de barras de antes en un gráfico de Pareto, obtenemos:

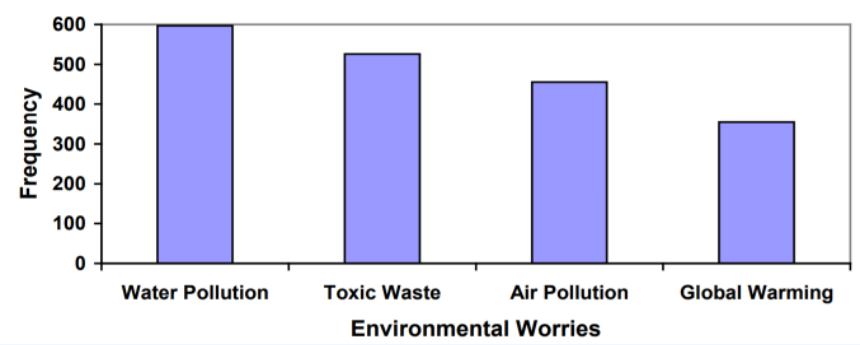


Ejemplo14.1.4

En una encuesta [1], se les preguntó a los adultos si personalmente les preocupaba una variedad de preocupaciones ambientales. A continuación se resumen los números (de 1012 encuestados) que indicaron que les preocupaban “mucho” por algunas inquietudes seleccionadas.

Emisión Ambiental	Frecuencia
Contaminación del agua potable	597
Contaminación del suelo y del agua por residuos tóxicos	526
Contaminación del aire	455
Calentamiento global	354

Estos datos podrían mostrarse gráficamente en un gráfico de barras:



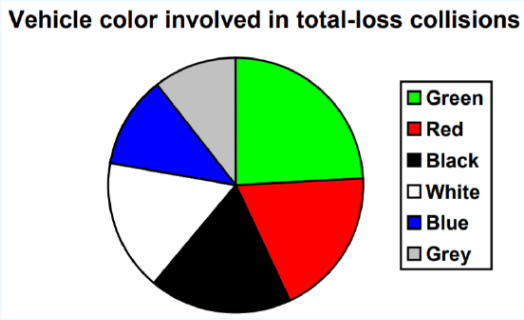
Para mostrar tamaños relativos, es común usar un gráfico circular.

Definición: Gráfico circular

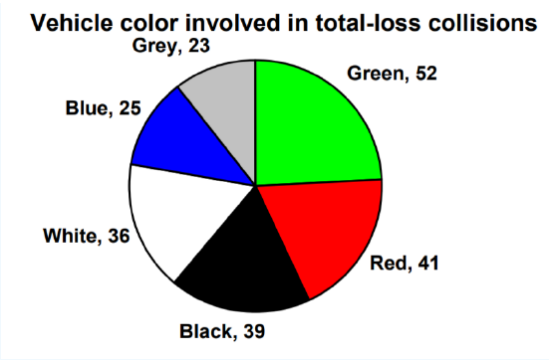
Un **gráfico circular** es un círculo con cuñas cortadas de diferentes tamaños marcadas como rebanadas de pastel o pizza. Los tamaños relativos de las cuñas corresponden a las frecuencias relativas de las categorías.

Ejemplo14.1.5

Para nuestros datos de color de vehículos, un gráfico circular podría verse así:

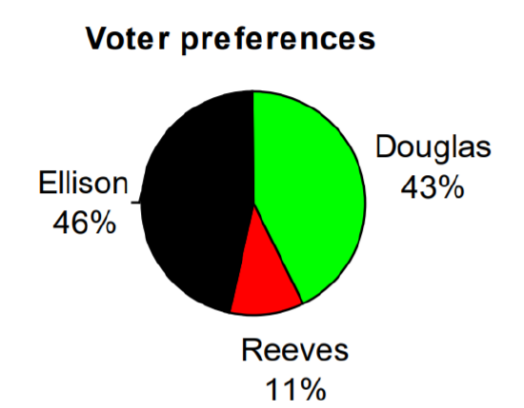


Los gráficos circulares a menudo pueden beneficiarse al incluir frecuencias o frecuencias relativas (porcentajes) en el gráfico junto a los cortes circulares. A menudo, tener los nombres de las categorías junto a los cortes circulares también hace que el gráfico sea más claro.



Ejemplo14.1.6

El gráfico circular de la derecha muestra el porcentaje de votantes que apoyan a cada candidato que se postula para un escaño en el senado local.



Si hay 20 mil votantes en el distrito, el gráfico circular muestra que alrededor del 11% de esos, alrededor de 2,200 votantes, apoyan a Reeves.

Los gráficos circulares se ven bien pero son más difíciles de dibujar a mano que los gráficos de barras ya que para dibujarlos con precisión necesitaríamos calcular el ángulo que cada cuña corta del círculo, luego medir el ángulo con un prolongador. Las computadoras son mucho más adecuadas para dibujar gráficos circulares. Programas de software comunes como Microsoft Word o Excel, OpenOffice.org Write o Calc, o Google Docs son capaces de crear gráficos de barras, gráficos circulares y otros tipos de gráficos. También existen numerosas herramientas en línea que pueden crear gráficas [2].

Pruébalo ahora 1

Cree un gráfico de barras y un gráfico circular para ilustrar las calificaciones en un examen de historia a continuación.

A: 12 alumnos,

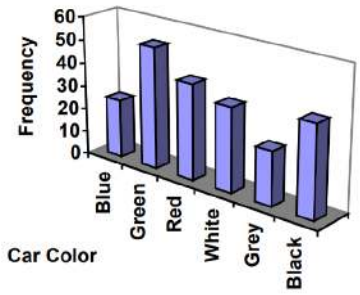
B: 19 alumnos,

C: 14 alumnos,

D: 4 alumnos,

F: 5 alumnos

¡No te pongas elegante con las gráficas! La gente a veces agrega características a los gráficos que no ayudan a transmitir su información. Por ejemplo, los gráficos de barras tridimensionales como el que se muestra a continuación no suelen ser tan efectivos como sus contrapartes bidimensionales.



Aquí hay otra forma en que la imaginería puede llevar a problemas. En lugar de barras lisas, es tentador sustituir imágenes significativas. Este tipo de gráfica se llama **pictograma**.

Definición: Pictograma

Un **pictograma** es un gráfico estadístico en el que se pretende que el tamaño de la imagen represente las frecuencias o el tamaño de los valores que se están representando.

Ejemplo14.1.7

Un sindicato podría producir la gráfica a la derecha para mostrar la diferencia entre el salario promedio de gerente y el salario promedio del trabajador.

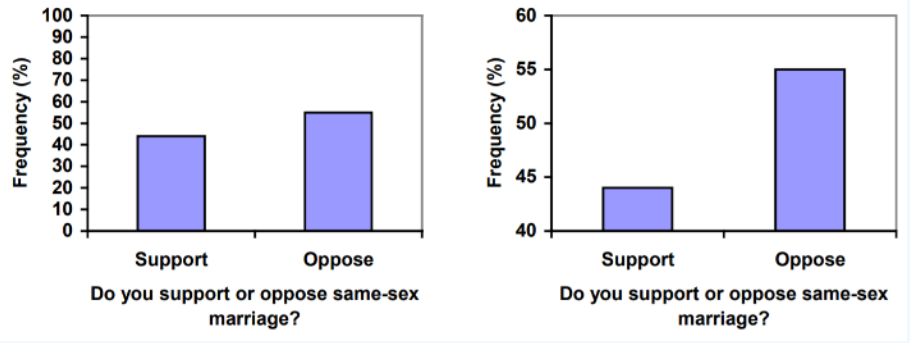


Al mirar la imagen, sería razonable adivinar que los salarios del gerente son 4 veces más grandes que los salarios de los trabajadores — el área de la bolsa se ve aproximadamente 4 veces más grande. No obstante, los salarios de los gerentes son de hecho sólo el doble que los salarios de los trabajadores, lo que se reflejó en la imagen al hacer que la bolsa de gerente sea el doble de alta.

Otra distorsión en los gráficos de barras resulta de establecer la línea base en un valor distinto de cero. La línea base es la parte inferior del eje vertical, representando el menor número de casos que podrían haber ocurrido en una categoría. Normalmente, este número debería ser cero.

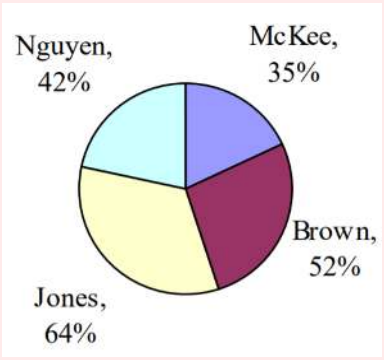
Ejemplo14.1.8

Compare las dos gráficas a continuación que muestran el apoyo a los derechos de matrimonio entre personas del mismo sexo de una encuesta realizada en diciembre de 2008 [3]. La diferencia en la escala vertical en la primera gráfica sugiere una historia diferente a las verdaderas diferencias en porcentajes; la segunda gráfica hace que parezca que el doble de personas se oponen a los derechos matrimoniales que lo apoyan.



Pruébalo ahora 2

Se realizó una encuesta preguntando a la gente si estaban de acuerdo con las posiciones de los 4 candidatos a una oficina del condado. ¿El gráfico circular presenta una buena representación de estos datos? Explique.



Notas:

1. Encuesta Gallup. Del 5 al 8 de marzo de 2009. http://www.pollingreport.com/enviro.htm
2. Por ejemplo: http://nces.ed.gov/nceskids/createAgraph/ o http://docs.google.com
3. CNN/Opinión Encuesta Corporación de Investigación. 19-21 de diciembre de 2008, de http://www.pollingreport.com/civil.htm

This page titled 14.1: Presentación gráfica de datos categóricos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **9.1: Presenting Categorical Data Graphically** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos

Los datos cuantitativos o numéricos también se pueden resumir en tablas de frecuencias.

Ejemplo14.2.1

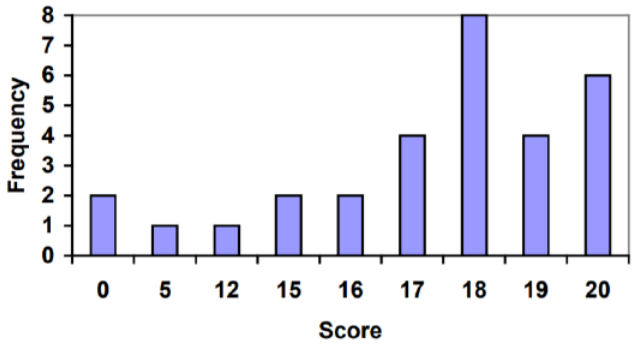
Un profesor registra puntuaciones en un cuestionario de 20 puntos para los 30 alumnos de su clase. Los puntajes son

19 20 18 18 17 18 19 17 20 18 20 16 20 15 17 12 18 19 18 19 17 20 18 16 15 18 20 5 0 0

Estas puntuaciones podrían resumirse en una tabla de frecuencias agrupando valores similares:

Score	Frecuencia
0	2
5	1
12	1
15	2
16	2
17	4
18	8
19	4
20	6

Usando esta tabla, sería posible crear un gráfico de barras estándar a partir de este resumen, como hicimos para los datos categóricos:



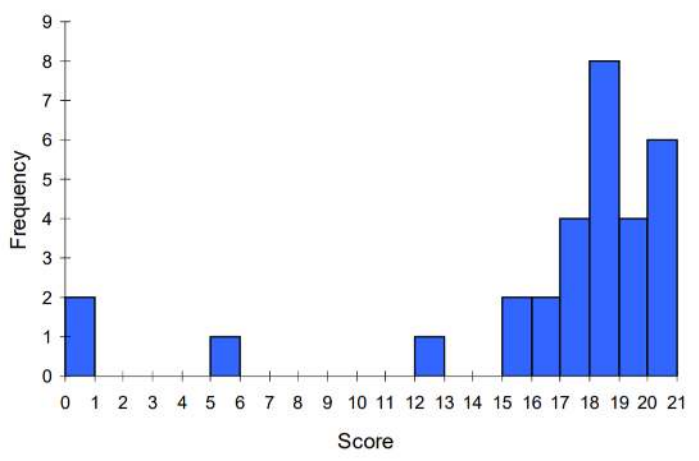
Sin embargo, dado que las puntuaciones son valores numéricos, este gráfico realmente no tiene sentido; las barras primera y segunda están separadas por cinco valores, mientras que las barras posteriores están separadas solo con un valor. Sería más correcto tratar el eje horizontal como una recta numérica. Este tipo de gráfica se denomina **histograma**.

Definición: Histograma

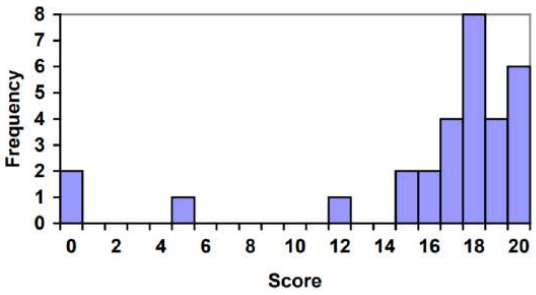
Un histograma es una representación gráfica de datos cuantitativos. El eje horizontal es una recta numérica.

Ejemplo14.2.2

Para los valores anteriores, un histograma se vería así:



Observe que, en el histograma, una barra representa valores en el eje horizontal desde el del lado izquierdo de la barra hasta, pero sin incluir, el valor en el lado derecho de la barra. Algunas personas optan por que las barras comiencen en $\frac{1}{2}$ valores para evitar esta ambigüedad.



Desafortunadamente, no muchos paquetes de software comunes pueden graficar correctamente un histograma. Acerca de lo mejor que puedes hacer en Excel o Word es un gráfico de barras sin hueco entre las barras y espaciado agregado para simular un eje horizontal numérico.

Si tenemos un gran número de valores de datos ampliamente variables, crear una tabla de frecuencias que enumera todos los valores posibles como categoría conduciría a una tabla de frecuencias excepcionalmente larga, y probablemente no revelaría ningún patrón. Por esta razón, es común con los datos cuantitativos agrupar los datos en **intervalos de clase**.

Definición: Intervalos de clase

Los intervalos de clase son agrupaciones de los datos. En general, definimos intervalos de clase para que

- Cada intervalo es igual en tamaño. Por ejemplo, si la primera clase contiene valores de 120-129, la segunda clase debe incluir valores de 130-139.
- Cada intervalo tiene un **límite inferior** y un **límite superior**, por ejemplo, para el intervalo 120-129, 120 es el límite inferior y 129 es el límite superior.
- El **ancho de clase** es la diferencia entre dos límites inferiores consecutivos.
- El **ancho de clase** es el mismo para cada intervalo en la tabla de frecuencias.
- Tenemos en algún lugar entre 5 y 20 clases, normalmente, dependiendo de la cantidad de datos con los que estamos trabajando.

Ejemplo14.2.3

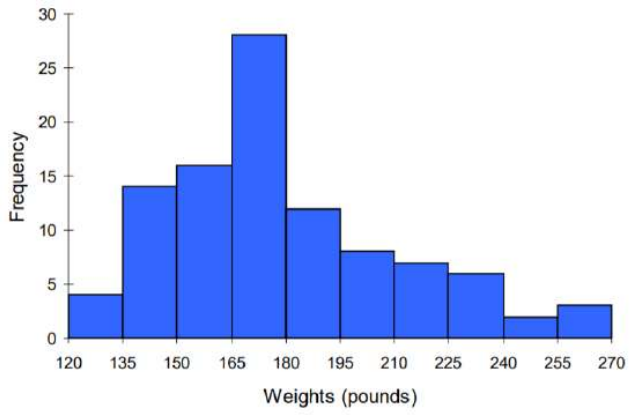
Supongamos que hemos recolectado pesos de 100 sujetos masculinos como parte de un estudio de nutrición. Para nuestros datos de peso, tenemos valores que van desde un mínimo de 121 libras hasta un máximo de 263 libras, dando un lapso total de $263 - 121 = 142$. Podríamos crear 7 intervalos con un ancho de alrededor de 20, 14 intervalos con un ancho de alrededor de 10, o algún punto intermedio. A menudo, tenemos que experimentar con algunas posibilidades para encontrar algo que represente bien los datos. Intentemos usar un ancho de intervalo de 15. Podríamos comenzar en 121, o en 120 ya que es un bonito número redondo.

Intervalo	Frecuencia
120-134	4

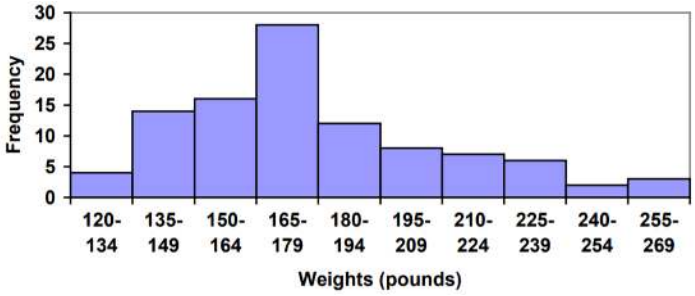
Intervalo	Frecuencia
135-149	14
150-164	16
165-189	28
180-194	12
195-209	8
210-224	7
225-239	6
240-254	2
255-269	3

Observe, el ancho de clase es 15 desde$150 - 135 = 15165 - 150 = 15$,, y así sucesivamente.

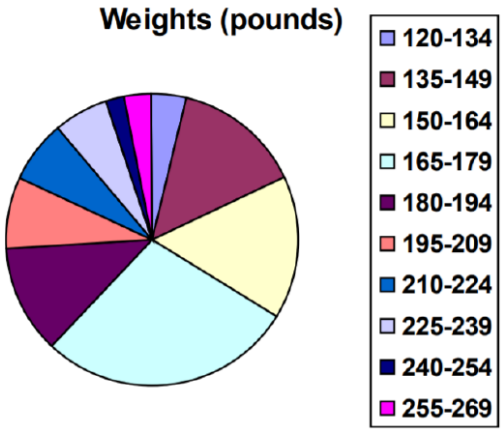
Un histograma de estos datos se vería así:



En muchos paquetes de software, puede crear una gráfica similar a un histograma poniendo los intervalos de clase como etiquetas en un gráfico de barras.



Otros tipos de gráficos, como los gráficos circulares, son posibles para los datos cuantitativos. La utilidad de los diferentes tipos de gráficos variará dependiendo del número de intervalos y del tipo de datos que se representen. Por ejemplo, un gráfico circular de nuestros datos de peso es difícil de leer debido a la cantidad de intervalos que usamos.



Pruébalo ahora 3

El costo total de los libros de texto para el término se recolectó de 36 estudiantes. Crear un histograma para estos datos.

$140 $160 $160 $165 $180 $220 $235 $240 $250 $260 $280 $285

$285 $290 $300 $300 $305 $310 $310 $315 $315 $320 $320

$330 $340 $345 $350 $355 $360 $360 $380 $395 $420 $460 $460

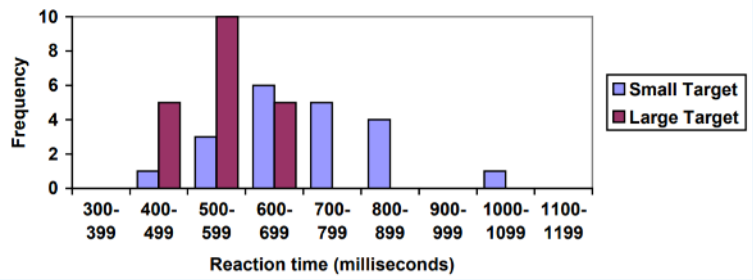
Al recolectar datos para comparar dos grupos, es deseable crear una gráfica que compare cantidades.

Ejemplo14.2.4

Los datos a continuación provinieron de una tarea en la que el objetivo es mover un mouse de computadora a un objetivo en la pantalla lo más rápido posible. En 20 de los ensayos, el objetivo era un rectángulo pequeño; en los otros 20, el objetivo era un rectángulo grande. En cada ensayo se registró el tiempo para alcanzar el objetivo.

Intervalo (milisegundos)	Objetivo pequeño de frecuencia	Objetivo grande de frecuencia
300-399	0	0
400-499	1	5
500-599	3	10
600-699	6	5
700-799	5	0
800-899	4	0
900-999	0	0
1000-1099	1	0
1100-1199	0	0

Una opción para representar estos datos sería un histograma comparativo o gráfico de barras, en el que las barras para el grupo objetivo pequeño y el grupo objetivo grande se colocan una al lado de la otra.



Definición: Polígono de frecuencia

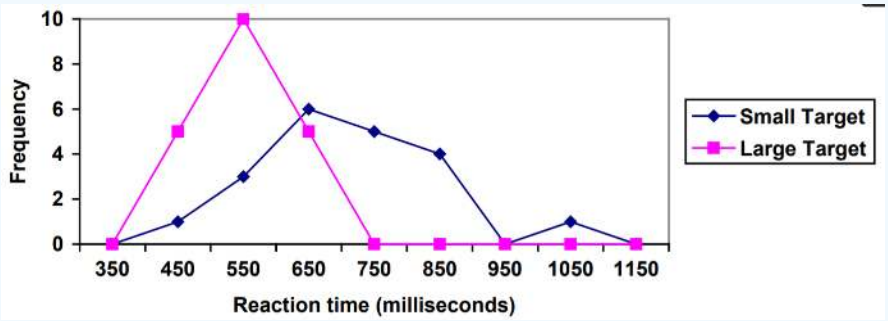
Una representación alternativa es un polígono de frecuencia. Un **polígono de frecuencia** comienza como un histograma, pero en lugar de dibujar una barra, se coloca un punto en el punto medio de cada intervalo a una altura igual a la frecuencia. El **punto medio** de un intervalo es

$$\frac{\text{lower limit}_2 - \text{lower limit}_1}{2}$$

Normalmente, los puntos están conectados con líneas rectas para enfatizar la distribución de los datos.

Ejemplo14.2.5

Esta gráfica hace que sea más fácil ver que los tiempos de reacción fueron generalmente más cortos para el objetivo más grande, y que los tiempos de reacción para el objetivo más pequeño estaban más dispersos.



Resúmenes Numéricos de Datos

A menudo es deseable usar algunos números para resumir una distribución. Un aspecto importante de una distribución es donde se encuentra su centro. Se discuten primero las medidas de tendencia central. Un segundo aspecto de una distribución es lo dispersa que está. En otras palabras, cuánto varían entre sí los datos en la distribución. En la segunda sección se describen las medidas de variabilidad

This page titled 14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **9.2: Presenting Quantitative Data Graphically** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

14.3: Medidas de Tendencia Central

Comencemos tratando de encontrar el valor más “típico” de un conjunto de datos.

Tenga en cuenta que acabamos de usar la palabra “típico” aunque en muchos casos se podría pensar en usar la palabra “promedio”. Debemos tener cuidado con la palabra “promedio” ya que significa cosas diferentes para diferentes personas en diferentes contextos. Uno de los usos más comunes de la palabra “promedio” es lo que matemáticos y estadísticos llaman la **media aritmética**, o simplemente la vieja **media** simple para abreviar. “Media aritmética” suena bastante elegante, pero es probable que hayas calculado una media muchas veces sin darte cuenta; la media es lo que la mayoría de la gente piensa cuando usa la palabra “promedio”.

Definición: Media

La **media** de un conjunto de datos es la suma de los valores de datos dividida por el número de valores.

Ejemplo14.3.1

Los puntajes de los exámenes de Marci para su última clase de matemáticas fueron: 79, 86, 82, 94. La media de estos valores sería:

$$\frac{79+86+82+94}{4}=85.25$$

Por lo general, redondeamos la media a un decimal más que los datos originales. En este caso, redondearíamos85.25 a85.3. Así, podemos decir que el puntaje promedio de Marci en sus exámenes de matemáticas fue85.25 o aproximadamente85.3.

Ejemplo14.3.2

A continuación se muestra el número de pases de touchdown (TD) lanzados por cada uno de los 31 equipos de la Liga Nacional de Futbol en la temporada 2000.

37 33 33 32 29 28 28 23 22 22 22 21 21 21 20

20 19 19 18 18 18 18 16 15 14 14 14 12 12 9 6

Sumando estos valores, obtenemos una suma total de 634 TDs. Dividiendo por 31, el número total de valores de datos, obtenemos$\frac{634}{31}=20.4516$. Sería apropiado redondear esto a 20.5.

Sería más correcto para nosotros informar que “El número medio de pases de touchdown lanzados en la NFL en la temporada 2000 fue de 20.5 pases”, pero no es raro ver la palabra más casual “promedio” utilizada en lugar de “media”.

Pruébalo ahora 4

El precio de un frasco de mantequilla de maní en 5 tiendas fue de: $3.29, $3.59, $3.79, $3.75, y $3.99. Encuentra el precio medio.

Veamos un ejemplo para calcular la media dada una tabla de frecuencias.

Ejemplo14.3.3

A las cien familias de un barrio en particular se les pide su ingreso anual familiar, a los 5 mil dólares más cercanos. Los resultados se resumen en una tabla de frecuencias a continuación.

Ingresos (miles de dólares)	Frecuencia
15	6
20	8

Ingresos (miles de dólares)	Frecuencia
25	11
30	17
35	19
40	20
45	12
50	7

Calcular la media a mano podría resultar complicado si intentamos escribir los 100 valores:

$$\frac{15+15+15+15+15+15+20+20+\ldots+50+50+50+50+50+50+50}{100}$$

¡Ese es un numerador largo! Podríamos calcular esto de manera más eficiente al notar que sumarse15 a sí mismo seis veces es lo mismo que$15 \cdot 6 = 90$. Usando esta simplificación, obtenemos

$$\frac{(15 \cdot 6)+(20 \cdot 8)+(25 \cdot 11)+(30 \cdot 17)+(35 \cdot 19)+(40 \cdot 20)+(45 \cdot 12)+(50 \cdot 7)}{100} = \frac{3390}{100} = 33.9$$

El ingreso familiar medio de nuestra muestra es de33.9 mil dólares ($\$33,900$).

Ejemplo$14.3.4$

Ampliando el último ejemplo, supongamos que una nueva familia se muda al ejemplo de barrio que tiene un ingreso familiar de 5 millones de dólares (5000 mil dólares). Añadiendo esto a nuestra muestra, nuestra media es ahora:

$$\frac{(15 \cdot 6)+(20 \cdot 8)+(25 \cdot 11)+(30 \cdot 17)+(35 \cdot 19)+(40 \cdot 20)+(45 \cdot 12)+(50 \cdot 7)+(5000 \cdot 1)}{100} = \frac{8390}{101}$$

$$= 83.069$$

Si bien83.1 mil dólares ($\$83,069$) es el ingreso familiar medio correcto, ya no representa un valor “típico”.

Imagine los valores de los datos en una sierra o balanza. La media es el valor que mantiene los datos en equilibrio, como en la imagen de abajo.



Si graficamos los datos de nuestros hogares, el valor de los datos de $5 millones está tan lejos a la derecha que la media tiene que ajustarse para mantener las cosas en equilibrio



Por esta razón, cuando se trabaja con datos que tienen valores **atípicos** —valores muy fuera de la agrupación primaria— es común utilizar una medida diferente de centro, la **mediana**.

Definición: Mediana

La **mediana** de un conjunto de datos es el valor en el medio cuando los datos están en orden

Para encontrar la mediana, comience por enumerar los datos en orden de menor a mayor, o mayor a menor.

Si el número de valores de datos, N, es impar, entonces la mediana es el valor de datos del medio. Este valor se puede encontrar redondeando $\frac{N}{2}$ hasta el siguiente número entero.

Si el número de valores de datos es par, no hay un valor medio, por lo que encontramos la media de los dos valores medios (valores $\frac{N}{2}$ y $\frac{N}{2}+1$)

Podemos interpretar la mediana como "la mitad de los datos es menor que la mediana y la otra mitad es mayor que la mediana". Por supuesto, podemos reescribir esto en contexto del problema.

Ejemplo 14.3.5

Volviendo a los datos del touchdown futbolístico, empezaríamos por enumerar los datos en orden. Por suerte, ya estaba en orden decreciente, así que podemos trabajar con él sin necesidad de reordenarlo primero.

37 33 33 32 29 28 28 23 22 22 22 21 21 21 20

20 19 19 18 18 18 18 16 15 14 14 14 12 12 9 6

Dado que hay 31 valores de datos, un número impar, la mediana será el número medio, el 16 ° valor de datos ($\frac{31}{2}=15.5$, redondear hasta 16, dejando 15 valores por debajo y 15 por encima). El 16 ° valor de datos es 20, por lo que la mediana del número de pases de touchdown en la temporada 2000 fue de 20 pases. Observe que para estos datos, la mediana es bastante cercana a la media que calculamos antes, 20.5. *Esto quiere decir que la mitad de los touchdowns anotados fueron menos de 20 y la otra mitad fueron más de 20.*

Ejemplo 14.3.6

Encuentra la mediana de las puntuaciones de estas pruebas: 5 10 8 6 4 8 2 5 7 7

Solución

Empezamos listando los datos en orden: 2 4 5 5 6 7 7 8 8 10

Ya que hay 10 valores de datos, un número par, no hay un número medio. Entonces, encontramos la media de los dos números medios, 6 y 7, y obtenemos

$$\frac{(6+7)}{2}=6.5.$$

La mediana de la puntuación del cuestionario fue de 6.5. *Podemos decir, la mitad de los puntajes del cuestionario fueron inferiores a 6.5 y la otra mitad fueron superiores a 6.5.*

Pruébalo ahora 5

El precio de un frasco de mantequilla de maní en 5 tiendas fue: $3.29, $3.59, $3.79, $3.75, y $3.99. Encuentra el precio medio.

Ejemplo 14.3.7

Volvamos ahora a nuestros datos originales de ingresos familiares.

Ingresos (miles de dólares)	Frecuencia
15	6
20	8
25	11
30	17

Ingresos (miles de dólares)	Frecuencia
35	19
40	20
45	12
50	7

Aquí tenemos 100 valores de datos. Si no lo sabíamos ya, podríamos encontrarlo sumando las frecuencias. Dado que 100 es un número par, necesitamos encontrar la media de los dos valores de datos del medio: los valores de datos 50 th y 51 st. Para encontrarlos, comenzamos a contar desde abajo:

- Hay 6 valores de datos de $15, por lo que los Valores 1 a 6 son $15 mil
- Los siguientes 8 valores de datos son $20, por lo que los Valores 7 a (6+8) =14 son $20 mil
- Los siguientes 11 valores de datos son $25, por lo que los Valores 15 a (14+11) =25 son $25 mil
- Los siguientes 17 valores de datos son $30, por lo que los Valores 26 a (25+17) =42 son $30 mil
- Los siguientes 19 valores de datos son $35, por lo que los Valores 43 a (42+19) =61 son $35 mil

De esto podemos decir que los valores 50 y 51 serán de 35 mil dólares, y la media de estos dos valores es de 35 mil dólares. El ingreso medio en este barrio es de 35 mil dólares. *Así, la mitad de los ingresos del trabajo de los hogares es inferior a 35 mil dólares y la otra mitad ganaba más de 35 mil dólares.*

Ejemplo14.3.8

Si sumamos al nuevo vecino con un ingreso familiar de 5 millones de dólares, entonces habrá 101 valores de datos, y el ^{51} er valor será la mediana. Como descubrimos en el último ejemplo, el valor 51 st es de 35 mil dólares. Observe que el nuevo vecino no afectó la mediana en este caso. La mediana no se ve influida tanto por valores atípicos como por la media.

Pensemos en el ejemplo anterior. Cuando agregamos los ingresos de la familia 101, la media fue de $81,069 desde $31,900. Esa es una gran diferencia en el ingreso promedio de los hogares. Vemos que la media está influenciada por los valores de los datos, es decir, la media podría hacerse mayor o menor dependiendo de los valores de los datos. Sin embargo, al calcular la mediana incluyendo el ingreso de la familia 101, la mediana no se vio influenciada en absoluto. De hecho, en general, la mediana se conoce como una mejor estadística para el ingreso familiar ya que existe una amplia distribución de ingresos entre las familias. Así, los valores de los datos influyen en la media, pero no en la mediana.

Además de la media y la mediana, hay otra medición común del valor “típico” de un conjunto de datos: el **modo**.

Definición: Modo

El **modo** es el valor observado del conjunto de datos que ocurre con mayor frecuencia.

El modo se usa más comúnmente para datos categóricos, para los cuales no se pueden calcular la mediana y la media. Además, el modo es la única tendencia central que se utiliza tanto para datos categóricos como cuantitativos. La media y la mediana solo se utilizan con datos cuantitativos.

Ejemplo14.3.9

En nuestra encuesta de color de vehículos, recopilamos los datos.

Color	Frecuencia
Azul	3
Verde	5
Rojo	4

Color	Frecuencia
Blanco	3
Negro	2
Gris	3

Para estos datos, el Verde es el modo, ya que es el valor de los datos el que más frecuentemente ocurrió.

Es posible que un conjunto de datos tenga más de un modo si varias categorías tienen la misma frecuencia, o no hay modos si cada categoría ocurre solo una vez.

Pruébalo ahora 6

Se pidió a los revisores que calificaran un producto en una escala del 1 al 5. Encuentra

a. La calificación media
b. La mediana de calificación
c. La clasificación de modo

Calificación	Frecuencia
1	4
2	8
3	7
4	3
5	1

This page titled 14.3: Medidas de Tendencia Central is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **9.3: Measures of Central Tendency** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

14.4: Medidas de Variación

Considera estos tres conjuntos de puntajes del cuestionario:

Sección A: 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

Sección B: 0 0 0 0 0 10 10 10 10 10

Sección C: 4 4 5 5 5 5 6 6 6

Los tres conjuntos de datos tienen una media de 5 y una mediana de 5, sin embargo, los conjuntos de puntuaciones son claramente bastante diferentes. En la sección A, todos tenían la misma puntuación; en la sección B, la mitad de la clase no obtuvo puntos y la otra mitad obtuvo una puntuación perfecta, asumiendo que se trataba de un cuestionario de 10 puntos. La sección C no fue tan consistente como la sección A, pero no tan variada como la sección B.

Además de la media y mediana, que son medidas del valor "típico" o "medio", también necesitamos una medida de cuán "extendido" o variado está cada conjunto de datos.

Existen varias formas de medir esta "propagación" de los datos. El primero es el más simple y se llama el **rango**.

Definición: Rango

El rango es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto de datos.

Ejemplo14.4.1

Usando las puntuaciones del cuestionario de arriba,

Para la sección A, el rango es0 ya que tanto el máximo como el mínimo son5 y$5-5=0$

Para la sección B, el rango es10 desde$10-0=10$

Para la sección C, el rango es2 desde$6-4=2$

En el último ejemplo, el rango parece estar revelando cuán dispersos están los datos. Sin embargo, supongamos que agregamos una cuarta sección, la Sección D, con puntuaciones

0 5 5 5 5 5 5 5 5 5 10

Esta sección también tiene una media y mediana de 5. El rango es 10, sin embargo, este conjunto de datos es bastante diferente a la Sección B. Para iluminar mejor las diferencias, tendremos que recurrir a medidas de variación más sofisticadas.

Definición: Desviación estándar

La desviación estándar es una medida de variación basada en medir la distancia que cada valor de datos se desvía, o es diferente, de la media. Algunas características importantes:

- La desviación estándar siempre es positiva. La desviación estándar será cero si todos los valores de los datos son iguales, y se hará más grande a medida que los datos se desplieguen.
- La desviación estándar tiene las mismas unidades que los datos originales.
- La desviación estándar, al igual que la media, puede estar muy influenciada por valores atípicos.

Usando los datos de la sección D, podríamos calcular para cada valor de datos la diferencia entre el valor de datos y la media:

Valor de datos	Desviación: Valor de datos - Media
0	0-5 = -5
5	5-5 = 0
5	5-5 = 0
5	5-5 = 0

5	5-5 = 0
5	5-5 = 0
5	5-5 = 0
5	5-5 = 0
5	5-5 = 0
10	10-5 = 0

Nos gustaría tener una idea de la desviación “promedio” de la media, pero si encontramos el promedio de los valores en la segunda columna los valores negativos y positivos se cancelan entre sí (esto siempre sucederá), así que para evitar esto cuadramos cada valor en la segunda columna:

Valor de datos	Desviación: Valor de datos - Media	(Desviación) ^{2}
0	0-5 = -5	(-5) ^{2} = 25
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
5	5-5 = 0	0 ^{2} = 0
10	10-5 = 5	(5) ^{2} = 25

Luego agregamos las desviaciones cuadradas hasta obtener$25+0+0+0+0+0+0+0+0+25=50$. Ordinariamente, entonces dividiríamos por el número de puntajes$n$,, (en este caso, 10) para encontrar la media de las desviaciones. Pero solo hacemos esto si el conjunto de datos representa una población; si el conjunto de datos representa una muestra (como casi siempre lo hace), en cambio dividimos por$n-1$ (en este caso,$10-1=9$) [4].

Entonces, en nuestro ejemplo, tendríamos$\frac{50}{10}=5$ si la sección D representa una población y$\frac{50}{9}=$ aproximadamente5.56 si la sección D representa una muestra. Estos valores ($5 y 5.56$) se denominan, respectivamente, la **varianza poblacional** y la **varianza muestral** para la sección D.

La varianza puede ser un concepto estadístico útil, pero tenga en cuenta que las unidades de varianza en esta instancia serían puntos al cuadrado ya que cuadramos todas las desviaciones. ¿Qué son los puntos-cuadrados? Buena pregunta. Preferiríamos tratar con las unidades con las que empezamos (puntos en este caso), así que para volver a convertir tomamos la raíz cuadrada y obtenemos:

$$\text{Population Standard Deviation } =\sqrt{\frac{50}{10}}=\sqrt{5}\approx 2.2$$

$$\text{Sample Standard Deviation } =\sqrt{\frac{50}{9}}\approx 2.4$$

¿Qué dice esto de la sección D? Podemos decir que el puntaje promedio fue de 5 dar o tomar 2.4. La parte de “dar o tomar” es el prefijo para la desviación estándar. En el último capítulo, discutimos más sobre la relación entre el promedio y la desviación estándar. Por ahora, podemos interpretar los resultados como “el promedio es _____ dar o tomar [desviación estándar]”.

Si no estamos seguros de si el conjunto de datos es una muestra o una población, generalmente asumiremos que es una muestra, y redondearemos las respuestas a un decimal más que los datos originales, como hemos hecho anteriormente.

Para Calcular la Desviación Estándar:

1. Encuentra la desviación de cada dato de la media. En otras palabras, restar la media del valor de los datos.
2. Cuadrando cada desviación.
3. Añadir las desviaciones al cuadrado.
4. Dividir por$n$, el número de valores de datos, si los datos representan una población completa; *dividir por*$n-1$ *si los datos son de una muestra*. (Este resultado es la **varianza de la muestra**.)
5. Calcular la raíz cuadrada del resultado. (Este resultado es la **desviación estándar**.)

Ejemplo14.4.2

Calculando la desviación estándar para la Sección B anterior, primero calculamos que la media es 5. El uso de una tabla puede ayudar a realizar un seguimiento de sus cálculos para la desviación estándar:

Valor de datos	Desviación: Valor de datos - Media	(Desviación) ^{2}
0	0-5 = -5	$(-5)^2 = 25$
0	0-5 = -5	$(-5)^2 = 25$
0	0-5 = -5	$(-5)^2 = 25$
0	0-5 = -5	$(-5)^2 = 25$
0	0-5 = -5	$(-5)^2 = 25$
10	10-5 = 5	$(5)^2 = 25$
10	10-5 = 5	$(5)^2 = 25$
10	10-5 = 5	$(5)^2 = 25$
10	10-5 = 5	$(5)^2 = 25$
10	10-5 = 5	$(5)^2 = 25$

Suponiendo que estos datos representan una población, agregaremos las desviaciones cuadradas, dividiremos por 10, el número de valores de datos y calcularemos la raíz cuadrada:

$$\sqrt{\frac{25+25+25+25+25+25+25+25+25+25}{10}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = 5$$

Observe que la desviación estándar de este conjunto de datos es mucho mayor que la de la sección D ya que los datos de este conjunto están más dispersos. Así, el puntaje promedio fue de 5 dar o tomar 5.

A modo de comparación, las desviaciones estándar de las cuatro secciones son

Sección A: 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	Desviación estándar: 0
Sección B: 0 0 0 0 0 10 10 10 10 10	Desviación estándar: 5
Sección C: 4 4 5 5 5 5 6 6 6	Desviación estándar: 0.8
Sección D: 0 5 5 5 5 5 5 5 5 10	Desviación estándar: 2.2

Pruébalo ahora 7

El precio de un frasco de mantequilla de maní en 5 tiendas fue: $3.29, $3.59, $3.79, $3.75, y $3.99. Encuentra la desviación estándar de los precios.

Cuando la desviación estándar es una medida de variación basada en la media, los **cuartiles** se basan en la mediana.

Definición: Cuartiles

Los cuartiles son valores que dividen los datos en trimestres.

El primer cuartil (Q_1) es el valor de manera que 25% de los valores de datos están por debajo de él; el tercer cuartil (Q_3) es el valor de manera que 75% de los valores de datos están por debajo de él. Es posible que hayas adivinado que el segundo cuartil es lo mismo que la mediana, ya que la mediana es el valor por lo que el 50% de los valores de los datos están por debajo de él.

Esto divide los datos en trimestres; el 25% de los datos se encuentra entre el mínimo y Q_1, el 25% está entre Q_1 y la mediana, el 25% está entre la mediana y Q_3, y el 25% está entre Q_3 y el valor máximo

Si bien los cuartiles no son un resumen de variación de 1 número como la desviación estándar, los cuartiles se utilizan con los valores de mediana, mínimo y máximo para formar un **resumen de 5 números** de los datos.

Definición: Resumen de cinco números

El resumen de cinco números toma esta forma

Mínimo, Q_1, Mediana, Q_3, Máximo

Para encontrar el primer cuartil, necesitamos encontrar el valor de los datos para que el 25% de los datos estén por debajo de él. Si n es el número de valores de datos, calculamos un localizador encontrando 25% de$n$. Si este localizador es un valor decimal, redondeamos y encontramos el valor de los datos en esa posición. Si el localizador es un número entero, encontramos la media del valor de datos en esa posición y el siguiente valor de datos. Esto es idéntico al proceso que usamos para encontrar la mediana, excepto que usamos 25% de los valores de datos en lugar de la mitad de los valores de datos como localizador.

Para encontrar el primer cuartil, Q_1

1. Comience ordenando los datos de menor a mayor.
2. Calcular el localizador:$L = 0.25n$.
3. SiL es un valor decimal:

- Redondear hasta$L+$
- Utilice el valor de los datos en la$L+^{\text{th}}$ posición.

SiL es un número entero:

- Encuentra la media de los valores de datos en las$L + 1^{\text{th}}$ posicionesL^{th} y.

Para encontrar el tercer cuartil, Q_3

Utilice el mismo procedimiento que para Q_1, pero con localizador:$L = 0.75n$

Veamos algunos ejemplos. También podemos calcular el resumen de 5 números en calculadoras, o algún software científico como Excel, Minitab, o R. Sin embargo, en este curso, solo nos mojamos los pies con las estadísticas, por lo que podemos calcular estos valores rápidamente a mano.

Ejemplo14.4.3

Supongamos que hemos medido 9 hembras y sus alturas (en pulgadas), ordenadas de menor a mayor son:

59 60 62 64 66 67 69 70 72

Para encontrar el primer cuartil primero calculamos el localizador: 25% de 9 es$L = 0.25(9) = 2.25$. Dado que este valor no es un número entero, redondeamos hasta 3. El primer cuartil será el tercer valor de datos: 62 pulgadas. Podemos decir que el 25% de las hembras son menores de 62 pulgadas y el otro 75% es más alto que 62 pulgadas.

Para encontrar el tercer cuartil, nuevamente calculamos el localizador: 75% de 9 es$0.75(9) = 6.75$. Dado que este valor no es un número entero, redondeamos hasta 7. El tercer cuartil será el séptimo valor de datos: 69 pulgadas. Podemos decir que 75% de las hembras son más cortas que 69 pulgadas y el otro 25% es más alto que 69 pulgadas.

Ejemplo14.4.4

Supongamos que habíamos medido 8 hembras y sus alturas (en pulgadas), ordenadas de menor a mayor son:

59 60 62 64 66 67 69 70

Para encontrar el primer cuartil primero calculamos el localizador: 25% de 8 es$L = 0.25(8) = 2$. Dado que este valor es un número entero, encontraremos la media de los valores de ^{datos} 2 y 3 rd: $\frac{(60+62)}{2} = 61$, por lo que el primer cuartil es de 61 pulgadas. Podemos decir que el 25% de las hembras son menores de 61 pulgadas y el otro 75% es más alto que 61 pulgadas.

El tercer cuartil se calcula de manera similar, utilizando 75% en lugar de 25%. $L = 0.75(8) = 6$. Se trata de un número entero, por lo que encontraremos la media de los valores de los datos $^{6^{\text{o}} \text{ y } 7^{\text{o}}}$: $\frac{(67+69)}{2} = 68$, así que Q_3 es de 68 pulgadas. Podemos decir que el 75% de las hembras son menores de 68 pulgadas y el otro 25% es más alto que 68 pulgadas.

Tenga en cuenta que la mediana podría calcularse de la misma manera, usando el 50% o un localizador de$L = 0.5n$

El resumen de 5 números combina el primer y tercer cuartil con los valores mínimo, mediano y máximo.

Ejemplo14.4.5

En el ejemplo con una muestra de 9 hembras, la mediana es 66, la mínima es 59, y la máxima es 72. Por lo tanto, el resumen de 5 números es:

59, 62, 66, 69, 72.

En el ejemplo con una muestra de 8 hembras, la mediana es 65, la mínima es 59, y la máxima es 70, por lo que el resumen de 5 números es:

59, 61, 65, 68, 70.

Ejemplo14.4.6

Volviendo a nuestros datos de puntuación del cuestionario. En cada caso, el primer localizador de cuartil es 0.25 (10) = 2.5, por lo que el primer cuartil será el 3er valor de datos, y el tercer cuartil será el octavo valor de datos. Creando los resúmenes de cinco números:

Sección y Datos	**Resumen de 5 números**
Sección A: 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	Desviación estándar: 0
Sección B: 0 0 0 0 0 10 10 10 10 10	Desviación estándar: 5
Sección C: 4 4 5 5 5 5 6 6 6	Desviación estándar: 0.8
Sección D: 0 5 5 5 5 5 5 5 5 5 10	Desviación estándar: 2.2

Por supuesto, con un conjunto de datos relativamente pequeño, encontrar un resumen de cinco números es un poco tonto, ya que el resumen contiene casi tantos valores como los datos originales.

Pruébalo ahora 8

El costo total de los libros de texto para el término se recolectó de 36 estudiantes. Encuentra el resumen de 5 números de estos datos.

$140 $160 $160 $165 $180 $220 $235 $240 $250 $260 $280 $285

$285 $290 $300 $300 $305 $310 $310 $315 $315 $320 $320

$330 $340 $345 $350 $355 $360 $360 $380 $395 $420 $460 $460

Ejemplo14.4.7

Volviendo a los datos de ingresos de los hogares de antes, crear el resumen de cinco números.

Ingresos (miles de dólares)	Frecuencia
$15	6
$20	8
$25	11
$30	17
$35	19
$40	20
$45	12
$50	7

Al sumar las frecuencias, podemos ver que hay 100 valores de datos representados en la tabla. En el Ejemplo 9.3.7, encontramos que la mediana fue de $35 mil. Podemos ver en la tabla que el ingreso mínimo es de $15 mil, y el máximo es de $50 mil.

Para encontrar Q_1, calculamos el localizador: $L = 0.25(100) = 25$. Este es un número entero, por lo que Q_1 será la media de los valores de datos 25° y 26°.

Contando en los datos como lo hacíamos antes,

Hay 6 valores de datos de $15, por lo que los Valores 1 a 6 son $15 mil

Los siguientes 8 valores de datos son $20, por lo que los Valores 7 a $(6+8) = 14$ son $20 mil

Los siguientes 11 valores de datos son $25, por lo que los Valores 15 a $(14+11) = 25$ son $25 mil

Los siguientes 17 valores de datos son $30, por lo que los Valores 26 a $(25+17) = 42$ son $30 mil

El 25° valor de datos es de 25 mil dólares, y el 26° valor de datos es de $30 mil, por lo que Q_1 será la media de estos: $\frac{(25+30)}{2} = \$27.5$ mil.

Para encontrar Q_3, calculamos el localizador: $L = 0.75(100) = 75$. Este es un número entero, por lo que Q_3 será la media de los valores de datos 75° y 76°. Continuando nuestro conteo desde antes,

Los siguientes 19 valores de datos son $35, por lo que los Valores 43 a $(42+19) = 61$ son $35 mil

Los siguientes 20 valores de datos son $40, por lo que los Valores 61 a $(61+20) = 81$ son $40 mil

Tanto los valores de los datos 75 y 76° se encuentran en este grupo, por lo que Q_3 será de $40 mil.

Al juntar estos valores en un resumen de cinco números, obtenemos: 15, 27.5, 35, 40, 50.

Tenga en cuenta que el resumen de 5 números divide los datos en cuatro intervalos, cada uno de los cuales contendrá alrededor del 25% de los datos. En el ejemplo anterior, alrededor del 25% de los hogares tienen ingresos entre $40 mil y $50 mil. Para visualizar datos, hay una representación gráfica de un resumen de 5 números llamado diagrama de caja, o gráfico de caja y bigotes.

Para visualizar datos, hay una representación gráfica de un resumen de 5 números llamado **diagrama de caja**, o gráfico de caja y bigotes.

Definición: Box Plot

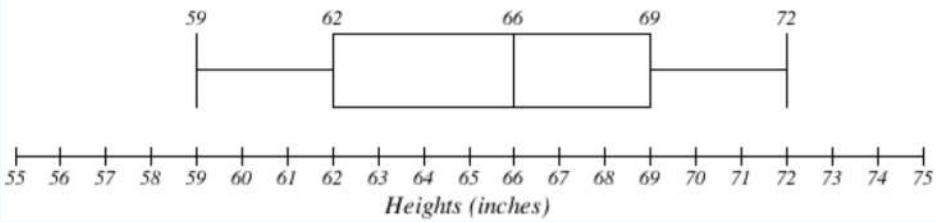
Un **diagrama de caja** es una representación gráfica de un resumen de cinco números.

Para crear una gráfica de caja, primero se dibuja una recta numérica con marcas de selección equidistantes. Se dibuja una caja desde el primer cuartil hasta el tercer cuartil, y se dibuja una línea a través de la caja en la mediana. Los “bigotes” se extienden a los valores mínimo y máximo.

Ejemplo14.4.8

La gráfica de cuadro a continuación se basa en el resumen de 5 números de la muestra de 9 alturas femeninas:

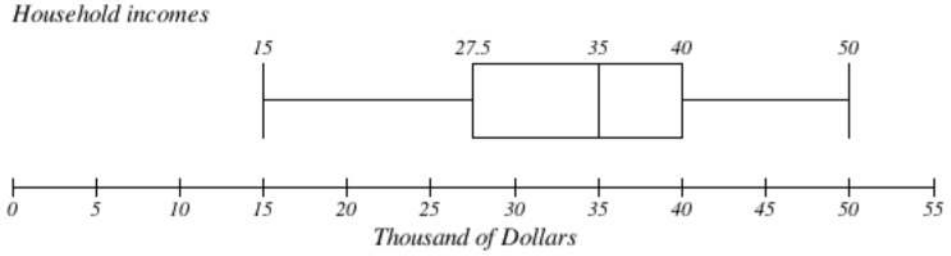
59, 62, 66, 69, 72



Ejemplo14.4.9

El diagrama de caja a continuación se basa en el resumen de 5 números de la muestra de los ingresos de los hogares:

15, 27.5, 35, 40, 50



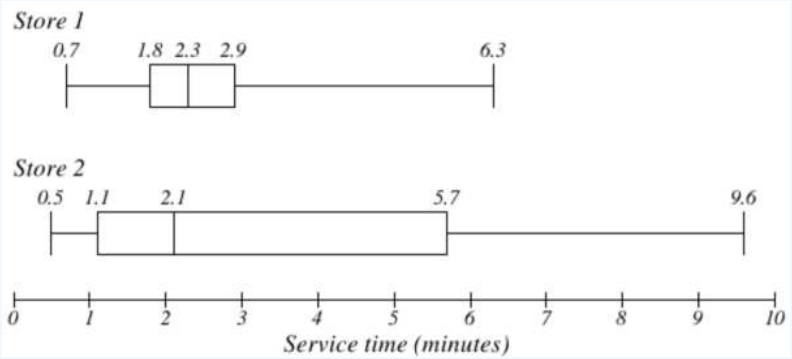
Pruébalo ahora 9

Crea una gráfica de caja basada en los datos de precios del libro de texto del último *Pruébalo ahora*.

Las parcelas de caja son particularmente útiles para comparar datos de dos poblaciones o muestras. De hecho, cuando tenemos dos muestras para comparar, siempre se prefiere usar parcelas de caja.

Ejemplo14.4.10

A continuación se muestra la trama de caja de tiempos de servicio para dos restaurantes de comida rápida.



Mientras que la tienda 2 tuvo una mediana de tiempo de servicio ligeramente más corta (2.1 minutos vs. 2.3 minutos), la tienda 2 es menos consistente, con una distribución más amplia de los datos.

En la tienda 1, 75% de los clientes fueron atendidos dentro de 2.9 minutos, mientras que en la tienda 2, 75% de los clientes fueron atendidos dentro de 5.7 minutos.

¿A qué tienda deberías ir a toda prisa? Eso depende de tus opiniones sobre la suerte — 25% de los clientes de la tienda 2 tuvieron que esperar entre 5.7 y 9.6 minutos.

Ejemplo14.4.11

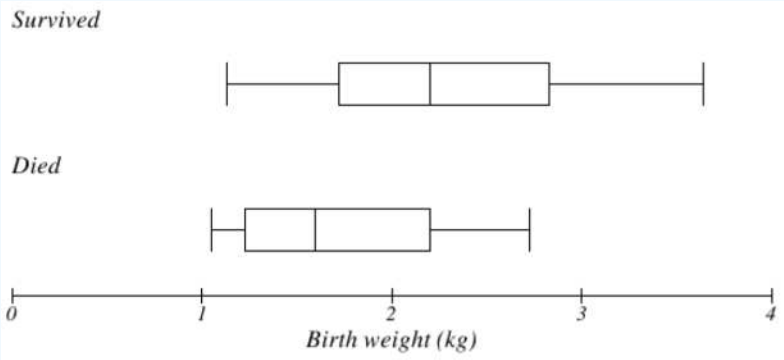
La gráfica de caja a continuación se basa en el peso al nacer de los recién nacidos con síndrome de dificultad respiratoria idiopática grave (SIRDS) [5]. La parcela de caja se separa para mostrar los pesos al nacer de los recién nacidos que sobrevivieron y los que no.

Al comparar los dos grupos, la gráfica de caja revela que los pesos al nacer de los recién nacidos que murieron parecen ser, en general, menores que los pesos de los recién nacidos que sobrevivieron. De hecho, podemos ver que la mediana de peso al nacer de los infantes que sobrevivieron es el mismo que el tercer cuartil de los infantes que murieron.

De igual manera, podemos ver que el primer cuartil de los sobrevivientes es mayor que la mediana del peso de los que murieron, lo que significa que más del 75% de los sobrevivientes tuvieron un peso al nacer mayor que el peso medio al nacer de los que murieron.

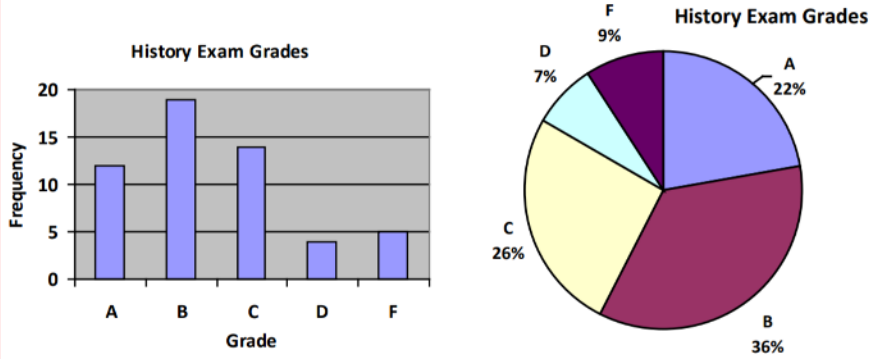
Al observar el valor máximo para los que murieron y el tercer cuartil de los sobrevivientes, podemos ver que más del 25% de los sobrevivientes tuvieron pesos al nacer más altos que el infante más pesado que murió.

La trama de caja nos da una manera rápida, aunque informal, de determinar que el peso al nacer está muy probablemente vinculado a la supervivencia de los infantes con SIRDS.



Pruébalo ahora Respuestas

1.



2. Si bien el gráfico circular representa con precisión el tamaño relativo de las personas que están de acuerdo con cada candidato, el gráfico es confuso, ya que generalmente los porcentajes en un gráfico circular representan el porcentaje del pastel que representa la porción.

3. Usando intervalos de clase de tamaño 55, podemos agrupar nuestros datos en seis intervalos:

Intervalo de costo	Frecuencia
140-194	5
$195-249	3
$250-304	9
$305-359	12
$360-414	4
$415-469	3

Podemos usar la distribución de frecuencias para generar el histograma.

4. Sumando los precios y dividiendo por 5 obtenemos el precio medio: $3.682

5. Primero ponemos los datos en orden: $3.29, $3.59, $3.75, $3.79, $3.99. Dado que hay un número impar de datos, la mediana será el valor medio, $3.75.

6. Hay 23 valoraciones.

a. La media es $\frac{(1\cdot 4)+(2\cdot 8)+(3\cdot 7)+(4\cdot 3)+(5\cdot 1)}{23}\approx 2.5$

b. Hay 23 valores de datos, por lo que la mediana será el 12 $^{\circ}$ valor de datos. Las calificaciones de 1 son los primeros 4 valores, mientras que una calificación de 2 son los siguientes 8 valores, por lo que el 12 $^{\circ}$ valor será una calificación de 2. La mediana es 2.

c. El modo es la calificación más frecuente. La clasificación de modo es 2.

7. Anteriormente encontramos que la media de los datos fue de $3.682.

Valor de datos	Desviación: Valor de datos - Media	Desviación Cuadrada
3.29	3.29 — 3.682 = -0.391	0.153664
3.59	3.59 — 3.682 = -0.092	0.008464
3.79	3.79 — 3.682 = 0.108	0.011664
3.75	3.75 — 3.682 = 0.068	0.004624
3.99	3.99 — 3.682 = 0.308	0.094864

Estos datos son de una muestra, por lo que agregaremos las desviaciones cuadradas, dividiremos por 4, el número de valores de datos menos 1, y calcularemos la raíz cuadrada:

$$\sqrt{\frac{0.153664+0.008464+0.011664+0.004624+0.094864}{4}}\approx \$0.261$$

Así, el precio promedio de la mantequilla de maní es de $3.68 dar o tomar $0.26.

8. Los datos ya están en orden, así que no necesitamos ordenarlos primero. El valor mínimo es de $140 y el máximo es de $460.

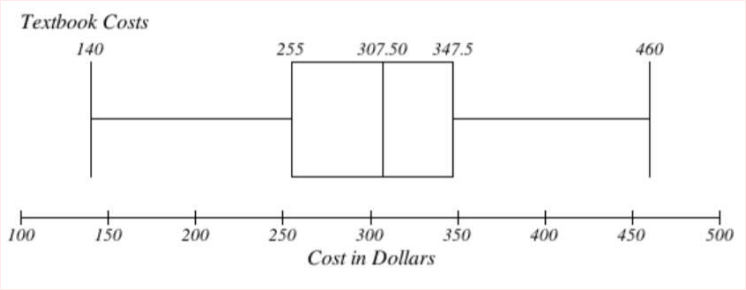
Hay 36 valores de datos así$n=36$. $\frac{n}{2}=18$, que es un número entero, por lo que la mediana es la media de los valores de datos 18 y 19 $^{\circ}$, 305 y 310 dólares. La mediana es de 307.50 dólares.

Para encontrar el primer cuartil, calculamos el localizador, $L = 0.25(36) = 9$. Dado que se trata de un número entero, sabemos que Q_1 es la media de los valores de datos 9° y 10°, \$250 y \$260. Q_1 = 255\$.

Para encontrar el tercer cuartil, calculamos el localizador, $L = 0.75(36) = 27$. Dado que se trata de un número entero, sabemos que Q_3 es la media de los valores de los ^{datos} 27 y 28, 345 y 350 dólares. Q_3 = 347.50\$.

El resumen número 5 de estos datos es: \$140, \$255, \$307.50, \$347.50, \$460

9. Costos de boxplot de libros de texto:



Notas:

4. La razón por la que hacemos esto es altamente técnica, pero podemos ver cómo podría ser útil considerando el caso de una muestra pequeña de una población que contiene un valor atípico, lo que aumentaría la desviación promedio: el valor atípico muy probablemente no se incluirá en la muestra, por lo que la desviación media de la muestra sería subestimamos la desviación media de la población; así, dividimos por un número ligeramente menor para obtener una desviación promedio ligeramente mayor.

5. van Vliet, P.K. y Gupta, J.M. (1973) Bicarbonato de sodio en el síndrome de dificultad respiratoria idiopática. *Arco. Enfermedad en la Infancia*, **48**, 249—255. Como se cita en http://openlearn.open.ac.uk/mod/oucontent/view.php?id=398296§ion=1.1.3

This page titled 14.4: Medidas de Variación is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **9.4: Measures of Variation** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.
- **9.2: Presenting Quantitative Data Graphically** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

14.5: Ejercicios

Habilidades

1. La siguiente tabla muestra las puntuaciones en una prueba de Matemáticas.

a. Completar la tabla de frecuencias para los puntajes del examen de Matemáticas.

b. Construir un histograma de los datos.

c. Construir un gráfico circular de los datos.

80	50	50	90	70	70	100	60	70	80	70	50
90	100	80	70	30	80	80	70	100	60	60	50

2. A un grupo de adultos se le preguntó cuántos autos tenían en su casa.

a. Complete la tabla de frecuencias para los datos del número de automóvil.

b. Construir un histograma de los datos.

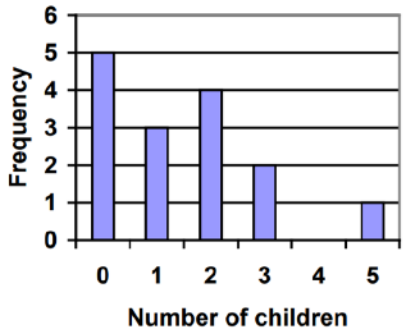
c. Construir un gráfico circular de los datos.

1	4	2	2	1	2	3	3	1	4	2	2
1	2	1	3	2	2	1	2	1	1	1	2

3. A un grupo de adultos se le preguntó cuántos hijos tienen en sus familias. El gráfico de barras a la derecha muestra el número de adultos que indicaron cada número de niños.

a. ¿Cuántos adultos fueron interrogados?

b. ¿Qué porcentaje de los adultos cuestionados tenía 0 hijos?



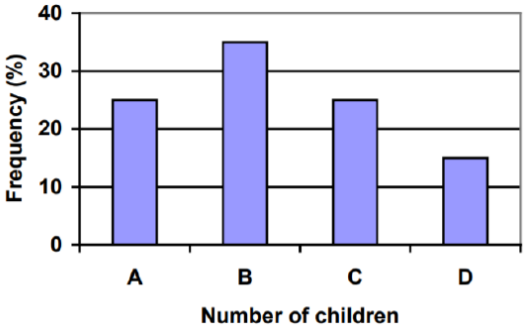
4. Jasmine estaba interesada en cuántos días tardaría un pedido de Netflix en llegar a su puerta. La gráfica a continuación muestra los datos que recopiló.

a. ¿Cuántas películas pidió?

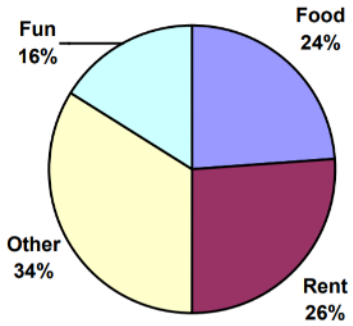
b. ¿Qué porcentaje de las películas llegó en un día?



5. El gráfico de barras a continuación muestra el *porcentaje* de estudiantes que recibieron cada calificación de letras en su último trabajo en inglés. La clase contiene 20 alumnos. ¿Qué número de alumnos obtuvieron una A en su papel?



6. Kori clasificó sus gastos para este mes en cuatro categorías: Renta, Comida, Diversión y Otros. Aquí se muestran los porcentajes que gastó en cada categoría. Si gastó un total de 2600 dólares este mes, ¿cuánto gastó en renta?



7. A un grupo de comensales se le preguntó cuánto pagarían por una comida. Sus respuestas fueron: $7.50, $8.25, $9.00, $8.00, $7.25, $7.50, $8.00, $7.00.

a. Encuentra la media

b. Encuentra la mediana

c. Escriba el resumen de 5 números para estos datos

8. Registraste el tiempo en segundos que tardó en que 8 participantes resolvieran un rompecabezas. Los tiempos fueron: 15.2, 18.8, 19.3, 19.7, 20.2, 21.8, 22.1, 29.4.

a. Encuentra la media

b. Encuentra la mediana

c. Escriba el resumen de 5 números para estos datos

9. Refiérase al histograma de la pregunta #3.

a. Calcular el número medio de niños para el grupo encuestado

b. Calcular la mediana del número de niños para el grupo encuestado

c. Escriba el resumen de 5 números para estos datos.

d. Crear parcela de caja.

10. Refiérase al histograma de la pregunta #4.

a. Calcular el número medio de días de envío

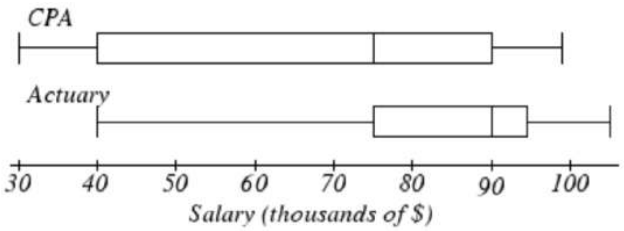
b. Calcular la mediana del número de días de envío

c. Escriba el resumen de 5 números para estos datos.

d. Crear parcela de caja.

Conceptos

11. El cuadro de abajo muestra los salarios de Actuarios y CPA. Kendra hace el salario medio de un Actuario. Kelsey obtiene el primer salario cuartil para un CPA. ¿Quién gana más dinero? ¿Cuánto más?



12. Refiriéndose a la gráfica de caja anterior, ¿qué porcentaje de actuarios gana más que el salario medio de un CPA?

Exploración

13. A menudo, las compañías farmacéuticas realizan estudios para determinar la efectividad de un programa de tratamiento. Supongamos que actualmente se encuentra en estudio un nuevo fármaco de anticuerpos contra el SIDA. Se administra a los pacientes una vez que los síntomas del SIDA se han revelado. De interés es el tiempo promedio, en meses, los pacientes viven una vez que comienzan el tratamiento. Dos investigadores siguen cada uno un conjunto diferente de 40 pacientes con SIDA desde el inicio del tratamiento hasta su muerte. Se recogen los siguientes datos (en meses).

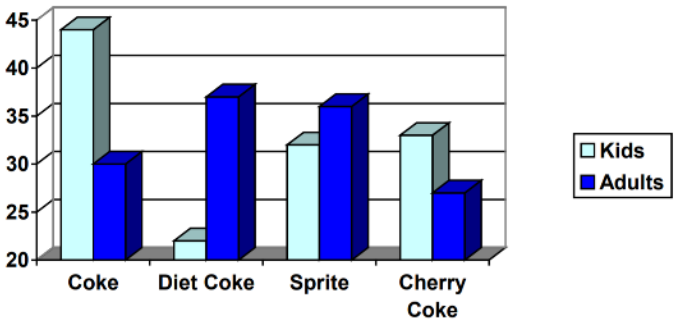
Investigador 1:3; 4; 11; 15; 16; 17; 22; 44; 37; 16; 14; 24; 25; 15; 26; 27; 33; 29; 35; 44; 13; 21; 22; 10; 12; 8; 40; 32; 26; 27; 31; 34; 29; 17; 8; 24; 18; 47; 33; 34

Investigador 2:3; 14; 11; 5; 16; 17; 28; 41; 31; 18; 14; 14; 26; 25; 21; 22; 31; 2; 35; 44; 23; 21; 21; 16; 12; 18; 41; 22; 16; 25; 33; 34; 29; 13; 18; 24; 23; 42; 33; 29

a. Crear histogramas comparativos de los datos.

b. Crear diagramas de caja comparativos de los datos.

14. A continuación aparece una gráfica que muestra el número de adultos y niños que prefieren cada tipo de refresco. Se encuestaron 130 adultos y niños. Discuta algunas formas en las que se podría mejorar la gráfica a continuación.



15. Conforman tres conjuntos de datos con 5 números cada uno que tengan:

a. la misma media pero diferentes desviaciones estándar.

b. la misma media pero diferentes medianas.

c. la misma mediana pero diferentes medias.

16. Una muestra de 30 puntuaciones de distancia medidas en yardas tiene una media de 7, una varianza de 16 y una desviación estándar de 4.

a. quieres convertir todas tus distancias de yardas a pies, así multiplicas cada puntaje en la muestra por 3. ¿Cuáles son las nuevas medias, mediana, varianza y desviación estándar?

b. Entonces decides que solo quieres mirar la distancia más allá de cierto punto. Así, después de multiplicar las puntuaciones originales por 3, decides restar 4 pies de cada una de las puntuaciones. Ahora, ¿cuáles son las nuevas medias, mediana, varianza y desviación estándar?

17. En tu clase, diseña una encuesta sobre un tema que te interese y dásela a la clase.

a. Resumir los datos, calculando la media y el resumen de cinco números.

b. Crear una representación gráfica de los datos.

c. Escribe varias frases sobre el tema, usando tus estadísticas calculadas como evidencia en tu escritura.

This page titled 14.5: Ejercicios is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **9.5: Exercises** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

CHAPTER OVERVIEW

15: Probabilidad

15.1: Conceptos básicos
15.2: Trabajar con Eventos
15.3: Conteo
15.4: Valor esperado
15.5: Ejercicios

15: Probabilidad is shared under a not declared license and was authored, remixed, and/or curated by LibreTexts.

15.1: Conceptos básicos

Si haces rodar un dado, escoges una carta de una baraja de naipes, o seleccionas aleatoriamente a una persona y observas su color de pelo, estamos ejecutando un experimento o procedimiento. En probabilidad, observamos la probabilidad de diferentes resultados. Comenzamos con alguna terminología.

Definición: Eventos y Resultados

El resultado de un experimento se llama **desenlace**.

Un **evento** es cualquier resultado particular o grupo de resultados.

Un **evento simple** es un evento que no se puede desglosar más.

El **espacio de muestreo** es el conjunto de todos los eventos simples posibles.

Ejemplo15.1.1

Si enrollamos una matriz estándar de 6 lados, describa el espacio muestral y algunos eventos simples.

Solución

El espacio de muestra es el conjunto de todos los eventos simples posibles: {1,2,3,4,5,6}



Algunos ejemplos de eventos simples:

- Rodamos un 1
- Rodamos un 5

Algunos eventos compuestos:

- Rodamos un número mayor que 4
- Rodamos un número par

Definición: Probabilidad básica

Dado que todos los resultados son igualmente probables, podemos calcular la probabilidad de un evento E usando esta fórmula:

$$P(E) = \frac{\text{Number of outcomes corresponding to the event E}}{\text{Total number of equally - likely outcomes}}$$

Ejemplo15.1.2

Si enrollamos un troquel de 6 lados, calcule

a) P (rodando a 1)

b) P (rodando un número mayor que 4)

Solución

Recordemos que el espacio muestral es {1,2,3,4,5,6}

a) Hay un resultado correspondiente a “rodar un 1”, por lo que la probabilidad es $\frac{1}{6}$.

b) Hay dos resultados mayores que un 4, por lo que la probabilidad es $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Las probabilidades son esencialmente fracciones, y se pueden reducir a términos más bajos como fracciones.

Ejemplo15.1.3

Digamos que tienes una bolsa con 20 cerezas, 14 dulces y 6 agrias. Si eliges una cereza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea dulce?

Solución

Hay 20 posibles cerezas que se podrían recoger, por lo que el número de posibles resultados es de 20. De estos 20 posibles resultados, 14 son favorables (dulces), por lo que la probabilidad de que la cereza sea dulce es $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$.

Sin embargo, existe una posible complicación en este ejemplo. Se debe suponer que la probabilidad de recoger cualquiera de las cerezas es la misma que la probabilidad de recoger cualquier otra. Esto no sería cierto si (imaginemos) las cerezas dulces son más pequeñas que las ácidas. (Las cerezas agrias llegarían a la mano más fácilmente cuando tomaras muestras de la bolsa). Tengamos en cuenta, por tanto, que cuando evaluamos las probabilidades en términos de la proporción de casos favorables a todos los casos potenciales, nos basamos en gran medida en el supuesto de igual probabilidad para todos los resultados.

Pruébalo ahora 1

En algún momento al azar, miras tu reloj y notas la lectura de los minutos.

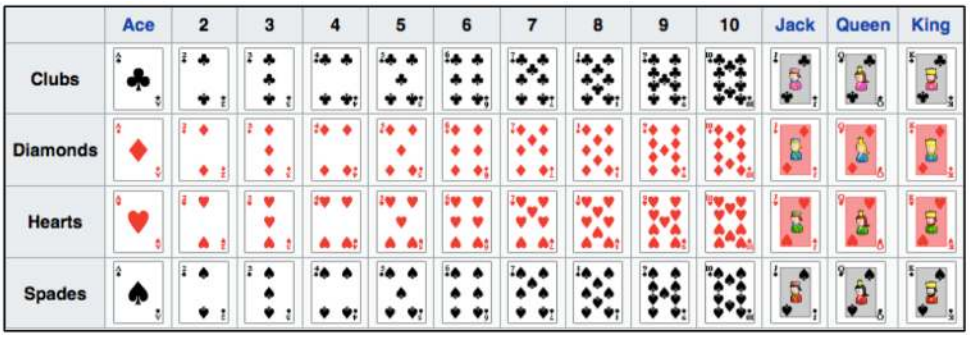
a. ¿Cuál es la probabilidad de que los minutos de lectura sean 15?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que los minutos de lectura sean 15 o menos?

Definición: Tarjetas

Una baraja estándar de 52 naipes consta de cuatro **palos** (corazones, espadas, diamantes y palos). Las espadas y los palos son negros mientras que los corazones y los diamantes son rojos. Cada palo contiene 13 cartas, cada una de un **rango** diferente: Un As (que en muchos juegos funciona como carta baja y carta alta), cartas numeradas del 2 al 10, una Jack, una Reina y un Rey.

La siguiente imagen da un ejemplo de una baraja completa de 52 cartas.



Ejemplo15.1.4

Calcula la probabilidad de sacar aleatoriamente una carta de una baraja y obtener un As.

Solución

Hay 52 cartas en la baraja y 4 Ases así $P(Ace) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0.0769$

También podemos pensar en las probabilidades como porcentajes: Existe un 7.69% de probabilidad de que una carta seleccionada al azar sea un As.

Observe que la probabilidad más pequeña posible es 0 — si no hay resultados que correspondan con el evento. La mayor probabilidad posible es 1 — si todos los resultados posibles corresponden con el evento.

Definición: Ciertos e Imposibles Sucesos

Un **evento imposible** tiene una probabilidad de 0.

Un **determinado evento** tiene una probabilidad de 1.

La probabilidad de cualquier evento debe ser$0 \leq P(E) \leq 1$, es decir, la probabilidad de cualquier evento está entre (o igual a) cero y uno.

En el transcurso de este capítulo, *si computas una probabilidad y obtienes una respuesta negativa o superior a 1, has cometido un error y debes revisar tu trabajo.*

This page titled 15.1: Conceptos básicos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **10.1: Basic Concepts** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

15.2: Trabajar con Eventos

Eventos Complementarios

Ahora examinemos la probabilidad de que **no** ocurra un evento. Al igual que en el apartado anterior, considere la situación de rodar un dado de seis lados y primero compute la probabilidad de rodar un seis: la respuesta es $P(\text{six}) = \frac{1}{6}$. Ahora considere la probabilidad de que *no* rodemos un seis: hay 5 resultados que no son un seis, entonces la respuesta es $P(\text{not a six}) = \frac{5}{6}$. Observe que

$$P(\text{six}) + P(\text{not a six}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Esto no es una coincidencia. Considerar una situación genérica con n posibles resultados y un evento E que corresponda a m de estos resultados. Entonces los $n - m$ resultados restantes corresponden a E no suceder, así

$$P(\text{not } E) = \frac{n-m}{n} = \frac{n}{n} - \frac{m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = 1 - P(E)$$

Definición: Complemento de un Evento

El **complemento** de un evento es el evento "E no sucede".

La notación $\overline{E}$ o E^c se utiliza para el complemento de evento E. Podemos calcular la probabilidad del complemento usando $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$. Observe también eso $P(E) = 1 - P(\overline{E})$.

Ejemplo 15.2.1

Si sacas una carta aleatoria de una baraja de naipes, ¿cuál es la probabilidad de que *no sea un corazón?*

Solución

Hay 13 corazones en la baraja, entonces $P(\text{heart}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$.

La probabilidad de *no* dibujar un corazón es el complemento:

$$P(\text{not heart}) = 1 - P(\text{heart}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad .$$

Probabilidad de dos eventos independientes

Ejemplo 15.2.2

Supongamos que volteamos una moneda y rodamos un dado, y queríamos saber la probabilidad de conseguir una cabeza en la moneda y un 6 en el dado.

Solución

Podríamos enumerar todos los resultados posibles: {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}.

Observe que hay resultados $2 \cdot 6 = 12$ totales. Fuera de estos, solo 1 está el resultado deseado, por lo que la probabilidad es $\frac{1}{12}$.

El ejemplo anterior encontrando la probabilidad de dos eventos independientes.

Definición: Eventos Independientes

Los eventos A y B son **eventos independientes** si la probabilidad de que ocurra el Evento B es la misma independientemente de que ocurra o no el Evento A.

Ejemplo15.2.3

¿Estos eventos son independientes?

a) Una moneda justa es arrojada dos veces. Los dos eventos son (1) el primer lanzamiento es una cabeza y (2) el segundo lanzamiento es una cabeza.

b) Los dos eventos (1) “Lloverá mañana en Houston” y (2) “Lloverá mañana en Galveston” (una ciudad cercana a Houston).

c) Se saca una carta de una baraja, luego se extrae una segunda carta sin sustituir la primera.

Solución

a) La probabilidad de que una cabeza salga en el segundo lanzamiento es $\frac{1}{2}$ independientemente de si una cabeza se le ocurrió o no en el primer lanzamiento, por lo que estos eventos son *independientes*.

b) Estos eventos *no son independientes* porque es más probable que llueva en Galveston los días que llueve en Houston que en días que no lo hace.

c) La probabilidad de que la segunda carta sea roja depende de si la primera carta es roja o no, por lo que estos eventos *no* son *independientes*.

Cuando dos eventos son independientes, la probabilidad de que ambos ocurran es producto de las probabilidades de los eventos individuales.

$P(A \text{ and } B)$ for Independent Events

Si los eventos A y B son independientes, entonces la probabilidad de que ambos A y B ocurran es

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$$

donde $P(A \text{ and } B)$ está la probabilidad de que ocurran eventos A y B ambos, $P(A)$ es la probabilidad de A que ocurra un evento, y $P(B)$ es la probabilidad de B que ocurra un evento.

Si miras hacia atrás en el ejemplo de moneda y morir anterior, puedes ver cómo el número de resultados del primer evento multiplicado por el número de resultados en el segundo evento se multiplicó para igualar el número total de resultados posibles en el evento combinado.

Ejemplo15.2.4

En tu cajón, tienes 10 pares de calcetines, 6 de los cuales son blancos, y 7 playeras, 3 de las cuales son blancas. Si metes al azar y sacas un par de calcetines y una camiseta, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean blancos?

Solución

La probabilidad de elegir un par de calcetines blancos es $\frac{6}{10}$.

La probabilidad de elegir una camiseta blanca es $\frac{3}{7}$.

Dado que la probabilidad de seleccionar aleatoriamente un calcetín blanco es la misma independientemente de que seleccionemos o no al azar una camiseta blanca del cajón, entonces estos son eventos independientes. Por lo tanto, podemos usar la fórmula de probabilidad para eventos independientes.

La probabilidad de que ambos sean blancos es $\frac{6}{10} \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{70} = \frac{9}{35}$

Pruébalo ahora 2

Una carta es sacada de una baraja de cartas y anotada. Luego se reemplaza la carta, se baraja la baraja y se retira una segunda carta y se anota. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas cartas sean Ases?

En los ejemplos anteriores se analizó la probabilidad de que *ambos* eventos ocurran. Ahora veremos la probabilidad de que ocurra *cualquiera* de los eventos

Probabilidad de que ocurran dos eventos

Ejemplo15.2.5

Supongamos que volteamos una moneda y rodamos un dado, y queríamos saber la probabilidad de obtener una cabeza sobre la moneda *o* un 6 en el dado.

Solución

Aquí, todavía hay 12 posibles resultados: {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}.

Simplemente contando, podemos ver que 7 de los resultados tienen una cabeza en la moneda *o* un 6 en el dado *o* ambos — usamos *o* inclusivamente aquí (estos 7 resultados son H1, H2, H3, H4, H5, H6, T6), entonces la probabilidad es $\frac{7}{12}$. ¿Cómo podríamos haber encontrado esto a partir de las probabilidades individuales?

Como cabría esperar, $\frac{1}{2}$ de estos resultados tienen una cabeza, y $\frac{1}{6}$ de estos resultados tienen un 6 en el dado. Si agregamos estos, $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{6}{12}+\frac{2}{12}=\frac{8}{12}$, que no es la probabilidad correcta. *Mirando los resultados podemos ver por qué: el resultado H6 se habría contado dos veces, ya que contiene tanto una cabeza como un 6; la probabilidad de tanto una cabeza como de rodar un 6 es* $\frac{1}{12}$.

Si restamos este doble conteo, tenemos la probabilidad correcta: $\frac{8}{12}-\frac{1}{12}=\frac{7}{12}$

Definición: $P(A \text{ or } B)$

La probabilidad de B que ocurra A o ocurra (o ambos) es

$$P(A \text{ or } B) = P(A)+P(B)-P(A \text{ and } B)$$

Ejemplo15.2.6

Supongamos que sacamos una carta de una baraja estándar. ¿Cuál es la probabilidad de que consigamos una Reina o un Rey?

Solución

Hay 4 Reinas y 4 Reyes en la baraja. De ahí, 8 resultados correspondientes a una Reina o Rey de 52 posibles resultados. Así, la probabilidad de dibujar una Reina o un Rey es

$$P(\text{King or Queen}) = \frac{8}{52}$$

Tenga en cuenta que en este caso, no hay cartas que sean a la vez una Reina y un Rey, entonces $P(\text{King or Queen}) = 0$. Usando la regla de probabilidad, obtenemos

$$P(\text{King or Queen}) = P(\text{King})+P(\text{Queen})-P(\text{King and Queen}) = \frac{4}{52}+\frac{4}{52}-0=\frac{8}{52}$$

En el último ejemplo, los hechos fueron **mutuamente excluyentes**, entonces $P(A \text{ or } B) = P(A)+P(B)$.

Definición: Mutuamente Exclusiva

Dos eventos son mutuamente excluyentes si los eventos no pueden ocurrir al mismo tiempo. Si este es el caso, entonces podemos usar la fórmula

$$P(A \text{ or } B) = P(A)+P(B)$$

para encontrar la probabilidad.

Algunos ejemplos:

- Si tiramos una moneda, la moneda aterriza en la cabeza o en la cola, pero no en ambas.
- Si rogamos una carta, la carta no puede ser reina y rey al mismo tiempo (ni dos caras cualesquiera). *Cuidado, sin embargo, porque si rotas una carta de una baraja, entonces la carta podría ser un corazón y un 8 al mismo tiempo, haciéndolos no mutuamente excluyentes.*

Ejemplo15.2.7

Supongamos que sacamos una carta de una baraja estándar. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos una tarjeta roja o un Rey?

Solución

La mitad de las tarjetas son rojas, entonces $P(\text{red}) = \dfrac{26}{52}$

Hay cuatro reyes, entonces $P(\text{King}) = \dfrac{4}{52}$

Hay dos reyes rojos, entonces $P(\text{Red and King}) = \dfrac{2}{52}$

Luego podemos calcular

$$P(\text{Red or King}) = P(\text{Red}) + P(\text{King}) - P(\text{Red and King}) = \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52}$$

Probabilidad de al menos uno

Definición: $P(\text{at least one})$

La probabilidad de que ocurra al menos un evento es

$$P(\text{at least one}) = 1 - P(\text{none})$$

Ejemplo15.2.8

En una población numerosa, 70% de las personas han sido vacunadas. Si se seleccionan al azar 5 personas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas haya sido vacunada?

Solución

Dado que necesitamos encontrar la probabilidad de que al menos una de las 5 personas seleccionadas sea vacunada, obtenemos

$$P(\text{at least one}) = 1 - P(\text{none})$$

$$P(\text{at least one is vaccinated}) = 1 - P(\text{none of the 5 are vaccinated})$$

Si 70% de las personas están vacunadas, entonces esto significa que el 30% no están vacunadas. Por lo tanto,

$$P(\text{at least one is vaccinated}) = 1 - P(\text{none of the 5 are vaccinated})$$

\(= 1 – P(1^{st } \text{ isn't vaccinated and 2ndno está vacunado...})\)

$$= 1 - (0.30)(0.30)(0.30)(0.30)(0.30)$$

$$= 1 - (0.30)^5 = 0.99757$$

Así, existe una probabilidad de 0.99757 o 99.757% de que al menos una de las 5 personas seleccionadas sea vacunada.

Pruébalo ahora 3

En tu cajón, tienes 10 pares de calcetines, 6 de los cuales son blancos, y 7 playeras, 3 de las cuales son blancas. Si te metes y agarras al azar un par de calcetines y una camiseta, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno sea blanco?

Ejemplo15.2.9

En la siguiente tabla se muestra el número de sujetos de la encuesta que han recibido y no recibido una multa por exceso de velocidad en el último año, y el color de su automóvil. Encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar:

a) Tiene un auto rojo *y* tiene una multa por exceso de velocidad

b) Tiene un auto rojo *o* tiene una multa por exceso de velocidad.

Solución

	Boleto por exceso de	Boleto sin exceso de velocidad	Total
Coche Rojo	15	135	150
Coche no rojo	45	470	515
Total	60	605	665

Podemos ver que 15 personas de los 665 encuestados tenían tanto un auto rojo como obtuvieron una multa por exceso de velocidad, por lo que la probabilidad es $\frac{15}{665} \approx 0.0226$

Observe que tener un auto rojo y obtener una multa por exceso de velocidad no son eventos independientes, por lo que la probabilidad de que ambos ocurran no es simplemente producto de probabilidades de que cada uno ocurra.

Podríamos responder a esta pregunta simplemente sumando los números:15 personas con autos rojos y boletos por exceso de velocidad +135 con autos rojos pero sin boleto +45 con boleto pero sin carro rojo =195 personas. Entonces, la probabilidad es $\frac{195}{665} \approx 0.2932$

También podríamos haber encontrado esta probabilidad por:

$$P(\text{had a red car}) + P(\text{got a speeding ticket}) - P(\text{had a red car and got a speeding ticket})$$
$$= \frac{150}{665} + \frac{60}{665} - \frac{15}{665} = \frac{195}{665}$$

Probabilidad Condicional

A menudo se requiere calcular la probabilidad de un evento dado que se ha producido otro evento.

Ejemplo15.2.10

¿Cuál es la probabilidad de que dos cartas sorteadas al azar de una baraja de naipes sean ambas ases?

Solución

Podría parecer que podrías usar la fórmula para la probabilidad de dos eventos independientes y simplemente multiplicar $\frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{169}$. Esto sería incorrecto, sin embargo, porque los dos hechos no son independientes. Si la primera carta extraída es un as, entonces la probabilidad de que la segunda carta sea también un as sería menor porque solo quedarían tres ases en la baraja.

Una vez que la primera carta elegida es un as, la probabilidad de que la segunda carta elegida sea también un as se denomina **probabilidad condicional** de sacar un as. En este caso, la "condición" es que la primera carta sea un as. Simbólicamente, escribimos esto como:

$$P(\text{ace on second draw} | \text{an ace on the first draw})$$

La barra vertical "|" se lee como "dada", por lo que la expresión anterior es la abreviatura de "La probabilidad de que se dibuje un as en el segundo sorteo dado que se dibujó un as en el primer sorteo". ¿Cuál es esta probabilidad? Después de que se empata un as en el primer sorteo, quedan 3 ases de 51 cartas totales. Esto significa que la probabilidad condicional de dibujar un as después de que ya se haya dibujado un as es $\frac{3}{51} = \frac{1}{17}$.

Así, la probabilidad de que ambas cartas sean ases es $\frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221}$.

Definición: Probabilidad Condicional

La probabilidad de que B ocurra el evento, dado que ese evento A ha ocurrido, se representa como $P(B|A)$.

Esto se lee como "la probabilidad de B dar A"

Ejemplo 15.2.11

Encuentra la probabilidad de que un dado enrollado muestre un 6, dado que una moneda volteada muestra una cabeza.

Solución

Se trata de dos eventos independientes, por lo que la probabilidad de que la matriz ruede un 6 es $\frac{1}{6}$, independientemente del resultado del volteo de la moneda.

Ejemplo 15.2.12

En la siguiente tabla se muestra el número de sujetos de la encuesta que han recibido y no recibido una multa por exceso de velocidad en el último año, y el color de su automóvil. Encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar:

a) Tiene multa por exceso de velocidad *dado* que tienen un auto rojo

b) Tiene un auto rojo *dado* que tienen multa por exceso de velocidad

	Boleto por exceso de	Boleto sin exceso de velocidad	Total
Coche Rojo	15	135	150
Coche no rojo	45	470	515
Total	60	605	665

Solución

a) Como sabemos que la persona tiene un auto rojo, sólo estamos considerando a las 150 personas de la primera fila de la mesa. De esos, 15 tienen multa por exceso de velocidad, por lo que

$$P(\text{ticket}|\text{red car}) = \frac{15}{150} = \frac{1}{10} = 0.1$$

b) Como sabemos que la persona tiene una multa por exceso de velocidad, sólo estamos considerando a las 60 personas en la primera columna de la mesa. De esos, 15 tienen un auto rojo, entonces

$$P(\text{red car}|\text{ticket}) = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Aviso del último ejemplo que **no** $\boldsymbol{P(B|A)}$ es igual a $P(A|B)$.

Este tipo de probabilidades condicionales son lo que utilizan las compañías de seguros para determinar sus tarifas de seguro. Miran la probabilidad condicional de que tengas accidente, dada tu edad, tu auto, el color de tu auto, tu historial de manejo, etc., y el precio de tu póliza en función de esa probabilidad.

Fórmula de probabilidad condicional

Si los eventos A y no B son independientes, entonces

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Ejemplo 15.2.13

Si sacas 2 cartas de una baraja, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean espadas?

Solución

La probabilidad de que la primera carta sea una pala es $\frac{13}{52}$.

La probabilidad de que la segunda carta sea una pala, dado que la primera era una pala, es $\frac{12}{51}$, ya que hay una pala menos en la baraja, y una menos total de cartas.

La probabilidad de que ambas cartas sean espadas es $\frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} = \frac{156}{2652} \approx 0.0588$

Ejemplo 15.2.14

Si rotas dos cartas de una baraja, ¿cuál es la probabilidad de que consigas el As de Diamantes y una carta negra?

Solución

Puede satisfacer esta condición teniendo el Caso A o el Caso B, de la siguiente manera:

Caso A) puedes obtener primero el As de Diamantes y luego una tarjeta negra o

Caso B) puedes obtener primero una tarjeta negra y luego el As de Diamantes.

Calculemos la probabilidad del Caso A. La probabilidad de que la primera carta sea el As de Diamantes es $\frac{1}{52}$. La probabilidad de que la segunda carta sea negra dado que la primera carta es el As de Diamantes es $\frac{26}{51}$ porque 26 de las 51 cartas restantes son negras. Por lo tanto, la probabilidad es $\frac{1}{52} \cdot \frac{26}{51} = \frac{1}{102}$.

Ahora para el Caso B: la probabilidad de que la primera carta sea negra es $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$. La probabilidad de que la segunda carta sea el As de Diamantes dado que la primera carta es negra es $\frac{1}{51}$. La probabilidad del Caso B es $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{51} = \frac{1}{102}$, pues, la misma que la probabilidad del Caso 1.

Recordemos que la probabilidad de A o B es $P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$. En este problema, $P(A \text{ and } B) = 0$ ya que la primera carta no puede ser el As de Diamantes y ser una carta negra. Por lo tanto, la probabilidad del Caso A o Caso B es $\frac{1}{101} + \frac{1}{101} = \frac{2}{101}$. La probabilidad de que obtengas el As de Diamantes y una carta negra al sacar dos cartas de una baraja es $\frac{2}{101}$.

Pruébalo ahora 4

En tu cajón, tienes 10 pares de calcetines, 6 de los cuales son blancos. Si te metes y agarras al azar dos pares de calcetines, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean blancos?

Ejemplo15.2.15

amplio 18 Se realizó una prueba de embarazo domiciliaria a mujeres, posteriormente se verificó el embarazo a través de análisis de sangre. La siguiente tabla muestra los resultados de la prueba de embarazo domiciliaria. Encuentra

a)$P(\text{not pregnant}|\text{positive test result})$

b)$P(\text{positive test result}|\text{not pregnant})$

	Prueba Positiva	Prueba Negativa	Total
Embarazada	70	4	74
No Embarazada	5	14	19
Total	75	18	93

Solución

a) Como sabemos que el resultado de la prueba fue positivo, estamos limitados a las 75 mujeres de la primera columna, de las cuales 5 no estaban embarazadas. $P(\text{not pregnant}|\text{positive test result}) = \frac{5}{75} \approx 0.067$.

b) Como sabemos que la mujer no está embarazada, nos limitamos a las 19 mujeres de la segunda fila, de las cuales 5 tuvieron una prueba positiva. $P(\text{positive test result}|\text{not pregnant}) = \frac{5}{19} \approx 0.263$.

El segundo resultado es lo que suele llamarse falso positivo: Un resultado positivo cuando la mujer no está realmente embarazada.

This page titled 15.2: Trabajar con Eventos is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **10.2: Working with Events** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

15.3: Conteo

¿Contando? Ya sabes contar o no estarías tomando una clase de matemáticas de nivel universitario, ¿verdad? Pues sí, pero lo que realmente vamos a estar investigando aquí son formas de contar de *manera eficiente*. Cuando lleguemos a las situaciones de probabilidad un poco más adelante en este capítulo, tendremos que contar algunos números *muy* grandes, como el número de posibles boletos ganadores de lotería. Una forma de hacerlo sería anotar cada conjunto posible de números que pudieran aparecer en un boleto de lotería, pero créeme: no quieres hacer esto.

Conteo Básico

Empezaremos, sin embargo, con algunos tipos de problemas de conteo más razonables para desarrollar las ideas que pronto necesitaremos.

Ejemplo15.3.1

Supongamos que en un restaurante en particular tienes tres opciones para un aperitivo (sopa, ensalada o palitos de pan) y cinco opciones para un plato principal (hamburguesa, sándwich, quiche, fajita o pizza). Si se le permite elegir exactamente un artículo de cada categoría para su comida, ¿cuántas opciones de comida diferentes tiene?

Solución

Solución 1: Una forma de resolver este problema sería enumerar sistemáticamente cada comida posible:

sopa + hamburguesa	sopa + sandwich	sopa + quiche
sopa + fajita	sopa + pizza	ensalada + hamburguesa
ensalada + sandwich	ensalada + quiche	ensalada + fajita
ensalada + pizza	palitos de pan + hamburguesa	palitos de pan + sandwich
palitos de pan + quiche	palitos de pan + fajita	palitos de pan + pizza

Suponiendo que lo hicimos sistemáticamente y que no perdimos ninguna posibilidad ni enumeramos ninguna posibilidad más de una vez, la respuesta sería 15. Así, podrías ir al restaurante 15 noches seguidas y tener una comida diferente cada noche.

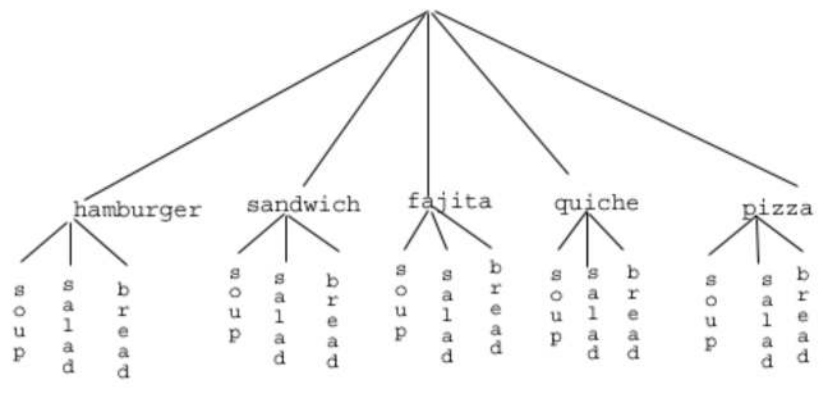
Solución 2: Otra forma de resolver este problema sería enumerar todas las posibilidades en una tabla:

	hamburguesa	**sandwich**	**quiche**	**fajita**	**pizza**
sopa	sopa + hamburguesa				
ensalada	ensalada + hamburguesa				
pan	etc.				

En cada una de las celdas de la tabla podríamos enumerar la comida correspondiente: sopa + hamburguesa en la esquina superior izquierda, ensalada + hamburguesa debajo de ella, etc. pero si realmente no nos importaba *cuáles* son las comidas posibles, solo *cuántas* comidas posibles hay, solo podríamos contar el número de celdas y llegar a una respuesta de 15, que coincide con nuestra respuesta desde la primera solución. (¡Siempre es bueno cuando resuelves un problema de dos maneras diferentes y obtienes la misma respuesta!)

Solución 3: Ya tenemos dos soluciones perfectamente buenas. ¿Por qué necesitamos un tercio? El primer método no fue muy sistemático, y podríamos haber hecho fácilmente una omisión. El segundo método fue mejor, pero supongamos que además del aperitivo y el plato principal complicamos aún más el problema al agregar postres al menú: hemos usado las filas de la mesa para los aperitivos y las columnas para los platos principales, ¿a dónde irán los postres? Necesitaríamos una tercera dimensión, y como dibujar tablas 3-D en una página 2-D o pantalla de computadora no es terriblemente fácil, necesitamos una mejor manera en caso de que tengamos tres categorías para elegir forma en lugar de solo dos.

Entonces, volvamos al problema en el ejemplo. ¿Qué más podemos hacer? Dibujemos un **diagrama de árbol**:



Esto se llama diagrama de "árbol" porque en cada etapa nos ramificamos, como las ramas de un árbol. En este caso, primero dibujamos cinco sucursales (una por cada plato principal) y luego para cada una de esas ramas dibujamos tres ramas más (una por cada aperitivo). Contamos el número de sucursales en el nivel final y obtenemos (¡sorpresa, sorpresa!) 15.

Si quisiéramos, en cambio podríamos dibujar tres ramas en la primera etapa para los tres aperitivos y luego cinco ramas (una por cada plato principal) ramificándose de cada una de esas tres ramas.

Ok, entonces ahora sabemos contar posibilidades usando tablas y diagramas de árbol. Estos métodos seguirán siendo útiles en ciertos casos, pero imagina un juego en el que tengas dos barajas de cartas (con 52 cartas en cada mazo) y selecciones una carta de cada mazo. ¿De verdad querrías dibujar un diagrama de tabla o árbol para determinar el número de resultados de este juego?

Volvamos al ejemplo anterior que implicaba seleccionar una comida de tres aperitivos y cinco platos principales, y veamos la segunda solución que utilizó una mesa. Observe que una forma de contar el número de comidas posibles es simplemente numerar cada una de las celdas apropiadas en la tabla, como hemos hecho anteriormente. Pero otra forma de contar el número de celdas en la tabla sería multiplicar el número de filas (3) por el número de columnas (5) para obtener 15. Observe que podríamos haber llegado al mismo resultado sin hacer una mesa en absoluto simplemente multiplicando el número de opciones para el aperitivo (3) por el número de opciones para el plato principal (5). Generalizamos esta técnica como *regla básica de conteo:*

Regla básica de conteo

Si se nos pide elegir un artículo de cada una de las dos categorías separadas donde hay$m$ artículos en la primera categoría yn artículos en la segunda categoría, entonces el número total de opciones disponibles es$m \cdot n$.

Esto a veces se llama la regla de multiplicación para las probabilidades.

Ejemplo15.3.1

Hay 21 novelas y 18 volúmenes de poesía en una lista de lectura para un curso de inglés universitario. ¿De cuántas maneras diferentes puede un estudiante seleccionar una novela y un volumen de poesía para leer durante el trimestre?

Solución

Hay21 opciones desde la primera categoría y18 para la segunda, por lo que hay$21 \cdot 18 = 378$ posibilidades.

La Regla de Conteo Básico se puede extender cuando hay más de dos categorías aplicándola repetidamente, como vemos en el siguiente ejemplo.

Ejemplo15.3.2

Supongamos que en un restaurante en particular tienes tres opciones para un aperitivo (sopa, ensalada o palitos de pan), cinco opciones para un plato principal (hamburguesa, sándwich, quiche, fajita o pasta) y dos opciones de postre (pastel o helado). Si se le permite elegir exactamente un artículo de cada categoría para su comida, ¿cuántas opciones de comida diferentes tiene?

Solución

Hay3 opciones para un aperitivo,5 para el plato principal y2 para el postre, así que hay$3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ posibilidades.

Ejemplo15.3.3

Un cuestionario consta de 3 preguntas verdaderas o falsas. ¿De cuántas maneras puede responder el cuestionario un alumno?

Solución

Hay3 preguntas. Cada pregunta tiene2 posibles respuestas (verdaderas o falsas), por lo que el cuestionario puede ser respondido de$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ diferentes maneras. Recordemos que otra forma de escribir$2 \cdot 2 \cdot 2$ es2^3, que es mucho más compacta.

Pruébalo ahora 6

Supongamos que en un restaurante en particular tienes ocho opciones para un aperitivo, once opciones para un plato principal y cinco opciones de postre. Si se le permite elegir exactamente un artículo de cada categoría para su comida, ¿cuántas opciones de comida diferentes tiene?

Permutaciones

En esta sección, desarrollaremos una forma aún más rápida de resolver algunos de los problemas que ya hemos aprendido a resolver por otros medios. Empecemos con un par de ejemplos.

Ejemplo15.3.4

¿De cuántas maneras diferentes se pueden reordenar las letras de la palabra MATH para formar una palabra clave de cuatro letras?

Solución

Este problema es un poco diferente. En lugar de elegir un elemento de cada una de varias categorías diferentes, estamos eligiendo repetidamente elementos de la *misma* categoría (la categoría es: las letras de la palabra MATH) y cada vez que elegimos un artículo *no lo reemplazamos*, por lo que hay una opción menos en la siguiente etapa: tenemos 4 opciones para la primera letra (digamos que elegimos A), luego 3 opciones para la segunda (M, T y H; digamos que elegimos H), luego 2 opciones para la siguiente letra (M y T; digamos que elegimos M) y solo una opción en la última etapa (T). Así, hay $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ formas de deletrear un código que valga la pena con las letras MATH.

En este ejemplo, necesitábamos calcular$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Este cálculo aparece a menudo en matemáticas, y se llama el **factorial**, y se anota$n!$

Definición: Word

Un factorial es cuando tomamos un entero positivo y encontramos el producto de todos los enteros positivos descendentes, incluyéndose a sí mismo, todo el camino hasta 1:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Decimos$n!$ como "$n$factorial". Por ejemplo, dado 5! , entonces decimos "5 factoriales".

Ejemplo15.3.5

¿De cuántas formas se pueden distribuir cinco premios puerta diferentes entre cinco personas?

Solución

Hay 5 opciones de premio para la primera persona, 4 opciones para la segunda, y así sucesivamente. El número de formas en que se pueden distribuir los premios serán$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ formas.

Ahora consideraremos algunos ejemplos ligeramente diferentes.

Ejemplo15.3.6

Un beneficio benéfico es atendido por 25 personas y se regalan tres certificados de regalo como premios de puerta: un certificado de regalo es de $100, el segundo vale $25 y el tercero vale $10. Asumiendo que ninguna persona recibe más de un premio, ¿de cuántas formas diferentes se pueden otorgar los tres certificados de regalo?

Solución

Usando la regla básica de conteo, hay 25 opciones para la persona que recibe el certificado de $100, 24 opciones restantes para el certificado de $25 y 23 opciones para el certificado de $10, por lo que hay$25 \cdot 24 \cdot 23 = 13,800$ formas en que se pueden otorgar los premios.

Ejemplo15.3.7

Ocho velocistas han llegado a la final olímpica en la carrera de 100 metros. ¿De cuántas formas diferentes se pueden otorgar las medallas de oro, plata y bronce?

Solución

Usando la Regla de Conteo Básico, hay 8 opciones para el ganador de la medalla de oro, 7 opciones restantes para la plata y 6 para el bronce, por lo que hay$8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ formas en que las tres medallas se pueden otorgar a los 8 corredores.

Tenga en cuenta que en estos ejemplos anteriores, los certificados de regalo y las medallas olímpicas se entregaron *sin reemplazo;* es decir, una vez que hemos elegido a un ganador del premio de primera puerta o de la medalla de oro, no son elegibles para los demás premios. Así, en cada etapa sucesiva de la solución hay una opción menos (25, luego 24, luego 23 en el primer ejemplo; 8, luego 7, luego 6 en el segundo). Contraste esto con la situación de una prueba de opción múltiple, donde podría haber cinco respuestas posibles —A, B, C, D o E— para cada pregunta de la prueba.

Tenga en cuenta también que *el orden de selección era importante* en cada ejemplo: para los premios de tres puertas, ser elegido primero significa que recibes sustancialmente más dinero; en el ejemplo de Olimpiadas, entrar primero significa que obtienes la medalla de oro en lugar de la plata o el bronce. En cada caso, si hubiéramos elegido a las mismas tres personas en un orden diferente podría haber habido una persona diferente que recibió el premio de $100, o un medallista de oro diferente. (Contraste esto con la situación en la que podríamos sacar tres nombres de un sombrero para que cada uno reciba un certificado de regalo de $10; en este caso, el orden de selección *no* es importante ya que cada una de las tres personas recibe el mismo premio. Situaciones, donde el orden *no* es importante, serán discutidas en la siguiente sección.)

Podemos generalizar la situación en los dos ejemplos anteriores a cualquier problema *sin reemplazo* donde el *orden de selección sea importante.* Si estamos arreglando en orden r artículos fuera de n posibilidades (en lugar de 3 de 25 o 3 de 8 como en los ejemplos anteriores), el número de arreglos posibles vendrá dado por

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-r+1)$$

Si no ves por qué$(n—r+1)$ es el número correcto para usar para el último factor, solo piensa en el primer ejemplo de esta sección, donde calculamos$25 \cdot 24 \cdot 23$ para obtener$13,800$ En este caso$n = 25$ y$r = 3$, así$n—r+1 = 25—3+1 = 23$, cuál es exactamente el número correcto para el factor final.

Ahora bien, ¿por qué querríamos usar esta complicada fórmula cuando en realidad es más fácil usar la Regla de Conteo Básico, como hicimos en los dos primeros ejemplos? Bueno, en realidad no usaremos esta fórmula con tanta frecuencia, solo la desarrollamos para que pudiéramos adjuntar una notación especial y una definición especial a esta situación en la que estamos eligiendo$r$ artículos fuera de$n$ posibilidades *sin reemplazo* y donde el *orden de selección es importante*.

Definición: Permutaciones

$$_nP_r = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-r+1)$$

Decimos que hay permutaciones nPr de tamaño r que pueden seleccionarse de entre n opciones sin reemplazo cuando el orden importa.

Resulta que podemos expresar este resultado de manera más simple usando factoriales.

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

En la practicidad, solemos utilizar tecnología en lugar de factoriales o multiplicación repetida para calcular permutaciones.

Ejemplo15.3.8

Tengo nueve cuadros y tengo espacio para exhibir solo cuatro de ellos a la vez en mi pared. ¿De cuántas maneras diferentes podría hacer esto?

Solución

Ya que estamos eligiendo4 pinturas fuera de9 sin reemplazo donde el *orden de selección es importante* hay ${}_9P_4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3,024$ permutaciones.

Ejemplo15.3.9

¿De cuántas maneras se puede seleccionar un comité ejecutivo de cuatro personas (presidente, vicepresidente, secretario, tesorero) de una junta directiva de 16 miembros de una organización sin fines de lucro?

Solución

Queremos elegir4 personas fuera de16 sin reemplazo y donde el orden de selección es importante. Entonces, la respuesta es ${}_16P_4 = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 = 43,680$.

Pruébalo ahora 7

Cuántas contraseñas de 5 caracteres se pueden hacer usando las letras de la A a la Z

a. si se permiten repeticiones

b. si no se permiten repeticiones

Combinaciones

En el apartado anterior, consideramos la situación en la que elegimos$r$ artículos fuera de$n$ posibilidades *sin reemplazo* y donde el *orden de selección era importante.* Consideramos ahora una situación similar en la que el orden de selección *no* es importante.

Ejemplo15.3.10

Un beneficio benéfico es atendido por 25 personas en las que se regalan tres certificados de regalo de $50 como premios de puerta. Suponiendo que ninguna persona reciba más de un premio, ¿de cuántas formas diferentes se pueden otorgar los certificados de regalo?

Solución

Usando la Regla de Conteo Básico, hay 25 opciones para la primera persona, 24 opciones restantes para la segunda persona y 23 para la tercera, por lo que hay$25 \cdot 24 \cdot 23 = 13,800$ formas de elegir a tres personas. Supongamos por un momento que Abe es elegido primero, Bea segundo y Cindy tercero; este es uno de los 13 mil 800 posibles resultados. Otra forma de otorgar los premios sería elegir a Abe primero, Cindy segundo y Bea tercero; este es otro de los$13,800$ posibles resultados. Pero de cualquier manera Abe, Bea y Cindy reciben cada uno $50, así que realmente no importa el orden en que los seleccionemos. ¿En cuántos pedidos diferentes se pueden seleccionar Abe, Bea y Cindy? Resulta que hay 6:

ABC ACB BAC BCA CABINA CBA

¿Cómo podemos estar seguros de que los hemos contado todos? Realmente solo estamos eligiendo a3 las personas3, así que hay$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ formas de hacerlo; realmente no necesitábamos enumerarlas todas, ¡solo podemos usar permutaciones!

Entonces, de las $13,800$ formas de seleccionar a 3 las personas 25, seis de ellas involucran a Abe, Bea y Cindy. El mismo argumento funciona para cualquier otro grupo de tres personas (digamos Abe, Bea y David o Frank, Gloria e Hildy) por lo que cada grupo de tres personas se cuenta seis veces. Así la $13,800$ cifra es seis veces demasiado grande. El número de grupos distintos de tres personas será $\frac{13,800}{6} = 2300$.

Podemos generalizar la situación en este ejemplo anterior a cualquier problema de elegir una colección de artículos *sin reemplazo* donde el *orden de selección* ***no*** *sea importante*. Si estamos eligiendo r ítems fuera de n posibilidades (en lugar de 3 sobre 25 como en los ejemplos anteriores), el número de opciones posibles vendrá dado por $\frac{{}_nP_r}{{}_rP_r}$, y podríamos usar esta fórmula para el cálculo. Sin embargo, esta situación surge con tanta frecuencia que le damos una notación especial y una definición especial a esta situación en la que estamos eligiendo r artículos fuera de n posibilidades *sin reemplazo* donde el *orden de selección* ***no*** *es importante*.

Definición: Combinaciones

$$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{{}_rP_r} $$

Decimos que hay ${}_nC_r$ **combinaciones** de tamaño r que se pueden seleccionar entre n opciones sin reemplazo donde el orden no importa. También podemos escribir la fórmula de combinaciones en términos de factoriales:

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} $$

Ejemplo 15.3.11

Se elegirá un grupo de cuatro alumnos de una clase de 35 miembros para representar a la clase en el consejo estudiantil. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?

Solución

Ya que estamos eligiendo 4 personas de cada 35 *sin reemplazo* donde el *orden de selección* ***no*** *es importante* hay ${}_{35}C_4 = \frac{35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 52,360$ combinaciones.

Pruébalo ahora 8

El Comité de Apropiaciones del Senado de Estados Unidos está integrado por 29 integrantes; el Subcomité de Defensa del Comité de Apropiaciones está integrado por 19 Sin tener en cuenta la afiliación partidista o cualquier escaño especial en el Subcomité, ¿cuántas subcomisiones diferentes de 19 miembros pueden elegirse de entre los 29 Senadores de la Comisión de Apropiaciones?

En el anterior problema Pruébalo Ahora, asumimos que los 19 integrantes del Subcomité de Defensa fueron elegidos sin tener en cuenta la afiliación partidista. En realidad esto nunca sucedería: si los republicanos son mayoritarios nunca dejarían que una mayoría de demócratas se sentara en (y así controlaran) cualquier subcomité. (Lo mismo, por supuesto, sería cierto si los demócratas estuvieran en control). Entonces, volvamos a considerar el ejemplo, de una forma un poco más complicada.

Ejemplo 15.3.12

El Comité de Apropiaciones del Senado de Estados Unidos está integrado por 29 miembros, 15 republicanos y 14 demócratas. El Subcomité de Defensa está integrado por 19 integrantes, 10 republicanos y 9 demócratas. ¿De cuántas maneras diferentes pueden elegirse los integrantes del Subcomité de Defensa de entre los 29 Senadores de la Comisión de Apropiaciones?

Solución

En este caso, tenemos que elegir a 10 de los 15 republicanos y a 9 de los 14 demócratas. Hay ${}_{15}C_{10} = 3003$ formas de elegir a los 10 republicanos y ${}_{14}C_9 = 2002$ formas de elegir a los 9 demócratas. ¿Pero ahora qué? ¿Cómo terminamos el problema?

Supongamos que enumeramos todos los posibles grupos republicanos de 10 miembros en 3003 hojas de papel rojo y todos los posibles grupos demócratas de 9 miembros en hojas de papel azul de 2002. ¿De cuántas maneras podemos elegir un slip rojo y un slip azul? ¡Este es un trabajo para la Regla de Conteo Básico! Simplemente estamos haciendo una elección de la primera categoría y una elección de la segunda categoría, al igual que en los problemas de menú del restaurante de antes.

Debe haber$3003 \cdot 2002 = 6,012,006$posibles formas de seleccionar a los integrantes del Subcomité de Defensa.

Probabilidad usando permutaciones y combinaciones

Podemos usar permutaciones y combinaciones para ayudarnos a responder preguntas de probabilidad más complejas

Ejemplo15.3.13

Se selecciona un número PIN de 4 dígitos. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya dígitos repetidos?

Solución

Hay 10 valores posibles para cada dígito del PIN (a saber: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), por lo que hay números PIN $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 104 = 10,000$ totales posibles.

Para no tener dígitos repetidos, los cuatro dígitos tendrían que ser diferentes, lo que es seleccionar sin reemplazo. Podríamos o computar$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$, o notar que esto es lo mismo que la permutación${}_{10}P_4 = 5040$.

La probabilidad de que no se repitan dígitos es el número de números PIN de 4 dígitos sin dígitos repetidos dividido por el número total de números PIN de 4 dígitos. Esta probabilidad es

$$\frac{{}_{10}P_4}{10^4} = \frac{5040}{10000} = 0.504$$

De ahí que exista un 50.4% de probabilidad de que el PIN de 4 dígitos no tenga dígitos repetidos.

Ejemplo15.3.14

En la lotería de cierto estado, 48 bolas numeradas del 1 al 48 se colocan en una máquina y seis de ellas se sortean al azar. Si los seis números sorteados coinciden con los números que un jugador había elegido, el jugador gana $1,000,000. En esta lotería, el orden en el que se sortean los números no importa. Calcule la probabilidad de que gane el premio del millón de dólares si compra un solo boleto de lotería.

Solución

Para calcular la probabilidad, necesitamos contar el número total de formas en que se pueden extraer seis números, y el número de formas en que los seis números en el boleto del jugador podrían coincidir con los seis números extraídos de la máquina. Dado que no hay estipulación de que los números estén en un orden en particular, el número de posibles resultados del sorteo de lotería es${}_{48}C_6 = 12,271,512$. De estos posibles resultados, solo uno coincidiría con los seis números del boleto del jugador, por lo que la probabilidad de ganar el gran premio es:

$$\frac{{}_6C_6}{{}_{48}C_6} = \frac{1}{12271512} \approx 0.0000000815$$

Así, hay menos de un 1% de posibilidades de ganar el gran premio.

Ejemplo15.3.15

En la lotería estatal del ejemplo anterior, si cinco de los seis números sorteados coinciden con los números que un jugador ha elegido, el jugador gana un segundo premio de $1,000. Calcule la probabilidad de que gane el segundo premio si compra un solo boleto de lotería.

Solución

Como anteriormente, el número de posibles resultados del sorteo de lotería es${}_{48}C_6 = 12,271,512$. Para ganar el segundo premio, cinco de los seis números del boleto deben coincidir con cinco de los seis números ganadores; es decir, debemos haber elegido cinco de los seis números ganadores y uno de los 42 números perdedores. El número de formas de elegir 5 de los 6

números ganadores viene dado por ${}_6C_5 = 6$ y el número de formas de elegir 1 de los 42 números perdedores viene dado por ${}_{42}C_1 = 42$. Así, el número de resultados favorables viene dado entonces por la Regla de Conteo Básico: ${}_6C_5 \cdot {}_{42}C_1 = 6 \cdot 42 = 252$. Entonces, la probabilidad de ganar el segundo premio es.

$$\frac{{}_6C_6}{{}_{48}C_6} = \frac{1}{12271512} \approx 0.0000000815$$

Esto significa que hay menos de un 1% de posibilidades de ganar el segundo premio. ¡Guau! Ahora podemos ver por qué algunas personas lo llaman “suerte” al ganar la lotería porque las posibilidades de ganar son muy bajas.

Pruébalo ahora 9

Una pregunta de opción múltiple en un cuestionario de economía contiene 10 preguntas con cinco posibles respuestas cada una. Calcular la probabilidad de adivinar aleatoriamente las respuestas y obtener 9 preguntas correctas.

Ejemplo15.3.16

Calcula la probabilidad de sacar al azar cinco cartas de una baraja y obtener exactamente un As.

Solución

En muchos juegos de cartas (como el póquer) el orden en el que se roban las cartas no es importante (ya que el jugador puede reorganizar las cartas en su mano de la manera que elija); en los problemas que siguen, asumiremos que este es el caso a menos que se indique lo contrario. Así, utilizamos combinaciones para calcular el número posible de manos de 5 cartas,${}_{52}C_5$. Este número irá en el denominador de nuestra fórmula de probabilidad, ya que es el número de posibles resultados.

Para el numerador, necesitamos la cantidad de formas de sacar un As y otras cuatro cartas (ninguna de ellas Ases) de la baraja. Ya que hay cuatro Ases y queremos exactamente uno de ellos, habrá${}_4C_1$ formas de seleccionar un As; ya que hay 48 No Aces y queremos 4 de ellos, habrá 48C4 formas de seleccionar los cuatro No Aces. Ahora usamos la Regla de Conteo Básico para calcular que habrá${}_4C_1 \cdot {}_{48}C_4$ formas de elegir un as y cuatro no ases.

Armando todo esto, tenemos

$$P(\text{one Ace}) = \frac{({}_4C_1)({}_{48}C_4)}{({}_{52}C_5)} = \frac{778320}{2598960} \approx 0.299$$

Así, hay alrededor de un 30% de probabilidad de sacar exactamente un As en una mano de 5 cartas.

Ejemplo15.3.17

Calcula la probabilidad de sacar al azar cinco cartas de una baraja y obtener exactamente dos ases.

Solución

La solución es similar al ejemplo anterior, excepto que ahora estamos eligiendo 2 Ases de 4 y 3 no Aces de 48; el denominador sigue siendo el mismo:

$$P(\text{two Aces}) = \frac{({}_4C_2)({}_{48}C_3)}{({}_{52}C_5)} = \frac{103776}{2598960} \approx 0.0399$$

Hay alrededor de un 4% de probabilidad de sacar 2 Ases en una mano de 5 cartas. Observe del ejemplo 37, la probabilidad de dibujar exactamente un As es mucho mayor que dibujar dos.

Pruébalo ahora 10

Calcula la probabilidad de sacar al azar cinco cartas de una baraja de cartas y obtener tres ases y dos reyes.

Problema de cumpleaños

Hagamos una pausa para considerar un problema famoso en la teoría de la probabilidad:

Supongamos que tienes una habitación llena de 30 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un cumpleaños compartido?

Adivina la respuesta al problema anterior. ¿Tu conjetura fue bastante baja, como alrededor del 10%? Esa parece ser la respuesta intuitiva ($\frac{30}{365}$¿quizás?). Veamos si debemos escuchar nuestra intuición. Empecemos con un problema más sencillo, sin embargo.

Ejemplo15.3.18

Supongamos que hay tres personas en una habitación. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un cumpleaños compartido entre estas tres personas?

Solución

Hay muchas maneras en que podría haber al menos un cumpleaños compartido. Afortunadamente, hay una manera más fácil. Nos preguntamos "¿Cuál es la alternativa a tener al menos un cumpleaños compartido?" En este caso, la alternativa es que no haya cumpleaños compartidos. En otras palabras, la alternativa a "al menos uno" es no tener ninguno. Es decir, al tratarse de un acontecimiento complementario,

$$P(\text{at least one}) = 1 - P(\text{none})$$

Comenzaremos, entonces, calculando la probabilidad de que no haya cumpleaños compartido. Imaginemos que eres una de estas tres personas. Tu cumpleaños puede ser cualquier cosa sin conflicto, así que hay 365 opciones de 365 para tu cumpleaños. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda persona no comparta tu cumpleaños? Hay 365 días en el año (ignoremos los años bisiestos) y quitando tu cumpleaños de la contienda, hay 364 opciones que te garantizarán que no compartas un cumpleaños con esta persona, por lo que la probabilidad de que la segunda persona no comparta tu cumpleaños es$\frac{364}{365}$. Ahora nos trasladamos a la tercera persona. ¿Cuál es la probabilidad de que esta tercera persona no tenga el mismo cumpleaños que usted o la segunda persona? Son 363 días que no duplicarán tu cumpleaños ni el de la segunda persona, por lo que la probabilidad de que la tercera persona no comparta cumpleaños con los dos primeros es$\frac{363}{365}$.

Queremos que la segunda persona no comparta un cumpleaños contigo *y* la tercera persona no comparta un cumpleaños con las dos primeras personas, así que usamos la regla de multiplicación:

$$P(\text{no shared birthday}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \approx 0.9918$$

y luego restar de 1 para obtener

$$P(\text{shared birthday}) = 1 - P(\text{no shared birthday}) = 1 - 0.9918 = 0.0082$$

Esto significa que hay menos de un 1% de probabilidad de que una persona en una habitación de 3 tenga al menos un cumpleaños compartido.

Este es un número bastante pequeño, así que tal vez tenga sentido que la respuesta a nuestro problema original sea pequeña. Hagamos que nuestro grupo sea un poco más grande.

Ejemplo15.3.19

Supongamos que cinco personas están en una habitación. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un cumpleaños compartido entre estas cinco personas?

Solución

Continuando con el patrón del ejemplo anterior, la respuesta debería ser

$$P(\text{shared birthday}) = 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \frac{361}{365} \approx 0.0271$$

Tenga en cuenta que podríamos reescribir esto de manera más compacta como

$$P(\text{shared birthday}) = 1 - \frac{{}_{365}P_5}{365^5} \approx 0.0271$$

lo que hace que sea un poco más fácil escribir en una calculadora o computadora, y que sugiere una buena fórmula a medida que continuamos expandiendo la población de nuestro grupo.

Ejemplo15.3.20

Supongamos que hay 30 personas en una habitación. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un cumpleaños compartido entre estas 30 personas?

Solución

Aquí podemos calcular

$$P(\text{shared birthday}) = 1 - \frac{{}_{365}P_{30}}{365^{30}} \approx 0.706$$

lo que nos da el sorprendente resultado de que cuando estás en una habitación con 30 personas hay un 70% de posibilidades de que haya al menos un cumpleaños compartido.

Si te gusta apostar, y si puedes convencer a 30 personas para que revelen sus cumpleaños, es posible que puedas ganar algo de dinero apostando a un amigo que habrá al menos dos personas con el mismo cumpleaños en la habitación cada vez que estés en una habitación de 30 o más personas. (Por supuesto, ¡tendrías que asegurarte de que tu amigo no haya estudiado la probabilidad!) No tendrías la garantía de ganar, pero deberías ganar más de la mitad del tiempo.

Este es uno de los muchos resultados en la teoría de la probabilidad que es contraintuitiva; es decir, va en contra de nuestros instintos intestinales. Si aún no crees en las matemáticas, puedes llevar a cabo una simulación. Sólo para que no tengas que ir por ahí redondeando grupos de 30 personas, alguien amablemente ha desarrollado un applet Java para que puedas realizar una simulación por computadora. Ir a esta página web: http://www-stat.stanford.edu/~susan/... /Birthday.html, y una vez que se haya cargado el applet, seleccione 30 cumpleaños y luego siga haciendo clic en Inicio y Restablecer. Si haces un seguimiento del número de veces que hay un cumpleaños repetido, deberías recibir un cumpleaños repetido aproximadamente 7 de cada 10 veces que ejecutes la simulación.

Pruébalo ahora 11

Supongamos que 10 personas están en una habitación. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un cumpleaños compartido entre estas 10 personas?

This page titled 15.3: Conteo is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **10.4: Counting** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

15.4: Valor esperado

El valor esperado es quizás el concepto de probabilidad más útil que discutiremos. Tiene muchas aplicaciones, desde pólizas de seguros hasta la toma de decisiones financieras, y es una cosa que los casinos y agencias gubernamentales que ejecutan operaciones de juego y loterías esperan que la mayoría de la gente nunca aprenda.

Ejemplo15.4.1



En la ruleta del juego de casino, se hace girar una rueda con 38 espacios (18 rojos, 18 negros y 2 verdes) [1]. En una posible apuesta, el jugador apuesta $1 en un solo número. Si ese número se hace girar en la rueda, entonces reciben 36 dólares (su original $1 + $35). De lo contrario, pierden su $1. En promedio, ¿cuánto dinero debe esperar un jugador ganar o perder si juega este juego repetidamente?

Solución

Supongamos que apuesta $1 en cada uno de los 38 espacios en la rueda, para una apuesta total de $38. Cuando se gira el número ganador, se le paga $36 en ese número. Si bien ganaste en ese número, en general, has perdido 2 dólares. Por espacio, has "ganado" $\frac{-\$2}{\$38} \approx -\$0.053$. Es decir, en promedio pierdes 5.3 centavos por espacio en el que apuestes.

Llamamos a esta ganancia o pérdida promedio el valor esperado de jugar a la ruleta. Observe que nadie pierde nunca exactamente 5.3 centavos: la mayoría de la gente (de hecho, alrededor de 37 de cada 38) pierde $1 y muy pocas personas (aproximadamente 1 persona de cada 38) ganan 35 dólares (los 36 que ganan menos el $1 que gastaron para jugar el juego).

Hay otra manera de calcular el valor esperado sin imaginar lo que sucedería si jugamos todos los espacios posibles. Hay 38 resultados posibles cuando la rueda gira, por lo que la probabilidad de ganar es $\frac{1}{38}$. El complemento, la probabilidad de perder, es $\frac{37}{38}$.

Resumiendo estos junto con los valores, obtenemos esta tabla:

Resultado	Probabilidad de resultado
$\$35$	$\frac{1}{38}$
$-\$1$	$\frac{37}{38}$

Observe que si multiplicamos cada resultado por su probabilidad correspondiente obtenemos $\$35 \cdot \frac{1}{38} = 0.9211$ y $-\$1 \cdot \frac{37}{38} = -0.9737$, y si sumamos estos números, obtenemos $0.9211 + (-0.9737) \approx -0.053$ que es el valor esperado que calculamos anteriormente.

Definición: Valor esperado

Valor esperado es la ganancia o pérdida promedio de un evento si el procedimiento se repite muchas veces.

Podemos calcular el valor esperado multiplicando cada resultado por la probabilidad de ese resultado, luego sumando los productos.

Pruébalo ahora 12

Se compra un boleto de rifa para ayudar a una organización benéfica. El boleto de la rifa cuesta $5. La organización benéfica está vendiendo 2000 boletos. Uno de ellos será sorteado y a la persona titular del boleto se le entregará un premio por valor de $4000. Calcular el valor esperado para este sorteo.

Ejemplo15.4.2

En la lotería de cierto estado, 48 bolas numeradas del 1 al 48 se colocan en una máquina y seis de ellas se sortean al azar. Si los seis números sorteados coinciden con los números que un jugador había elegido, el jugador gana $1,000,000. Si coinciden con 5 números, entonces ganan $1,000. Cuesta $1 comprar un boleto. Encuentra el valor esperado.

Solución

Anteriormente, calculamos la probabilidad de hacer coincidir los 6 números y la probabilidad de emparejar 5 números:

$$\frac{{}_6C_6}{{}_{48}C_6} = \frac{1}{12271512} \approx 0.0000000815 \text{para todos los} 6 \text{ números,}$$

$$\frac{({}_6C_5)({}_{42}C_1)}{{}_{48}C_6} = \frac{252}{12271512} \approx 0.0000205 \text{para} 5 \text{ números,}$$

Nuestras probabilidades y valores de resultados son

Resultado	Probabilidad de resultado
$999,999	$\frac{1}{12271512}$
$999	$\frac{252}{12271512}$
-$1	$1-\frac{253}{12271512}=\frac{12271259}{12271512}$

El valor esperado es

$$(\$999,999)\cdot\frac{1}{12271512}+(\$999)\cdot\frac{252}{12271512}+(-\$1)\cdot\frac{12271259}{12271512}\approx-\$0.898$$

En promedio, uno puede esperar perder alrededor de 90 centavos en un boleto de lotería. Por supuesto, la mayoría de los jugadores perderán $1.

En general, si el valor esperado de un juego es negativo, no es buena idea jugar al juego, ya que en promedio perderás dinero. Sería mejor jugar un juego con un valor esperado positivo (¡buena suerte tratando de encontrar uno!) , aunque hay que tener en cuenta que aunque las ganancias *promedio* sean positivas podría darse el caso de que la mayoría de la gente pierda dinero y un individuo muy afortunado gane una gran cantidad de dinero. Si el valor esperado de un juego es 0, lo llamamos **juego limpio**, ya que ninguno de los dos lados tiene ventaja.

No es sorprendente que el valor esperado para los juegos de casino sea negativo para el jugador, lo que es positivo para el casino. Debe ser positivo o se van a la quiebra. Los jugadores solo deben tener en cuenta que cuando juegan un juego repetidamente, su valor esperado es negativo. Eso está bien siempre y cuando disfrutes jugando el juego y creas que vale la pena el costo. Pero sería un error esperar salir adelante.

Pruébalo ahora 13

Un amigo se ofrece a jugar un juego, en el que tiras 3 dados estándar de 6 caras. Si todos los dados tiran valores diferentes, le das $1. Si dos dados coinciden con valores, obtienes $2. ¿Cuál es el valor esperado de este juego? ¿Jugarías?

El valor esperado también tiene aplicaciones fuera del juego. El valor esperado es muy común en la toma de decisiones de seguros.

Ejemplo15.4.3

Un hombre de 40 años en Estados Unidos tiene un riesgo de 0.242% de morir durante el próximo año [2]. Una compañía de seguros cobra 275 dólares por una póliza de seguro de vida que paga un beneficio por muerte de $100,000. ¿Cuál es el valor esperado para la persona que compra el seguro?

Solución

Las probabilidades y los resultados son

Resultado	Probabilidad de resultado
$\$100,000 - \$275 = \$99,725$	0.00242

El valor esperado es$(\$99,725)(0.00242) + (-\$275)(0.99758) = -\$33$

No es sorprendente que el valor esperado sea negativo; la aseguradora sólo puede permitirse ofrecer pólizas si, en promedio, ganan dinero con cada póliza. Pueden darse el lujo de pagar el beneficio ocasional porque ofrecen suficientes pólizas para que esos pagos de beneficios sean equilibrados por el resto de las personas aseguradas.

Para las personas que compran el seguro, hay un valor esperado negativo, pero hay un seguro que viene de un seguro que vale ese costo.

Pruébalo ahora Respuestas

1. Hay 60 lecturas posibles, de 00 a 59. a.$\frac{1}{60}$ b.$\frac{16}{60}$ (contando de 00 a 15)

2. Dado que el segundo sorteo se realiza después de reemplazar la primera carta, estos eventos son independientes. La probabilidad de un as en cada empate es$\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$, por lo que la probabilidad de un As en ambos empates es$\frac{1}{13} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{169}$.

3. $P(\text{white sock and white tee}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{70}$

$P(\text{white sock or white tee}) = \frac{6}{10} + \frac{3}{7} - \frac{9}{35} = \frac{27}{35}$

4. a.$\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

5. De 100 mil personas, 500 tendrían la enfermedad. De esos, los 500 darían positivo. De los 99,500 sin la enfermedad, 2,985 darían falsamente positivos y los otros 96,515 darían negativo.

$P(\text{disease}|\text{positive}) = \frac{500}{500+2985} = \frac{500}{3485} \approx 14.3\%$

6. $8 \cdot 11 \cdot 5 = 440$ combinaciones de menú

7. Hay 26 caracteres. a$26^5 = 11,881,376$ b.$_{26}P_5 = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 7,893,600$

8. El orden no importa. $_{29}C_{19} = 20,030,010$posibles subcomités

9. Hay$5^{10} = 9,765,625$ diferentes formas en que se puede responder el examen. Hay 9 ubicaciones posibles para la pregunta perdida, y en cada una de esas ubicaciones hay 4 respuestas incorrectas, por lo que hay 36 formas en que la prueba podría responderse con una respuesta incorrecta.

$P(9 \text{ answers correct}) = \frac{36}{5^{10}} \approx 0.0000037$oportunidad

10. $P(\text{three Aces and two Kings}) = \frac{(_4C_3)(_4C_2)}{_{52}C_5} = \frac{24}{2598960} \approx 0.0000092$

11. $P(sharedbirthday) = 1 - \frac{_{365}P_10}{365^{10}} \approx 0.117$

12. $(\$3995) \cdot \frac{1}{2000} + (-\$5) \cdot \frac{1999}{2000} \approx -\$3.00$

13. Supongamos que enrolla el primer dado. La probabilidad de que el segundo sea diferente es$\frac{5}{6}$. La probabilidad de que el tercer rollo sea diferente a los dos anteriores es$\frac{4}{6}$, por lo que la probabilidad de que los tres dados sean diferentes es $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{36}$. La probabilidad de que dos dados coincidan es el complemento,$1 - \frac{20}{36} = \frac{16}{36}$.

El valor esperado es: $(\$2) \cdot \frac{16}{36} + (-\$1) \cdot \frac{20}{36} = \frac{12}{36} \approx \$0.33$.

Sí, está en tu ventaja jugar. En promedio, ganarías $\$0.33$ por jugada.

Notas:

1. Foto CC-BY-SA http://www.flickr.com/photos/stoneflower/

2. Según el estimador en http://www.numericalexample.com/index.php?view=article&id=91

This page titled 15.4: Valor esperado is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **10.5: Expected Value** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

15.5: Ejercicios

1. Una bola se extrae aleatoriamente de un frasco que contiene 6 bolas rojas, 2 bolas blancas y 5 bolas amarillas. Encuentra la probabilidad del evento dado.

    a. Se dibuja una bola roja

    b. Se dibuja una bola blanca

2. Supongamos que escribes cada letra del alfabeto en una hoja de papel diferente y pones los resbalones en un sombrero. Cuál es la probabilidad de sacar un trozo de papel del sombrero al azar y obtener:

    a. Una consonante

    b. Una vocal

3. A un grupo de personas se le preguntó si habían pasado un semáforo en rojo en el último año. 150 respondieron “sí”, y 185 respondieron “no”. Encuentra la probabilidad de que si una persona es elegida al azar, haya pasado un semáforo en rojo en el último año.

4. En una encuesta, 205 personas indicaron que prefieren los gatos, 160 indicaron que prefieren los puntos, y 40 indicaron que no disfrutan de ninguna mascota. Encuentra la probabilidad de que si una persona es elegida al azar, prefiera a los gatos.

5. Calcular la probabilidad de lanzar un dado de seis lados (con lados numerados del 1 al 6) y obtener un 5.

6. Calcular la probabilidad de tirar un dado de seis lados y obtener un 7.

7. Al dar una prueba a un grupo de alumnos, a continuación se resumen las calificaciones y el género. Si un estudiante fue elegido al azar, encuentre la probabilidad de que el estudiante sea femenino.

	A	**B**	**C**	**Total**
Macho	8	18	13	39
Hembra	10	4	12	26
Total	18	22	25	65

8. En la siguiente tabla se muestra el número de tarjetas de crédito propiedad de un grupo de individuos. Si una persona fue elegida al azar, encuentra la probabilidad de que la persona no tuviera tarjetas de crédito.

	Cero	**Uno**	**Dos o más**	**Total**
Macho	9	5	19	33
Hembra	18	10	20	48
Total	27	15	39	81

9. Calcula la probabilidad de lanzar un dado de seis lados y obtener un número par.

10. Calcula la probabilidad de lanzar un dado de seis lados y obtener un número menor que 3.

11. Si eliges una carta al azar de una baraja estándar de cartas, ¿cuál es la probabilidad de que sea un Rey?

12. Si eliges una carta al azar de una baraja estándar de cartas, ¿cuál es la probabilidad de que sea un Diamante?

13. Calcula la probabilidad de rodar un dado de 12 lados y obtener un número que no sea 8.

14. Si eliges una carta al azar de una baraja estándar de cartas, ¿cuál es la probabilidad de que no sea el As de Espadas?

15. Refiriéndose a la tabla de calificaciones de la pregunta #7, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido al azar NO gane una C?

16. Refiriéndose a la tabla de tarjetas de crédito de la pregunta #8, ¿cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga al menos una tarjeta de crédito?

17. Un troquel de seis lados se enrolla dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de mostrar un 6 en ambos rollos?

18. Una moneda justa es volteada dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de mostrar cabezas en ambos volteretas?

19. Un dado se enrolla dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de mostrar un 5 en la primera tirada y un número par en la segunda tirada?

20. Supongamos que el 21% de las personas poseen perros. Si eliges a dos personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas tengan un perro?

21. Supongamos que un frasco contiene 17 canicas rojas y 32 canicas azules. Si alcanzas en el frasco y sacas 2 canicas al azar, encuentra la probabilidad de que ambas sean rojas.

22. Supongamos que escribes cada letra del alfabeto en una hoja de papel diferente y pones los resbalones en un sombrero. Si sacas dos resbalones al azar, encuentra la probabilidad de que ambos sean vocales.

23. Bert y Ernie tienen cada uno una baraja estándar bien barajada de 52 cartas. Cada uno de ellos saca una carta de su propio mazo. Compute la probabilidad de que:

a. Bert y Ernie ambos dibujan un As.

b. Bert dibuja un As pero Ernie no.

c. ni Bert ni Ernie dibujan un As.

d. Bert y Ernie dibujan un corazón.

e. Bert recibe una tarjeta que no es un Jack y Ernie saca una carta que no es un corazón.

24. Bert tiene una baraja estándar bien barajada de 52 cartas, de la que saca una carta; Ernie tiene un dado de 12 caras, que rueda al mismo tiempo que Bert saca una carta. Compute la probabilidad de que:

a. Bert consigue un Jack y Ernie rueda un cinco.

b. Bert obtiene un corazón y Ernie rueda un número menor que seis.

c. Bert recibe una tarjeta facial (Jack, Queen o King) y Ernie rueda un número par.

d. Bert recibe una tarjeta roja y Ernie rueda un quince.

e. Bert recibe una tarjeta que no es un Jack y Ernie rueda un número que no es doce.

25. Calcula la probabilidad de sacar un Rey de una baraja de cartas y luego dibujar una Reina.

26. Calcula la probabilidad de sacar dos espadas de una baraja de cartas.

27. Una clase de matemáticas consta de 25 estudiantes, 14 mujeres y 11 varones. Dos estudiantes son seleccionados al azar para participar en un experimento de probabilidad. Compute la probabilidad de que

a. se selecciona un macho, luego una hembra.

b. se selecciona una hembra, luego un macho.

c. se seleccionan dos machos.

d. se seleccionan dos hembras.

e. no se seleccionan machos.

28. Una clase de matemáticas consta de 25 estudiantes, 14 mujeres y 11 varones. Tres estudiantes son seleccionados al azar para participar en un experimento de probabilidad. Compute la probabilidad de que

a. se selecciona un macho, luego dos hembras.

b. se selecciona una hembra, luego dos machos.

c. se seleccionan dos hembras, luego una macho.

d. se seleccionan tres machos.

e. se seleccionan tres hembras.

29. Al dar una prueba a un grupo de alumnos, a continuación se resumen las calificaciones y el género. Si un estudiante fue elegido al azar, encuentre la probabilidad de que el estudiante sea femenino y haya obtenido una A.

	A	B	C	Total
Macho	8	18	13	39
Hembra	10	4	12	26
Total	18	22	25	65

30. En la siguiente tabla se muestra el número de tarjetas de crédito propiedad de un grupo de individuos. Si una persona fue elegida al azar, encuentra la probabilidad de que la persona sea varón y tuviera dos o más tarjetas de crédito.

	Cero	Uno	Dos o más	Total
Macho	9	5	19	33
Hembra	18	10	20	48
Total	27	15	39	81

31. Un frasco contiene 6 canicas rojas numeradas del 1 al 6 y 8 canicas azules numeradas del 1 al 8. Una canica se dibuja al azar de la jarra. Encuentra la probabilidad de que el mármol sea rojo o imparable.

32. Un frasco contiene 4 canicas rojas numeradas del 1 al 4 y 10 canicas azules numeradas del 1 al 10. Una canica se dibuja al azar de la jarra. Encuentra la probabilidad de que el mármol sea azul o incluso numerado.

33. Refiriéndose a la tabla de #29, encuentra la probabilidad de que un estudiante elegido al azar sea femenino o gane una B.

34. Refiriéndose a la tabla de #30, encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar sea masculina o no tenga tarjetas de crédito.

35. Calcula la probabilidad de sacar al Rey de Corazones o a una Reina de una baraja de cartas.

36. Calcula la probabilidad de sacar un Rey o un corazón de una baraja de cartas.

37. Un frasco contiene 5 canicas rojas numeradas del 1 al 5 y 8 canicas azules numeradas del 1 al 8. Una canica se dibuja al azar de la jarra. Encuentra la probabilidad de que el mármol sea

a. par dado que el mármol es rojo.

b. Rojo dado que el mármol es par.

38. Un frasco contiene 4 canicas rojas numeradas del 1 al 4 y 8 canicas azules numeradas del 1 al 8. Una canica se dibuja al azar de la jarra. Encuentra la probabilidad de que el mármol sea

a. impares dado que el mármol es azul.

b. Azul dado que la canica es de numeración impares.

39. Calcular la probabilidad de voltear una moneda y sacar cabezas, dado que el anterior flip era colas.

40. Encuentra la probabilidad de rodar un “1” en un dado justo, dado que los últimos 3 rollos fueron todos unos.

41. Supongamos que una clase de matemáticas contiene 25 estudiantes, 14 mujeres (tres de las cuales hablan francés) y 11 varones (dos de los cuales hablan francés). Calcular la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar hable francés, dado que el estudiante es femenino.

42. Supongamos que una clase de matemáticas contiene 25 estudiantes, 14 mujeres (tres de las cuales hablan francés) y 11 varones (dos de los cuales hablan francés). Calcular la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar sea masculino, dado que el estudiante habla francés.

43. Cierto virus infecta a una de cada 400 personas. Una prueba utilizada para detectar el virus en una persona es positiva 90% de las veces si la persona tiene el virus y 10% de las veces si la persona no tiene el virus. Que A sea el evento “la persona está infectada” y B sea el evento “la persona da positivo”.

a. encontrar la probabilidad de que una persona tenga el virus dado que ha dado positivo en la prueba, es decir, encontrar $P(A|B)$.

b. encontrar la probabilidad de que una persona no tenga el virus dado que da negativo, es decir, encontrar $P(\text{not } A|\text{not } B)$.

44. Cierto virus infecta a una de cada 2000 personas. Una prueba utilizada para detectar el virus en una persona es positiva 96% de las veces si la persona tiene el virus y 4% de las veces si la persona no tiene el virus. Que A sea el evento “la persona está infectada” y B sea el evento “la persona da positivo”.

a. encontrar la probabilidad de que una persona tenga el virus dado que ha dado positivo en la prueba, es decir, encontrar $P(A|B)$.

b. encontrar la probabilidad de que una persona no tenga el virus dado que da negativo, es decir, encontrar $P(\text{not } A|\text{not } B)$.

45. Cierta enfermedad tiene una tasa de incidencia de 0.3%. Si la tasa de falsos negativos es de 6% y la tasa de falsos positivos es de 4%, compute la probabilidad de que una persona que da positivo realmente tenga la enfermedad.

46. Cierta enfermedad tiene una tasa de incidencia de 0.1%. Si la tasa de falsos negativos es de 8% y la tasa de falsos positivos es de 3%, compute la probabilidad de que una persona que da positivo realmente tenga la enfermedad.

47. Un cierto grupo de mujeres libres de síntomas entre 40 y 50 años son seleccionadas aleatoriamente para participar en el tamizaje mamográfico. La tasa de incidencia de cáncer de mama entre estas mujeres es de 0.8%. La tasa de falsos negativos para la mamografía es del 10%. La tasa de falsos positivos es de 7%. Si los resultados de una mamografía para una mujer en particular son positivos (lo que indica que tiene cáncer de mama), ¿cuál es la probabilidad de que realmente tenga cáncer de mama?

48. Alrededor de 0.01% de los hombres sin comportamiento de riesgo conocido están infectados con el VIH. La tasa de falsos negativos para la prueba estándar de VIH 0.01% y la tasa de falsos positivos también es 0.01%. Si un hombre seleccionado al azar sin comportamiento de riesgo conocido da positivo por VIH, ¿cuál es la probabilidad de que realmente esté infectado con el VIH?

49. Un niño posee 2 pares de pantalones, 3 camisas, 8 corbatas y 2 chaquetas. ¿Cuántos atuendos diferentes puede llevar a la escuela si debe usar uno de cada artículo?

50. En un restaurante puedes elegir entre 3 aperitivos, 8 platos principales y 2 postres. ¿Cuántas comidas diferentes de tres platos puedes tener?

51. Cuántas palabras de tres letras se pueden hacer a partir de 4 letras FGHI si

a. se permite la repetición de letras

b. no se permite la repetición de letras

52. ¿Cuántas palabras de cuatro letras se pueden hacer a partir de 6 letras AEBWDP si

a. se permite la repetición de letras

b. no se permite la repetición de letras

53. Todas las placas en un estado particular cuentan con tres letras seguidas de tres dígitos (por ejemplo, ABC 123). ¿Cuántos números de matrícula diferentes están disponibles para el Departamento de Vehículos Motorizados del estado?

54. Una contraseña de computadora debe tener ocho caracteres de longitud. ¿Cuántas contraseñas son posibles si solo se permiten las 26 letras del alfabeto?

55. Un pianista planea tocar 4 piezas en un recital. ¿De cuántas maneras puede organizar estas piezas en el programa?

56. ¿De cuántas formas se pueden otorgar los premios primero, segundo y tercero en un concurso con 210 concursantes?

57. Siete velocistas olímpicos son elegibles para competir en la carrera de relevos de 4 x 100 m para el equipo olímpico de Estados Unidos. ¿Cuántos equipos de relevos de cuatro personas se pueden seleccionar de entre los siete atletas?

58. Un usuario de computadora ha descargado 25 canciones usando un programa de intercambio de archivos en línea y quiere crear un CD-R con diez canciones para usar en su reproductor de CD portátil. Si el orden en que las canciones se coloquen en el CD-R es importante para él, ¿cuántos CD-Rs diferentes podría hacer a partir de las 25 canciones disponibles para él?

59. En la música occidental, una octava se divide en 12 tonos. Para la película *Encuentros cercanos del tercer tipo, el* director Steven Spielberg pidió al compositor John Williams que escribiera un tema de cinco notas, que los extraterrestres usarían para

comunicarse con la gente en la Tierra. Sin tener en cuenta los cambios de ritmo y octava, ¿cuántos temas de cinco notas son posibles si no se repite ninguna nota?

60. A principios del siglo XX, los defensores de la Segunda Escuela Vienesa de composición musical (entre ellos Arnold Schönberg, Anton Webern y Alban Berg) idearon la técnica de doce tonos, que utilizó una fila de tonos compuesta por los 12 tonos de la escala cromática en cualquier orden, pero sin tonos repetidos en la fila. Sin tener en cuenta los cambios de ritmo y octava, ¿cuántas filas de tonos son posibles?

61. ¿De cuántas maneras se pueden elegir 4 coberturas para pizza de entre 12 coberturas disponibles?

62. En un baby shower asisten 17 invitados y 5 de ellos son seleccionados al azar para recibir un premio de puerta. Si los 5 premios son idénticos, ¿de cuántas formas se pueden otorgar los premios?

63. En el juego de lotería 6/50, un jugador elige seis números del 1 al 50. ¿Cuántas opciones diferentes tiene el jugador si el orden no importa?

64. En un juego diario de lotería, un jugador elige tres números del 0 al 9. ¿Cuántas opciones diferentes tiene el jugador si el orden no importa?

65. Un grupo de jurados consta de 27 personas. ¿De cuántas formas diferentes se pueden elegir 11 personas para servir en un jurado y elegir a una persona adicional para que sirva como capataz del jurado?

66. El Comité Senatorial de Comercio, Ciencia y Transporte de los Estados Unidos está integrado por 23 miembros, 12 republicanos y 11 demócratas. El Subcomité de Transporte de Superficie y Marina Mercante está integrado por 8 republicanos y 7 demócratas. ¿De cuántas formas pueden elegirse de la Comisión a los miembros del Subcomité?

67. Eres dueño de 16 CDs. Desea organizar al azar 5 de ellos en un rack de CD. ¿Cuál es la probabilidad de que el rack termine en orden alfabético?

68. Un grupo de jurados consta de 27 personas, 14 hombres y 13 mujeres. Calcula la probabilidad de que un jurado seleccionado al azar de 12 personas sea todo masculino.

69. En un juego de lotería, un jugador elige seis números del 1 al 48. Si 5 de los 6 números coinciden con los sorteados, el jugador gana el segundo premio. ¿Cuál es la probabilidad de ganar este premio?

70. En un juego de lotería, un jugador elige seis números del 1 al 48. Si 4 de los 6 números coinciden con los sorteados, el jugador gana el tercer premio. ¿Cuál es la probabilidad de ganar este premio?

71. Calcula la probabilidad de que se te reparte una mano de póquer de 5 cartas que contenga todos los corazones.

72. Calcula la probabilidad de que se te reparte una mano de póquer de 5 cartas que contenga cuatro ases.

73. Una bolsa contiene 3 canicas doradas, 6 canicas plateadas y 28 canicas negras. Alguien se ofrece a jugar a este juego: Usted selecciona al azar en mármol de la bolsa. Si es oro, ganas $3. Si es plata, ganas $2. Si es negro, pierdes $1. ¿Cuál es tu valor esperado si juegas a este juego?

74. Un amigo concibe un juego que se juega rodando una sola matriz de seis caras una vez. Si rotas un 6, él te paga $3; si rotas un 5, él no te paga nada; si rotas un número menor que 5, le pagas $1. Calcula el valor esperado para este juego. ¿Deberías jugar a este juego?

75. En un juego de lotería, un jugador elige seis números del 1 al 23. Si el jugador coincide con los seis números, gana 30,000 dólares. De lo contrario, pierden $1. Encuentra el valor esperado de este juego.

76. Un juego se juega escogiendo dos cartas de una baraja. Si tienen el mismo valor, entonces ganas $5, de lo contrario pierdes $1. ¿Cuál es el valor esperado de este juego?

77. Una compañía estima que 0.7% de sus productos fallarán después del periodo de garantía original pero dentro de los 2 años siguientes a la compra, con un costo de reemplazo de $350. Si ofrecen una garantía extendida de 2 años por 48 dólares, ¿cuál es el valor esperado de la compañía de cada garantía vendida?

78. Una compañía de seguros estima que la probabilidad de un sismo en el próximo año sea de 0.0013. El daño promedio que produce un sismo se estima en 60 mil dólares. Si la compañía ofrece un seguro sísmico por $100, ¿cuál es su valor esperado de la póliza?

Exploración

Algunas de estas preguntas fueron adaptadas a partir de acertijos en mindyourdecisions.com.

79. Un pequeño colegio ha sido acusado de sesgo de género en sus admisiones a programas de posgrado.

a. de 500 hombres que solicitaron, 255 fueron aceptados. De 700 mujeres que solicitaron, 240 fueron aceptadas. Encuentra la tasa de aceptación para cada género. ¿Esto sugiere sesgo?

b. Luego, el colegio analizó cada uno de los dos departamentos con programas de posgrado, y encontró los datos a continuación. Calcular la tasa de aceptación dentro de cada departamento por género. ¿Esto sugiere sesgo?

Departamento	Hombres		Mujeres	
	Aplicado	Admitido	Aplicado	Admitido
Dpto. A	400	240	100	90
Dpto B	100	15	600	150

c. Mirando nuestros resultados de las Partes *a* y *b*, ¿qué puede concluir? ¿Hay sesgo de género en las admisiones de esta universidad? Si es así, ¿en qué dirección?

80. Una apuesta por “negro” en la Ruleta tiene probabilidad $\frac{18}{38}$ de ganar. Si ganas, duplica tu dinero. Puedes apostar en cualquier lugar de $1 a $100 en cada giro.

a. supongamos que tienes $10, y vas a jugar hasta que te vayas a la quiebra o tengas $20. ¿Cuál es tu mejor estrategia para jugar?

b. Supongamos que tienes $10, y vas a jugar hasta que te vayas a la quiebra o tengas $30. ¿Cuál es tu mejor estrategia para jugar?

81. Tu amigo propone un juego: Tiras una moneda. Si son cabezas, ganas $1. Si se trata de colas, pierdes $1. No obstante, le preocupa que la moneda pueda no ser una moneda justa. ¿Cómo podrías cambiar el juego para que el juego sea justo, sin reemplazar la moneda?

82. Cincuenta personas están en fila. La primera persona en la fila en tener un cumpleaños emparejando a alguien frente a ellos ganará un premio. Por supuesto, esto significa que la primera persona en la línea no tiene ninguna posibilidad de ganar. ¿Qué persona tiene la mayor probabilidad de ganar?

83. Tres personas ponen sus nombres en un sombrero, luego cada una dibuja un nombre, como parte de un intercambio de regalos aleatorizado. ¿Cuál es la probabilidad de que nadie dibuje su propio nombre? ¿Y con cuatro personas?

84. ¿Cuántas “palabras” diferentes se pueden formar usando todas las letras de cada una de las siguientes palabras exactamente una vez?

a. “ALICE”

b. “MANZANA”

85. ¿Cuántas “palabras” diferentes se pueden formar usando todas las letras de cada una de las siguientes palabras exactamente una vez?

a. “TRUMPS”

b. “TEETER”

86. El *problema de Monty Hall* lleva el nombre del presentador del programa de juegos *Let's make a Deal*. En este juego, habría tres puertas, detrás de una de las cuales había un premio. Al concursante se le pidió que eligiera una de las puertas. Monty Hall abriría entonces una de las otras puertas para mostrar que allí no había premio. Luego se le preguntó al concursante si querían quedarse con su puerta original, o cambiar a la otra puerta sin abrir. ¿Es mejor quedarse o cambiar, o importa?

87. Supongamos que tiene dos monedas, donde una es una moneda justa, y la otra moneda sube de cabeza el 70% del tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que tengas la moneda justa dada cada uno de los siguientes resultados de una serie de volteretas?

a. 5 cabezas y 0 colas

b. 8 cabezas y 3 colas

c. 10 cabezas y 10 colas

d. 3 Cabezas y 8 Colas

88. Supongamos que tiene seis monedas, donde cinco son monedas justas, y una moneda sube de cabeza el 80% del tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que tengas una moneda justa dado cada uno de los siguientes resultados de una serie de volteretas?

a. 5 cabezas y 0 colas

b. 8 cabezas y 3 colas

c. 10 cabezas y 10 colas

d. 3 Cabezas y 8 Colas

89. En este problema, exploraremos probabilidades a partir de una serie de eventos.

a. Si volteas 20 monedas, ¿cuántas *esperarías* que te salgan “cabezas”, en promedio? ¿Esperarías que *cada* volteo de 20 monedas surgiera exactamente esa cantidad de cabezas?

b. Si voltearas 20 monedas, ¿qué considerarías un resultado “habitual”? ¿Un resultado “inusual”?

c. Voltear 20 monedas (o una moneda 20 veces) y registrar cuántas aparecen “cabezas”. Repita este experimento 9 veces más. Recoger los datos de toda la clase.

d. Al voltear 20 monedas, ¿cuál es la probabilidad teórica de voltear 20 cabezas?

e. Con base en los datos experimentales de la clase, ¿cuál parece ser la probabilidad de voltear 10 cabezas de 20 monedas?

f. La fórmula $_nC_x p^x (1-p)^{n-x}$ calculará la probabilidad de un evento con probabilidad p que ocurra x tiempos fuera de n, como voltear x cabezas de n monedas donde está la probabilidad de cabezas $p = \frac{1}{2}$. Usa esto para calcular la probabilidad teórica de voltear 10 cabezas de 20 monedas.

g. Si voltearas 20 monedas, con base en los datos experimentales de la clase, ¿qué rango de valores considerarías un resultado “habitual”? ¿Cuál es la probabilidad combinada de estos resultados? ¿Qué considerarías un resultado “inusual”? ¿Cuál es la probabilidad combinada de estos resultados?

h. Consideraremos ahora una simplificación de un caso de la década de los sesenta. En la zona, alrededor del 26% de la población elegible para jurado era negra. En la causa judicial, había 100 hombres en el panel del jurado, de los cuales 8 eran negros. ¿Esto proporciona evidencia de sesgo racial en la selección del jurado?

This page titled 15.5: Ejercicios is shared under a CC BY-NC-SA 4.0 license and was authored, remixed, and/or curated by Darlene Diaz (ASCCC Open Educational Resources Initiative) via source content that was edited to the style and standards of the LibreTexts platform.

- **10.6: Exercises** by Darlene Diaz is licensed CC BY-NC-SA 4.0. Original source: https://www.sccollege.edu/OER/Documents/MATH 105/Math For Liberal Art Students (2017).pdf.

CHAPTER OVERVIEW

16: Propiedades básicas de los números reales

16.1: Objetivos
16.2: Símbolos y Notaciones
16.3: La línea numérica real y los números reales
16.4: Propiedades de los números reales
16.5: Exponentes
16.6: Reglas de Exponentes
16.7: Las reglas de poder para exponentes
16.8: Resumen de conceptos clave
16.9: Suplemento de ejercicio
16.10: Examen de Aptitud

This page titled 16: Propiedades básicas de los números reales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

16.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Símbolos y Notaciones

- entender la diferencia entre variables y constantes
- estar familiarizado con los símbolos de operación, igualdad y desigualdad
- estar familiarizado con los símbolos de agrupación
- ser capaz de utilizar correctamente el orden de las operaciones

La línea numérica real y los números reales

- estar familiarizado con la línea numérica real y los números reales
- entender el orden de los números reales

Propiedades de los números reales

- comprender las propiedades de cierre, conmutativa, asociativa y distributiva
- comprender la identidad y las propiedades inversas

Exponentes

- entender la notación exponencial
- ser capaz de leer notación exponencial
- entender cómo usar la notación exponencial con el orden de las operaciones

Reglas de Exponentes

- comprender las reglas de producto y cociente para exponentes
- entender el significado de cero como exponente

Las reglas de poder para los exponentes

- entender las reglas de poder para poderes, productos y cocientes

---

This page titled 16.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.2: Símbolos y Notaciones

Variables y Constantes

Una característica básica del álgebra es el uso de símbolos (generalmente letras) para representar números.

Definición: Variable

Una letra o símbolo que representa a cualquier miembro de una colección de dos o más números se denomina **variable**.

Definición: Constante

Una letra o símbolo que representa un número específico, conocido o desconocido se denomina **constante**.

En los siguientes ejemplos, la letra$x$ es una variable ya que puede ser cualquier miembro de la colección de números {35, 25, 10}. La letra$h$ es una constante ya que sólo puede asumir el valor 5890.

Ejemplo16.2.1

Supongamos que las calles de camino de casa a la escuela tienen límites de velocidad de 35 mph, 25 mph y 10 mph. En álgebra podemos dejar que la letra$x$ represente nuestra velocidad mientras viajamos de casa a la escuela. El valor máximo de$x$ depende de en qué tramo de calle nos encontremos. La letra$x$ puede asumir cualquiera de los **diversos** valores 35,25,10.

Ejemplo16.2.2

Supongamos que al escribir un trabajo de término para una clase de geografía necesitamos especificar la altura del monte Kilimanjaro. Si por casualidad no conocemos la altura de la montaña, podemos representarla (al menos temporalmente) en nuestro papel con la carta$h$. Posteriormente, buscamos la altura en un libro de referencia y encontramos que es de 5890 metros. La letra sólo$h$ puede asumir el valor único, 5890, y ningún otro. El valor de$h$ es **constante**.

Símbolos de Operación, Igualdad y Desigualdad

Operación binaria

Una **operación binaria** en una colección de números es un proceso que asigna un número a dos números dados en la colección. Las operaciones binarias utilizadas en álgebra son suma, resta, multiplicación y división.

Símbolos de Operación

Si dejamos$x$ yy cada uno representa un número, tenemos las siguientes anotaciones:

- Adición:$x+y$
- Resta:$x-y$
- Multiplicación:$x \cdot y$
- División:$\frac{x}{y} x/y x \div y \sqrt[y]{x}$

Conjunto de Muestras A

$a+b$ representa la **suma** de$a$ yb.

$4+y$ representa la **suma** de4 yy.

$8-x$ representa la **diferencia** de8 yx.

$6x$ representa el **producto** de6 yx.

ab representa el **producto** de$a$ yb.

$h3$ representa el **producto** de$h$ y3.

$(14.2)a$representa el **producto** de14.2 ya.

$(8)\ (24)$representa el **producto** de8 y24.

$5 \cdot 6(b)$representa el **producto** de 5,6, yb.

$6x$representa el **cociente** de6 yx.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica$16.2.1$

Representar el producto de 29 yx cinco formas diferentes.

Contestar

$29 \cdot x, 29x, (29)(x), 29(x), (29)x$

Si dejamos$a$ yb representamos dos números, entonces$a$ yb se relacionan exactamente de una de tres maneras:

Símbolos de Igualdad y Desigualdad:

$a = b$ a yb son iguales
$a > b$ a es estrictamente mayor que$b$
$a < b$ a es estrictamente menor que$b$

Algunas variaciones de estos símbolos incluyen

$a \neq b$ $a$no es igual ab
$a \geq b$ a es mayor que o igual ab
$a \leq b$ a es menor que o igual ab

Los últimos cinco de los símbolos anteriores son símbolos de desigualdad. Podemos **negar** (cambiar al contrario) cualquiera de las declaraciones anteriores dibujando una línea a través del símbolo de relación (como en$a \neq b$), como se muestra a continuación:

$a$no es mayor de lo que se$b$ puede expresar como cualquiera
$a \ngtr b$ o$a \leq b$

$a$no es$b$ menor de lo que puede expresarse como:
$a \nless b$ o$a \geq b$

$a < b$ y$a \ngeq b$ ambos indican que$a$ es menor que$b$

Agrupación de símbolos

Los símbolos de agrupación se utilizan para indicar que una colección particular de números y operaciones significativas deben agruparse y considerarse como un número. Los símbolos de agrupación utilizados comúnmente en álgebra son

Paréntesis: ()
Corchetes: []
Tirantes: {}
Barra: __

En un cómputo en el que está involucrada más de una operación, los símbolos de agrupación nos ayudan a decirnos qué operaciones realizar primero. Si es posible, primero realizamos operaciones dentro de los símbolos de agrupación.

Conjunto de Muestras B

(4 + 17) - 6 = 21 - 6 = 15

8 (3 + 6) = 8 (9) = 72

5 [8 + (10 - 4)] = 5 [8 + 6] = 5 [14] = 70

2 {3 [4 (17 - 11)]} = 2 {3 [4 (6)]} = 2 {3 [24]} = 2 {72} = 144

$$\frac{9(5+1)}{24+3}$$

La barra de fracción separa los dos grupos de números 9 (5 + 1) y 24 + 3. Realizar las operaciones en el numerador y denominador por separado.

$$\frac{9(5+1)}{24+3}=\frac{9(6)}{24+3}=\frac{54}{24+3}=\frac{54}{27}=2$$

Set de práctica B

Utilice los símbolos de agrupación para ayudar a realizar las siguientes operaciones.

Problema de práctica16.2.2

$3(1+8)$

Contestar

27

Problema de práctica16.2.3

$4[2(11-5)]$

Contestar

48

Problema de práctica16.2.4

$62[2(10-9)]$

Contestar

24

Problema de práctica16.2.5

$$\frac{1+19}{2+3}$$

Contestar

4

Los siguientes ejemplos muestran cómo usar la notación algebraica para escribir cada expresión.

Ejemplo16.2.3

9 menos$y$ se convierte$9-y$

Ejemplo16.2.4

46 veces$x$ se convierte$46x$

Ejemplo16.2.5

7 veces$(x+y)$ se convierte$7(x+y)$

Ejemplo16.2.6

4 dividido por 3, los tiempos$z$ se convierten$(\frac{4}{3})z$

Ejemplo16.2.7

$(a-b)$ tiempos$(b-a)$ divididos por (2 veces$a$) se convierte$\frac{(a-b)(b-a)}{2a}$

Ejemplo16.2.8

Introducir una variable (**cualquier** letra servirá pero aquí vamos a dejar$x$ representar el número) y utilizar símbolos algebraicos apropiados para escribir la declaración: Un número más 4 es estrictamente mayor que 6. La respuesta es$x+4>6$.

El orden de operaciones

Supongamos que deseamos encontrar el valor de$16+4\cdot 9$. Podríamos
sumar 16 y 4, luego multiplicar esta suma por 9.
$16+4\cdot 9=20\cdot =180$
multiplica 4 y 9, luego agrega 16 a este producto.
$16+4\cdot 9=16+36=52$

Ahora tenemos dos valores para un número. Para determinar el valor correcto debemos usar el **orden estándar de operaciones.**

Orden de Operaciones

1. Realizar todas las operaciones dentro de los símbolos de agrupación, comenzando por el conjunto más interno.
2. Realiza todas las multiplicaciones y divisiones, a medida que llegas a ellas, moviéndote de izquierda a derecha.
3. Realiza todas las adiciones y restas, a medida que llegas a ellas, moviéndote de izquierda a derecha.

A medida que avancemos en nuestro estudio del álgebra, nos toparemos con otra operación, la exponenciación, que habrá que insertar antes de la multiplicación y división.

Conjunto de Muestras C

Utilice el orden de las operaciones para encontrar el valor de cada número.

Ejemplo16.2.9

$16+4\cdot 9$. Multiplicar primero.

$=16+36$ Ahora agrega.

$=52$

Ejemplo16.2.10

$(27-8)+7(6+12)$. Combinar entre paréntesis.

$=19+7(18)$ Multiplicar.

$=19+126$ Ahora agrega.

$=145$

Ejemplo16.2.11

$8+2[4+3(6-1)]$. Comience con el conjunto más interno de símbolos de agrupación, ().

$=8+2[4+3(5)]$ Ahora trabajar dentro del siguiente conjunto de símbolos de agrupación, [].

$=8+2[4+15]$

$=8+2[19]$

$=8+38$

$=46$

Ejemplo16.2.12

\(
\ begin {alineado}
\ dfrac {6+4 [2+3 (19-17)]} {18-2 [2 (3) +2]} &=\ dfrac {6+4 [2+3 (2)]} {18-2 [6+2]}\\
&=\ dfrac {6+4 [2+6]} {18-2 [8]}\\
&=\ dfrac {6+4 [8]} {18-16}\\
&=\ dfrac {6+32} {2}\\
&=\ dfrac {38} {2}\\
&=19
\ end {alineado}
\)

Set de práctica C

Utilice el orden de las operaciones para encontrar cada valor.

Problema de práctica16.2.6

$25+8(3)$

Contestar

49

Problema de práctica16.2.7

$2+3(18-5\cdot 2)$

Contestar

26

Problema de práctica16.2.8

$4+3[2+3(1+8\div 4$

Contestar

37

Problema de práctica16.2.9

$$\frac{19+2\{5+2[18+6(4+1)]\}}{5\cdot 6-3(5)-2}$$

Contestar

17

Ejercicios

Para los siguientes problemas, utilice el orden de las operaciones para encontrar cada valor.

Ejercicio16.2.1

$2+3(6)$

Contestar

20

Ejercicio16.2.1

$18-7(8-3)$

Ejercicio16.2.1

$8\cdot \div 16+5$

Contestar

7

Ejercicio16.2.1

$(21+4)\div 5\cdot 2$

Ejercicio16.2.1

$3(8+2)\div 6+3$

Contestar

8

Ejercicio16.2.1

$6(4+1)\div (16\div 8)-15$

Ejercicio16.2.1

$6(4-1)+8(3+7)-20$

Contestar

78

Ejercicio16.2.1

$(8)(5)+2(14)+(1)(10)$

Ejercicio16.2.1

$61-22+4[3(10)+11]$

Contestar

203

Ejercicio16.2.1

$\frac{(1+16-3)}{7}+5(12)$

Ejercicio16.2.1

$\frac{8(6+20)}{8}+\frac{3(6+16)}{22}$

Contestar

29

Ejercicio16.2.1

$18\div 2+55$

Ejercicio16.2.1

$21\div 7\div 3$

Contestar

1

Ejercicio16.2.1

$85\div 5\cdot 5-85$

Ejercicio16.2.1

$(300-25)\div(6-3)$

Contestar

$91\frac{2}{3}$

Ejercicio16.2.1

$4\cdot 3+8\cdot 28-(3+17)+11(6)$

Ejercicio16.2.1

$2(7+7)+6[4(8+2)]$

Contestar

508

Ejercicio16.2.1

$0+10(0)+15[4(3)+1]$

Ejercicio16.2.1

$6.1(2.2+1.8)$

Contestar

22.4

Ejercicio16.2.1

$\frac{5.9}{2}+0.6$

Ejercicio16.2.1

$(4+7)(8-3)$

Contestar

55

Ejercicio16.2.1

$(10+5)(10+5)-4(60-4)$

Ejercicio16.2.1

$(\frac{5}{12}-\frac{1}{4})+(\frac{1}{6}+\frac{2}{3})$

Contestar

1

Ejercicio16.2.1

$4(\frac{3}{5}-\frac{8}{15})+9(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$

Ejercicio16.2.1

$\frac{0}{5}+\frac{0}{1}+0[2+4(0)]$

Contestar

0

Ejercicio16.2.1

$0 \cdot 9 + 4 \cdot 0 \div 7 + 0[2(2-2)]$

Para los siguientes problemas, indíquense si las declaraciones dadas son iguales o diferentes.

Ejercicio16.2.1

$x \geq y y x > y$

Contestar

Diferente

Ejercicio16.2.1

$x < y y x \ngeq y$

Ejercicio16.2.1

$x = y y y = x$

Contestar

Mismo

Ejercicio16.2.1

Representar el producto de 3 yx cinco formas diferentes.

Ejercicio16.2.1

Representar la suma de$a$ yb dos formas diferentes.

Contestar

$a + b , b + a$

Para los siguientes problemas, reescriba cada frase usando notación algebraica.

Ejercicio16.2.1

Diez menos tres

Ejercicio16.2.1

$x$más dieciséis

Contestar

$x + 16$

Ejercicio16.2.1

51 dividido por$a$

Ejercicio16.2.1

81 veces$x$

Contestar

$81x$

Ejercicio16.2.1

3 veces$x+y$

Ejercicio16.2.1

$(x+b)$tiempos$(x+7)$

Contestar

$(x+b)(x+7)$

Ejercicio16.2.1

$3x$ veces$y$

Ejercicio16.2.1

$x$dividido por (7 veces$b$)

Contestar

$\frac{x}{7b}$

Ejercicio16.2.1

$(a+b)$ dividido por$(a+4)$

Para los siguientes problemas, introduzca una variable (cualquier letra servirá) y use símbolos algebraicos apropiados para escribir la declaración dada.

Ejercicio16.2.1

Un número menos ocho es igual a diecisiete

Responder

$x-8=17$

Ejercicio16.2.1

Cinco veces un número, menos uno, es igual a cero.

Ejercicio16.2.1

Un número dividido por seis es mayor o igual a cuarenta y cuatro.

Responder

$\frac{x}{6} \geq 44$

Ejercicio16.2.1

Dieciséis menos dos veces un número equivale a cinco.

Determinar si las afirmaciones para los siguientes problemas son verdaderas o falsas.

Ejercicio16.2.1

$6-4(4)(1) \leq 10$

Responder

true

Ejercicio16.2.1

$5(4+2 \cdot 10) \geq 110$

Ejercicio16.2.1

$8 \cdot 6-48 \leq 0$

Responder

true

Ejercicio16.2.1

$\frac{20+4.3}{16}<5$

Ejercicio16.2.1

$2[6(1+4)-8]>2(11+6)$

Responder

false

Ejercicio16.2.1

$6[4+8+3(26-15) \nleq 3[7(10-4)]$

Ejercicio16.2.1

El número de diferentes formas en las que se pueden organizar 5 personas seguidas es$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. ¿De cuántas maneras es esto?

Responder

120

Ejercicio16.2.1

Una caja contiene 10 chips de computadora. Se van a elegir tres fichas al azar. La cantidad de formas en que esto se puede hacer es

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

¿De cuántas maneras es esto?

Ejercicio16.2.1

La probabilidad de obtener cuatro de un tipo en una mano de póquer de cinco cartas es

$$\frac{13 \cdot 48}{(52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48) \div (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}$$

¿Cuál es esta probabilidad?

Responder

$0.00024 \text{ o } \frac{1}{4165}$

Ejercicio16.2.1

Tres personas están en un elevador en un edificio de cinco pisos. Si cada persona selecciona aleatoriamente un piso en el que bajar, la probabilidad de que al menos dos personas bajen en el mismo piso es

$$1 - \frac{1 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5}$$

¿Cuál es esta probabilidad?

This page titled 16.2: Símbolos y Notaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.2: Symbols and Notations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.3: La línea numérica real y los números reales

La línea del número real

Línea de número real

En nuestro estudio del álgebra, utilizaremos varias colecciones de números. La **línea numérica real** nos permite mostrar **visualmente** los números en los que estamos interesados.

Una línea está compuesta por infinitamente muchos puntos. A cada punto podemos asociar un número único, y con cada número podemos asociar un punto en particular.

Coordinar

El número asociado a un punto en la recta numérica se denomina **coordenada** del punto.

Gráfica

El punto en una línea que está asociado a un número determinado se llama la **gráfica** de ese número.

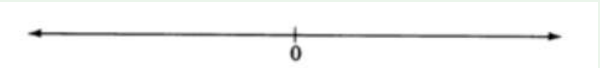
Construimos la línea numérica real de la siguiente manera:

Construcción de la Línea de Número Real

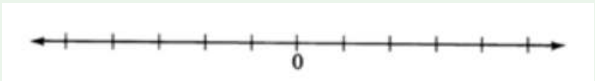
1. Dibuja una línea horizontal.



2. Elija cualquier punto de la línea y etiquételo 0. A este punto se le llama el **origen**.



3. Elija una longitud conveniente. Esta longitud se llama “1 unidad”. A partir de 0, marca esta longitud en ambas direcciones, teniendo cuidado de que las longitudes parezcan que son aproximadamente las mismas.

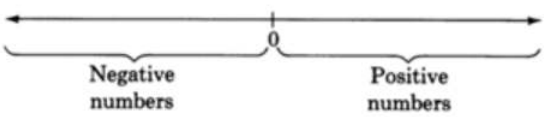


Número Real

Un número real es cualquier número que es la coordenada de un punto en la línea numérica real.

Números reales positivos y negativos

A la colección de estos infinitamente muchos números se le llama **colección de números reales**. Los números reales cuyas gráficas están a la derecha de 0 se denominan **números reales positivos**. Los números reales cuyas gráficas aparecen a la izquierda de 0 se denominan **números reales negativos**.



El número 0 no es ni positivo ni negativo.

Los números reales

La colección de números reales tiene muchas subcolecciones. A continuación se enumeran las subcolecciones que más nos interesan junto con sus anotaciones y gráficas.

Números naturales:

Los números naturales (N):$1, 2, 3, \ldots$



Números Enteros:

Los números enteros (W):$0, 1, 2, 3, \ldots$



Observe que cada número natural es un número entero.

Enteros:

Los enteros (Z):$\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$



Observe que cada número entero es un entero.

Números racionales

Los números racionales (Q): Los números racionales son números reales que se pueden escribir en la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros, y $b \neq 0$.

Fracciones

Los números racionales se llaman comúnmente **fracciones.**

División por 1

Dado que b puede ser igual a 1, cada entero es un número racional: $\frac{a}{1} = a$.

División por 0

Recordemos que $\frac{10}{2} = 5$ desde $2 \cdot 5 = 10$. Sin embargo, si $\frac{10}{0} = x$, entonces $0 \cdot x = 10$. Pero $0 \cdot x = 0$, no 10. Esto sugiere que no existe cociente.

Ahora considere $\frac{0}{0} = x$. Si $\frac{0}{0} = x$, entonces $0 \cdot x = 0$. Pero esto quiere decir que x podría ser cualquier número, es decir $\frac{0}{0} = 4$ desde $0 \cdot 4 = 0$, o $\frac{0}{0} = 28$ desde entonces $0 \cdot 28 = 0$. Esto sugiere que el cociente es indeterminante.

$\frac{x}{0}$ is Undefined or Indeterminant

La división por 0 es indefinida o indeterminante.

No dividir por 0.

Los números racionales tienen representaciones decimales que terminan o no terminan pero contienen un bloque repetido de dígitos. Algunos ejemplos son:

$$\underbrace{\frac{3}{4} = 0.75}_{\text{Terminating}} \qquad \underbrace{\frac{15}{11} = 1.36363636\ldots}_{\text{Nonterminating, but repeating}}$$

Algunos números racionales se graficaron a continuación.



Números irracionales

Los **números irracionales (Ir):** Los números irracionales son números que no pueden escribirse como cociente de dos enteros. Son números cuyas representaciones decimales son no terminadoras y no repetitivas. Algunos ejemplos son

$4.01001000100001\ldots \pi = 3.1415927\ldots$

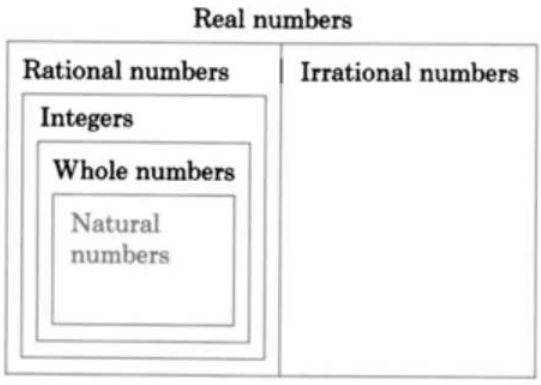
Observe que las colecciones de números racionales y números irracionales no tienen números en común.

Cuando se grafica en la recta numérica, los números racionales e irracionales dan cuenta de cada punto en la recta numérica. Así, cada punto de la recta numérica tiene una coordenada que es un número racional o irracional.

En resumen, tenemos

Conjunto de Muestras A

El cuadro de resumen ilustra que



- Cada número natural es un número real
- Cada número entero es un número real.
- Ningún entero es un número irracional.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica16.3.1

¿Cada número natural es un número entero?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.2

¿Cada número entero es un número entero?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.3

¿Cada entero es un número racional?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.4

¿Cada número racional es un número real?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.5

¿Cada entero es un número natural?

Contestar

No

Problema de práctica16.3.6

¿Hay un número entero que sea un número natural?

Contestar

Sí

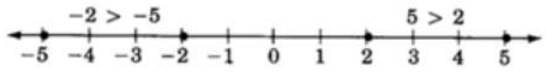
Ordenar los números reales

Ordenar los números reales

Se dice que un número real$b$ es mayor que un número real$a$, denotado$b > a$, si la gráfica de$b$ está a la derecha de la gráfica de$a$ en la recta numérica.

Conjunto de Muestras B

Como es de esperar,$5 > 2$ ya que5 está a la derecha de2 en la recta numérica. También,$-2 > -5$ ya que-2 está a la derecha de-5 en la recta numérica.



Set de práctica B

Problema de práctica16.3.7

¿Todos los números positivos son mayores a 0?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.8

¿Todos los números positivos son mayores que todos los números negativos?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.9

¿Es 0 mayor que todos los números negativos?

Contestar

Sí

Problema de práctica16.3.10

¿Hay un mayor número positivo? ¿Hay un número negativo más pequeño?

Contestar

No, No.

Problema de práctica16.3.11

¿Cuántos números reales hay? ¿Cuántos números reales hay entre 0 y 1?

Contestar

infinitamente muchos, infinitamente muchos

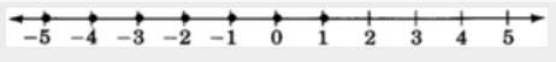
Conjunto de Muestras C

Ejemplo16.3.1

¿Qué enteros pueden reemplazar$x$ para que la siguiente afirmación sea verdadera?

$$-4 \leq x < 2 \tag{16.3.1}$$

Esta afirmación indica que el número representado por$x$ es entre-4 y2. Específicamente,-4 es menor o igual ax, y al mismo tiempo,x es estrictamente menor que2. Esta afirmación es un ejemplo de una desigualdad compuesta.



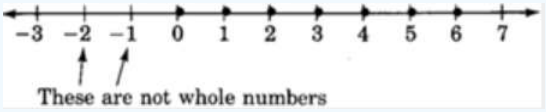
Los enteros son$-4, -3, -2, -1, 0, 1$

Ejemplo16.3.2

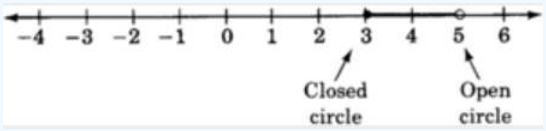
Dibuja una recta numérica que se extienda de −3 a 7. Coloque puntos en todos los números enteros entre e incluyendo −2 y 6.

Ejemplo16.3.3

Dibuja una línea numérica que se extienda desde-46 y coloque puntos en todos los números reales mayores o iguales3 pero estrictamente menores que5.



Se acostumbra usar un **círculo cerrado** para indicar que un punto está incluido en la gráfica y un **círculo abierto** para indicar que un punto no está incluido.



Set de práctica C

Problema de práctica16.3.12

¿Qué números enteros pueden reemplazar x para que la siguiente afirmación sea verdadera?

$-3 \leq x < 3$

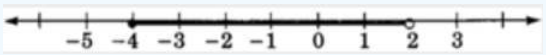
Contestar

0, 1, 2

Problema de práctica16.3.12

Dibuja una línea numérica que se extienda de −5 a 3 y coloque puntos en todos los números mayores o iguales a −4 pero estrictamente menores que 2.

Contestar



Ejercicios

Para los siguientes problemas, junto a cada número real, anote todas las colecciones a las que pertenece escribiendo$N$ para números naturales,W para números enteros,Z para números enteros,Q para números racionales,Ir para números irracionales yR para números reales. Algunos números pueden requerir más de una letra.

Ejercicio16.3.1

$\frac{1}{2}$

Contestar

Q, R

Ejercicio16.3.2

-12

Ejercicio16.3.3

0

Contestar

W, Z, Q, R

Ejercicio16.3.4

$-24\frac{7}{8}$

Ejercicio16.3.5

$86.3333\ldots$

Contestar

Q, R

Ejercicio16.3.6

$49.125125125\ldots$

Ejercicio16.3.7

-15.07

Contestar

Q, R

Para los siguientes problemas, dibuje una recta numérica que se extienda desde-3 hasta3. Localice cada número real en la recta numérica colocando un punto (círculo cerrado) en su ubicación aproximada.

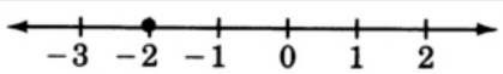
Ejercicio16.3.8

$1\frac{1}{2}$

Ejercicio16.3.9

-2

Contestar



Ejercicio16.3.10

$-\frac{1}{8}$

Ejercicio16.3.11

¿0 es un número positivo, negativo, ninguno, o ambos?

Contestar

ni

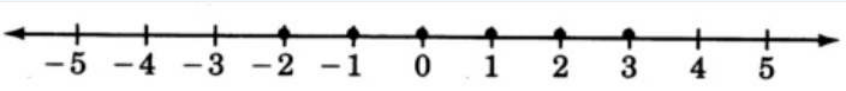
Ejercicio16.3.12

Un entero es un número entero par si se puede dividir por 2 sin un resto; de lo contrario, el número es impar. Dibuja una línea numérica que se extienda de −5 a 5 y coloque puntos en todos los enteros pares negativos y en todos los enteros impares positivos.

Ejercicio16.3.13

Dibuja una recta numérica que se extienda de −5 a 5. Coloque los puntos en todos los enteros estrictamente mayores que −3 pero estrictamente menores que 4.

Contestar



Para los siguientes problemas, dibuje una recta numérica que se extienda de −5 a 5. Colocar puntos en todos los números reales entre e incluyendo cada par de números

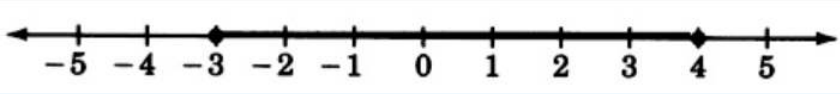
Ejercicio16.3.14

$-5y-2$

Ejercicio16.3.15

$-3y4$

Contestar



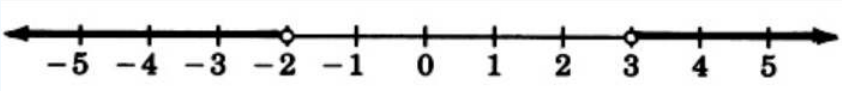
Ejercicio16.3.16

−4 y 0

Ejercicio16.3.17

Dibuja una recta numérica que se extienda de −5 a 5. ¿Es posible localizar algún número que sea estrictamente mayor que 3 pero también estrictamente menor que −2?

Contestar



no

Para los pares de números reales mostrados en los siguientes problemas, escriba el símbolo de relación apropiado (<, >, =) en lugar de la ∗.

Ejercicio16.3.18

−5×−1

Ejercicio16.3.19

−3×0

Contestar

<

Ejercicio16.3.20

−4×7

Ejercicio16.3.21

6×−1

Contestar

>

Ejercicio16.3.22

$\frac{1}{4} * -\frac{3}{4}$

Ejercicio16.3.23

¿Hay un número real más grande? Si es así, ¿qué es?

Contestar

no

Ejercicio16.3.24

¿Hay un entero más grande? Si es así, ¿qué es?

Ejercicio16.3.25

¿Hay un número entero de dos dígitos más grande? Si es así, ¿qué es?

Contestar

99

Ejercicio16.3.26

¿Hay un entero más pequeño? Si es así, ¿qué es?

Ejercicio16.3.27

¿Hay un número entero más pequeño? Si es así, ¿qué es?

Contestar

si, 0

Para los siguientes problemas, ¿qué números pueden sustituir$x$ para que las siguientes afirmaciones sean ciertas?

Ejercicio16.3.28

$-1 \leq x \leq 5$,x un entero

Ejercicio16.3.29

$-7 < x < -1$,x un entero

Contestar

$-6, -5, -4, -3, -2$

Ejercicio16.3.30

$-3 \leq x \leq 2$,x un número natural

Ejercicio16.3.31

$-15 < x \leq -1$,x un número natural

Contestar

No hay números naturales entre-15 y-1.

Ejercicio16.3.32

$-5 \leq x < 5$,x un número entero

Ejercicio16.3.33

La temperatura en el desierto hoy era de noventa y cinco grados. Representar esta temperatura por un número racional.

Contestar

$\frac{95}{1}$

Ejercicio16.3.34

La temperatura hoy en Colorado Springs era de ocho grados bajo cero. Representar esta temperatura con un número real.

Ejercicio16.3.35

¿Cada entero es un número racional?

Contestar

Sí

Ejercicio16.3.36

¿Cada número racional es un número entero?

Ejercicio16.3.37

¿Se pueden sumar dos números racionales para producir un número entero? Si es así, dar un ejemplo.

Contestar

Sí. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ o$1 + 1 = 2$

Para los siguientes problemas, en la recta numérica, ¿cuántas unidades (intervalos) hay entre ellas?

Ejercicio16.3.38

0 y 2

Ejercicio16.3.39

-5 y 0

Contestar

5 unidades

Ejercicio16.3.40

0 y 6

Ejercicio16.3.41

-8 y 0

Contestar

8 Unidades

Ejercicio16.3.42

-3 y 4

Ejercicio16.3.43

$myn, m > n$

Contestar

$m - n$ unidades

Ejercicio16.3.44

$-a\text{y}-b, -b > -a$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio16.3.45

Encuentra el valor de$6 + 3(15 - 8) - 4$

Contestar

23

Ejercicio16.3.46

Encuentra el valor de$5(8 - 6) + 3(5 + 2 \cdot 3$

Ejercicio16.3.47

¿Son las declaraciones$y < 4$ y$y \geq 4$ las mismas o diferentes?

Contestar

Diferente

Ejercicio16.3.48

Utilice la notación algebraica para escribir la sentencia “seis veces un número es menor o igual a once”.

Ejercicio16.3.49

¿La afirmación es$8(15 - 3 \cdot 4) - 3 \cdot 7 \geq 3$ verdadera o falsa?

Contestar

true

This page titled 16.3: La línea numérica real y los números reales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.3: The Real Number Line and the Real Numbers** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.4: Propiedades de los números reales

Visión general

- Las propiedades de cierre
- Las propiedades conmutativas
- Las propiedades asociativas
- Las propiedades distributivas
- Las propiedades de identidad
- Las propiedades inversas

Propiedad

Una **propiedad** de una colección de objetos es una característica que describe la colección. A continuación examinaremos algunas de las propiedades de la colección de números reales. Las propiedades que examinaremos se expresan en términos de suma y multiplicación.

Las propiedades de cierre

Las propiedades de cierre

Sia yb son números reales, entonces$a+b$ es un número real único, y$a\cdot b$ es un número real único.

Por ejemplo, 3 y 11 son números reales;$3+11=14$ y$3\cdot 11=33$, y tanto 14 como 33 son números reales. Si bien esta propiedad parece obvia, algunas cobranzas no se cierran bajo ciertas operaciones. Por ejemplo,

- Los números reales no se cierran bajo división ya que, aunque 5 y 0 son números reales,$5/0$ y no$0/0$ son números reales.

- Los números naturales no se cierran bajo resta ya que, aunque 8 es un número natural, no lo$8-8$ es. ($8-8=0$ y 0 no es un número natural).

Las propiedades conmutativas

Dejar$a$ yb representar números reales.

Las propiedades conmutativas

Propiedad Conmutativa de Adición:

$a+b=b+a$

Propiedad conmutativa de la multiplicación:

$a\cdot b=b\cdot a$

Las propiedades conmutativas nos indican que se pueden sumar o multiplicar dos números en cualquier orden sin afectar el resultado.

Conjunto de Muestras A

Los siguientes son ejemplos de las propiedades conmutativas.

Ejemplo16.4.1

$3+4=4+3$ Ambos iguales 7

Ejemplo16.4.2

$5+x=x+5$ Ambos representan la misma suma.

Ejemplo16.4.3

$4\cdot 8=8\cdot 4$ Ambos iguales 32

Ejemplo16.4.4

$y7=7y$Ambos representan el mismo producto

Ejemplo16.4.5

$5(a+1)=(a+1)5$ Ambos representan el mismo producto

Ejemplo16.4.6

$(x+4)(y+2)=(y+2)(x+4)$ Ambos representan el mismo producto

Conjunto de práctica A

Rellene el () con el número o letra correspondiente para que la declaración sea verdadera. Utilice las propiedades conmutativas.

Problema de práctica16.4.1

$6+5+()+6$

Contestar

5

Problema de práctica16.4.2

$m+12=12+()$

Contestar

m

Problema de práctica16.4.3

$9\cdot 7=()\cdot 9$

Contestar

7

Problema de práctica16.4.4

$6a=a()$

Contestar

6

Problema de práctica16.4.5

$4(k-5)=()4$

Contestar

$k-5$

Problema de práctica16.4.6

$(9a-1)()=(2b+7)(9a-1)$

Contestar

$2b+7$

Las propiedades asociativas

Dejar$a$,b, yc representar números reales.

Las propiedades asociativas

Propiedad Asociativa de Adición:

$(a+b)+c=a+(b+c)$

Propiedad asociativa de la multiplicación:

$(ab)c=a(bc)$

Las propiedades asociativas nos dicen que podemos agrupar las cantidades como nos plazca sin afectar el resultado.

Conjunto de Muestras B

Los siguientes ejemplos muestran cómo se pueden usar las propiedades asociativas.

Ejemplo16.4.7

$(2+6)+1=2+(6+1)$

$8+1=2+7$

$9=9$

Ambos iguales 9

Ejemplo16.4.8

$(3+x)+17=3+(x+17)$

Ambos representan la misma suma.

Ejemplo16.4.9

$(2\cdot 3)\cdot 5=2\cdot(3\cdot 5)$

$6\cdot 5=2\cdot 15$

$30=30$

Ambos equivalen a 30

Ejemplo16.4.10

$(y)4 = 9(y4)$

Ambos representan el mismo producto.

Set de práctica B

Rellena el () para que cada enunciado sea verdadero. Utilice las propiedades asociativas.

Problema de práctica16.4.7

$(9+2)+5 = 9+()$

Solución

$2+5$

Problema de práctica16.4.8

$x+(5+y) = ()+y$

Solución

$x+5$

Problema de práctica16.4.9

$(11a)6 = 11()$

Solución

$a \cdot 6$

Problema de práctica16.4.10

$[(7m-2)(m+3)](m+4) = (7m-2)[()()]$

Solución

$(m+3)(m+4)$

Conjunto de Muestras C

Ejemplo16.4.11

Simplificar (reorganizar en una forma más simple):$5x6b8ac4$

De acuerdo con la propiedad conmutativa de la multiplicación, podemos hacer una serie de interruptores consecutivos y juntar todos los números y todas las letras juntas.

$5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 4 \cdot x \cdot b \cdot a \cdot c$

$960xbac$Multiplique los números.

$960abcx$Por convención, cuando sea posible, escribiremos todas las letras en orden alfabético.

Set de práctica C

Simplifica cada una de las siguientes cantidades.

Problema de práctica16.4.11

$3a7y9d$

Solución

$189ady$

Problema de práctica16.4.12

$6b8acz4 \cdot 5$

Solución

$960abcz$

Problema de práctica16.4.13

$4p6qr3(a+b)$

Solución

$72pqr(a+b)$

Las propiedades distributivas

Cuando nos introdujeron por primera vez a la multiplicación vimos que se desarrolló como una descripción para la adición repetida.

$4+4+4=3 \cdot 4$

Observe que hay tres 4's, es decir, 4 aparece 3 veces. De ahí, 3 veces 4.
Sabemos que el álgebra es aritmética generalizada. Ahora podemos hacer una generalización importante.

Cuando$a$ se agrega un número varias$n$ veces, tenemos:

$$\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{a \text{ appears } n \text{ times}}$$

Luego, usando la multiplicación como descripción para la adición repetida, podemos reemplazar:

$\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{n \text{ times}}$ conna

Por ejemplo:

$x+x+x+x$ se puede escribir como$4x$ ya que$x$ se repite4 tiempos añadidos.

$x+x+x+x=4x$

$r+r$ se puede escribir como$2r$ ya que$r$ se agrega repetidamente2 veces.

$r+r=2r$

La propiedad distributiva implicó tanto la multiplicación como la suma. Vamos a reescribir$4(a+b)$. Se procede leyendo$4(a+b)$ como multiplicación: 4 veces la cantidad$(a+b)$. Esto nos dirige a escribir:

$
\ comenzar {alineado}
4 (a+b) & =(a+b) + (a+b) + (a+b) + (a+b)\\
&=a+b+a+b+a+b+a+b
\ final {alineado}
\]

Ahora usamos la propiedad conmutativa de adición para recolectar todos los$a$'s juntos y todos los$b$' s juntos.

$
4 (a+b) =\ underbrackets {a+a+a+a} _ {4 a^ {\ prime} s} +\ underbrackets {b+b+b+b} _ {4 b^ {\ prime} s}
$
Ahora, usando la multiplicación como descripción para la adición repetida, tenemos
$
4 (a+b) =4 a+4 b
$
Hemos distribuido los 4 sobre la suma a ambos$a$ yb
$4(a+b)=4a+4b$

La propiedad distributiva

$a(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$

$(b+c)a=a\cdot b+a\cdot c$

La propiedad distributiva es útil cuando no podemos o no deseamos realizar operaciones entre paréntesis.

Conjunto de Muestras D

Utilice la propiedad distributiva para reescribir cada una de las siguientes cantidades.

Ejemplo16.4.12

$2(5+7)=2\cdot 5+2\cdot 7$ Both equal 24

Ejemplo16.4.13

$6(x+3)=6\cdot x+6\cdot 3$ Ambos representan el mismo número.

$=6x+18$

Ejemplo16.4.14

$(z+5)y=zy+5y=yz+5y$

Set de Práctica D

Ejercicio16.4.14

Qué propiedad de números reales justifica:

$a(b+c)=(b+c)a$?

Contestar

la propiedad conmutativa de la multiplicación

Utilice la propiedad distributiva para reescribir cada una de las siguientes cantidades.

Ejercicio16.4.1

$3(2+1)$

Contestar

6 + 3

Ejercicio16.4.1

$(x+6)7$

Contestar

$7x+42$

Ejercicio16.4.1

$4(a+y)$

Contestar

$4a+4y$

Ejercicio16.4.1

$(9+2)a$

Contestar

$9a+2a$

Ejercicio16.4.1

$a(x+5)$

Contestar

$ax+5a$

Ejercicio16.4.1

$1(x+y)$

Contestar

$x+y$

Las propiedades de identidad

Identidad Aditiva

Al número 0 se le llama **identidad aditiva** ya que cuando se agrega a cualquier número real, conserva la identidad de ese número. El cero es la única identidad aditiva.
Por ejemplo,$6+0=6$

Identidad Multiplicativa

Al número 1 se le llama la **identidad multiplicativa** ya que cuando multiplica cualquier número real, conserva la identidad de ese número. Una es la única identidad multiplicativa.
Por ejemplo$6\cdot 1=6$.

Resumimos las propiedades de identidad de la siguiente manera:

Propiedad de identidad aditiva

Sia es un número real, entonces:

$a+0=a$ y$0+a=a$

Propiedad de Identidad Multiplicativa

Sia es un número real, entonces:

$a\cdot 1=a$ y$1\cdot a=a$

Las propiedades inversas

Inversos Aditivos

Cuando se suman dos números y el resultado es la identidad aditiva, 0, los números se denominan **inversos aditivos** entre sí. Por ejemplo, cuando se agrega 3 a −3 el resultado es 0, es decir,$3+(-3)=0$. Los números 3 y −3 son inversos aditivos entre sí.

Inversaciones multiplicativas

Cuando dos números se multiplican juntos y el resultado es la identidad multiplicativa, 1, los números se denominan **inversos multiplicativos** entre sí. Por ejemplo, cuando6 y$\frac{1}{6}$ se multiplican juntos, el resultado es 1, es decir,$6\cdot 16=1$. Los números 6 y$\frac{1}{6}$ son inversos multiplicativos entre sí.

Resumimos las propiedades inversas de la siguiente manera:

Las propiedades inversas:

1. Sia hay algún número real, entonces hay un número real único$-a$, tal que
$a+(-a)=0$ y$-a+a=0$
Los números$a$ y$-a$ se llaman **inversos aditivos** entre sí.

2. Sia hay algún número real distinto de cero, entonces hay un número real único$\frac{1}{a}$ tal que
$a\cdot\frac{1}{a}=1$ y$\frac{1}{a}\cdot a=1$.
Los números$a$ y$\frac{1}{a}$ se llaman **inversos multiplicativos** entre sí.

Cantidades en expansión:

Cuando realizamos operaciones como$6(a+3)=6a+18$, decimos que estamos **ampliando** la cantidad$6(a+3)$.

Ejercicios

Utilice la propiedad conmutativa de suma y multiplicación para escribir expresiones para un número igual para los siguientes problemas. No es necesario realizar ningún cálculo.

Ejercicio16.4.1

$x+3$

Contestar

$3+x$

Ejercicio16.4.2

$5+y$

Ejercicio16.4.3

$10x$

Contestar

$x10$

Ejercicio16.4.4

$18z$

Ejercicio16.4.5

$r6$

Contestar

$6r$

Ejercicio16.4.6

ax

Ejercicio16.4.7

xc

Contestar

cx

Ejercicio16.4.8

$7(2+b)$

Ejercicio16.4.9

$6(s+1)$

Contestar

$(s+1)6$

Ejercicio16.4.10

$(8+a)(x+6)$

Ejercicio16.4.11

$(x+16)(a+7)$

Contestar

$(a+7)(x+16)$

Ejercicio16.4.12

$(x+y)(x-y)$

Ejercicio16.4.13

$0.06m$

Contestar

$m(0.06)$

Ejercicio16.4.14

$x+3$

Contestar

$3+x$

Ejercicio16.4.15

$5(6h+1)$

Contestar

$(6h+1)5$

Ejercicio16.4.16

$m(a+2b)$

Ejercicio16.4.17

$k(10a-b)$

Contestar

$(10a-b)k$

Ejercicio16.4.18

$(21c)(0.008)$

Ejercicio16.4.19

$(-16)(4)$

Contestar

$(4)(-16)$

Ejercicio16.4.20

$(5)(b-6)$

Simplificar el uso de la propiedad conmutativa de la multiplicación para los siguientes problemas. No es necesario utilizar la propiedad distributiva.

Ejercicio16.4.21

$9x2y$

Contestar

$18xy$

Ejercicio16.4.22

$5a6b$

Ejercicio16.4.23

$2a3b4c$

Contestar

$24abc$

Ejercicio16.4.24

$5x10y5z$

Ejercicio16.4.25

$1u3r2z5m1n$

Contestar

$30mnruz$

Ejercicio16.4.26

$6d4e1f2(g+2h)$

Ejercicio16.4.27

$(\frac{1}{2})d(\frac{1}{4})e(\frac{1}{2})a$

Contestar

$\frac{1}{16}ade$

Ejercicio16.4.28

$3(a+6)2(a-9)6b$

Ejercicio16.4.29

$1(x+2y)(6+z)9(3x+5y)$

Contestar

$9(x+2y)(6+z)(3x+5y)$

Para los siguientes problemas, utilice la propiedad distributiva para ampliar las cantidades.

Ejercicio16.4.30

$2(y+9)$

Ejercicio16.4.31

$b(r+5)$

Contestar

$br+5b$

Ejercicio16.4.32

$m(u+a)$

Ejercicio16.4.33

$k(j+1)$

Contestar

$jk+k$

Ejercicio16.4.34

$x(2y+5)$

Ejercicio16.4.35

$z(x+9w)$

Contestar

$xz+9wz$

Ejercicio16.4.36

$(1+d)e$

Ejercicio16.4.37

$(8+2f)g$

Contestar

$8g+2fg$

Ejercicio16.4.38

$c(2a+10b)$

Ejercicio16.4.39

$15x(2y+3z)$

Contestar

$30xy+45xz$

Ejercicio16.4.40

$8y(12a+b)$

Ejercicio16.4.41

$z(x+y+m)$

Contestar

$xz+yz+mz$

Ejercicio16.4.42

$(a+6)(x+y)$

Ejercicio16.4.43

$(x+10)(a+b+c)$

Contestar

$zx+bx+cx+10a+10b+10c$

Ejercicio16.4.44

$1(x+y)$

Ejercicio16.4.45

$1(a+16)$

Contestar

$a+16$

Ejercicio16.4.46

$0.48(0.34a+0.61)$

Ejercicio16.4.47

$21.5(16.2a+3.8b+0.7c)$

Contestar

$348.3a + 81.7b + 15.05c$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio16.4.48

Encuentra el valor de$4 \cdot 2 + 5(2 \cdot 4 - 6 \div 3) - 2 \cdot 5$.

Ejercicio16.4.49

¿La afirmación es$3(5 \cdot 3 - 3 \cdot 5) + 6 \cdot 2 - 3 \cdot 4 < 0$ verdadera o falsa?

Responder

false

Ejercicio16.4.50

Dibuja una línea numérica que se extienda desde-22 y coloque puntos en todos los números enteros entre e incluyendo-2 y3.

Ejercicio16.4.51

Reemplazar el$*$ por el símbolo de relación apropiado$(<, >)$. $-7 * -3$.

Responder

$<$

Ejercicio16.4.52

¿Qué números enteros pueden reemplazar$x$ para que la afirmación$-2 \leq x < 2$ sea verdadera?

This page titled 16.4: Propiedades de los números reales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.4: Properties of the Real Numbers** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.5: Exponentes

Visión general

- Notación exponencial
- Lectura de Notación Exponencial
- El orden de operaciones

Notación exponencial

En la Sección 2.4 se nos recordó que la multiplicación es una descripción para la adición repetida. Una pregunta natural es "¿Existe una descripción para la multiplicación **repetida**?" La respuesta es sí. La notación que describe la multiplicación repetida es la **notación exponencial.**

Factores

En la multiplicación, los números que se multiplican entre sí se denominan **factores**. En multiplicación repetida, todos los factores son iguales. En la multiplicación no repetida, ninguno de los factores es el mismo. Por ejemplo,

Ejemplo16.5.1

$18 \cdot 18 \cdot 18 \cdot 18$ Multiplicación repetida de 18. Los cuatro factores, 18 son iguales.

$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ Multiplicación repetida de$x$. Los cinco factores$x$,, son iguales.

$3 \cdot 7 \cdot a$ Multiplicación no repetida. Ninguno de los factores es el mismo.

La notación exponencial se utiliza para mostrar multiplicación repetida del mismo factor. La notación consiste en utilizar un **superíndice sobre el factor que se repite**. Al superíndice se le llama **exponente**.

Notación exponencial

Notación exponencial Six es cualquier número real yn es un número natural, entonces

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ factors of } x}$$

Un exponente registra el número de factores idénticos en la multiplicación.

Tenga en cuenta que la definición de notación exponencial solo tiene significado para exponentes numéricos naturales. Ampliaremos esta notación para incluir otros números como exponentes posteriormente.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo16.5.2

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$

El factor repetido es 7. El exponente 6 registra el hecho de que 7 aparece 6 veces en la multiplicación.

Ejemplo16.5.3

$x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$

El factor repetido es$x$. El exponente 4 registra el hecho que$x$ aparece 4 veces en la multiplicación.

Ejemplo16.5.4

$(2y)(2y)(2y) = (2y)^3$

El factor repetido es$2y$. El exponente 3 registra el hecho de que el factor$2y$ aparece 3 veces en la multiplicación.

Ejemplo16.5.5

$2yyy = 2y^3$

El factor repetido es$y$. El exponente 3 registra el hecho de que el factor$y$ aparece 3 veces en la multiplicación.

Ejemplo16.5.6

$(a+b)(a+b)(a-b)(a-b)(a-b) = (a+b)^2(a-b)^3$

Los factores repetidos son$(a+b)$ y$(a-b)$,$(a+b)$ apareciendo 2 veces y$(a-b)$ apareciendo 3 veces.

Conjunto de práctica A

Escribe cada uno de los siguientes usando exponentes.

Problema de práctica16.5.1

$a \cdot a \cdot a \cdot a$

Contestar

a^4

Problema de práctica16.5.2

$(3b)(3b)(5c)(5c)(5c)(5c)$

Contestar

$(3b)^2(5c)^4$

Problema de práctica16.5.3

$2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot (a-4)(a-4)$

Contestar

$2^2 \cdot 7^3(a-4)^2$

Problema de práctica16.5.4

$8xxxyzzzzz$

Contestar

$8x^3yz^5$

Conjunto de Muestras B

Ejemplo16.5.7

$8x^3$significa$8 \cdot xxx$ y **no**$8x8x8x$ El exponente3 aplica sólo al factor$x$ ya que es sólo al factor$x$ que el3 está conectado.

Ejemplo16.5.8

$(8x)^3$significa$(8x)(8x)(8x)$ ya que los paréntesis indican que el exponente3 está directamente conectado al factor$8x$. Recuerde que los símbolos de agrupación () indican que las cantidades en su interior deben considerarse como un solo número.

Ejemplo16.5.9

$34(a+1)^2$ significa$34 \cdot (a+1)(a+1)$ ya que el exponente2 se aplica únicamente al factor$(a+1)$.

Set de práctica B

Escribe cada uno de los siguientes sin exponentes.

Problema de práctica16.5.5

$4a^3$

Contestar

$4aaa$

Problema de práctica16.5.6

$(4a)^3$

Contestar

$(4a)(4a)(4a)$

Conjunto de Muestras C

Ejemplo16.5.10

Seleccione un número para mostrar que$(2x)^2$ no siempre sea igual a$2x^2$.
Supongamos$x$ que elegimos ser 5. Considere ambos$(2x)^2$ y$2x^2$.
\ (
\ begin {array} {ll}
(2 x) ^ {2} & 2 x^ {2}\\
(2\ cdot 5) ^ {2} & 2\ cdot 5^ {2}\
(10) ^ {2} & 2\ cdot 25\\
100 &\ neq 50
\ end {array}
\)
Observe que $(2x)^2 = 2x^2$sólo cuando$x = 0$.

Set de práctica C

Problema de práctica16.5.7

Seleccione un número para mostrar que$(5x)^2$ no siempre sea igual a$5x^2$

Responder

Seleccione$x = 3$. Entonces$(5 \cdot 3)^2 = (15)^2 = 225$, pero$5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$. $225 \neq 45$

Lectura de Notación Exponencial

$ln(x^n)$

Base
x es la **base.**

El **exponente**
n es el **exponente.**

Poder
El número representado porx^n se llama **poder.**

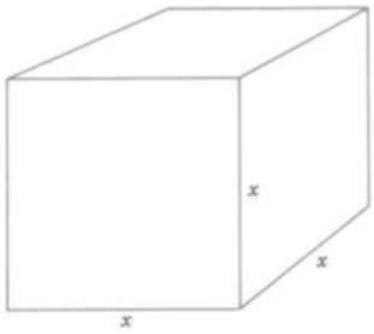
$x$al$n$ th Poder
El términоx^n se lee como "$x$al$n$ th poder", o más simplemente como "$x$al$n$ th."

xCuadrados yx Cubicados

El símbolo a menudox^2 se lee como "$x$cuadrado", y a menudox^3 se lee como "en$x$ cubos". Una pregunta natural es "¿Por qué aparecen términos geométricos en la expresión exponente?" La respuesta parax^3 es esta:x^3 medios$x \cdot x \cdot x$. En geometría, el volumen de una caja rectangular se encuentra multiplicando el largo por el ancho por la profundidad. Un cubo tiene la misma longitud en cada lado. Si representamos esta longitud por la letra$x$ entonces el volumen del cubo es$x \cdot x \cdot x$, que, por supuesto, es descrito porx^3. (¿Se te ocurre por quéx^2 se lee como$x$ cuadrado?)

Cubo con

largo =x
ancho =x
profundidad =x
Volumen =xxx=x^3



El orden de operaciones

En la Sección 4.2 nos presentaron el orden de operaciones. Se señaló que insertaríamos otra operación antes de la multiplicación y división. Ya podemos hacer eso.

El orden de las operaciones

1. Realice todas las operaciones dentro de los símbolos de agrupación comenzando con el conjunto más interno.
2. Realiza todas las **operaciones exponenciales a medida que llegas a** ellas, moviéndote de izquierda a derecha.
3. Realiza todas las multiplicaciones y divisiones a medida que llegas a ellas, moviéndote de izquierda a derecha.
4. Realiza todas las adiciones y restas a medida que llegas a ellas, moviéndote de izquierda a derecha.

Conjunto de Muestras D

Utilice el orden de las operaciones para simplificar cada una de las siguientes.

Ejemplo16.5.11

$2^2 + 5 = 4 + 5 = 9$

Ejemplo16.5.12

$5^2 + 3^2 + 10 = 25 + 9 + 10 = 44$

Ejemplo16.5.13

\ (
\ begin {alineado}
2^ {2} + (5) (8) -1 &=4+ (5) (8) -1\\
&=4+40-1\\
&=43
\ end {alineado}
\)

Ejemplo16.5.14

\ (
\ begin {alineado}
7\ cdot 6-4^ {2} +1^ {5} &=7\ cdot 6-16+1\\
&=42-16+1\\
&=27
\ end {alineado}
\)

Ejemplo16.5.15

\ (
\ begin {alineado}
(2+3) ^ {3} +7^ {2} -3 (4+1) ^ {2} & =(5) ^ {3} +7^ {2} -3 (5) ^ {2}\
&=125+49-3 (25)\\
&=125+49-75
\ end {alineado}
\)

Ejemplo16.5.16

\ (
\ begin {alineado}
\ izquierda [4 (6+2) ^ {3}\ derecha] ^ {2} &=\ izquierda [4 (8) ^ {3}\ derecha] ^ {2}\\
&= [4 (512)] ^ {2}\\
&= [2048] ^ {2}\\
&=4.194.304
\ end {alineado}
\)

Ejemplo16.5.17

\(
\ begin {alineado}
6\ izquierda (3^ {2} +2^ {2}\ derecha) +4^ {2} &=6 (9+4) +4^ {2}\\
&=6 (13) +4^ {2}\\
&=6 (13) +16\\
&=78+16\\
&=94
\ end {alineado}
\)

Ejemplo16.5.18

\(
\ begin {alineado}
\ dfrac {6^ {2} +2^ {2}} {4^ {2} +6\ cdot 2^ {2}} +\ dfrac {1^ {3} +8^ {2}} {10^ {2} - (19) (5)} &=\ dfrac {36+4} {16+6\ cdot 4} +\ dfrac {1+64} {100-95}\
&=\ dfrac {36+4} {16+24} +\ dfrac {1+64} {100-95}\\
&=\ dfrac {40} {40} +\ dfrac {65} {5}\\
&=1+13\\
&=14
\ end {alineado}
\)

Set de Práctica D

Utilice el orden de operaciones para simplificar lo siguiente.

Problema de práctica16.5.8

$3^2 + 4 \cdot 5$

Responder

29

Problema de práctica16.5.9

$2^3 + 3^3 - 8 \cdot 4$

Responder

3

Problema de práctica16.5.10

$1^4 + (2^2 + 4)^2 \div 2^3$

Responder

9

Problema de práctica16.5.11

$[6(10-2^3)]^2-10^2-6^2$

Responder

8

Problema de práctica16.5.12

$\frac{5^2+6^2-10}{1+4^2}+\frac{0^4-0^5}{7^2-6\cdot 2^3}$

Responder

3

Ejercicios

Para los siguientes problemas, escriba cada una de las cantidades usando notación exponencial.

Ejercicio16.5.1

$b$al cuarto

Responder

b^4

Ejercicio16.5.2

$a$al cuadrado

Ejercicio16.5.3

xa la octava

Responder

x^8

Ejercicio16.5.4

(-3)en cubos

Ejercicio16.5.5

5tiempos$s$ al cuadrado

Responder

$5s^2$

Ejercicio16.5.6

3tiempos cuadrados$y$ a la quinta

Ejercicio16.5.7

$a$cubicado menos$(b+7)$ cuadrado

Responder

$a^3-(b+7)^2$

Ejercicio16.5.8

$(21-x)$cubos más$x+5$ al séptimo

Ejercicio16.5.9

$xxxxx$

Responder

x^5

Ejercicio16.5.10

$(8)(8)xxxx$

Ejercicio16.5.11

$2\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3xxyyyyy$

Responder

$2(3^4)x^2y^5$

Ejercicio16.5.12

$2\cdot 2\cdot 5\cdot 6\cdot 6\cdot 6xyyzzzwwww$

Ejercicio16.5.13

$7xx(a+8)(a+8)$

Responder

$7x^2(a+8)^2$

Ejercicio16.5.14

$10xyy(c+5)(c+5)(c+5)$

Ejercicio16.5.15

$4x4x4x4x4x$

Responder

$(4x)^5o4^5x^5$

Ejercicio16.5.16

$(9a)(9a)(9a)(9a)$

Ejercicio16.5.17

$(-7)(-7)(-7)aabbba(-7)baab$

Responder

$(-7)^4a^5b^5$

Ejercicio16.5.18

$(a-10)(a-10)(a+10)$

Ejercicio16.5.19

$(z+w)(z+w)(z+w)(z-w)(z-w)$

Responder

$(z+w)^3(z-w)^2$

Ejercicio16.5.20

$(2y)(2y)2y2y$

Ejercicio16.5.21

$3xyxxy-(x+1)(x+1)(x+1)$

Responder

$3x^3y^2-(x+1)^3$

Para los siguientes problemas, ampliar las cantidades para que no aparezcan exponentes.

Ejercicio16.5.22

4^3

Ejercicio16.5.23

6^2

Responder

$6\cdot 6$

Ejercicio16.5.24

7^3y^2

Ejercicio16.5.25

$8x^3y^2$

Responder

$8 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$

Ejercicio16.5.26

$(18x^2y^4)^2$

Ejercicio16.5.27

$(9a^3b^2)^3$

Responder

$(9aaabb)(9aaabb)(9aaabb)9 \cdot 9 \cdot 9aaaaaaaaabbbbbb$

Ejercicio16.5.28

$5x^2(2y^3)^3$

Ejercicio16.5.29

$10a^3b^2(3c)^2$

Responder

$10aaabb(3c)(3c)10 \cdot 3 \cdot 3aaabbcc$

Ejercicio16.5.30

$(a+10)^2(a^2+10)^2$

Ejercicio16.5.31

$(x^2-y^2)(x^2+y^2)$

Responder

$(xx-yy)(xx+yy)$

Para los siguientes problemas, seleccione un número (o números) para mostrar que

Ejercicio16.5.32

$(5x)^2$generalmente no es igual a$5x^2$.

Ejercicio16.5.33

$(7x)^2$no es generalmente igual a$7x^2$

Responder

Seleccione$x = 2$. Entonces,$196 \neq 28$

Ejercicio16.5.34

$(a+b)^2$ no es generalmente igual aa^2+b^2

Ejercicio16.5.35

Por lo que el número real es$(6a)^2$ igual a$6a^2$

Responder

0

Ejercicio16.5.36

Por lo que los números reales,a yb, es$(a+b)^2$ igual aa^2+b^2.

Utilice el orden de operaciones para simplificar las cantidades para los siguientes problemas.

Ejercicio16.5.37

3^2+7

Responder

16

Ejercicio16.5.38

4^3-18

Ejercicio16.5.39

$5^2+2(40)$

Responder

105

Ejercicio16.5.40

$8^2+3+5(2+7)$

Ejercicio16.5.41

$2^5+3(8+1)$

Responder

59

Ejercicio16.5.42

$3^4+2^4(1+5)^3$

Ejercicio16.5.43

$(6^2 - 4^2) \div 5$

Responder

4

Ejercicio16.5.44

$2^2(10 - 2^3)$

Ejercicio16.5.45

$(3^4 - 4^3) \div 17$

Responder

1

Ejercicio16.5.46

$(4 + 3)^2 + 1 \div (2 \cdot 5$

Ejercicio16.5.47

$(2^4 + 2^5 - 2^3 \cdot 5)^2 \div 4^2$

Responder

4

Ejercicio16.5.48

$1^6 + 0^8 + 5^2(2 + 8)^3$

Ejercicio16.5.49

$(7)(16) - 9^2 + 4(1^1 + 3^2)$

Responder

71

Ejercicio16.5.50

$$\frac{2^3 - 7}{5^2}$$

Ejercicio16.5.51

$$\frac{(1 + 6)^2 + 2}{19}$$

Responder

$$\frac{51}{19}$$

Ejercicio16.5.52

$$\frac{6^2-1}{5}+\frac{4^3+(2)(3)}{10}$$

Ejercicio16.5.53

$$\frac{(2+1)^3+2^3+1^3}{6^2}-\frac{15^2-[2(5)]^2}{5\cdot 5^2}$$

Ejercicio16.5.54

$$\frac{6^3-2\cdot 10^2}{2^2}+\frac{18(2^3+7^2)}{2(19)-3^3}$$

Responder

$\frac{1070}{11}$o97.27

Ejercicios para revisión

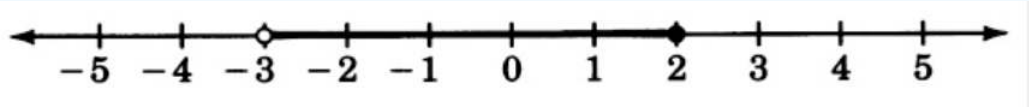
Ejercicio16.5.55

Usa la notación algebraica para escribir la sentencia “un número dividido por ocho, más cinco, es igual a diez”.

Ejercicio16.5.56

Dibuja una línea numérica que se extienda de −5 a 5 y coloque puntos en todos los números reales que sean estrictamente mayores que −3 pero menores o iguales a 2.

Responder



Ejercicio16.5.57

¿Cada entero es un número entero?

Ejercicio16.5.58

Utilice la propiedad conmutativa de la multiplicación para escribir un número igual al númeroyx.

Responder

xy

Ejercicio16.5.59

Utilice la propiedad distributiva para expandir$3(x+6)$.

This page titled 16.5: Exponentes is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.5: Exponents** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.6: Reglas de Exponentes

Descripción general

- La regla del producto para exponentes
- La regla del cociente para los exponentes
- Cero como exponente

Comenzaremos nuestro estudio de las reglas de los exponentes recordando la definición de exponentes.

Definición de Exponentes

Six es algún número real yn es un número natural, entonces
$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ factors of } x}$
Un exponente registra el número de factores idénticos en una multiplicación.

Potencia Exponente Base

Enx^n,

$x$es la **base**
n es el **exponente**
El número representado porx^n se llama una **potencia**

El términox^n se lee como "xa la$n$ th."

La regla del producto para exponentes

La primera regla que deseamos desarrollar es la regla para multiplicar dos cantidades exponenciales que tengan la **misma base** y exponentes numéricos naturales. Los siguientes ejemplos sugieren esta regla:

\ (
\ begin {alineado}
&\ begin {array} {c}
x^ {2}\ cdot x^ {4} =\ underbrackets {x x} _ {2}\ cdot\ underbrackets {x x x} _ {4} =\ underbrackets {x x x x x x} _ {6} =x^ {6}\\
2+4=6
\ end {array}\\ end
\ {alineado}
\)

\ (
a\ cdot a^ {2} =\ underbrackets {a} _ {1}\ cdot\ underbrackets {aa} _ {2} =\ underbrackets {a a a} _ {3} =a^ {3}\\
1 + 2 = 3
\)

Regla de producto para exponentes

Six es un número real yn ym son números naturales,

$x^n x^m = x^{n+m}$

Para multiplicar dos cantidades exponenciales que tengan la misma base, sumar los exponentes. Tenga en cuenta que las cantidades exponenciales que se multiplican **deben** tener la **misma base** para que se aplique esta regla.

Conjunto de Muestras A

Encuentra los siguientes productos. Todos los exponentes son números naturales.

Ejemplo16.6.1

$x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8$

Ejemplo16.6.2

$a^6 \cdot a^14 = a^{6+14} = a^20$

Ejemplo16.6.3

$y^5 \cdot y = y^5 \cdot y^1 = y^{5+1} = y^6$

Ejemplo16.6.4

$(x-2y)^8(x-2y)^5 = (x-2y)^{8+5} = (x-2y)^{13}$

Ejemplo16.6.5

$x^3y^4 \neq (xy)^{3+4}$

Dado que las bases no son las mismas, no se aplica la regla del producto.

Conjunto de práctica A

Encuentra cada producto.

Problema de práctica16.6.1

$x^2 \cdot x^5$

Contestar

$x^{2+5} = x^7$

Problema de práctica16.6.2

$x^9 \cdot x^4$

Contestar

$x^{9+4} = x^{13}$

Problema de práctica16.6.3

$y^6 \cdot y^4$

Contestar

$y^{6+4} = y^{10}$

Problema de práctica16.6.4

$c^12 \cdot c^8$

Contestar

$c^{12+8} = c^{20}$

Problema de práctica16.6.5

$(x+2)^3 \cdot (x+2)^5$

Contestar

$(x+2)^{3+5} = (x+2)^8$

Conjunto de Muestras B

Podemos usar la primera regla de exponentes (y las otras que desarrollaremos) junto con las propiedades de los números reales.

Ejemplo16.6.6

$2x^3 \cdot 7x^5 = 2 \cdot 7 \cdot x^{3+5} = 14x^8$

Se utilizaron las propiedades conmutativas y asociativas de la mulitplicación. En la práctica, utilizamos estas propiedades "mentalmente" (como se indica en el dibujo de la caja). En realidad no escribimos el segundo paso.

Ejemplo16.6.7

$4y^3 \cdot 6y^2 = 4 \cdot 6 \cdot y^{3+2} = 24y^5$

Ejemplo16.6.8

$9a^2b^6(8ab^4 2b^3) = 9 \cdot 8 \cdot 2a^{2+1}b^{6+4+3} = 144a^3b^{13}$

Ejemplo16.6.9

$5(a+6)^2 \cdot 3(a+6)^8 = 5 \cdot 3(a+6)^{2+8} = 15(a+6)^{10}$

Ejemplo16.6.10

$4x^3 \cdot 12 \cdot y^2 = 48x^3y^2$

Set de práctica B

Realiza cada multiplicación en un solo paso.

Problema de práctica16.6.6

$3x^5 \cdot 2x^2$

Contestar

$6x^7$

Problema de práctica16.6.7

$6y^3 \cdot 3y^4$

Contestar

$18y^7$

Problema de práctica16.6.8

$4a^3b^2 \cdot 9a^2b$

Contestar

$36a^5b^3$

Problema de práctica16.6.9

$x^4 \cdot 4y^2 \cdot 2x^2 \cdot 7y^6$

Contestar

$56x^6y^8$

Problema de práctica16.6.10

$(x-y)^3 \cdot 4(x-y)^2$

Contestar

$4(x-y)^5$

Problema de práctica16.6.11

$8x^4y^2xx^3y^5$

Contestar

$8x^8y^7$

Problema de práctica16.6.12

$2aaa^3(ab^2a^3)b6ab^2$

Contestar

$12a^{10}b^5$

Problema de práctica16.6.13

$a^n \cdot a^m \cdot a^r$

Contestar

a^{n+m+r}

La regla del cociente para los exponentes

La segunda regla que deseamos desarrollar es la regla para dividir dos cantidades exponenciales que tengan la misma base y exponentes numéricos naturales.

Los siguientes ejemplos sugieren una regla para dividir dos cantidades exponenciales que tengan la misma base y exponentes numéricos naturales.

\ (
\ dfrac {x^ {5}} {x^ {2}} =\ dfrac {x x x x} {x x} =\ dfrac {\ cancel {(x x)} x x x} {\ cancelar {(x x)}} =x x x=x^ {3}. \ text

{Observe que} 5-2=3
\)

\ (
\ dfrac {a^8} {a^3} =\ dfrac {aaaaaaaa} {aaa} =\ dfrac {(\ cancel {aaa}) aaaaa} {(\ cancel {aaa})} = aaaaa = a^5. \ text {Observe que} 8-3=5
\)

Regla de cociente para exponentes

Six es un número real yn ym son números naturales,

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}, x \neq 0.$$

Conjunto de Muestras C

Encuentra los siguientes cocientes. Todos los exponentes son números naturales.

Ejemplo16.6.11

$$\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$$

Ejemplo16.6.12

$$\frac{27a^3b^6c^2}{3a^2bc} = 9a^{3-2}b^{6-1}c^{2-1} = 9ab^5c$$

Ejemplo16.6.13

$$\frac{15x^{\square}}{3x^{\triangle}} = 5x^{\square-\triangle}$$

Las bases son las mismas, por lo que restamos los exponentes. Aunque no sabemos exactamente qué es, la notación, indica la resta.

Set de práctica C

Encuentra cada cociente

Problema de práctica16.6.14

$$\frac{y^9}{y^5}$$

Contestar

y^4

Problema de práctica16.6.15

$$\frac{a^7}{a}$$

Contestar

a^6

Problema de práctica16.6.16

$$\frac{(x+6)^5}{(x+6)^3}$$

Contestar

$(x+6)^2$

Problema de práctica16.6.17

$$\frac{26x^4y^6z^2}{13x^2y^2z}$$

Contestar

$2x^2y^4z$

Cuando hacemos la resta$n-m$, en la división$\frac{x^n}{x^m}$, hay tres posibilidades para los valores de los exponentes:

El exponente del numerador es mayor que el exponente del denominador, es decir,$n>m$. Así, el exponente,$n-m$, es un número natural.

Los exponentes son los mismos, es decir,$n=m$. Así, el exponente,$n-m$, es cero, un número entero.

El exponente del denominador es mayor que el exponente del numerador, es decir,$n<m$. Así, el exponente,$n-m$, es un entero.

Cero como exponente

En el Conjunto de Muestras C, los exponentes de los numeradores fueron mayores que los exponentes de los denominadores. Estudiemos el caso cuando los exponentes son los mismos.

Cuando los exponentes son iguales, digamos$n$, la resta$n-n$ produce0.

Así, por la segunda regla de exponentes,$\frac{x^n}{x^n}=x^{n-n}=x^0$

Pero, ¿qué número real, si lo hay,x^0 representa? Pensemos por un momento en nuestra experiencia con la división en aritmética. Sabemos que cualquier número distinto de cero dividido por sí mismo es uno.

$\frac{8}{8}=1,\frac{43}{43}=1,\frac{258}{258}=1$

Ya que la letra$x$ representa algún número real distinto de cero dividido por sí misma. Entonces$\frac{x^n}{x^n}=1$.

Pero también hemos establecido que si$x\neq 0,\frac{x^n}{x^n}=x^0$. Ahora tenemos eso$\frac{x^n}{x^n}=x^0$ y$\frac{x^n}{x^n}=1$. Esto implica que$x^0=1,x\neq 0$.

Los exponentes ahora pueden ser números naturales y cero. Hemos ampliado nuestra colección de números que pueden ser utilizados como exponentes desde la colección de números naturales hasta la colección de números enteros.

Cero como exponente

Si$x\neq 0,x^0=1$

Cualquier número, que no sea0, elevado al poder de0, es1. 0^0no tiene sentido (no representa un número).

Conjunto de Muestras D

Encuentra cada valor. Supongamos que la base no es cero.

Ejemplo16.6.14

$6^0 = 1$

Ejemplo16.6.15

$246^0 = 1$

Ejemplo16.6.16

$(2a+5)^0 = 1$

Ejemplo16.6.17

$4y^0 = 4 \cdot 1 = 4$

Ejemplo16.6.18

$\frac{y^6}{y^6} = y^0 = 1$

Ejemplo16.6.19

$\frac{2x^2}{x^2} = 2x^0 = 2 \cdot 1 = 2$

Ejemplo16.6.20

\ (
\ begin {alineado}
\ dfrac {5 (x+4) ^ {8} (x-1) ^ {5}} {5} {5 (x+4) ^ {3} (x-1) ^ {5}} & =(x+4) ^ {8-3} (x-1) ^ {5-5}\
& =(x+4) ^ {5} (x-1) ^ {0}\\
& =(x+4) ^ {5}
\ final {alineado}
\)

Set de Práctica D

Encuentra cada valor. Supongamos que la base no es cero.

Problema de práctica16.6.18

$\frac{y^7}{y^3}$

Contestar

$y^{7-3} = y^4$

Problema de práctica16.6.19

$\frac{6x^4}{2x^3}$

Contestar

$3x^{4-3} = 3x$

Problema de práctica16.6.20

$\frac{14a^7}{7a^2}$

Contestar

$2a^{7-2} = 2a^5$

Problema de práctica16.6.21

$\frac{26x^2y^5}{4xy^2}$

Contestar

$\frac{13}{2}xy^3$

Problema de práctica16.6.22

$\frac{36a^4b^3c^8}{8ab^3c^6}$

Contestar

$\frac{9}{2}a^3c^2$

Problema de práctica16.6.23

$\frac{51(a-4)^3}{17(a-4)}$

Contestar

$3(a-4)^2$

Problema de práctica16.6.24

$\frac{52a^7b^3(a+b)^8}{26a^2b(a+b)^8}$

Contestar

$2a^5b^2$

Problema de práctica16.6.25

$\frac{a^n}{a^3}$

Contestar

a^{n-3}

Problema de práctica16.6.26

$$\frac{14x^r y^p z^q}{2x^r y^h z^5}$$

Contestar

$7y^{p-h}z^{q-5}$

Ejercicios

Utilice la regla de producto y la regla de cociente de exponentes para simplificar los siguientes problemas. Supongamos que todas las bases son diferentes de cero y que todos los exponentes son números enteros.

Ejercicio16.6.1

$3^2 \cdot 3^3$

Contestar

$3^5 = 243$

Ejercicio16.6.2

$5^2 \cdot 5^4$

Ejercicio16.6.3

$9^0 \cdot 9^2$

Contestar

$9^2 = 81$

Ejercicio16.6.4

$7^3 \cdot 7^0$

Ejercicio16.6.5

$2^4 \cdot 2^5$

Contestar

$2^9 = 512$

Ejercicio16.6.6

$x^5 x^4$

Ejercicio16.6.7

$x^2 x^3$

Contestar

x^5

Ejercicio16.6.8

a^9a^7

Ejercicio16.6.9

y^5y^7

Contestar

y^12

Ejercicio16.6.10

$m^{10}m^2$

Ejercicio16.6.11

k^8k^3

Contestar

k^{11}

Ejercicio16.6.12

$y^3y^4y^6$

Ejercicio16.6.13

$3x^2 \cdot 2x^5$

Contestar

$6x^7$

Ejercicio16.6.14

$a^2a^3a^8$

Ejercicio16.6.15

$4y^4 \cdot 5y^6$

Contestar

$20y^{10}$

Ejercicio16.6.16

$2a^3b^2 \cdot 3ab$

Ejercicio16.6.17

$12xy^3z^2 \cdot 4x^2y^2z \cdot 3x$

Contestar

$144x^4y^5z^3$

Ejercicio16.6.18

$(3ab)(2a^2b)$

Ejercicio16.6.19

$(4x^2)(8xy^3)$

Contestar

$32x^3y^3$

Ejercicio16.6.20

$(2xy)(3y)(4x^2y^5)$

Ejercicio16.6.21

$(\frac{1}{4}a^2b^4)(\frac{1}{2}b^4)$

Contestar

$\frac{1}{8}a^2b^8$

Ejercicio16.6.22

$(\frac{3}{8})(\frac{16}{21}x^2y^3)(x^3y^2)$

Ejercicio16.6.23

$\frac{8^5}{8^3}$

Contestar

$8^2 = 64$

Ejercicio16.6.24

$\frac{6^4}{6^3}$

Ejercicio16.6.25

$\frac{2^9}{2^4}$

Contestar

$2^5 = 32$

Ejercicio16.6.26

$$\frac{4^{16}}{4^{13}}$$

Ejercicio16.6.27

$$\frac{x^5}{x^3}$$

Contestar

x^2

Ejercicio16.6.28

$$\frac{y^4}{y^3}$$

Ejercicio16.6.29

$$\frac{y^9}{y^4}$$

Contestar

y^5

Ejercicio16.6.30

$$\frac{k^{16}}{k^{13}}$$

Ejercicio16.6.31

$$\frac{x^4}{x^2}$$

Contestar

x^2

Ejercicio16.6.32

$$\frac{y^5}{y^2}$$

Ejercicio16.6.33

$$\frac{m^{16}}{m^9}$$

Contestar

m^7

Ejercicio16.6.34

$$\frac{a^9b^6}{a^5b^2}$$

Ejercicio16.6.35

$$\frac{y^3w^{10}}{yw^5}$$

Contestar

$$y^2w^5$$

Ejercicio16.6.36

$$\frac{m^{17}n^{12}}{m^{16}n^{10}}$$

Ejercicio16.6.37

$$\frac{x^5y^7}{x^3y^4}$$

Contestar

$$x^2y^3$$

Ejercicio16.6.38

$$\frac{15x^{20}y^{24}z^4}{5x^{19}yz}$$

Ejercicio16.6.39

$$\frac{e^{11}}{e^{11}}$$

Contestar

$$e^0=1$$

Ejercicio16.6.40

$$\frac{6r^4}{6r^4}$$

Ejercicio16.6.41

$$\frac{x^0}{x^0}$$

Contestar

$$x^0=1$$

Ejercicio16.6.42

$$\frac{a^0b^0}{c^0}$$

Ejercicio16.6.43

$$\frac{8a^4b^0}{4a^3}$$

Contestar

$2a$

Ejercicio16.6.44

$$\frac{24x^4y^4z^0w^8}{9xyw^7}$$

Ejercicio16.6.45

$t^2(y^4)$

Contestar

t^2y^4

Ejercicio16.6.46

$x^3(\frac{x^6}{x^3})$

Ejercicio16.6.47

$a^4b^6(\frac{a^{10}b^{16}}{a^5b^7})$

Contestar

a^9b^{15}

Ejercicio16.6.48

$3a^2b^3(\frac{14a^2b^5}{2b})$

Ejercicio16.6.49

$$\frac{(x+3y)^{11}(2x-1)^4}{(x+3y)^3(2x-1)}$$

Contestar

$(x+3y)^8(2x-1)^3$

https://math.libretexts.org/@go/page/127695

Ejercicio16.6.50

$$\frac{40x^5z^{10}\left(z-x^4\right)^{12}(x+z)^2}{10z^7(z-x^4)^5}$$

Ejercicio16.6.51

$x^n x^r$

Contestar

x^{n+r}

Ejercicio16.6.52

$a^x b^y z^{5z}$

Ejercicio16.6.53

$x^n \cdot x^{n+3}$

Contestar

x^{2n+3}

Ejercicio16.6.54

$$\frac{x^{n+3}}{x^n}$$

Ejercicio16.6.55

$$\frac{x^{n+2}x^3}{x^4x^n}$$

Contestar

x

Ejercicios para la revisión

Ejercicio16.6.56

¿Qué números naturales pueden reemplazar$x$ para que la afirmación$-5 < x \leq 3$ sea verdadera?

Ejercicio16.6.57

Utilice la propiedad distributiva para expandir$4x(2a+3b)$

Contestar

$8ax+12bx$

Ejercicio16.6.58

$xxxyyyy(a+b)(a+b)$Exprese usando exponentes.

Ejercicio16.6.59

Encuentra el valor de$4^2+3^2\cdot 2^3-10\cdot 8$

Contestar

8

Ejercicio16.6.60

Encuentra el valor de$\frac{4^2+(3+2)^2-1}{2^3\cdot 5}+\frac{2^4(3^2-2^3+}{4^2}$.

This page titled 16.6: Reglas de Exponentes is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.6: Rules of Exponents** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.7: Las reglas de poder para exponentes

Visión general

- La regla del poder para los poderes
- La regla de poder para los productos
- La regla del poder para los cocientes

La regla del poder para los poderes

Los siguientes ejemplos sugieren una regla para elevar un poder a un poder:

$(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$
Usando la regla del producto obtenemos:
$(a^2)^3 = a^{2+2+2}$
$(a^2)^3 = a^{3 \cdot 2}$
$(a^2)^3 = a^6$

$(x^9)^4 = x^9 \cdot x^9 \cdot x^9 \cdot x^9$
$(x^9)^4 = x^{9+9+9+9}$
$(x^9)^4 = x^{4 \cdot 9}$
$(x^9)^4 = x^{36}$

Regla de Poder para Poderes

Six es un número real yn ym son números naturales,
$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

Para elevar una potencia a una potencia, multiplicar los exponentes.

Conjunto de Muestras A

Simplifica cada expresión usando la regla de poder para poderes. Todos los exponentes son números naturales.

Ejemplo16.7.1

$(x^3)^4 = x^{3 \cdot 4} = x^{12}$

Ejemplo16.7.2

$(y^5)^3 = y^{5 \cdot 3} = y^{15}$

Ejemplo16.7.3

$(d^{20})^6 = d^{20 \cdot 6} = d^{120}$

Ejemplo16.7.4

$(x^{\square})^{\triangle} = x^{\square \triangle}$

Aunque no sabemos exactamente qué es el número, la notación, la notación, indica la multiplicación.

Conjunto de práctica A

Simplifica cada expresión usando la regla de poder para poderes.

Problema de práctica16.7.1

$(x^5)^4$

Contestar

x^{20}

Problema de práctica16.7.2

$(y^7)^7$

Contestar

y^{49}

La regla de poder para los productos

Los siguientes ejemplos sugieren una regla para elevar un producto a una potencia:

\ (
\ begin {aligned}
& (a b) ^ {3} =a b\ cdot a b\ cdot a b\ text {Usa la propiedad conmutativa de la multiplicación.}\\
&\ begin {array} {l}
=a a a b b\\
=a^ {3} b^ {3}
\ end {array}
\ end {alineada}
\)

\ (
\ comenzar {alineado}
(x y) ^ {5} &=x y\ cdot x y\ cdot x y\ cdot x y\ cdot x y\\
&=x x x x\ cdot\ texto {yyyyy}\\
&=x^ {5} y^ {5}
\ end {alineado}
\)

\ (
\ begin {alineado}
(4 x y\ mathrm {z}) ^ {2} &=4 x y z\ cdot 4 x y z\
&=4\ cdot 4\ cdot x\ cdot x\ cdot y y\ cdot z z\\
&=16 x^ {2} y^ {2} z^ {2} z^ {2}
\ end {alineado}
\)

Regla de potencia para productos

Six yy son números reales son$n$ es un número natural,
$(xy)^n = x^n y^n$

Para elevar un producto a una potencia, aplique la regla del exponente a todos y cada uno de los factores

Conjunto de Muestras B

Hacer uso de cualquiera o ambas de la regla de poder para los productos y la regla de poder para los poderes para simplificar cada expresión.

Ejemplo16.7.5

$(ab)^7 = a^7b^7$

Ejemplo16.7.6

$(axy)^4 = a^4x^4y^4$

Ejemplo16.7.7

$(3ab)^2 = 3^2a^2b^2 = 9a^2b^2$

¡No olvides aplicar el exponente a los 3!

Ejemplo16.7.8

$(2st)^5 = 2^5s^5t^5 = 32s^5t^5$

Ejemplo16.7.9

$(ab^3)^2 = a^2(b^3)^2 = a^2b^6$

Aquí usamos dos reglas. Primero, la regla de poder para los productos. Segundo, la regla del poder para los poderes.

Ejemplo16.7.10

$(7a^4b^2c^8)^2 = 7^2(a^4)^2(b^2)^2(c^8)^2 = 49a^8b^4c^{16}$

Ejemplo16.7.11

Si$6a^3c^7 \neq 0$, entonces$(6a^3c^7)^0 = 1$. Recordemos que$x^0 = 1$ para$x \neq 0$

Ejemplo16.7.12

$[2(x+1)^4]^6 = 2^6(x+1)^{24} = 64(x+1)^{24}$

Set de práctica B

Hacer uso de una o ambas reglas de poder para productos y la regla de poder para poderes para simplificar cada expresión.

Problema de práctica16.7.3

$(ax)^4$

Contestar

a^4x^4

Problema de práctica16.7.4

$(3bxy)^2$

Contestar

$9b^2x^2y^2$

Problema de práctica16.7.5

$[4t(s-5)]^3$

Contestar

$64t^3(s-5)^3$

Problema de práctica16.7.6

$(9x^3y^5)^2$

Contestar

$81x^6y^{10}$

Problema de práctica16.7.7

$(1a^5b^8c^3d)^6$

Contestar

$a^{30}b^{48}c^{18}d^6$

Problema de práctica16.7.8

$[(a+8)(a+5)]^4$

Contestar

$(a+8)^4(a+5)^4$

Problema de práctica16.7.9

$[(12c^4u^3(w-3)^2]^5$

Contestar

$12^5c^{20}u^{15}(w-3)^{10}$

Problema de práctica16.7.10

$[10t^4y^7j^3d^2v^6n^4g^8(2-k)^{17}]^4$

Contestar

$10^4t^{16}y^{28}j^{12}d^8v^{24}n^{16}g^{32}(2-k)^{68}$

Problema de práctica16.7.11

$(x^3x^5y^2y^6)^9$

Contestar

$(x^8y^8)^9 = x^{72}y^{72}$

https://math.libretexts.org/@go/page/127696

Problema de práctica16.7.12

$(10^6 \cdot 10^{12} \cdot 10^5)^{10}$

Contestar

10^{230}

La regla del poder para los cocientes

El siguiente ejemplo sugiere una regla para elevar un cociente a un poder.

$$(\frac{a}{b})^3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b} = \frac{a^3}{b^3}$$

Regla de poder para cocientes

Six yy son números reales yn es un número natural,

$$(\frac{x}{y})^n = \frac{x^n}{y^n}, y \neq 0$$

Para elevar un cociente a una potencia, distribuya el exponente tanto al numerador como al denominador.

Conjunto de Muestras C

Hacer uso de la regla de poder para cocientes, la regla de poder para productos, la regla de poder para poderes, o una combinación de estas reglas para simplificar cada expresión. Todos los exponentes son números naturales.

Ejemplo16.7.13

$$(\frac{x}{y})^6 = \frac{x^6}{y^6}$$

Ejemplo16.7.14

$$(\frac{a}{c})^2 = \frac{a^2}{c^2}$$

Ejemplo16.7.15

$$(\frac{2x}{b})^4 = \frac{(2x)^4}{b^4} = \frac{2^4 x^4}{b^4} = \frac{16x^4}{b^4}$$

Ejemplo16.7.16

$$(\frac{a^3}{b^5})^7 = \frac{(a^3)^7}{(b^5)^7} = \frac{a^2 1}{b^3 5}$$

Ejemplo16.7.17

$$(\frac{3c^4 r^2}{2^3 g^5})^3 = \frac{3^3 c^1 2 r^6}{2^9 g^{15}} = \frac{27c^{12} r^6}{2^9 g^{15}} \text{or} \frac{27c^{12} r^6}{512 g^1 5}$$

Ejemplo16.7.18

$$\left[\frac{(a-2)}{(a+7)}\right]^4 = \frac{(a-2)^4}{(a+7)^4}$$

Ejemplo16.7.19

$$\left[\frac{6x(4-x)^4}{2a(y-4)^6}\right]^2 = \frac{6^2x^2(4-x)^8}{2^2a^2(y-4)^{12}} = \frac{36x^2(4-x)^8}{4a^2(y-4)^{12}} = \frac{9x^2(4-x)^8}{a^2(y-4)^{12}}$$

Ejemplo16.7.20

\(
\ izquierda (\ dfrac {a^ {3} b^ {5}} {a^ {2} b}\ derecha) ^ {3} =\ izquierda (a^ {3-2} b^ {5-1}\ derecha) ^ {3}
\)

Podemos simplificar entre paréntesis. Tenemos una regla que nos dice que procedamos de esta manera

\(
=\ izquierda (a b^ {4}\ derecha) ^ {3}
=a^ {3} b^ {12}
\ izquierda (\ dfrac {a^ {3} b^ {5}} {a^ {2} b}\ derecha) ^ {3} =\ dfrac {a^ {9} b^ {15}} {a^ {6} b^ {3} =a^ {9-6} b^ {15-3}
=a^ {3} b^ {12}
\)

Podríamos haber usado primero la regla de poder para cocientes.
Distribuye el exponente, luego simplifica usando las otras reglas.
Probablemente sea mejor, en aras de la consistencia, trabajar primero dentro de los paréntesis.

Ejemplo16.7.21

$$\left(\frac{a^r b^s}{s^t}\right)^w = \frac{a^{rw} b^{sw}}{c^{tw}}$$

Set de práctica C

Hacer uso de la regla de poder para cocientes, la regla de poder para productos, la regla de poder para poderes, o una combinación de estas reglas para simplificar cada expresión.

Problema de práctica16.7.13

$$\left(\frac{a}{c}\right)^5$$

Contestar

$$\frac{a^5}{c^5}$$

Problema de práctica16.7.14

$$\left(\frac{2x}{3y}\right)^3$$

Contestar

$$\frac{8x^3}{27y^3}$$

Problema de práctica16.7.15

$(\frac{x^2y^4z^7}{a^5b})^9$

Contestar

$\frac{x^{18}y^{36}z^{63}}{a^{45}b^9}$

Problema de práctica16.7.16

$[\frac{2a^4(b-1)}{3b^3(c+6)}]^4$

Contestar

$\frac{16a^{16}(b-1)^4}{81b^{12}(c+6)^4}$

Problema de práctica16.7.17

$(\frac{8a^3b^2c^6}{4a^2b})^3$

Contestar

$8a^3b^3c^{18}$

Problema de práctica16.7.18

$[\frac{(9+w)^2}{(3+w)^5}]^{10}$

Contestar

$\frac{(9+w)^{20}}{(3+w)^{50}}$

Problema de práctica16.7.19

$[\frac{5x^4(y+1)}{5x^4(y+1)}]^6$

Contestar

$1, \text{si} x^4(y+1) \neq 0$

Problema de práctica16.7.20

$(\frac{16x^3v^4c^7}{12x^2vc^6})^0$

Contestar

$1, \text{si} x^2vc^6 \neq 0$

Ejercicios

Utilice las reglas de potencia para exponentes para simplificar los siguientes problemas. Supongamos que todas las bases son distintas de cero y que todos los exponentes variables son números naturales.

Ejercicio16.7.1

$(ac)^5$

Contestar

a^5c^5

Ejercicio16.7.2

$(nm)^7$

Ejercicio16.7.3

$(2a)^3$

Contestar

$8a^3$

Ejercicio16.7.4

$(2a)^5$

Ejercicio16.7.5

$(3xy)^4$

Contestar

$81x^4y^4$

Ejercicio16.7.6

$(2xy)^5$

Ejercicio16.7.7

$(3ab)^4$

Contestar

$81a^4b^4$

Ejercicio16.7.8

$(6mn)^2$

Ejercicio16.7.9

$(7y^3)^2$

Contestar

$49y^6$

Ejercicio16.7.10

$(3m^3)^4$

Ejercicio16.7.11

$(5x^6)^3$

Ejercicio16.7.12

$(10a^2b)^2$

Contestar

$100a^4b^2$

Ejercicio16.7.13

$(8x^2y^3)^2$

Ejercicio16.7.14

$(x^2y^3z^5)^4$

Contestar

$x^8y^{12}z^{20}$

Ejercicio16.7.15

$(2a^5b^{11})^0$

Ejercicio16.7.16

$(x^3y^2z^4)^5$

Contestar

$x^{15}y^{10}z^{20}$

Ejercicio16.7.17

$(m^6n^2p^5)^5$

Ejercicio16.7.18

$(a^4b^7c^6d^8)^8$

Contestar

$a^{32}b^{56}c^{48}d^{64}$

Ejercicio16.7.19

$(x^2y^3z^9w^7)^3$

Ejercicio16.7.20

$(9xy^3)^0$

Contestar

1

Ejercicio16.7.21

$(\frac{1}{2}f^2r^6s^5)^4$

Ejercicio16.7.22

$(\frac{1}{8}c^{10}d^8e^4f^9)^2$

Contestar

$\frac{1}{64}c^{20}d^{16}e^8f^{18}$

Ejercicio16.7.23

$(\frac{3}{5}a^3b^5c^{10})^3$

Ejercicio16.7.24

$(xy)^4(x^2y^4)$

Contestar

x^6y^8

Ejercicio16.7.25

$(2a^2)^4(3a^5)^2$

Ejercicio16.7.26

$(a^2b^3)^3(a^3b^3)^4$

Contestar

$a^{18}b^{21}$

Ejercicio16.7.27

$(h^3k^5)^2(h^2k^4)^3$

Ejercicio16.7.28

$(x^4y^3z)^4(x^5yz^2)^2$

Contestar

$x^{26}y^{14}z^8$

Ejercicio16.7.29

$(ab^3c^2)^5(a^2b^2c)^2$

Ejercicio16.7.30

$\frac{(6a^2b^8)^2}{(3ab^5)^2}$

Contestar

$4a^2b^6$

Ejercicio16.7.31

$\frac{(a^3b^4)^5}{(a^4b^4)^3}$

Ejercicio16.7.32

$\frac{(x^6y^5)^3}{(x^2y^3)^5}$

Contestar

x^8

Ejercicio16.7.33

$\frac{(a^8b^{10})^3}{(a^7b^5)^3}$

Ejercicio16.7.34

$\frac{(m^5n^6p^4)^4}{(m^4n^5p)^4}$

Contestar

$m^4n^4p^{12}$

Ejercicio16.7.35

$$\frac{(x^8y^3z^2)^5}{(x^6yz)^6}$$

Ejercicio16.7.36

$$\frac{(10x^4y^5z^{11})^3}{(xy^2)^4}$$

Contestar

$$100x^8y^7z^{33}$$

Ejercicio16.7.37

$$\frac{(9a^4b^5)(2b^2c)}{(3a^3b)(6bc)}$$

Ejercicio16.7.38

$$\frac{(2x^3y^3)^4(5x^6y^8)^2}{(4x^5y^3)^2}$$

Contestar

$$25x^{14}y^{22}$$

Ejercicio16.7.39

$$(\frac{3x}{5y})^2$$

Ejercicio16.7.40

$$(\frac{3ab}{4xy})^3$$

Contestar

$$\frac{27a^3b^3}{64x^3y^3}$$

Ejercicio16.7.41

$$(\frac{x^2y^2}{2z^3})^5$$

Ejercicio16.7.42

$$(\frac{3a^2b^3}{c^4})^3$$

Contestar

https://math.libretexts.org/@go/page/127696

$$\frac{27a^6b^9}{c^{12}}$$

Ejercicio16.7.43

$$(\frac{4^2a^3b^7}{b^5c^4})^2$$

Ejercicio16.7.44

$$[\frac{x^2(y-1)^3}{(x+6)}]^4$$

Contestar

$$\frac{x^8(y-1)^{12}}{(x+6)^4}$$

Ejercicio16.7.45

$$(x^nt^{2m})^4$$

Ejercicio16.7.46

$$\frac{(x^{n+2})^3}{x^{2n}}$$

Contestar

$$x^{n+6}$$

Ejercicio16.7.47

$$(xy)^{\triangle}$$

Ejercicio16.7.48

$$\frac{4^3a^{\Delta}a^{\square}}{4a^{\nabla}}$$

Ejercicio16.7.49

$$(\frac{4x^{\Delta}}{2y^{\nabla}})^{\square}$$

Contestar

$$\frac{2^{\square}x^{\Delta\square}}{y^{\nabla\square}}$$

This page titled 16.7: Las reglas de poder para exponentes is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.7: The Power Rules for Exponents** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.8: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Variables y constantes
Una **variable** es una letra o símbolo que representa a cualquier miembro de una colección de dos o más números. Una **constante** es una letra o símbolo que representa un número específico.

Operación binaria
Una operación binaria es un proceso que asigna dos números a un solo número. +, −, ×, ÷ son operaciones binarias.

Agrupación de símbolos

Los símbolos de agrupación se utilizan para indicar que una colección particular de números y operaciones significativas debe considerarse como un solo número (5÷0 no es significativo). Los símbolos de agrupación también pueden dirigirnos en operaciones cuando se van a realizar más de dos operaciones. Los símbolos de agrupación algebraica comunes son

Paréntesis: ()

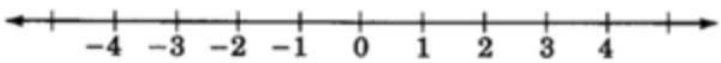
Soportes: []

Frenos: {}

Barra: __

Orden de Operaciones
Cuando se van a realizar dos o más operaciones en una colección de números, el valor correcto sólo se puede obtener utilizando el orden correcto de las operaciones.

La línea numérica real
La línea numérica real nos permite mostrar visualmente algunos de los números en los que estamos interesados.



Coordenada y Gráfica
El número asociado a un punto en la recta numérica se denomina **coordenada** del punto. El punto asociado a un número se llama la **gráfica** del número.

Número real
Un **número real** es cualquier número que sea la coordenada de un punto en la línea numérica real.

Tipos de números reales

La colección de números reales tiene muchas subcolecciones. Los que más nos interesan son

- Los números naturales:$1, 2, 3, \ldots$
- Los números enteros:$0, 1, 2, 3, \ldots$
- Los números enteros:$\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$
- Los números racionales: {todos los números que se pueden expresar como el cociente de dos enteros}
- Los números irracionales: {todos los números que tienen representaciones decimales sin fin y no repetitivas}

Propiedades de Números Reales

- Cierre: Sia yb son números reales, entonces$a+b$ y$a \cdot b$ son números reales únicos.
- Conmutativo:$a+b=b+a$ y$a \cdot b=b \cdot a$.
- Asociativo:$a+(b+c)=(a+b)+c$ y$a \cdot (b \cdot c)=(a \cdot b) \cdot c$
- Distributivo:$a(b+c)=a \cdot b. +a \cdot c$
- Identidad Aditiva:0 es la identidad aditiva. $a+0=a$ y$0+a=a$
- Identidad Multiplicativa:1 es la identidad multiplicativa. $a \cdot 1=a$ y$1 \cdot a=a$
- Inverso Aditivo: Por cada número real$a$ hay exactamente un número$-a$ tal que$a+(-a)=0$ y$(-a)+a=0$.

- Inverso Multiplicativo: Para cada número real distinto de cero hay exactamente un número real distinto de cero
- $\frac{1}{a}$tal que$a \cdot \frac{1}{a} = 1$ y$\frac{1}{a} \cdot a = 1$.

Exponentes Los

exponentes registran el número de factores idénticos que aparecen en una multiplicación.

$$\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ factors of } x} = x^n$$

Reglas de Exponentes

Six es un número real yn ym son números naturales, entonces

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}, x \neq 0$
- $x^0 = 1, x \neq 0$
- $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
- $(\frac{x}{y})^n = \frac{x^n}{y^n}, y \neq 0$

This page titled 16.8: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.8: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.9: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Símbolos y Notaciones

Para los siguientes problemas, simplifique las expresiones.

Ejercicio16.9.1

$12+7(4+3)$

Responder

61

Ejercicio16.9.2

$9(4-2)+6(8+2)-3(1+4)$

Ejercicio16.9.3

$6[1+8(7+2)]$

Responder

438

Ejercicio16.9.4

$26 \div 2-10$

Ejercicio16.9.5

$$\frac{(4+17+1)+4}{14-1}$$

Responder

2

Ejercicio16.9.6

$51 \div 3 \div 7$

Ejercicio16.9.7

$(4+5)(4+6)-(4+7)$

Responder

79

? Ejercicio16.9.8

$8(2\cdot 12\div 13)+2\cdot 5\cdot 11-[1+4(1+2)]$

? Ejercicio16.9.9

$\frac{3}{4}+\frac{1}{12}(\frac{3}{4}-\frac{1}{2})$

Responder

$\frac{37}{47}$

? Ejercicio16.9.10

$48-3[\frac{1+17}{6}]$

? Ejercicio16.9.11

$\frac{29+11}{6-1}$

Responder

8

? Ejercicio16.9.12

$$\frac{\frac{88}{11}+\frac{99}{9}+1}{\frac{54}{9}-\frac{22}{11}}$$

? Ejercicio16.9.13

$\frac{8\cdot 6}{2}+\frac{9\cdot 9}{3}\frac{10\cdot 4}{5}$

Responder

43

Para los siguientes problemas, escriba el símbolo de relación apropiado (=, <, >) en lugar de la $*$.

? Ejercicio16.9.14

$22 * 6$

? Ejercicio16.9.15

$9[4+3(8)] * 6[1+8(5)]$

Responder

$252 > 246$

Ejercicio\(\PageIndex{16}\)

$3(1.06+2.11)*4(11.01-9.06)$

Ejercicio16.9.17

$2*0$

Responder

$2>0$

Para los siguientes problemas, indicar si las letras o símbolos son iguales o diferentes.

Ejercicio16.9.18

$<\text{y}\not\geq$

Ejercicio16.9.19

$>\text{y}\not<$

Responder

Diferente

Ejercicio16.9.20

$a=b\,\text{y}\,b=a$

Ejercicio16.9.21

Representar la suma de$c$ yd dos formas diferentes.

Responder

$c+d\,;d+c$

Para los siguientes problemas, use anotación algebraica.

Ejercicio16.9.22

8más9

Ejercicio16.9.23

62dividido por$f$

Responder

$\frac{62}{f}\text{o}62\div f$

Ejercicio16.9.24

8tiempos$(x+4)$

Ejercicio16.9.25

6veces$x$, menos2

Responder

$6x-2$

Ejercicio16.9.26

$x+1$dividido por$x-3$

Ejercicio16.9.27

$y+11$dividido por$y+10$, menos12

Responder

$(y+11)\div(y+10)-12$ o$\dfrac{y+11}{y+10}-12$

Ejercicio16.9.28

cero menos$a$ veces$b$

La línea numérica real y los números reales

Ejercicio16.9.29

¿Cada número natural es un número entero?

Responder

Sí

Ejercicio16.9.30

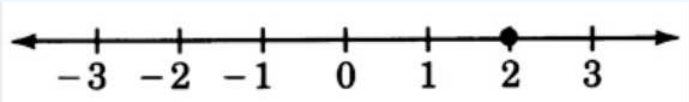
¿Cada número racional es un número real?

Para los siguientes problemas, ubique los números en una recta numérica colocando un punto en su posición (aproximada).

Ejercicio16.9.31

2

Responder



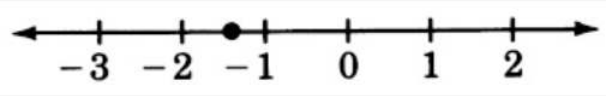
Ejercicio16.9.32

3.6

Ejercicio16.9.33

$-1\frac{3}{8}$

Responder



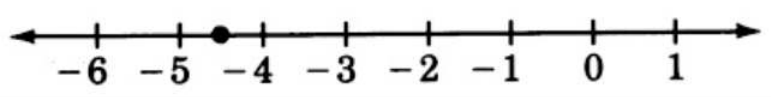
Ejercicio16.9.34

0

Ejercicio16.9.35

$-4\frac{1}{2}$

Responder



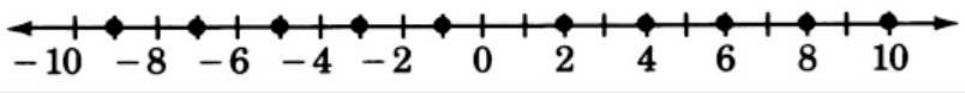
Ejercicio16.9.36

Dibuja una recta numérica que se extienda de 10 a 20. Coloque un punto en todos los enteros impares.

Ejercicio16.9.37

Dibuja una recta numérica que se extienda de-10 a10. Coloque un punto en todos los enteros impares negativos y en todos los enteros positivos pares.

Responder



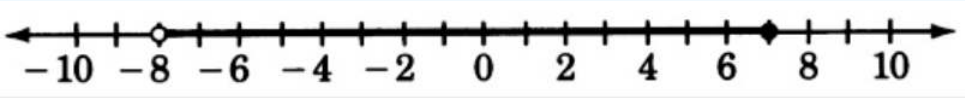
Ejercicio16.9.38

Dibuja una recta numérica que se extienda de-5 a10. Coloque un punto en todos los enteros que sean mayores entonces o iguales-2 pero estrictamente menores que5.

Ejercicio16.9.39

Dibuja una recta numérica que se extienda de-10 a10. Colocar un punto en todos los números reales que sean estrictamente mayores que-8 pero menores o iguales a7.

Responder



Ejercicio16.9.40

Dibuja una recta numérica que se extienda de-10 a10. Coloque un punto en todos los números reales entre e incluyendo-6 y 4.

Para los siguientes problemas, escriba el símbolo de relación apropiado (=, <, >).

Ejercicio16.9.41

-30

Responder

$-3 < 0$

Ejercicio16.9.42

-11

Ejercicio16.9.43

$-8 -5$

Responder

$-8 < -5$

Ejercicio16.9.44

$-5 -5\frac{1}{2}$

Ejercicio16.9.45

¿Hay un número entero de dos dígitos más pequeño? Si es así, ¿qué es?

Responder

Sí,-99

Ejercicio16.9.46

¿Hay un número real de dos dígitos más pequeño? Si es así, ¿qué es?

Para los siguientes problemas, ¿qué enteros pueden sustituir a x para que las declaraciones sean verdaderas?

? Ejercicio16.9.47

$4 \leq x \leq 7$

Responder

$4, 5, 6o7$

? Ejercicio16.9.48

$-3 \leq x < 1$

? Ejercicio16.9.49

-30

Responder

$-3 < 0$

? Ejercicio16.9.50

$-3 < x \leq 2$

Responder

$-2, -1, 0, 1, o2$

? Ejercicio16.9.51

La temperatura hoy en Los Ángeles era de ochenta y dos grados. Representar esta temperatura por número real.

? Ejercicio16.9.52

La temperatura hoy en Marbelhead era de seis grados bajo cero. Representar esta temperatura por número real.

Responder

-6°

? Ejercicio16.9.53

En la recta numérica, ¿cuántas unidades entre-3 y2?

Responder

$-3 < 0$

? Ejercicio16.9.54

En la recta numérica, ¿cuántas unidades entre-4 y0?

Responder

4

Propiedades de los números reales

Ejercicio16.9.55

$a+b=b+a$ es una ilustración de la propiedad de adición.

Ejercicio16.9.56

$st=ts$ es una ilustración de la _____ propiedad de _____.

Responder

conmutativo, multiplicación

Utilice las propiedades conmutativas de suma y multiplicación para escribir expresiones equivalentes para los siguientes problemas.

Ejercicio16.9.57

$y+12$

Ejercicio16.9.58

$a+4b$

Responder

$4b+a$

Ejercicio16.9.59

$6x$

Ejercicio16.9.60

$2(a-1)$

Responder

$(a-1)2$

Ejercicio16.9.61

$(-8)(4)$

Ejercicio16.9.62

$(6)(-9)(-2)$

Responder

$(-9)(6)(-2)\text{o}(-9)(-2)(6)\ \text{o}(6)(-2)(-9)\ \text{o}(-2)(-9)(6)$

? Ejercicio16.9.63

$(x+y)(x-y)$

? Ejercicio16.9.64

$\triangle \cdot \diamond$

Responder

$\diamond \cdot \triangle$

Simplifique los siguientes problemas utilizando la propiedad conmutativa de la multiplicación. No es necesario utilizar la propiedad distributiva.

? Ejercicio16.9.65

$8x3y$

? Ejercicio16.9.66

$16ab2c$

Responder

$32abc$

? Ejercicio16.9.67

$4axyc4d4e$

? Ejercicio16.9.68

$3(x+2)5(x-1)0(x+6)$

Responder

0

? Ejercicio16.9.69

$8b(a-6)9a(a-4)$

Para los siguientes problemas, utilice la propiedad distributiva para expandir las expresiones.

? Ejercicio16.9.70

$3(a+4)$

Responder

$3a+12$

Ejercicio16.9.71

$a(b+3c)$

Ejercicio16.9.72

$2g(4h+2k$

Responder

$8gh+4gk$

Ejercicio16.9.73

$(8m+5n)6p$

Ejercicio16.9.74

$3y(2x+4z+5w)$

Responder

$6xy+12yz+15wy$

Ejercicio16.9.75

$(a+2)(b+2c)$

Ejercicio16.9.76

$(x+y)(4a+3b)$

Responder

$4ax+3bx+4ay+3by$

Ejercicio16.9.77

$10a_z(b_z+c)$

Exponentes

Para los siguientes problemas, escriba las expresiones usando notación exponencial.

Ejercicio16.9.78

xa la quinta.

Responder

x^5

Ejercicio16.9.79

$y+2$en cubos.

Ejercicio16.9.80

$(a+2b)$ al cuadrado menos$(a+3b)$ al cuarto.

Responder

$(a+2b)^2-(a+3b)^4$

Ejercicio16.9.81

$x$cubos más2 veces$(y-x)$ hasta el séptimo.

Ejercicio16.9.82

$aaaaaaa$

Responder

a^7

Ejercicio16.9.83

$2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$

Ejercicio16.9.84

$(-8)(-8)(-8)(-8)xxxyyyyy$

Responder

$(-8)^4x^3y^5$

Ejercicio16.9.85

$(x-9)(x-9)+(3x+1)(3x+1)(3x+1)$

Ejercicio16.9.86

$2zzyzyyy+7zzyz(a-6)^2(a-6)$

Responder

$2y^4z^3+7yz^3(a-6)^3$

Para los siguientes problemas, ampliar los términos para que no aparezcan exponentes.

Ejercicio16.9.87

x^3

Ejercicio16.9.88

$3x^3$

Responder

$3xxx$

? Ejercicio16.9.89

7^3x^2

? Ejercicio16.9.90

$(4b)^2$

Responder

$4b \cdot 4b$

? Ejercicio16.9.91

$(6a^2)^3(5c-4)^2$

? Ejercicio16.9.92

$(x^3+7)^2(y^2-3)^3(z+10)$

Responder

$(xxx+7)(xxx+7)(yy-3)(yy-3)(yy-3)(z+10)$

? Ejercicio16.9.93

Elija valores para$a$ yb para mostrar que:

a. no siempre$a+b)^2$ es igual aa^2+b^2

b.$(a+b)^2$ Puede ser igual aa^2+b^2

? Ejercicio16.9.94

Elija el valor$x$ para mostrar eso

a. no siempre$(4x)^2$ es igual a$4x^2$.

b.$(4x)^2$ Puede ser igual a$4x^2$

Responder

(a) cualquier valor excepto cero

(b) solo cero

Reglas de exponentes - Las reglas de poder para exponentes

Simplifica los siguientes problemas.

? Ejercicio16.9.95

4^2+8

? Ejercicio16.9.96

$6^3+5(30)$

Responder

366

Ejercicio16.9.97

$1^8 + 0^{10} + 3^2(4^2 + 2^3)$

Ejercicio16.9.98

$12^2 + 0.3(11)^2$

Responder

180.3

Ejercicio16.9.99

$$\frac{3^4 + 1}{2^2 + 4^2 + 3^2}$$

Ejercicio16.9.100

$$\frac{6^2 + 3^2}{2^2 + 1} + \frac{(1+4)^2 - 2^3 - 1^4}{2^5 - 4^2}$$

Responder

10

Ejercicio16.9.101

$a^4 a^3$

Ejercicio16.9.102

$2b^5 2b^3$

Responder

$4b^8$

Ejercicio16.9.103

$4a^3b^2c^8 \cdot 3ab^2c^0$

Ejercicio16.9.104

$(6x^4y^{10})(xy^3)$

Responder

$6x^5y^{13}$

Ejercicio16.9.105

$(3xyz^2)(2x^2y^3)(4x^2y^2z^4)$

Ejercicio16.9.106

$(3a)^4$

Responder

$81a^4$

Ejercicio16.9.107

$(10xy)^2$

Ejercicio16.9.108

$(x^2y^4)^6$

Responder

$x^{12}y^{24}$

Ejercicio16.9.109

$(a^4b^7c^7z^{12})^9$

Ejercicio16.9.110

$(\frac{3}{4}x^8y^6z^0a^{10}b^{15})^2$

Responder

$\frac{9}{16}x^{16}y^{12}a^{20}b^{30}$

Ejercicio16.9.111

$\frac{14a^4b^6c^7}{2ab^3c^2}$

Responder

$7a^3b^3c^5$

Ejercicio16.9.112

$\frac{11x^4}{11x^4}$

Ejercicio16.9.113

$x^4 \cdot \frac{x^{10}}{x^3}$

Responder

x^{11}

Ejercicio16.9.114

$a^3b^7 \cdot \dfrac{a^9b^6}{a^5b^{10}}$

Ejercicio16.9.115

$\dfrac{(x^4y^6z^{10})^4}{(xy^5z^7)^3}$

Responder

$x^{13}y^9z^{19}$

Ejercicio16.9.116

$\dfrac{(2x-1)^{13}(2x+5)^5}{(2x-1)^{10}(2x+5)}$

Ejercicio16.9.117

$(\dfrac{3x^2}{4y^3})^2$

Responder

$\dfrac{9x^4}{16y^6}$

Ejercicio16.9.118

$\dfrac{(x+y)^9(x-y)^4}{(x+y)^3}$

Ejercicio16.9.119

$x^n \cdot x^m$

Responder

x^{n+m}

Ejercicio16.9.120

$a^{n+2}a^{n+4}$

Ejercicio16.9.121

$6b^{2n+7} \cdot 8b^{5n+2}$

Responder

$48b^{7n+9}$

? Ejercicio16.9.122

$$\frac{18x^{4n+9}}{2x^{2n+1}}$$

? Ejercicio16.9.123

$(x^{5t}y^{4r})^7$

Responder

$x^{35t}y^{28r}$

? Ejercicio16.9.124

$(a^{2n}b^{3m}c^{4p})^{6r}$

? Ejercicio16.9.125

$$\frac{u^w}{u^k}$$

Responder

u^{w-k}

This page titled 16.9: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.9: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

16.10: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Para los siguientes problemas, simplifique cada una de las expresiones.

Ejercicio16.10.1

$8(6-3)-5\cdot 4+3(8)(2)\div 4\cdot 3$

Contestar

40

Ejercicio16.10.2

$\{2(1+7)^2\}^0$

Contestar

1

Ejercicio16.10.3

$$\frac{1^8+4^0+3^3(1+4)}{2^2(2+15)}$$

Contestar

$$\frac{137}{68}$$

Ejercicio16.10.4

$$\frac{2\cdot 3^4-10^2}{4-3}+\frac{5(2^2+3^2)}{11-6}$$

Contestar

75

Ejercicio16.10.5

Escriba el símbolo de relación apropiado (>, <) en lugar del *.

$5(2+11)*2(8-3)-2$

Contestar

$>$

Para los siguientes problemas, use notación algebraica.

Ejercicio16.10.6

$(x-1)\text{tiempos}(3x\text{plus}2)$

Contestar

$(x-1)(3x+2)$

Ejercicio16.10.7

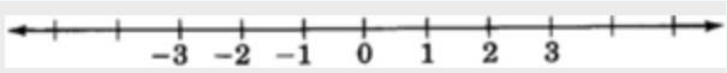
Un número dividido por doce es menor o igual al mismo número más cuatro.

Contestar

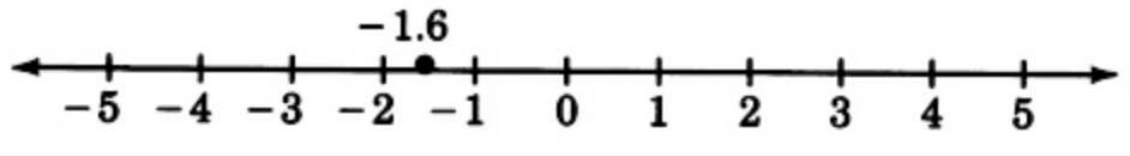
$\frac{x}{12} \leq (x+4)$

Ejercicio16.10.8

Localizar la posición aproximada de-1.6 en la recta numérica.



Contestar



Ejercicio16.10.9

¿Es0 un número positivo, un número negativo, ninguno, o ambos?

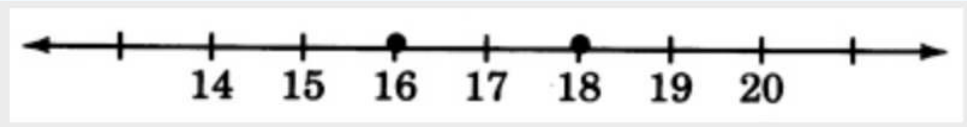
Contestar

El cero no es ni positivo ni negativo.

Ejercicio16.10.10

Dibuja una parte de la recta numérica y coloca puntos en todos los enteros pares estrictamente entre 14 y 20.

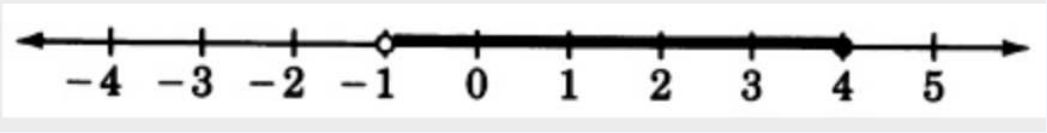
Contestar



Ejercicio16.10.11

Dibuja una parte de la recta numérica y coloca puntos en todos los números reales estrictamente mayores que −1 pero menores o iguales a 4.

Contestar



Ejercicio16.10.12

¿Qué números enteros pueden reemplazar x para que la siguiente afirmación sea verdadera? $-4 \leq x \leq 5$.

Contestar

$0, 1, 2, 3, 4, 5$

Ejercicio16.10.13

¿Hay un número real más grande entre e incluyendo 6 y 10? Si es así, ¿qué es?

Contestar

Sí, 10.

Ejercicio16.10.14

Utilice la propiedad conmutativa de la multiplicación para escribir$m(a+3)$ en una forma equivalente.

Contestar

$(a+3)m$

Ejercicio16.10.15

Utilice las propiedades conmutativas para simplificar$3a4b8cd$.

Contestar

$96abcd$

Ejercicio16.10.16

Utilice las propiedades conmutativas para simplificar$4(x-9)2y(x-9)3y$.

Contestar

$24y^2(x-9)^2$

Ejercicio16.10.17

Simplifica los tiempos4 cuadrados, los tiempos en$x$ cubos$y$ hasta el quinto.

Contestar

$16x^3y^5$

Ejercicio16.10.18

Simplificar$(3)(3)(3)aabbbbabba(3)a$.

Contestar

$81a^5b^6$

Para los siguientes problemas, utilice las reglas de exponentes para simplificar cada una de las expresiones.

Ejercicio16.10.19

$(3ab^2)^2(2a^3)^3$

Contestar

$71a^{11}b^7$

Ejercicio16.10.20

$$\frac{x^{10}y^{12}}{x^2y^5}$$

Contestar

x^8y^7

Ejercicio16.10.21

$$\frac{52x^7y^{10}(y-x^4)^{12}(y+x)^5}{4y^6(y-x^4)^{10}(y+x)}$$

Contestar

$13x^7y^4(y-x^4)^2(y+x)^4$

Ejercicio16.10.22

$(x^ny^{3m}z^{2p})^4$

Contestar

$x^{4bn}y^{12m}z^{8p}$

Ejercicio16.10.23

$$\frac{(5x+4)^0}{(3x^2-1)^0}$$

Contestar

1

Ejercicio16.10.24

$$\frac{x^{\nabla}x^{\square}y^{\Delta}}{x^{\Delta}y^{\nabla}}$$

Contestar

$x^{\nabla+\square-\Delta}y^{\Delta-\nabla}$

Ejercicio16.10.25

¿Qué palabra se utiliza para describir la letra o símbolo que representa a un miembro no especificado de una colección particular de dos o más números que están claramente definidos?

Contestar

Variable A

This page titled 16.10: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **2.10: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

17: Operaciones Básicas con Números Reales

17.1: Objetivos
17.2: Números firmados
17.3: Valor Absoluto
17.4: Suma de números firmados
17.5: Resta de números firmados
17.6: Multiplicación y división de números firmados
17.7: Exponentes negativos
17.8: Notación científica
17.9: Resumen de conceptos clave
17.10: Suplemento de ejercicio
17.11: Examen de Aptitud

This page titled 17: Operaciones Básicas con Números Reales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

17.1: Objetivos

Objetivos de aprendizaje

Después de completar este capítulo, deberías

Números Firmados (Sección 3.2)

- estar familiarizado con los números positivos y negativos y con el concepto de opuestos

Valor Absoluto (Sección 3.3)

- entender las definiciones geométricas y algebraicas del valor absoluto

Adición de números firmados (Sección 3.4)

- ser capaz de agregar números con signos similares y signos diferentes
- entender la adición con cero

Resta de números firmados (Sección 3.5)

- entender la definición de resta
- poder restar números firmados

Multiplicación y división de números firmados (Sección 3.6)

- ser capaz de multiplicar y dividir números firmados

Exponentes negativos (Sección 3.7)

- entender los conceptos de reciprocales y exponentes negativos
- poder trabajar con exponentes negativos

Notación Científica (Sección 3.8)

- ser capaz de convertir un número de forma estándar a forma científica y de forma científica a forma estándar
- ser capaz de trabajar con números en notación científica

This page titled 17.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.2: Números firmados

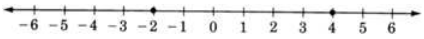
Visión general

- Números positivos y negativos
- Opuestos

Números positivos y negativos

Cuando estudiamos la línea numérica en la Sección 2.3 notamos que

Cada punto de la línea numérica corresponde a un número real, y cada número real se ubica en un punto único en la línea numérica.



Números Positivos y Negativos
Cada número real tiene un signo intrínsecamente asociado a él. Se dice que un número real es un número positivo si se encuentra a la derecha de 0 en la línea numérica. Es un número negativo si se encuentra a la izquierda de 0 en la línea numérica.

LA NOTACIÓN DE NÚMEROS FIRMADOS
Un número se denota como **positivo** si está precedido directamente por un signo "+" o ningún signo en absoluto.
Un número se denota como **negativo** si va precedido directamente de un signo "−".

Los signos "+" y "−" tienen ahora dos significados:

+ puede denotar la operación de suma o un número positivo.
− puede denotar la operación de resta o un número negativo.

Leer el signo "−" como "Negativo"
Para evitar cualquier confusión entre "signo" y "operación", es preferible leer el signo de un número como "positivo" o "negativo".

Conjunto de Muestras A

Ejemplo17.2.1

-8 debe leerse como "ocho negativo" en lugar de "menos ocho".

Ejemplo17.2.2

$4+(-2)$ debe leerse como "cuatro más dos negativos" en lugar de "cuatro más menos dos".

Ejemplo17.2.3

$-6+(-3)$ debe leerse como "seis negativos más tres negativos" en lugar de "menos seis más menos tres".

Ejemplo17.2.4

$-15-(-6)$ debe leerse como "quince menos seis negativos" en lugar de "menos quince menos seis".

Ejemplo17.2.5

$-5+7$ debe leerse como "cinco negativos más siete" en lugar de "menos cinco más siete".

Ejemplo17.2.6

$0-2$ debe leerse como "cero menos dos".

Conjunto de práctica A

Escribe cada expresión en palabras.

Problema de práctica17.2.1

$4+10$

Contestar

cuatro más diez

Problema de práctica17.2.2

$7+(-4)$

Contestar

siete más cuatro negativos

Problema de práctica17.2.3

$-9+2$

Contestar

menos nueve más dos

Problema de práctica17.2.4

$-16-(+8)$

Contestar

menos dieciséis menos ocho positivos

Problema de práctica17.2.5

$-1-(-9)$

Contestar

menos uno menos menos nueve

Problema de práctica17.2.6

$0+(-7)$

Contestar

cero más siete negativo

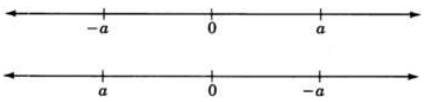
Opuestos

Opuestos

En la recta numérica, cada número real tiene una imagen en el lado opuesto de0. Por ello decimos que cada número real tiene un opuesto. **Los opuestos** están a la misma distancia de cero pero tienen signos opuestos.

Lo contrario de un número real se denota colocando un signo negativo directamente frente al número. Así, si a hay algún número real, entonces $-a$ es su opuesto. **Observe** que la letra a es una variable. Por lo tanto, a "" no necesita ser positivo, y ""$-a$ "no tiene por qué ser negativo.

Si a es un número real, $-a$ es opuesto a en la recta numérica y a es opuesto $-a$ en la recta numérica.



$-(-a)$ es opuesto $-a$ en la recta numérica. Esto implica que $-(-a) = a$.

Esta propiedad de los opuestos sugiere la propiedad doble negativa para números reales.

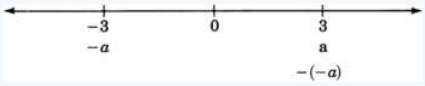
La propiedad Doble Negativa

Si a es un número real, entonces
$-(-a) = a$

Conjunto de Muestras B

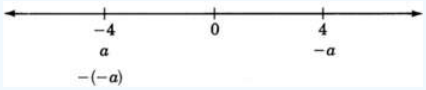
Ejemplo 17.2.7

Si $a = 3$, entonces $-a = -3$ y $-(-a) = -(-3) = 3$.



Ejemplo 17.2.8

Si $a = -4$, entonces $-a = -(-4) = 4$ y $-(-a) = a = -4$.



Set de práctica B

Encuentra lo contrario de cada número real.

Problema de práctica 17.2.7

8

Contestar

-8

Problema de práctica 17.2.8

17

Contestar

-17

Problema de práctica17.2.9

-6

Contestar

6

Problema de práctica17.2.10

-15

Contestar

15

Problema de práctica17.2.11

$-(-1)$

Contestar

-1, ya que$-(-1) = 1$

Problema de práctica17.2.12

$-[-(-7)]$

Contestar

7

Problema de práctica17.2.13

Supongamos que a es un número positivo. ¿Qué tipo de número es$-a$?

Contestar

Sia es positivo,$-a$ es negativo.

Problema de práctica17.2.14

Supongamos que$a$ es un número negativo. ¿Qué tipo de número es$-a$?

Contestar

Sia es negativo,$-a$ es positivo.

Problema de práctica17.2.15

Supongamos que no conocemos el signo del número$m$. ¿Podemos decir que$-m$ es positivo, negativo, o que no sabemos?

Contestar

Debemos decir que no sabemos.

Ejercicios

Ejercicio17.2.1

Un número se denota como positivo si va precedido directamente por _____.

Contestar

un signo más o ningún signo en absoluto

Ejercicio17.2.2

Un número se denota como negativo si va precedido directamente por _____.

Para los siguientes problemas, ¿cómo se deben leer los números reales? (Escribe en palabras.)

Ejercicio17.2.1

-5

Contestar

un cinco negativo

Ejercicio17.2.2

-3

Ejercicio17.2.3

12

Contestar

doce

Ejercicio17.2.4

10

Ejercicio17.2.5

$-(-4)$

Contestar

negativo cuatro

Ejercicio17.2.6

$-(-1)$

Para los siguientes problemas, escriba las expresiones en palabras.

? Ejercicio17.2.7

$5+7$

Contestar

cinco más siete

? Ejercicio17.2.8

$2+6$

? Ejercicio17.2.9

$11+(-2)$

Contestar

once más dos negativos

? Ejercicio17.2.10

$1+(-5)$

? Ejercicio17.2.11

$6-(-8)$

Contestar

seis menos menos ocho

? Ejercicio17.2.12

$0-(-15)$

Reescribe los siguientes problemas de una forma más simple.

? Ejercicio17.2.13

$-(-8)$

Contestar

$-(-8)=8$

? Ejercicio17.2.14

$-(-5)$

? Ejercicio17.2.15

$-(-2)$

Contestar

2

Ejercicio17.2.16

$-(-9)$

Ejercicio17.2.17

$-(-1)$

Contestar

1

Ejercicio17.2.18

$-(-4)$

Ejercicio17.2.19

$-[-(-3)])$

Contestar

-3

Ejercicio17.2.20

$-[-(-10)]$

Ejercicio17.2.21

$-[-(-6)]$

Contestar

-6

Ejercicio17.2.22

$-[-(-15)]$

Ejercicio17.2.23

$-\{-[-(-26)]\}$

Contestar

26

Ejercicio17.2.24

$-\{-[-(-11)]\}$

Ejercicio17.2.25

$-\{-[-(-31)]\}$

Contestar

31

Ejercicio17.2.26

$-\{-[-(-14)]\}$

Ejercicio17.2.27

$-[-(12)]$

Contestar

12

Ejercicio17.2.28

$-[-(2)]$

Ejercicio17.2.29

$-[-(17)]$

Contestar

17

Ejercicio17.2.30

$-[-(42)]$

Ejercicio17.2.31

$5-(-2)$

Contestar

$5-(-2)=5+2=7$

Ejercicio17.2.32

$6-(-14)$

Ejercicio17.2.33

$10-(-6)$

Contestar

16

Ejercicio17.2.34

$18-(-12)$

Ejercicio17.2.35

$31-(-1)$

Contestar

32

Ejercicio17.2.36

$54-(-18)$

Ejercicio\(\PageIndex{37\)

$6-(-3)-(-4)$

Contestar

13

Ejercicio17.2.38

$2-(-1)-(-8)$

Ejercicio17.2.39

$15-(-6)-(-5)$

Contestar

26

Ejercicio17.2.40

$24-(-8)-(-13)$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio17.2.41

Sólo hay un número real para el cual$(5a)^2=5a^2$. ¿Cuál es el número?

Responder

0

Ejercicio17.2.42

Simplificar$(3xy)(2x^2y^3)(4x^2y^4)$.

? Ejercicio17.2.43

Simplificar$x^{n+3} \cdot x^5$

Responder

x^{n+8}

? Ejercicio17.2.44

Simplificar$(a^3b^2c^4)^4$.

? Ejercicio17.2.45

Simplificar$(\frac{4a^2b}{3xy^3})^2$

Responder

$\frac{16a^4b^2}{9x^2y^6}$

This page titled 17.2: Números firmados is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.2: Signed Numbers** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.3: Valor Absoluto

Descripción general

- Definición geométrica del valor absoluto
- Definición algebraica del valor absoluto

Definición geométrica del valor absoluto

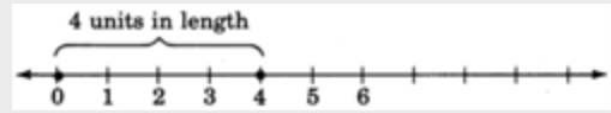
Valor Absoluto - Enfoque Geométrico

El **valor absoluto** de un número$a$, denotado$|a|$, es la distancia desde$a$ hasta0 en la recta numérica.-

El valor absoluto habla de la cuestión de “hasta dónde”, y no “de qué manera”. La frase qué tan lejos implica longitud, y la longitud es siempre una cantidad no negativa (cero o positiva). Así, el valor absoluto de un número es un número no negativo. Esto se muestra en los siguientes ejemplos:

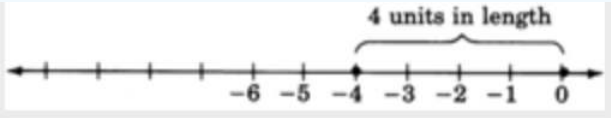
Ejemplo17.3.1

$|4| = 4$



Ejemplo17.3.2

$|-4| = 4$



Ejemplo17.3.3

$|0| = 0$

Ejemplo17.3.4

$-|5| = -5$

La cantidad en el lado izquierdo del signo igual se lee como “negativo el valor absoluto de”5. El valor absoluto de5 es5. De ahí que negativo el valor absoluto de5 es-5.

Ejemplo17.3.5

$-|-3| = -3$

La cantidad en el lado izquierdo del signo igual se lee como “negativo el valor absoluto de”-3. El valor absoluto de-3 es3. De ahí que negativo el valor absoluto de-3 es$-(3) = -3$.

Definición algebraica del valor absoluto

Los problemas del primer ejemplo pueden ayudar a sugerir la siguiente definición algebraica de valor absoluto. La definición se interpreta a continuación. Los ejemplos siguen la interpretación.

Enfoque Algebraico de Valor Absoluto

El **valor absoluto** de un número$a$ es

$$|a| = \begin{cases} a \text{ if } a \geq 0 \\ -a \text{ if } a < 0 \end{cases}$$

La definición algebraica toma en cuenta el hecho de que el número$a$ podría ser positivo o cero (≥ 0)o negativo (< 0).

1. Si el número a es positivo o cero (≥ 0), se aplica la primera parte de la definición. La primera parte de la definición nos dice que si el número encerrado en las barras absolutas es un número no negativo, el valor absoluto del número es el número mismo.
2. Si el número a es negativo (< 0), se aplica la segunda parte de la definición. La segunda parte de la definición nos dice que si el número encerrado dentro de las barras de valor absoluto es un número negativo, el valor absoluto del número es el opuesto del número. Lo contrario de un número negativo es un número positivo.

Conjunto de Muestras A

Utilice la definición algebraica de valor absoluto para encontrar los siguientes valores.

Ejemplo17.3.6

$|8|$

El número encerrado dentro de las barras de valor absoluto es un número no negativo, por lo que se aplica la primera parte de la definición. Esta parte dice que el valor absoluto de8 es8 en sí mismo.

Ejemplo17.3.7

$|-3|$

El número encerrado dentro de las barras de valor absoluto es un número negativo, por lo que se aplica la segunda parte de la definición. Esta parte dice que el valor absoluto de-3 es lo contrario de-3, que es$-(-3)$. Por la propiedad doble negativa, $-(-3) = 3$.

Conjunto de práctica A

Utilice la definición algebraica de valor absoluto para encontrar los siguientes valores.

Ejercicio17.3.1

$|7|$

Contestar

7

Ejercicio17.3.2

$|9|$

Contestar

9

Ejercicio17.3.3

$|-12|$

Contestar

12

Ejercicio17.3.4

$|-5|$

Contestar

5

Ejercicio17.3.5

$-|8|$

Contestar

-8

Ejercicio17.3.6

$-|1|$

Contestar

-1

Ejercicio17.3.7

$-|-52|$

Contestar

-52

Ejercicio17.3.8

$-|-31|$

Contestar

-31

Ejercicios

Para los siguientes problemas, determine cada uno de los valores.

Ejercicio17.3.1

$|5|$

Contestar

5

? Ejercicio17.3.2

$|3|$

? Ejercicio17.3.3

$|6|$

Contestar

6

? Ejercicio17.3.4

$|14|$

? Ejercicio17.3.5

$|-8|$

Contestar

8

? Ejercicio17.3.6

$|-10|$

? Ejercicio17.3.7

$|-16|$

Contestar

16

? Ejercicio17.3.8

$-|8|$

? Ejercicio17.3.9

$-|12|$

Contestar

-12

? Ejercicio17.3.10

$-|47|$

Ejercicio17.3.11

$-|9|$

Contestar

-9

Ejercicio17.3.12

$|-9|$

Ejercicio17.3.13

$|-1|$

Contestar

1

Ejercicio17.3.14

$|-4|$

Ejercicio17.3.15

$-|3|$

Contestar

-3

Ejercicio17.3.16

$-|7|$

Ejercicio17.3.17

$-|-14|$

Contestar

-14

Ejercicio17.3.18

$-|-19|$

Ejercicio17.3.19

$-|-28|$

Responder

-28

Ejercicio17.3.20

$-|-31|$

Ejercicio17.3.21

$-|-68|$

Responder

-68

Ejercicio17.3.22

$|0|$

Ejercicio17.3.23

$|-26|$

Responder

26

Ejercicio17.3.24

$-|-26|$

Ejercicio17.3.25

$-|-(-8)|$

Responder

-8

Ejercicio17.3.26

$-|-(-4)|$

Ejercicio17.3.27

$-|-(-1)|$

Responder

-1

Ejercicio17.3.28

$-|-(-7)|$

Ejercicio17.3.29

$-(-|4|)$

Responder

4

Ejercicio17.3.30

$-(-|2|)$

Ejercicio17.3.31

$-(-|-6|)$

Responder

6

Ejercicio17.3.32

$-(-|-42|)$

Ejercicio17.3.33

$|-|-3||$

Responder

3

Ejercicio17.3.34

$|-|-15||$

Ejercicio17.3.35

$|-|-12||$

Responder

12

Ejercicio17.3.36

$|-|-29||$

Ejercicio17.3.37

$6-|-2||$

Responder

4

https://math.libretexts.org/@go/page/127703

Ejercicio17.3.38

$|18-|-11||$

Ejercicio17.3.39

$|5-|-1||$

Responder

4

Ejercicio17.3.40

$|10-|-3||$

Ejercicio17.3.41

$|-(17-|-12|)|$

Responder

5

Ejercicio17.3.42

$|-(46-|-24|)|$

Ejercicio17.3.43

$|5|-|-2|$

Responder

3

Ejercicio17.3.44

$|-2|^3$

Ejercicio17.3.45

$|-(2\cdot 3)|$

Responder

6

Ejercicio17.3.46

$|-2|+|-9|$

Ejercicio17.3.47

$|-6|+|4|)^2$

Responder

100

Ejercicio17.3.48

$|-1|-|1|)^3$

Ejercicio17.3.49

$(|4|+|-6|)^2)-(|-2|)^3$

Responder

92

Ejercicio17.3.50

$-[|-10|-6]^2$

Ejercicio17.3.51

$-[-(-|-4|+|-3|)^3]^2$

Responder

-1

Ejercicio17.3.52

Un Oficial de Control de Misión en Cabo Cañaveral hace la declaración “despegue,T menos50 segundos”. ¿Cuánto tiempo antes de despegar?

Ejercicio17.3.53

Debido a una desaceleración en la industria, una compañía informática de Silicon Valley se encuentra en deuda de 2.400,000 dólares. Utilice la notación de valor absoluto para describir la deuda de esta compañía.

Responder

$|\$-2,400,600|$

Ejercicio17.3.54

Una máquina en particular se ajusta correctamente si al actuar su medidor lee0 unidades. Una máquina en particular tiene una lectura de medidor de-1.6 al actuar. ¿A qué distancia está esta máquina de su ajuste correcto?

Ejercicios para revisión

Ejercicio17.3.55

Escribe la siguiente frase usando notación algebraica: “cuatro veces”$(a+b)$.

Responder

$4(a+b)$

Ejercicio17.3.56

¿Hay un número natural más pequeño? Si es así, ¿qué es?

Ejercicio17.3.57

Nombra la propiedad de números reales que haga$5+a=a+5$ una declaración verdadera.

Responder

propiedad conmutativa de adición

Ejercicio17.3.58

Encuentra el cociente de$\frac{x^6y^8}{x^4y^3}$

Ejercicio17.3.59

Simplificar$-(-4)$

Responder

4

This page titled 17.3: Valor Absoluto is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.3: Absolute Value** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.4: Suma de números firmados

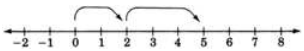
Visión general

- Adición de números con signos similares
- Adición con cero
- Suma de Números con Signos Distintivos

Adición de números con signos similares

Vamos a sumar los dos números positivos2 y3. Realizamos esta suma en la recta numérica de la siguiente manera.

Empezamos en0, el origen.
Ya que2 es positivo, movemos2 unidades a la derecha.
Ya que3 es positivo, nos movemos3 más unidades a la derecha.
Ahora estamos ubicados en5.
Por lo tanto,$2+3=5$.



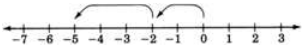
Resumiendo, tenemos:

(unidades2 positivas) + (unidades3 positivas)$=$ (unidades5 positivas)

Ahora sumaremos los dos números negativos-2 y-3. Realizamos esta suma en la recta numérica de la siguiente manera.

Empezamos en0, el origen.
Ya que-2 es negativo, movemos2 unidades a la izquierda.
Ya que-3 es negativo, nos movemos3 más unidades hacia la izquierda.
Ahora estamos ubicados en-5.

Así,$(-2)+(-3)=-5$.



Resumiendo, tenemos

(unidades2 negativas) + (unidades3 negativas)$=$ (unidades5 negativas)

Estos dos ejemplos sugieren que:

(número positivo) + (número positivo) = (número positivo)

(número negativo) + (número negativo) = (número negativo)

Adición de Número con el mismo Signo

Para sumar dos números reales que tengan el mismo signo, agregue los valores absolutos de los números y asocie el signo común con la suma.

Conjunto de Muestras A

Encuentra las sumas.

Ejemplo17.4.1

$3+7$
Sumar estos valores absolutos.

$$\left.\begin{array}{l}|3|=3\\|7|=7\end{array}\right\} \quad 3+7=10$$

El signo común es “+”.
$3+7=+10 \quad or \quad 3+7=10$

Ejemplo17.4.2

$(-4)+(-9)$
Sumar estos valores absolutos.

$$\left.\begin{array}{l}|-4|=-4\\|-9|=-9\end{array}\right\} \quad 4+9=13$$

El signo común es “-”.
$(-4)+(-9)=-13$

Conjunto de práctica A

Encuentra las sumas.

Problema de práctica17.4.1

$8+6$

Contestar

14

Problema de práctica17.4.2

$41+11$

Contestar

52

Problema de práctica17.4.3

$(-4)+(-8)$

Contestar

-12

Problema de práctica17.4.4

$(-36)+(-9)$

Contestar

-45

Problema de práctica17.4.5

$-14+(-20)$

Contestar

-34

Problema de práctica17.4.6

$-\frac{2}{3}+(-\frac{5}{3})$

Contestar

$-\frac{7}{3}$

Problema de práctica17.4.7

$-2.8+(-4.6)$

Contestar

-7.4

Adición con cero

Observe que

Adición con 0

(0) + (un número positivo) = (ese mismo número positivo)

(0) + (un número negativo) = (ese mismo número negativo)

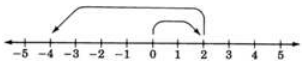
La identidad aditiva es 0

Dado que sumar 0 a un número real deja ese número sin cambios, 0 se denomina **identidad aditiva**.

Suma de Números con Signos Distintivos

Ahora vamos a realizar la adición$2+(-6)$. Estos dos números tienen signos a diferencia. Este tipo de adición también se puede ilustrar usando la línea numérica.

Empezamos en0, el origen.
Ya que2 es positivo, movemos2 unidades a la derecha.
Ya que-6 es negativo, nos movemos, de las2,6 unidades a la izquierda.
Ahora estamos ubicados en-4.



Se sugiere una regla para sumar dos números que tienen signos diferentes al señalar que si se ignoran los signos, se4 pueden obtener de2 y6 **restando**2 de6. Pero2 y6 son precisamente los valores absolutos de2 y-6. Además, observe que el signo del número con el valor absoluto mayor es negativo y que el signo de la suma resultante es negativo.

Sumando números con signos de diferencia

Para sumar dos números reales que tengan signos diferentes, restar el valor absoluto menor del valor absoluto mayor y asociar el signo del número con el valor absoluto mayor con esta diferencia.

Conjunto de Muestras B

Encuentra las siguientes sumas.

Ejemplo17.4.3

$7+(-2)$

$\underbrace{|7|=7}_{\text{Larger absolute value.}} \quad \underbrace{|-2|=2}_{\text{Smaller absolute value.}}$

Signo es “+”.

Restar valores absolutos:$7-2=5$

Adjuntar el signo adecuado: “+”

$7+(-2)=+5 \quad or \quad 7+(-2)=5$

Ejemplo17.4.4

$3+(-11)$

$\underbrace{|3|=3}_{\text{Smaller absolute value.}} \quad \underbrace{|-11|=11}_{\text{Larger absolute value.}}$

El letrero es “-”.

Restar valores absolutos:$11-3=8$

Adjuntar el signo adecuado: “-”

$3+(-11)=-8$

Ejemplo17.4.5

La temperatura matutina en un día de invierno en Lake Tahoe era de-12 grados. La temperatura de la tarde era25 grados más cálida. ¿Cuál era la temperatura de la tarde?

Tenemos que encontrar$-12+25$

$\underbrace{|-12|=12}_{\text{Smaller absolute value.}} \quad \underbrace{|25|=25}_{\text{Larger absolute value.}}$

Signo es “+”.

Restar valores absolutos:$25-12=13$

Adjuntar el signo adecuado: “+”

$-12+25=13$

Así, la temperatura de la tarde es de13 grados.

Set de práctica B

Encuentra las sumas.

Problema de práctica17.4.8

$4+(-3)$

Contestar

1

Problema de práctica17.4.9

$-3+5$

Contestar

2

Problema de práctica17.4.10

$15+(-18)$

Contestar

-3

Problema de práctica17.4.11

$0+(-6)$

Contestar

-6

Problema de práctica17.4.12

$-26+12$

Contestar

-14

Problema de práctica17.4.13

$35+(-78)$

Contestar

-43

Problema de práctica17.4.14

$15+(-10)$

Contestar

5

Problema de práctica17.4.15

$1.5+(-2)$

Contestar

-0.5

Problema de práctica17.4.16

$-8+0$

Contestar

-8

Problema de práctica17.4.17

$0+(0.57)$

Contestar

0.57

Problema de práctica17.4.18

$-879+454$

Contestar

-425

Problema de práctica17.4.19

$-1345.6+(-6648.1)$

Contestar

-7993.7

Ejercicios

Encuentra las sumas para los siguientes problemas.

Ejercicio17.4.1

$4+12$

Contestar

16

Ejercicio17.4.2

$8+6$

Ejercicio17.4.3

$6+2$

Contestar

8

Ejercicio17.4.4

$7+9$

Ejercicio17.4.5

$(-3)+(-12)$

Contestar

-15

Ejercicio17.4.6

$(-6)+(-20)$

Ejercicio17.4.7

$(-4)+(-8)$

Contestar

-12

Ejercicio17.4.8

$(-11)+(-8)$

Ejercicio17.4.9

$(-16)+(-8)$

Contestar

-24

Ejercicio17.4.10

$(-2)+(-15)$

Ejercicio17.4.11

$14+(-3)$

Contestar

11

Ejercicio17.4.12

$21+(-4)$

Ejercicio17.4.13

$14+(-6)$

Contestar

8

Ejercicio17.4.14

$18+(-2)$

Ejercicio17.4.15

$10+(-8)$

Contestar

2

Ejercicio17.4.16

$40+(-31)$

Ejercicio17.4.17

$(-3)+(-12)$

Contestar

-15

Ejercicio17.4.18

$(-6)+(-20)$

Ejercicio17.4.19

$10+(-2)$

Contestar

8

Ejercicio17.4.20

$8+(-15)$

Ejercicio17.4.21

$-2+(-6)$

Contestar

-8

Ejercicio17.4.22

$-11+(-14)$

Ejercicio17.4.23

$-9+(-6)$

Contestar

-15

Ejercicio17.4.24

$-1+(-1)$

Ejercicio17.4.25

$-16+(-9)$

Contestar

-25

Ejercicio17.4.26

$-22+(-1)$

Ejercicio17.4.27

$0+(-12)$

Contestar

-12

Ejercicio17.4.28

$0+(-4)$

Ejercicio17.4.29

$0+(24)$

Contestar

24

Ejercicio17.4.30

$-6+1+(-7)$

Ejercicio17.4.31

$-5+(-12)+(-4)$

Contestar

-21

Ejercicio17.4.32

$-5+5$

https://math.libretexts.org/@go/page/127704

Ejercicio17.4.33

$-7+7$

Contestar

0

Ejercicio17.4.34

$-14+14$

Ejercicio17.4.35

$4+(-4)$

Contestar

0

Ejercicio17.4.36

$9+(-9)$

Ejercicio17.4.37

$84+(-61)$

Contestar

23

Ejercicio17.4.38

$13+(-56)$

Ejercicio17.4.39

$452+(-124)$

Contestar

328

Ejercicio17.4.40

$636+(-989)$

Ejercicio17.4.41

$1811+(-935)$

Contestar

876

Ejercicio17.4.42

$-373+(-14)$

Ejercicio17.4.43

$-1221+(-44)$

Contestar

-1265

Ejercicio17.4.44

$-47.03+(-22.71)$

Ejercicio17.4.45

$-1.998+(-4.086)$

Contestar

-6.084

Ejercicio17.4.46

$[(-3)+(-4)]+[(-6)+(-1)]$

Ejercicio17.4.47

$[(-2)+(-8)]+[(-3)+(-7)]$

Contestar

-20

Ejercicio17.4.48

$[(-3)+(-8)]+[(-6)+(-12)]$

Ejercicio17.4.49

$[(-8)+(-6)]+[(-2)+(-1)]$

Contestar

-17

Ejercicio17.4.50

$[4+(-12)]+[12+(-3)]$

Ejercicio17.4.51

$[5+(-16)]+[4+(-11)]$

Contestar

-18

Ejercicio17.4.52

$[2+(-4)]+[17+(-19)]$

Ejercicio17.4.53

$[10+(-6)]+[12+(-2)]$

Contestar

14

Ejercicio17.4.54

$9+[(-4)+7]$

Ejercicio17.4.55

$14+[(-3)+5]$

Contestar

16

Ejercicio17.4.56

$[2+(-7)]+(-11)$

Ejercicio17.4.57

$[14+(-8)]+(-2)$

Contestar

4

Ejercicio17.4.58

Para que una pequeña empresa se ponga de pie en un proyecto, debe tener ventas de 21,000 dólares. Si el monto de las ventas era de $15,000, ¿cuánto dinero se quedó corta esta compañía?

Ejercicio17.4.59

Supongamos que una persona tiene $56.00 en su cuenta corriente. Deposita $100.00 en su cuenta corriente utilizando el cajero automático. Luego escribe un cheque por $84.50. Si un error hace que el depósito no figure en la cuenta de esta persona, ¿cuál es el saldo de cheques de esta persona?

Contestar

$-\$28.50$

Ejercicio17.4.60

Una persona toma prestada $7.00 el lunes y luego $12.00 el martes. ¿Cuánto ha prestado esta persona?

Ejercicio17.4.61

Una persona toma prestada $11.00 el lunes y luego paga $8.00 el martes. ¿Cuánto debe esta persona?

Contestar

$\$3.00$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio17.4.62

Simplificar $\frac{4(7^2-6\cdot w^3)}{2^2}$

Ejercicio17.4.63

Simplificar $\frac{35a^6b^2c^5}{7b^2c^4}$

Contestar

$5a^6c$

Ejercicio17.4.64

Simplificar $(\frac{12a^8b^5}{4a^5b^2})^3$

Ejercicio17.4.65

Determinar el valor de $|-8|$

Contestar

8

Ejercicio17.4.66

Determinar el valor de $(|2|+|4|^2)+|-5|^2$

This page titled 17.4: Suma de números firmados is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.4: Addition of Signed Numbers** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

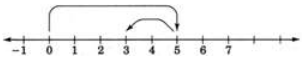
17.5: Resta de números firmados

Descripción general

- Definición de resta
- Resta de números firmados

Definición de resta

Sabemos por nuestra experiencia con la aritmética que la resta$5-2$ produce3, es decir,$5-2=3$. Ilustrar este proceso en la recta numérica sugiere una regla para restar números firmados.



Empezamos en0, el origen.
Ya que5 es positivo, movemos5 unidades a la derecha.
Después, movemos **2 unidades a la izquierda** para llegar a3. (Esto nos recuerda a la suma con un número negativo.)

Esta ilustración sugiere que$5-2$ es lo mismo que$5+(-2)$.
Esto nos lleva directamente a la definición de resta.

Definición de resta

Sia yb son números reales,$a-b$ es lo mismo que$a+(-b)$, donde$-b$ es lo contrario de$b$.

Resta de números firmados

La definición anterior sugiere la regla para restar números con signo.

Resta de números firmados

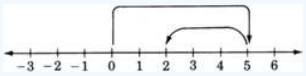
Para realizar la resta$a-b$, sumar lo contrario de$b$ aa, es decir, cambiar el signo de$b$ y sumar.

Conjunto de Muestras A

Realizar las restaciones.

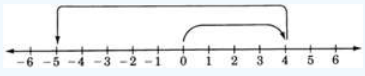
Ejemplo17.5.1

$5-3=5+(-3)=2$



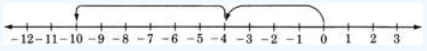
Ejemplo17.5.2

$4-9=4+(-9)=-5$



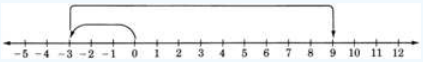
Ejemplo17.5.3

$-4-6=-4+(-6)=-10$



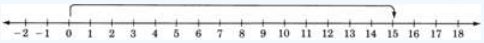
Ejemplo17.5.4

$-3-(-12)=-3+12=9$



Ejemplo17.5.5

$0-(-15)=0+15=15$



Ejemplo17.5.6

La alta temperatura hoy en Lake Tahoe era de 26F. Se espera que la baja temperatura de esta noche sea −7F. ¿Cuántos grados se espera que baje la temperatura?
Necesitamos encontrar la diferencia entre 26 y −7.

$26-(-7)=26+7=33$

Por lo tanto, la caída de temperatura esperada es de 33F.

Ejemplo17.5.7

\ (\ begin {alineado}
-6- (-5) -10 &=-6+5+ (-10)\\
& =(-6+5) + (-10)\\
&=-1+ (-10)\\
&=-11
\ end {alineado}\)

Conjunto de práctica A

Realizar las restaciones.

Problema de práctica17.5.1

$9-6$

Responder

3

Problema de práctica17.5.2

$6-9$

Responder

-3

Problema de práctica17.5.3

$0-7$

Responder

-7

Problema de práctica17.5.4

$1-14$

Responder

-13

Problema de práctica17.5.5

$-8-12$

Responder

-20

Problema de práctica17.5.6

$-21-6$

Responder

-27

Problema de práctica17.5.7

$-6-(-4)$

Responder

-2

Problema de práctica17.5.8

$8-(-10)$

Responder

18

Problema de práctica17.5.9

$1-(-12)$

Responder

13

Problema de práctica17.5.10

$86-(-32)$

Responder

118

Problema de práctica17.5.11

$0-16$

Responder

-16

Problema de práctica17.5.12

$0-(-16)$

Responder

16

Problema de práctica17.5.13

$0-(8)$

Responder

-8

Problema de práctica17.5.14

$5-(-5)$

Responder

10

Problema de práctica17.5.15

$24-(-(-24))$

Responder

0

Ejercicios

Para los siguientes ejercicios, realice las operaciones indicadas.

Ejercicio17.5.1

$8-3$

Responder

5

Ejercicio17.5.2

$12-7$

Responder

5

Ejercicio17.5.3

$5-6$

Responder

-1

Ejercicio17.5.4

$14-30$

Ejercicio17.5.5

$2-15$

Responder

-13

Ejercicio17.5.6

$5-18$

Responder

-13

Ejercicio17.5.7

$1-7$

Responder

-6

Ejercicio17.5.8

$4-11$

Ejercicio17.5.9

$-6-5$

Responder

-11

Ejercicio17.5.10

$-8-14$

Ejercicio17.5.11

$-1-12$

Responder

-13

Ejercicio17.5.12

$-4-4$

Ejercicio17.5.13

$-6-8$

Responder

-14

Ejercicio17.5.14

$-1-12$

Responder

-13

Ejercicio17.5.15

$-5-(-3)$

Responder

-2

Ejercicio17.5.16

$-11-(-8)$

Ejercicio17.5.17

$-7-(-12)$

Responder

5

Ejercicio17.5.18

$-2-(-10)$

Ejercicio17.5.19

$-4-(-15)$

Responder

11

Ejercicio17.5.20

$-11-(-16)$

Ejercicio17.5.21

$-1-(-6)$

Responder

5

Ejercicio17.5.22

$-8-(-14)$

Ejercicio17.5.23

$-15-(-10)$

Responder

-5

Ejercicio17.5.24

$-11-(-4)$

Ejercicio17.5.25

$-16-(-8)$

Responder

-8

Ejercicio17.5.26

$-12-(-11)$

Ejercicio17.5.27

$0-6$

Responder

-6

Ejercicio17.5.28

$0-15$

Ejercicio17.5.29

$0-(-7)$

Responder

7

Ejercicio17.5.30

$0-(-10)$

Ejercicio17.5.31

$67-38$

Responder

29

Ejercicio17.5.32

$142-85$

Ejercicio17.5.33

$816-1140$

Responder

-324

Ejercicio17.5.34

$105-421$

Ejercicio17.5.35

$-550-(-121)$

Responder

-429

Ejercicio17.5.36

$-15.016-(4.001)$

Ejercicio17.5.37

$-26+7-52$

Responder

-71

Ejercicio17.5.38

$-15-21-(-2)$

Ejercicio17.5.39

$-104-(-216)-(-52)$

Responder

164

Ejercicio17.5.40

$-0.012-(-0.111)-(0.035)$

Ejercicio17.5.41

$[5+(-6)]-[2+(-4)]$

Responder

1

Ejercicio17.5.42

$[2+(-8)]-[5+(-7)]$

Ejercicio17.5.43

$[4+(-11)]-[2+(-10)]$

Responder

1

Ejercicio17.5.44

$[9+(-6)]-[4+(-12)]$

Ejercicio17.5.45

$(11-8)-(1-6)$

Responder

8

Ejercicio17.5.46

$(5-12)-(4-10)$

Ejercicio17.5.47

$(1-10)-(2-15)$

Responder

4

Ejercicio17.5.48

$(0-8)-(4-12)$

Ejercicio17.5.49

$(-4+7)-(2-5)$

Responder

6

Ejercicio17.5.50

$(-6+2)-(5-11)$

Ejercicio17.5.51

$[-8+(-5+3)]-[9-(-3-5)]$

Responder

-27

Ejercicio17.5.52

$[-4+(-1+6)]-[7-(-6-1)]$

Ejercicio17.5.53

$[2-(-6+10)]-[1-(2-11)]$

Responder

-12

Ejercicio17.5.54

$[5-(-2-5)]-[2-(-1-4)]$

Ejercicio17.5.55

Cuando una máquina en particular está funcionando correctamente, su medidor leerá 34. Si un rodamiento roto en la máquina hace que la lectura del medidor baje 45 unidades, ¿cuál es la lectura del medidor?

Responder

-11

? Ejercicio17.5.56

La baja temperatura hoy en Denver fue de −4F y la alta fue de 42F. ¿Cuál es la diferencia de temperatura?

Ejercicios para revisión

? Ejercicio17.5.57

Utilice la propiedad distributiva para expandir$4x(5y+11)$

Responder

$20xy+44x$

? Ejercicio17.5.58

Simplificar$\frac{2(3x^2y^2)^3(2x^4y^3)^0}{27x^4y^3}$. Supongamos$x\neq 0, y\neq 0$

? Ejercicio17.5.59

Simplificar$|-(4^2+2^2-3^2)|$.

Responder

11

? Ejercicio17.5.60

Encuentra la suma. $-8+(-14)$

? Ejercicio17.5.61

Encuentra la suma. $3+(-6)$.

Responder

-3

This page titled 17.5: Resta de números firmados is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.5: Subtraction of Signed Numbers** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.6: Multiplicación y división de números firmados

Visión general

- Multiplicación de números firmados
- División de Números Firmados

Multiplicación de números firmados

Consideremos primero el producto de dos números positivos.

Multiplicar:$3 \cdot 5$
$3 \cdot 5$ medias$5+5+5=15$.

Esto sugiere que

(número positivo)· (número positivo) número= positivo.

Ahora considere el prod {sssssssssssssssuct de un número positivo y un número negativo.

Multiplicar:$(3)(-5)$.
$(3)(-5)$significa$(-5)+(-5)+(-5)=-15$.

Esto sugiere que

(número positivo)· (número negativo) número= negativo

De manera más breve,$(+)(-)=-$.

Por la propiedad conmutativa de la multiplicación, obtenemos:

(número negativo)· (número positivo) número= negativo)

Más brevemente,$(-)(+)=-$

El signo del producto de dos números negativos se puede determinar utilizando la siguiente ilustración: Multiplicar-2 por, respectivamente,$4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4$Observe que cuando el multiplicador disminuye en1, el producto aumenta en2.

\ (\ izquierda. \ begin {array} {l}
4 (-2) =-8\\
3 (-2) =-6\\
2 (-2) =-4\\
1 (-2) =-2
\ end {array}\ right\}\ rightarrow\ text {Como sabemos,} (+) (-) =-\)

\ (
(0) (-2) = 0\ fila derecha\ texto {Como sabemos,} 0\ cdot\ texto {(cualquier número)} = 0
\)

\ (\ izquierda. \ begin {array} {l}
-1 (-2) =2\\
-2 (-2) =4\\
-3 (-2) =6\\
-4 (-2) =8
\ end {array}\ right\}\ rightarrow\ text {Este patrón sugiere} (-) (-) =+.\)

Tenemos las siguientes reglas para multiplicar números firmados.

Reglas para multiplicar números firmados

Multiplicar dos números reales que tienen

1. el **mismo signo**, multiplican sus valores absolutos. El producto es positivo.
   $(+)(+)=+$
   $(-)(-)=+$

2. **signos opuestos**, multiplican sus valores absolutos. El producto es negativo.
$(+)(-)=-$
$(-)(+)=-$

Conjunto de Muestras A

Encuentra los siguientes productos.

Ejemplo17.6.1

$8 \cdot 6$
Multiplique estos valores absolutos.

\ (\ izquierda. \ begin {array} {l}
|8|=8\\
|6|=6
\ end {array}\ right\}\ quad 8\ cdot 6=48\)

Dado que los números tienen el mismo signo, el producto es positivo.
$8 \cdot 6=+48 \mathrm{o} 8 \cdot 6=48$

Ejemplo17.6.2

$(-8)(-6)$
Multiplique estos valores absolutos.

\ (\ izquierda. \ begin {array} {l}
|-8|=8\\
|-6|=6
\ end {array}\ right\}\ quad 8\ cdot 6=48\)

Dado que los números tienen el mismo signo, el producto es positivo.
$(-8)(-6)=+48 \mathrm{o}(-8)(-6)=48$

Ejemplo17.6.3

$(-4)(7)$
Multiplique estos valores absolutos.
\ (
\ izquierda. \ begin {array} {rl}
|-4| & =4\\
|7| & =7
\ end {array}\ right\}\ quad 4\ cdot 7=28
\)
Dado que los números tienen signos opuestos, el producto es negativo.
\ (
(-4) (7) =-28
\)

Ejemplo17.6.4

$6(-3)$
Multiplique estos valores absolutos.
\ (

\ izquierda. \ begin {array} {l}
|6|=6\\
|-3|=3
\ end {array}\ right\} 6\ cdot 3=18
\)
Dado que los números tienen signos opuestos, el producto es negativo.
\ (
6 (-3) =-18
\)

Conjunto de práctica A

Encuentra los siguientes productos.

? Problema de práctica17.6.1

$3(-8)$

Responder

-24

? Problema de práctica17.6.2

$4(16)$

Responder

64

? Problema de práctica17.6.3

$(-6)(-5)$

Responder

30

? Problema de práctica17.6.4

$(-7)(-2)$

Responder

14

? Problema de práctica17.6.5

$(-1)(4)$

Responder

-4

? Problema de práctica17.6.6

$(-7)(7)$

Responder

-49

División de Números Firmados

Podemos determinar el patrón de signos para la división relacionando la división con la multiplicación. La división se define en términos de multiplicación de la siguiente manera.

Si$b \cdot c$, entonces$\frac{a}{b} = c, b \neq 0$

Por ejemplo, ya que$3 \cdot 4 = 12$, se deduce que$\frac{12}{3} = 4$.

Observe el patrón:

$$\text{Since } \underbrace{3 \cdot 4}_{b \cdot c = a} = 12, \text{ it follows that } \underbrace{\frac{12}{3}}_{\frac{a}{b} = c} = 4$$

El patrón de signos para la división sigue del patrón de signos para la multiplicación.

Dado que$\underbrace{(+)(+)}_{b \cdot c = a} = +$, se deduce que$\underbrace{\frac{(+)}{(+)}}_{\frac{a}{b} = c} = +$, es decir,

$$\frac{(\text{ positive number })}{(\text{positive number})} = \text{positive number}$$

Dado que$\underbrace{(-)(-)}_{b \cdot c = a} = +$, se deduce que$\underbrace{\frac{(+)}{(-)}}_{\frac{a}{b} = c} = -$, es decir,

$$\frac{(\text{positive number})}{(\text{negative number})} = \text{negative number}$$

Dado que$\underbrace{(+)(-)}_{b \cdot c = a} = -$, se deduce que$\underbrace{\frac{(-)}{(+)}}_{\frac{a}{b} = c} = -$, es decir,

$$\frac{(\text{ negative number })}{(\text{positive number})} = \text{negative number}$$

Ya que$\underbrace{(-)(+)}_{b \cdot c = a} = -$, se deduce que$\underbrace{\frac{(-)}{(-)}}_{\frac{a}{b} = c} = +$, es decir

$$\frac{(\text{ negative number })}{(\text{ negative number })} = \text{positive number}$$

Tenemos las siguientes reglas para dividir números firmados.

Reglas para dividir números firmados

Dividir dos números reales que tienen

el **mismo signo,** dividen sus valores absolutos. El cociente es positivo.

$$\frac{(+)}{(+)} = + \quad \frac{(-)}{(-)} = +$$

signos opuestos, dividen sus valores absolutos. El cociente es negativo.

$$\frac{(-)}{(+)} = - \quad \frac{(+)}{(-)} = -$$

Conjunto de Muestras B

Encuentra los siguientes cocientes.

Ejemplo17.6.5

$$\frac{-10}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} |-10| &= 10 \\ |2| &= 2 \end{aligned}\right\}$$ Dividir estos valores absolutos.

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$\frac{-10}{2} = -5$$ Dado que los números tienen signos opuestos, el cociente es negativo.

Ejemplo17.6.6

$$\frac{-35}{-7}$$

$$\left.\begin{aligned} |-35| &= 35 \\ |-7| &= 7 \end{aligned}\right\}$$ Dividir estos valores absolutos.

$$\frac{35}{7} = 5$$

$$\frac{-35}{-7} = -5$$ Dado que los números tienen los mismos signos, el cociente es positivo.

Ejemplo17.6.7

$$\frac{18}{-9}$$

$$\left.\begin{aligned} |18| &= 18 \\ |-9| &= 9 \end{aligned}\right\}$$ Dividir estos valores absolutos.

$$\frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{18}{-9} = -2$$ Dado que los números tienen signos opuestos, el cociente es negativo.

Set de práctica B

Encuentra los siguientes cocientes.

Problema de práctica17.6.7

$$\frac{-24}{-6}$$

Responder

4

Problema de práctica17.6.8

$$\frac{30}{-5}$$

Responder

-6

Problema de práctica17.6.9

$$\frac{-54}{27}$$

Responder

-2

Problema de práctica17.6.10

$$\frac{51}{17}$$

Responder

3

Conjunto de Muestras C

Ejemplo17.6.8

Encuentra el valor de $\frac{-6(4-7)-2(8-9)}{-(4+1)+1}$

Usando el orden de las operaciones y lo que sabemos de los números firmados, obtenemos

\ (\ begin {aligned}
\ dfrac {-6 (4-7) -2 (8-9)} {- (4+1) +1} &=\ dfrac {-6 (-3) -2 (-1)} {- (5) +1}\\
&=\ dfrac {18+2} {-5+1}\\
&=\ dfrac {20} {-4}\\
&=-5
\ end {alineado}
\)

Ejemplo17.6.9

Encontrar el valor de $z=\frac{x-u}{s}$ if $x=57, u=51$, y $s=2$

Sustituyendo estos valores obtenemos

$$z=\frac{57-51}{2}=\frac{6}{2}=3$$

Set de práctica C

Problema de práctica17.6.11

Encuentra el valor de $\dfrac{-7(4-8)+2(1-11)}{-5(1-6)-17}$

Responder

1

Problema de práctica17.6.11

Encuentra el valor de $P=\dfrac{n(n-3)}{2n}$, si $n=5$

Responder

1

Ejercicios

Encuentra el valor de cada una de las siguientes expresiones.

Ejercicio17.6.1

$(-2)(-8)$

Responder

16

Ejercicio17.6.2

$(-3)(-9)$

Ejercicio17.6.3

$(-4)(-8)$

Responder

32

Ejercicio17.6.4

$(-5)(-2)$

Ejercicio17.6.5

$(-6)(-9)$

Responder

54

Ejercicio17.6.6

$(-3)(-11)$

Ejercicio17.6.7

$(-8)(-4)$

Responder

32

Ejercicio17.6.8

$(-1)(-6)$

Ejercicio17.6.9

$(3)(-12)$

Responder

-36

Ejercicio17.6.10

$(4)(-18)$

Ejercicio17.6.11

$8(-4)$

Responder

-32

Ejercicio17.6.12

$5(-6)$

Ejercicio17.6.13

$9(-2)$

Responder

-18

Ejercicio17.6.14

$7(-8)$

Ejercicio17.6.15

$(-6)4$

Responder

-24

Ejercicio17.6.16

$(-7)6$

Ejercicio17.6.17

$(-10)9$

Responder

-90

Ejercicio17.6.18

$(-4)12$

Ejercicio17.6.19

$(10)(-6)$

Responder

-60

Ejercicio17.6.20

$(-6)(4)$

Ejercicio17.6.21

$(-2)(6)$

Responder

-12

Ejercicio17.6.22

$(-8)(7)$

Ejercicio17.6.23

$\frac{21}{7}$

Responder

3

Ejercicio17.6.24

$\frac{42}{6}$

Ejercicio17.6.25

$\frac{-39}{3}$

Responder

-13

Ejercicio17.6.26

$\frac{-20}{10}$

Ejercicio17.6.27

$\frac{-45}{-5}$

Responder

9

Ejercicio17.6.28

$\frac{-16}{-8}$

Ejercicio17.6.29

$\frac{25}{-5}$

Responder

-5

Ejercicio17.6.30

$\frac{36}{-4}$

Ejercicio17.6.31

$8-(-3)$

Responder

11

https://math.libretexts.org/@go/page/127706

? Ejercicio17.6.32

$14-(-20)$

? Ejercicio17.6.33

$20-(-8)$

Responder

28

? Ejercicio17.6.34

$-4-(-1)$

? Ejercicio17.6.35

$0-4$

Responder

-4

? Ejercicio17.6.36

$0-(-1)$

? Ejercicio17.6.37

$-6+1-7$

Responder

-12

? Ejercicio17.6.38

$15-12-20$

? Ejercicio17.6.39

$1-6-7+8$

Responder

-4

? Ejercicio17.6.40

$2+7-10+2$

Ejercicio17.6.41

$3(4-6)$

Responder

-6

Ejercicio17.6.42

$8(5-12)$

Ejercicio17.6.43

$-3(1-6)$

Responder

15

Ejercicio17.6.44

$-8(4-12)+2$

Ejercicio17.6.45

$-4(1-8)+3(10-3)$

Responder

49

Ejercicio17.6.46

$-9(0-2)+4(8-9)+0(-3)$

Ejercicio17.6.47

$6(-2-9)-6(2+9)+4(-1-1)$

Responder

-140

Ejercicio17.6.48

$\dfrac{3(4+1)-2(5)}{-2}$

Ejercicio17.6.49

$\dfrac{4(8+1)-3(-2)}{-4-2}$

Responder

-7

Ejercicio17.6.50

$$\frac{-1(3+2)+5}{-1}$$

Ejercicio17.6.51

$$\frac{-3(4-2)+(-3)(-6)}{-4}$$

Contestar

-3

Ejercicio17.6.52

$-1(4+2)$

Ejercicio17.6.53

$-1(6-1)$

Contestar

-5

Ejercicio17.6.54

$-(8+21)$

Ejercicio17.6.55

$-(8-21)$

Contestar

13

Ejercicio17.6.56

$-(10-6)$

Ejercicio17.6.57

$-(5-2)$

Contestar

-3

Ejercicio17.6.58

$-(7-11)$

Ejercicio17.6.59

$-(8-12)$

Contestar

4

Ejercicio17.6.60

$-3[(-1+6)-(2-7)]$

Ejercicio17.6.61

$-2[(4-8)-(5-11)]$

Contestar

-4

Ejercicio17.6.62

$-5[(-1+5)+(6-8)]$

Ejercicio17.6.63

$-[(4-9)+(-2-8)]$

Contestar

15

Ejercicio17.6.64

$-3[-2(1-5)-3(-2+6)]$

Ejercicio17.6.65

$-2[-5(-10+11)-2(5-7)]$

Contestar

2

Ejercicio17.6.66

$P=R-C$. Encuentra$P$ si$R=2000$ y$C=2500$.

Ejercicio17.6.67

$z=\dfrac{x-u}{s}$. Encuentra$z$ si$x=23$,$u=25$, y$s=1$.

Contestar

-2

https://math.libretexts.org/@go/page/127706

Ejercicio17.6.68

$z = \dfrac{x-u}{s}$. Encuentra$z$ si$x = 410$,$u = 430$, y$s = 2.5$.

Ejercicio17.6.69

$m = \dfrac{2s+1}{T}$. Encuentra$m$ si$s = -8$ y$T = 5$.

Contestar

-3

Ejercicio17.6.70

$m = \dfrac{2s+1}{T}$. Encuentra$m$ si$s = -10$ y$T = -5$.

Ejercicio17.6.71

$F = (p_1 - p_2)r^4 \cdot 9$. Encuentra$F$ si$p_1 = 10$,$p_2 = 8$,$r = 3$.

Contestar

1458

Ejercicio17.6.72

$F = (p_1 - p_2)r^4 \cdot 9$. Averiguar$F$ si$p_1 = 12$,$p_2 = 7$,$r = 2$

Ejercicio17.6.73

$P = n(n-1)(n-2)$. Averiguar$P$ si$n = -4$.

Contestar

-120

Ejercicio17.6.74

$P = n(n-1)(n-2)(n-3)$. Averiguar$P$ si$n = -5$.

Ejercicio17.6.75

$P = \dfrac{n(n-2)(n-4)}{2n}$. Averiguar$P$ si$n = -6$.

Contestar

40

Ejercicios para la revisión

Ejercicio17.6.76

¿Qué números naturales pueden reemplazar$x$ para que la afirmación$-4 < x \leq 3$ sea verdadera?

Ejercicio17.6.77

Simplificar$\dfrac{(x+2y)^5(3x-1)^7}{(x+2y)^3(3x-1)^6}$

Contestar

$(x+2y)^2(3x-1)$

Ejercicio17.6.78

Simplificar$(x^n y^{3t})^5$.

Ejercicio17.6.79

Encuentra la suma. $-6+(-5)$

Contestar

-11

Ejercicio17.6.80

Encuentra la diferencia$-2-(-8)$

This page titled 17.6: Multiplicación y división de números firmados is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.6: Multiplication and Division of Signed Numbers** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.7: Exponentes negativos

Descripción general

- Reciprocales
- Exponentes negativos
- Trabajar con exponentes negativos

Reciprocales

Reciprocales

Se dice que dos números reales son **recíprocos** el uno del otro si su producto es 1. Cada número real distinto de cero tiene exactamente un recíproco, como se muestra en los ejemplos a continuación. El cero no tiene recíproco.

Ejemplo17.7.1

$4 \cdot \frac{1}{4} = 1$. Esto significa que4 y$\frac{1}{4}$ son recíprocos.

Ejemplo17.7.2

$6 \cdot \frac{1}{6} = 1$. Esto significa que6 y$\frac{1}{6}$ son recíprocos.

Ejemplo17.7.3

$-2 \cdot \frac{-1}{2} = 1$. Esto significa que-2 y$-\frac{1}{2}$ son recíprocos.

Ejemplo17.7.4

$a \cdot \frac{1}{a} = 1$. Esto significa que$a$ y$\frac{1}{a}$ son recíprocos.

Ejemplo17.7.5

$x \cdot \frac{1}{x} = 1$. Esto significa que$x$ y$\frac{1}{x}$ son recíprocos.

Ejemplo17.7.6

$x^3 \cdot \frac{1}{x^3} = 1$. Esto significa quex^3 y$\frac{1}{x^3}$ son recíprocos.

Exponentes negativos

Podemos usar la idea de reciprocales para encontrar un significado para los exponentes negativos.

Considera el producto dex^3 yx^{-3}. Asumir$x \neq 0$.

$$x^3 \cdot x^{-3} = x^{3+(-3)} = x^0 = 1 \tag{17.7.1}$$

Así pues, ya que el producto dex^3 yx^{-3} es1,x^3 yx^{-3} debe ser recíprocos.

Eso también lo sabemos$x^3 \cdot \frac{1}{x^3} = 1$. (Ver problema 6 anterior.) Así,x^3 y también$\frac{1}{x^3}$ son recíprocos.

Entonces, dado quex^{-3} y$\frac{1}{x^3}$ son ambos recíprocos dex^3 y un número real puede tener sólo un recíproco, debe ser eso$x^{-3} = \frac{1}{x^3}$.

Hemos utilizado-3 como exponente, pero el proceso funciona también para todos los demás enteros negativos. Hacemos la siguiente definición. :

Definición de exponente negativo

Sin es cualquier número natural yx es cualquier número real distinto de cero, entonces:

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Conjunto de Muestras A

Escribe cada una de las siguientes para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejemplo17.7.7

$$x^{-6} = \frac{1}{x^6}$$

Ejemplo17.7.8

$$a^{-1} = \frac{1}{a^a} = \frac{1}{a}$$

Ejemplo17.7.9

$$7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

Ejemplo17.7.10

$$(3a)^{-6} = \frac{1}{(3a)^6}$$

Ejemplo17.7.11

$$(5x-1)^{-24} = \frac{1}{(5x-1)^{-24}}$$

Ejemplo17.7.12

$$(k+2x)^{-(-8)} = (k+2z)^8$$

Conjunto de práctica A

Escribe cada uno de los siguientes usando solo exponentes positivos.

Problema de práctica17.7.1

y^{-5}

Contestar

$$\frac{1}{y^5}$$

Problema de práctica17.7.2

m^{-2}

Contestar

$$\frac{1}{m^2}$$

Problema de práctica17.7.3

3^{-2}

Contestar

$$\frac{1}{9}$$

Problema de práctica17.7.4

5^{-1}

Contestar

$$\frac{1}{5}$$

Problema de práctica17.7.5

2^{-4}

Contestar

$$\frac{1}{16}$$

Problema de práctica17.7.6

$(xy)^{-4}$

Contestar

$$\frac{1}{(xy)^4}$$

Problema de práctica17.7.7

$(a+2b)^{-12}$

Contestar

$$\frac{1}{(a+2b)^{12}}$$

Problema de práctica17.7.8

$(m-n)^{-(-4)}$

Contestar

$(m-n)^4$

Nota

Es importante señalar que noa^{-n} es necesariamente un número negativo. Por ejemplo,

$3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}\ 3^{-2}\neq\ -9$

Trabajar con exponentes negativos

Los problemas del Conjunto de Muestras A sugieren la siguiente regla para trabajar con exponentes:

Factores de movimiento hacia arriba y hacia abajo

En una fracción, un **factor** se puede mover del numerador al denominador o del denominador al numerador cambiando el signo del exponente.

Conjunto de Muestras B

Escribe cada una de las siguientes para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejemplo17.7.13

$x^{-2}y^5$.

El factor sex^{-2} puede mover del numerador al denominador cambiando el exponente-2 a$+2$

$x^{-2}y^5=\frac{y^5}{x^2}$

Ejemplo17.7.14

a^9b^{-3}.

El factor seb^{-3} puede mover del numerador al denominador cambiando el exponente-3 a$+3$.

$a^9b^{-3}=\frac{a^9}{b^3}$

Ejemplo17.7.15

$\frac{a^4b^2}{c^{-6}}$.

Esta fracción se puede escribir sin exponentes negativos moviendo el factorc^{-6} al numerador.
Debemos cambiar el-6 a para$+6$ hacer legítima la mudanza.

$\frac{a^4b^2}{c^{-6}}=a^4b^2c^6$

Ejemplo17.7.16

$\frac{1}{x^{-3}y^{-2}z^{-1}}$.

Esta fracción se puede escribir sin exponentes negativos moviendo todos los factores del denominador al numerador. Cambiar el signo de cada exponente:-3 a$+3$,-2 a$+2$,-1 a$+1$.

$\frac{1}{x^{-3}y^{-2}z^{-1}} = x^3y^2z^1 = x^3y^2z$

Set de práctica B

Escribe cada una de las siguientes para que solo aparezcan exponentes positivos.

Problema de práctica17.7.9

$x^{-4}y^7$

Contestar

$\frac{y^7}{x^4}$

Problema de práctica17.7.10

$\frac{a^2}{b^{-4}}$

Contestar

a^2b^4

Problema de práctica17.7.11

$\frac{x^3y^4}{z^{-8}}$

Contestar

$x^3y^4z^8$

Problema de práctica17.7.12

$\frac{6m^{-3}n^{-2}}{7k^{-1}}$

Contestar

$\frac{6k}{7m^3n^2}$

Problema de práctica17.7.13

$\frac{1}{a^{-2}b^{-6}c^{-8}}$

Contestar

$a^2b^6c^8$

Problema de práctica17.7.14

$$\frac{3a(a-5b)^{-2}}{5b(a-4b)^5}$$

Contestar

$$\frac{3a}{5b(a-5b)^2(a-4b)^5}$$

Conjunto de Muestras C

Ejemplo17.7.17

Reescribir $\frac{24a^7b^9}{2^3a^4b^{-6}}$ de una forma más simple.

Observe que estamos dividiendo poderes con la misma base. Procederemos usando las reglas de los exponentes.

\ (
\ begin {alineado}
\ dfrac {24 a^ {7} b^ {9}} {2^ {3} a^ {4} b^ {-6}} =\ dfrac {24 a^ {7} b^ {9}} {8 a^ {4} b^ {-6}} &=3 a^ {7-4} b^ {9- (-6)}\
&=3 a^ {3} b^ {9+6}\\
&=3 a^ {3} b^ {15}
\ final {alineado}
\)

Ejemplo17.7.17

Escribe $\frac{9a^5b^3}{5x^3y^2}$ para que no aparezca denominador.

Podemos eliminar el denominador moviendo todos los factores que componen el denominador al numerador.

$9a^5b^35^{-1}x^{-3}y^{-2}$

Ejemplo17.7.17

Encuentra el valor de $\frac{1}{10^{-2}}+\frac{3}{4^{-3}}$

Podemos evaluar esta expresión eliminando los exponentes negativos.

\ (
\ begin {alineado}
\ dfrac {1} {10^ {-2}} +\ dfrac {3} {4^ {-3}} &=1\ cdot 10^ {2} +3\ cdot 4^ {3}\\
&=1\ cdot 100+3\ cdot 64\\
&=100+192\\
&=292
\ end {alineado}
\)

Set de práctica C

Problema de práctica17.7.15

Reescribir $\frac{36x^8b^3}{3^2x^{-2}b^{-5}}$ de una forma más simple.

Contestar

$4x^{10}b^8$

Problema de práctica17.7.16

Escribe $\dfrac{2^4m^{-3}n^7}{4^{-1}x^5}$ en una forma más simple y una en la que no aparezca denominador alguno.

Contestar

$64m^{-3}n^7x^{-5}$

Problema de práctica17.7.17

Encuentra el valor de $\dfrac{2}{5^{-2}}+6^{-2}\cdot 2^3\cdot 3^2$

Contestar

52

Ejercicios

Escribe las siguientes expresiones usando solo exponentes positivos. Supongamos que todas las variables no son cero.

Ejercicio17.7.1

x^{-2}

Contestar

$\dfrac{1}{x^{-2}}$

Ejercicio17.7.2

x^{-4}

Ejercicio17.7.3

x^{-7}

Contestar

$\dfrac{1}{x^7}$

Ejercicio17.7.4

a^{-8}

Ejercicio17.7.5

a^{-10}

Contestar

$$\frac{1}{a^{-10}}$$

Ejercicio17.7.6

b^{-12}

Ejercicio17.7.7

b^{-14}

Contestar

$$\frac{1}{b^{14}}$$

Ejercicio17.7.8

y^{-1}

Ejercicio17.7.9

y^{-5}

Contestar

$$\frac{1}{y^{5}}$$

Ejercicio17.7.10

$(x+1)^{-2}$

Ejercicio17.7.11

$(x-5)^{-3}$

Contestar

$$\frac{1}{(x-5)^{3}}$$

Ejercicio17.7.12

$(y-4)^{-6}$

Ejercicio17.7.13

$(a+9)^{-10}$

Contestar

$$\frac{1}{(a+9)^{10}}$$

Ejercicio17.7.14

$(r+3)^{-8}$

Ejercicio17.7.15

$(a-1)^{-12}$

Contestar

$$\frac{1}{(a-1)^{12}}$$

Ejercicio17.7.16

x^3y^{-2}

Ejercicio17.7.17

x^7y^{-5}

Contestar

$$\frac{x^7}{y^5}$$

Ejercicio17.7.18

a^4b^{-1}

Ejercicio17.7.19

a^7b^{-8}

Contestar

$$\frac{a^7}{b^8}$$

Ejercicio17.7.20

$a^2b^3c^{-2}$

Ejercicio17.7.21

$x^3y^2z^{-6}$

Contestar

$$\frac{x^3y^2}{z^6}$$

? Ejercicio17.7.22

$x^3y^{-4}z^2w$

? Ejercicio17.7.23

$a^7b^{-9}zw^3$

Contestar

$$\frac{a^7zw^3}{b^9}$$

? Ejercicio17.7.24

$a^3b^{-1}zw^2$

? Ejercicio17.7.25

$x^5y^{-5}z^{-2}$

Contestar

$$\frac{x^5}{y^5z^2}$$

? Ejercicio17.7.26

$x^4y^{-8}z^{-3}w^{-4}$

? Ejercicio17.7.27

$a^{-4}b^{-6}c^{-1}d^4$

Contestar

$$\frac{d^4}{a^4b^6c}$$

? Ejercicio17.7.28

$x^9y^{-6}z^{-1}w^{-5}r^{-2}$

? Ejercicio17.7.29

$4x^{-6}y^2$

Contestar

$$\frac{4y^2}{x^6}$$

? Ejercicio17.7.30

$5x^2y^2z^{-5}$

? Ejercicio17.7.31

$7a^{-2}b^2c^2$

Contestar

$$\frac{7b^2c^2}{a^2}$$

? Ejercicio17.7.32

$4x^3(x+1)^2y^{-4}z^{-1}$

? Ejercicio17.7.33

$7a^2(a-4)^3b^{-6}c^{-7}$

Contestar

$$\frac{7a^2(a-4)^3}{b^6c^7}$$

? Ejercicio17.7.34

$18b^{-6}(b^2-3)^{-5}c^{-4}d^5e^{-1}$

? Ejercicio17.7.35

$7(w+2)^{-2}(w+1)^3$

Contestar

$$\frac{7(w+1)^3}{(w+2)^2}$$

? Ejercicio17.7.36

$2(a-8)^{-3}(a-2)^5$

? Ejercicio17.7.37

$(x^2+3)^3(x^2-1)^{-4}$

Contestar

$$\frac{(x^2+3)^3}{(x^2-1)^4}$$

Ejercicio17.7.38

$(x^4+2x-1)^{-6}(x+5)^4$

Ejercicio17.7.39

$(3x^2-4x-8)^{-9}(2x+11)^{-3}$

Contestar

$$\frac{1}{(3x^2-4x-8)^9(2x+11)^3}$$

Ejercicio17.7.40

$(5y^2+8y-6)^{-2}(6y-1)^{-7}$

Ejercicio17.7.41

$7a(a^2-4)^{-2}(b^2-1)^{-2}$

Contestar

$$\frac{7a}{(a^2-4)^2(b^2-1)^2}$$

Ejercicio17.7.42

$(x-5)^{-4}3b^2c^4(x+6)^8$

Ejercicio17.7.43

$(y^3+1)^{-1}5y^3z^{-4}w^{-2}(y^3-1)^{-2}$

Contestar

$$\frac{5y^3}{(y^3+1)z^4w^2(y^3-1)^2}$$

Ejercicio17.7.44

$5x^3(2x^{-7})$

Ejercicio17.7.45

$3y^{-3}(9x)$

Contestar

$$\frac{27x}{y^3}$$

Ejercicio17.7.46

$6a^{-4}(2a^{-6})$

Ejercicio17.7.47

$4a^2b^2a^{-5}b^{-2}$

Contestar

$$\frac{4}{a^3}$$

Ejercicio17.7.48

$5^{-1}a^{-2}b^{-6}b^{-11}c^{-3}c^9$

Ejercicio17.7.49

$2^3x^2 2^{-3}x^{-2}$

Contestar

1

Ejercicio17.7.50

$7a^{-3}b^{-9}\cdot 5a^6bc^{-2}c^4$

Ejercicio17.7.51

$(x+5)^2(x+5)^{-6}$

Contestar

$$\frac{1}{(x+5)^4}$$

Ejercicio17.7.52

$(a-4)^3(a-4)^{-10}$

Ejercicio17.7.53

$8(b+2)^{-8}(b+2)^{-4}(b+2)^3$

Contestar

$$\frac{8}{(b+2)^9}$$

Ejercicio17.7.54

$3a^5b^{-7}(a^2+4)^{-3}6a^{-4}b(a^2+4)^{-1}(a^2+4)$

Ejercicio17.7.55

$-4a^3b^{-5}(2a^2b^7c^{-2})$

Contestar

$$\frac{-8a^5b^2}{c^2}$$

Ejercicio17.7.56

$-2x^{-2}y^{-4}z^4(-6x^3y^{-3}z)$

Ejercicio17.7.57

$(-5)^2(-5)^{-1}$

Contestar

-5

Ejercicio17.7.58

$(-9)^{-3}(9)^3$

Ejercicio17.7.59

$(-1)^{-1}(-1)^{-1}$

Contestar

1

Ejercicio17.7.60

$(4)^2(2)^{-4}$

Ejercicio17.7.61

$$\frac{1}{a^{-4}}$$

Contestar

a^4

Ejercicio17.7.62

$$\frac{1}{a^{-1}}$$

Ejercicio17.7.63

$$\frac{4}{x^{-6}}$$

Contestar

$4x^6$

Ejercicio17.7.64

$$\frac{7}{x^{-8}}$$

Ejercicio17.7.65

$$\frac{23}{y^{-1}}$$

Contestar

$23y$

Ejercicio17.7.66

$$\frac{6}{a^2b^{-4}}$$

Ejercicio17.7.67

$$\frac{3c^5}{a^3b^{-3}}$$

Contestar

$$\frac{3b^3c^5}{a^3}$$

Ejercicio17.7.68

$$\frac{16a^{-2}b^{-6}c}{2yz^{-5}w^{-4}}$$

Ejercicio17.7.69

$$\frac{24y^2z^{-8}}{6a^2b^{-1}c^{-9}d^3}$$

Contestar

$$\frac{4bc^9y^2}{a^2d^3z^8}$$

Ejercicio17.7.70

$$\frac{3^{-1}b^5(b+7)^{-4}}{9^{-1}a^{-4}(a+7)^2}$$

Ejercicio17.7.71

$$\frac{36a^6b^5c^8}{3^2a^3b^7c^9}$$

Contestar

$$\frac{4a^3}{b^2c}$$

? Ejercicio17.7.72

$$\frac{45a^4b^2c^6}{15a^2b^7c^8}$$

? Ejercicio17.7.73

$$\frac{3^3x^4y^3z}{3^2xy^5z^5}$$

Contestar

$$\frac{3x^3}{y^2z^4}$$

? Ejercicio17.7.74

$$\frac{21x^2y^2z^5w^4}{7xyz^{12}w^{14}}$$

? Ejercicio17.7.75

$$\frac{33a^{-4}b^{-7}}{11a^3b^{-2}}$$

Contestar

$$\frac{3}{a^7b^5}$$

? Ejercicio17.7.76

$$\frac{51x^{-5}y^{-3}}{3xy}$$

? Ejercicio17.7.77

$$\frac{2^6x^{-5}y^{-2}a^{-7}b^5}{2^{-1}x^{-4}y^{-2}b^6}$$

Contestar

$$\frac{128}{a^7bx}$$

? Ejercicio17.7.78

$$\frac{(x+3)^3(y-6)^4}{(x+3)^5(y-6)^{-8}}$$

? Ejercicio17.7.79

$$\frac{4x^3}{y^7}$$

Contestar

$$\frac{4x^3}{y^7}$$

? Ejercicio17.7.80

$$\frac{5x^4y^3}{a^3}$$

? Ejercicio17.7.81

$$\frac{23a^4b^5c^{-2}}{x^{-6}y^5}$$

Contestar

$$\frac{23a^4b^5x^6}{c^2y^5}$$

? Ejercicio17.7.82

$$\frac{2^3b^5c^2d^{-9}}{4b^4cx}$$

? Ejercicio17.7.83

$$\frac{10x^3y^{-7}}{3x^5z^2}$$

Contestar

$$\frac{10}{3x^2y^7z^2}$$

? Ejercicio17.7.84

$$\frac{3x^2y^{-2}(x-5)}{9^{-1}(x+5)^3}$$

? Ejercicio17.7.85

$$\frac{14a^2b^2c^{-12}(a^2+21)^{-4}}{4^{-2}a^2b^{-1}(a+6)^3}$$

Contestar

$$\frac{224b^3}{c^{12}(a^2+21)^4(a+6)^3}$$

Para los siguientes problemas, evalúe cada expresión numérica.

Ejercicio17.7.86

4^{-1}

Ejercicio17.7.87

7^{-1}

Contestar

$\frac{1}{7}$

Ejercicio17.7.88

6^{-2}

Ejercicio17.7.89

2^{-5}

Contestar

$\frac{1}{32}$

Ejercicio17.7.90

3^{-4}

Ejercicio17.7.91

$6 \cdot 3^{-3}$

Contestar

$\frac{2}{9}$

Ejercicio17.7.92

$4 \cdot 9^{-2}$

Ejercicio17.7.93

$28 \cdot 14^{-1}$

Contestar

2

Ejercicio17.7.94

$2^{-3}(3^{-2})$

Ejercicio17.7.95

$2^{-1} \cdot 3^{-1} \cdot 4^{-1}$

Contestar

$\frac{1}{24}$

Ejercicio17.7.96

$10^{-2} + 3(10^{-2})$

Ejercicio17.7.97

$(-3)^{-2}$

Contestar

$\frac{1}{9}$

Ejercicio17.7.98

$(-10)^{-1}$

Ejercicio17.7.99

$\frac{3}{2^{-3}}$

Contestar

24

Ejercicio17.7.100

$\frac{4^{-1}}{5^{-2}}$

Ejercicio17.7.101

$\frac{2^4 - 7}{4^{-1}}$

Contestar

36

Ejercicio17.7.102

$$\frac{2^{-1}+4^{-1}}{2^{-2}+4^{-2}}$$

Ejercicio17.7.103

$$\frac{21^{0}-2^{6}}{2\cdot 6-13}$$

Contestar

63

Para los siguientes problemas, escribe cada expresión para que sólo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio17.7.104

$(a^{6})^{-2}$

Ejercicio17.7.105

$(a^{5})^{-3}$

Contestar

$$\frac{1}{a^{15}}$$

Ejercicio17.7.106

$(x^{7})^{-4}$

Ejercicio17.7.107

$(x^{4})^{-8}$

Contestar

$$\frac{1}{x^{32}}$$

Ejercicio17.7.108

$(b^{-2})^{7}$

Ejercicio17.7.109

$(b^{-4})^{-1}$

Contestar

b^{4}

Ejercicio17.7.110

$(y^{-3})^{-4}$

Ejercicio17.7.111

$(y^{-9})^{-3}$

Contestar

y^{27}

Ejercicio17.7.112

$(a^{-1})^{-1}$

Ejercicio17.7.113

$(b^{-1})^{-1}$

Contestar

b

Ejercicio17.7.114

$(a^{0})^{-1}, a \neq 0$

Ejercicio17.7.115

$(m^{)})^{-1}, m \neq 0$

Contestar

1

Ejercicio17.7.116

$(x^{-3}y^{7})^{-4}$

Ejercicio17.7.117

$(x^{6}y^{6}z^{-1})^{2}$

Contestar

$$\frac{x^{12}y^{12}}{z^{2}}$$

Ejercicio17.7.118

$(a^{-5}b^{-1}c^{0})^{6}$

https://math.libretexts.org/@go/page/127707

Ejercicio17.7.119

$(\frac{y^3}{x^{-4}})^5$

Contestar

$x^{20}y^{15}$

Ejercicio17.7.120

$(\frac{a^{-8}}{b^{-6}})^3$

Ejercicio17.7.121

$(\frac{2a}{b^3})^4$

Contestar

$\frac{16a^4}{b^{12}}$

Ejercicio17.7.122

$(\frac{3b}{a^2})^{-5}$

Ejercicio17.7.123

$(\frac{5^{-1}a^3b^{-6}}{x^{-2}y^9})^2$

Contestar

$\frac{a^6x^4}{25b^{12}y^{18}}$

Ejercicio17.7.124

$(\frac{4m^{-3}n^6}{2m^{-5}n})^3$

Ejercicio17.7.125

$(\frac{r^5s^{-4}}{m^{-8}n^7})^{-4}$

Contestar

$\frac{n^{28}s^{16}}{m^{32}r^{20}}$

https://math.libretexts.org/@go/page/127707

Ejercicio17.7.126

$(\frac{h^{-2}j^{-6}}{k^{-4}p})^{-5}$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio17.7.127

Simplificar$(4x^5y^3z^0)^3$

Contestar

$64x^{15}y^9$

Ejercicio17.7.128

Encuentra la suma. $-15+3$

Ejercicio17.7.129

Encuentra la diferencia. $8-(-12)$

Contestar

20

Ejercicio17.7.130

Simplificar$(-3)(-8)+4(-5)$

Ejercicio17.7.131

Encuentra el valor de$m$ si$m=\frac{-3k-5t}{kt+6}$ cuándo$k=4$ y$t=-2$

Contestar

1

This page titled 17.7: Exponentes negativos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.7: Negative Exponents** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.8: Notación científica

Forma estándar a forma científica

Números muy grandes como$43,000,000,000,000,000,000,000$(el número de diferentes configuraciones posibles del cubo de Rubik) y números muy pequeños como$0.00000000000000000000000340$(la masa del aminoácido triptófano) son extremadamente inconvenientes para escribir y leer. Dichos números se pueden expresar de manera más conveniente escribiéndolos como parte de una potencia de 10.

Para ver cómo se hace esto, comencemos con un número algo menor como2480. Observe que

\ (\ begin {alineado}
\ underbrackets {2480} _ {\ text {Forma estándar}} &=248.0\ times 10^ {1}\\
&=24.80\ times 10^ {2}\\
&=\ underbrackets {2.480\ times 10^ {3}} _ {\ text {Forma científica}}
\ end {alineado}\)

Forma Científica

La última forma se llama la **forma científica** del número. Hay **un** dígito distinto de cero a la izquierda del punto decimal y el valor absoluto del exponente en 10 registra el número de lugares donde se movió el punto decimal original hacia la **izquierda**.

\ (\ begin {alineado}
0.00059 &=\ dfrac {0.0059} {10} =\ dfrac {0.0059} {10^ {1}} =0.0059\ times 10^ {-1}\
&=\ dfrac {0.059} {100} =\ dfrac {0.059} {10^ {2}} =0.059\ veces 10^ {-2}\\
&= dfrac {0.59} {1000} =\ dfrac {0.59} {10^ {3}} =0.59\ times 10^ {-3}\\
&=\ dfrac {5. 9} {10,000} =\ dfrac {5.9} {10^ {4}} =5.9\ times 10^ {-4}
\ end {alineado}\)

Hay **un** dígito distinto de cero a la izquierda del punto decimal y el valor absoluto del exponente de 10 registra el número de lugares donde se movió el punto decimal original hacia la **derecha**.

Notación científica

También se dice que los números escritos en forma científica están escritos usando notación científica. En **notación científica**, un número se escribe como producto de un número entre e incluyendo 1 y 10 (1 está incluido,10 no lo es) y alguna potencia de 10.

Escribir un número en notación científica

Para escribir un número en notación científica:

1. Mueva el punto decimal para que quede un dígito distinto de cero a su izquierda.
2. Multiplique el resultado por una potencia de 10 usando un exponente cuyo valor absoluto es el número de lugares donde se movió el punto decimal. Hacer que el exponente sea positivo si el punto decimal se movió hacia la izquierda y negativo si el punto decimal se movió hacia la derecha.

Conjunto de Muestras A

Escribe los números en notación científica.

Ejemplo17.8.1

981

El número981 es en realidad$981.$, y le sigue un punto decimal. En enteros, el punto decimal al final suele omitirse.

$981 = 981. = 9.81 \times 10^2$

El punto decimal es ahora dos lugares a la izquierda de su posición original, y el poder de10 es2.

Ejemplo17.8.2

$54.066 = 5.4066 \times 10^{1} = 5.4066 \times 10$

El punto decimal es un lugar a la izquierda de su posición original, y el poder de10 es1

Ejemplo17.8.3

$0.000000000004632 = 4.632 \times 10^{-12}$

El punto decimal es doce lugares a la derecha de su posición original, y el poder de10 es-12.

Ejemplo17.8.4

$0.027 = 2.7 \times 10^{-2}$

El punto decimal es dos lugares a la derecha de su posición original, y el poder de10 es-2

Conjunto de práctica A

Escribe los siguientes números en notación científica.

Problema de práctica17.8.1

346

Responder

3.46×10^{2}

Problema de práctica17.8.2

72.33

Responder

7.233×10

Problema de práctica17.8.3

5387.7965

Responder

5.3877965×10^{3}

Problema de práctica17.8.4

$87,000,000$

Responder

8.7×10^{7}

? Problema de práctica17.8.5

$179,000,000,000,000,000,000$

Responder

1.79×10^{20}

? Problema de práctica17.8.6

$100,000$

Responder

1.0×10^{5}

? Problema de práctica17.8.7

$1,000,000$

Responder

1.0×10^{6}

? Problema de práctica17.8.8

0.0086

Responder

8.6×10^{-3}

? Problema de práctica17.8.9

0.000098001

Responder

9.8001×10^{-5}

? Problema de práctica17.8.10

0.000000000000000054

Responder

5.4×10^{-17}

? Problema de práctica17.8.11

0.0000001

Responder

1.0×10^{-7}

Problema de práctica17.8.12

0.00000001

Responder

1.0×10^{-8}

Forma científica a forma estándar

Un número escrito en notación científica se puede convertir a forma estándar invirtiendo el proceso mostrado en el Conjunto de Muestras A.

Conversión de Notación Científica

Para convertir un número escrito en notación científica a un número en forma estándar, mueva el punto decimal el número de lugares prescritos por el exponente en el 10.

Exponente positivo Exponente negativo

Mueve el punto decimal a la derecha cuando tengas un exponente positivo, y mueve el punto decimal hacia la izquierda cuando tengas un exponente negativo.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo17.8.5

4.63×10^{4}

El exponente de10 es4 así que debemos mover el punto decimal a los4 lugares correctos (sumando 0's si es necesario).

$4.6730 \times 10^{4} = 46730$

Ejemplo17.8.5

2.9×10^{7}

El exponente de10 es7 así que debemos mover el punto decimal a los7 lugares correctos (sumando 0's si es necesario).

$2.9 \times 10^{7} = 29000000$

Ejemplo17.8.6

1×10^{27}

El exponente de10 es27 así que debemos mover el punto decimal a los27 lugares correctos (sumando 0's si es necesario).

$1 \times 10^{27} = 1,000,000,000,000,000,000,000,000,000$

Ejemplo17.8.7

4.21×10^{-5}

El exponente de10 es-5 así que debemos mover el punto decimal a los5 lugares de la izquierda (sumando 0's si es necesario).

$4.21 \times 10^{-5} = 0.0000421$

Ejemplo17.8.8

1.006×10^{-18}

El exponente de10 es-18 así que debemos mover el punto decimal a los18 lugares de la izquierda (sumando 0's si es necesario).

$1.006 \times 10^{-18} = 0.0000000000000000001006$

Set de práctica B

Convierta los siguientes números a forma estándar.

Problema de práctica17.8.13

9.25×10^{2}

Responder

925

Problema de práctica17.8.14

4.01×10^{5}

Responder

401000

Problema de práctica17.8.15

1.2×10^{-1}

Responder

0.12

Problema de práctica17.8.16

8.88×10^{-5}

Responder

0.0000888

Trabajar con números en notación científica

Multiplicar números usando notación científica

Hay muchas ocasiones (particularmente en las ciencias) en las que es necesario encontrar el producto de dos números escritos en notación científica. Esto se logra mediante el uso de dos de las reglas básicas del álgebra.

Supongamos que deseamos encontrar\ ((a\ times 10^n) (b\ times 10^m). Dado que la única operación es la multiplicación, podemos usar la propiedad conmutativa de la multiplicación para reorganizar los números.

\ ((a\ times 10^n) (b\ times 10^m) = (a\ times b) (10^n\ times 10^m)

Entonces, por las reglas de los exponentes,$10^{n} \times 10^{m} = 10^{n+m}$. Por lo tanto,

$(a \times 10^{n})(b \times 10^{m}) = (a \times b) \times 10^{n+m}$

El producto de no$(a \times b)$ puede estar entre1 y10, por lo tanto,$(a \times b) \times 10^{n+m}$ puede no estar en forma científica. El punto decimal en$(a \times b)$ puede tener que ser movido. Un ejemplo de esta situación está en el Conjunto de Muestras C, ejemplo 3.8.10.

Conjunto de Muestras C

Ejemplo17.8.9

\ (\ begin {alineado}
\ left (2\ times 10^ {3}\ right)\ left (4\ times 10^ {8}\ right) & =(2\ times 4)\ left (10^ {3}\ times 10^ {8}\ right)\\\
&=8\ times 10^ {3+8}\\
&=8\ times 10^ {11}
\ end {alineado}\)

Ejemplo17.8.10

\ (
\ begin {aligned}
\ left (5\ times 10^ {17}\ right)\ left (8.1\ times 10^ {-22}\ right) & =(5\ times 8.1)\ left (10^ {17}\ times 10^ {-22}\ right)\\
&=40.5\ times 10^ {17-22}\\
&=40.5\ times 10^ {-5}
\ end {alineado}
\)

Tenemos que mover el punto decimal un lugar a la izquierda para poner este número en notación científica.
Así, también debemos cambiar el exponente de10.

\ (
\ begin {array} {l}
40.5\ times 10^ {-5}\\
4.05\ times 10^ {1}\ times 10^ {-5}\\
4.05\ times\ left (10^ {1}\ times 10^ {-5}\ right)\\
4.05\ times\ left (10^ {1-5}\ right)\\
4.05\ times 10^ -4 {}
\ end {array}
\)

Así,
\ (
\ left (5\ times 10^ {17}\ right)\ left (8.1\ times 10^ {-22}\ right) =4.05\ times 10^ {-4}
\)

Set de práctica C

Realiza cada multiplicación.

Problema de práctica17.8.17

$(3 \times 10^5)(2 \times 10^{12})$

Responder

6×10^{17}

? Problema de práctica17.8.18

$(1 \times 10^{-4})(6 \times 10^{24})$

Responder

6×10^{20}

? Problema de práctica17.8.19

$(5 \times 10^{18})(3 \times 10^{6})$

Responder

1.5×10^{25}

? Problema de práctica17.8.20

$(2.1 \times 10^{-9})(3 \times 10^{-11})$

Responder

6.3×10^{-20}

Ejercicios

Convertir los números utilizados en los siguientes problemas a notación científica.

? Ejercicio17.8.1

El monte Kilimanjaro es la montaña más alta de África. Tiene 5890 metros de altura.

Responder

5.89×10^{3}

? Ejercicio17.8.2

El planeta Marte está a unos 222,900,000,000 metros del sol.

? Ejercicio17.8.3

Hay una galaxia de forma irregular, llamada NGC 4449, que se encuentra a unos 250,000,000,000,000,000,000,000 metros de la tierra.

Responder

2.5×10^{23}

? Ejercicio17.8.4

El objeto más lejano que los astrónomos han podido ver (a partir de 1981) es un cuásar llamado 3C427. Parece haber una bruma más allá de este cuásar que parece marcar el límite visual del universo. Quasar 3C427 se encuentra a una distancia de 110,000,000,000,000,000,000,000,000 metros de la tierra.

Ejercicio17.8.5

Los insectos más pequeños conocidos son aproximadamente del tamaño de un grano de arena típico. Tienen aproximadamente 0.0002 metros de longitud (2 diezmilésimas de metro).

Responder

2×10^{-4}

Ejercicio17.8.6

Los átomos como hidrógeno, carbono, nitrógeno y oxígeno tienen aproximadamente 0.0000000001 metros de ancho.

Ejercicio17.8.7

La isla de Manhattan, en Nueva York, tiene unos 57,000 metros cuadrados de superficie.

Responder

5.7×10^{4}

Ejercicio17.8.8

La segunda luna más grande de Saturno es Ña. Rhea tiene una superficie de alrededor de 735.000 metros cuadrados, aproximadamente la misma superficie que Australia.

Ejercicio17.8.9

Una estrella, llamada Epsilon Aurigae B, tiene un diámetro (distancia a través) de 2,800,000,000,000 metros. Este diámetro produce una superficie aproximada de 24,630,000,000,000,000,000,000,000 metros cuadrados. Esta estrella es lo que los astrónomos llaman un gigante rojo y es el gigante rojo más grande conocido. Si Epsilon Aurigae se colocara en la posición del sol, su superficie se extendería hasta el planeta Urano.

Responder

2.8×10^{12},2.463×10^{25}

Ejercicio17.8.10

El volumen del planeta Venus es de 927,590,000,000,000,000,000 metros cúbicos.

Ejercicio17.8.11

La masa promedio de una hembra estadounidense recién nacida es de aproximadamente 3360 gramos.

Contestar

3.36×10^{3}

Ejercicio17.8.12

El cerebro más grande jamás medido fue el de un cachalote. Tenía una masa de 9200 gramos.

Ejercicio17.8.13

La masa de la torre Eiffel en París, Francia, es de 8.000.000 gramos.

Contestar

8×10^{6}

Ejercicio17.8.14

En 1981, una compañía japonesa construyó el petrolero más grande hasta la fecha. El barco tiene una masa de alrededor de 510,000,000,000 gramos. Este petrolero es más de 6 veces más masivo que el portaaviones estadounidense, U.S.S. Nimitz.

Ejercicio17.8.15

En la constelación de Virgo, hay un cúmulo de unas 2500 galaxias. La masa combinada de estas galaxias es de 150,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000 gramos.

Contestar

1.5×10^{62}

Ejercicio17.8.16

La masa de una ameba es de aproximadamente 0.000004 gramos.

Ejercicio17.8.17

Las células en el hígado humano tienen masas de aproximadamente 0.000000008 gramos.

Contestar

8×10^{-9}

Ejercicio17.8.18

El espermatozoide humano tiene una masa de aproximadamente 0.000000000017 gramos.

Ejercicio17.8.19

La proteína principal del músculo es la miosina. La miosina tiene una masa de 0.00000000000000000103 gramos.

Contestar

1.03×10^{-18}

Ejercicio17.8.20

Los aminoácidos son moléculas que se combinan para formar moléculas proteicas. El aminoácido triptófano tiene una masa de 0.0000000000000000000000340 gramos.

Ejercicio17.8.21

Un átomo del elemento químico bromo tiene 35 electrones. La masa de un átomo de bromo es 0.00000000000000000000000031 gramo.

Contestar

3.1×10^{-26}

? Ejercicio17.8.22

Los físicos están realizando experimentos que esperan que determinen la masa de una pequeña partícula llamada neutrino. Se sospecha que los neutrinos tienen masas de aproximadamente 0.00000000000000000000000000000001 gramo.

? Ejercicio17.8.23

El tiempo aproximado que tarda un ser humano en morir de asfixia es de 316 segundos.

Contestar

3.16×10^{2}

? Ejercicio17.8.24

En promedio, la mosca doméstica macho vive 1,468,800 segundos (17 días).

? Ejercicio17.8.25

El aluminio-26 tiene una vida media de 740.000 años.

Contestar

7.4×10^{5}

? Ejercicio17.8.26

El manganeso-53 tiene una vida media de 59,918,000,000,000 segundos (1,900,000 años).

? Ejercicio17.8.27

En su órbita alrededor del sol, la tierra se mueve una distancia un pie y medio en aproximadamente 0.0000316 segundos.

Contestar

3.16×10^{-5}

? Ejercicio17.8.28

Un pi-mesón es una partícula subatómica que tiene una vida media de aproximadamente 0.0000000261 segundos.

? Ejercicio17.8.29

Una partícula subatómica llamada pión neutro tiene una vida media de aproximadamente 0.0000000000000001 segundo.

Contestar

1×10^{-16}

Ejercicio17.8.30

Cerca de la superficie de la tierra, la velocidad del sonido es de 1195 pies por segundo.

Para los siguientes problemas, convierta los números de notación científica a forma decimal estándar.

Ejercicio17.8.31

El sol está a unos1×10^{8} metros de la tierra.

Contestar

100,000,000

Ejercicio17.8.32

La masa de la tierra es de aproximadamente5.98×10^{27} gramos.

Ejercicio17.8.33

La luz viaja alrededor de5.866×10^{12} millas en un año.

Contestar

5,866,000,000,000

Ejercicio17.8.34

Un año es de unos3×10^{7} segundos.

Ejercicio17.8.35

El cubo de Rubik tiene alrededor de4.3×10^{19} diferentes configuraciones.

Contestar

43,000,000,000,000,000,000

Ejercicio17.8.36

Un fotón es una partícula de luz. Una bombilla de 100 vatios emite1×10^{20} fotones cada segundo.

Ejercicio17.8.37

Hay aproximadamente6×10^{7} células en la retina del ojo humano.

Contestar

60,000,000

Ejercicio17.8.38

Un automóvil que viaja a una velocidad promedio recorrerá una distancia aproximadamente igual a la longitud de la uña más pequeña en3.16×10^{-4} segundos.

Ejercicio17.8.39

Un ribosoma de **E. coli** tiene una masa de aproximadamente4.7×10^{-19} gramos.

Contestar

0.00000000000000000047

Ejercicio17.8.40

Una mitocondria es el elemento productor de energía de una célula. Una mitocondria tiene unos1.5×10^{-6} metros de diámetro.

Ejercicio17.8.41

Hay una especie de ranas en Cuba que alcanzan una longitud de como máximo1.25×10^{-2} metros.

Contestar

0.0125

Realizar las siguientes operaciones.

Ejercicio17.8.42

$(2 \times 10^{4})(3 \times 10^{5})$

Ejercicio17.8.43

$(4 \times 10^{2})(8 \times 10^{6})$

Contestar

3.2×10^{9}

Ejercicio17.8.44

$(6 \times 10^{14})(6 \times 10^{-10})$

Ejercicio17.8.45

$(3 \times 10^{-5})(8 \times 10^{7})$

Contestar

2.4×10^{3}

Ejercicio17.8.46

$(2 \times 10^{-1})(3 \times 10^{-5})$

Ejercicio17.8.47

$(9 \times 10^{-5})(1 \times 10^{-11})$

Contestar

9×10^{-16}

Ejercicio17.8.48

$(3.1 \times 10^{4})(3.1 \times 10^{-6})$

Ejercicio17.8.49

$4.2 \times 10^{-12})(3.6 \times 10^{-20})$

Contestar

1.512×10^{-31}

Ejercicio17.8.50

$(1.1 \times 10^{6})^{2}$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio17.8.51

¿Qué enteros pueden reemplazar$x$ para que la sentencia$-6 < x < -2$ sea verdadera?

Contestar

$-5, -4, -3$

Ejercicio17.8.52

Simplificar$(5x^{2}y^{4})(2xy^{5})$

Ejercicio17.8.53

Determinar el valor de$-[-(-|-5|)]$.

Contestar

-5

Ejercicio17.8.54

Escribe\(\dfrac{x^3y^{-5}}{z^{-4}}\) para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio17.8.55

Escribe$(2z+1)^{3}(2z+1)^{-5}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Contestar

$$\frac{1}{(2z+1)^{2}}$$

FFFF

This page titled 17.8: Notación científica is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.8: Scientific Notation** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.9: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Números positivos y negativos
Un número se denota como **positivo** si va precedido directamente por un signo “+” o ningún signo en absoluto. Un número se denota como negativo si va precedido directamente de un signo “–”.

Opuestos
Los **opuestos** son números que están a la misma distancia de cero en la recta numérica pero que tienen signos opuestos.

Propiedad Doble Negativa
$-(-a)=a$

Valor absoluto (Geométrico)
El valor absoluto de un número a, denotado |a|, es la distancia de a a a 0 en la recta numérica.

Valor Absoluto (Algebraico)
\ (|a|=\ left\ {\ begin {array} {cl}
a &\ text {if} a\ geq 0\\
-a &\ text {if} a<0
\ end {array}\ right.\)

Suma **de números firmados**
Para sumar dos números con **signos**
similares, agregue los valores absolutos de los números y asocie el signo común con la suma.
a diferencia de los signos, restar el valor absoluto menor del valor absoluto mayor y asociar el signo del valor absoluto mayor con la diferencia.

Suma con 0
0+cualquier número=ese número en particular, es decir, 0+a=a para cualquier número real a.

Identidad aditiva
Dado que agregar 0 a un número real deja ese número sin cambios, 0 se denomina identidad aditiva.

Definición de resta
$a-b=a+(-b)$

Resta de Números
Signos Para realizar la resta$a-b$, sumar lo contrario de$b$ aa, es decir, cambiar el signo de b y sumar.

Multiplicación y División de Números Signos
\ (\ begin {array} {l}
(+) (+) =+\ dfrac {(+)} {(+)} =+\ dfrac {(+)} {(-)} =-\\
(-) (-) =+\\
(+) (-) =-\\
(-) =-\ dfrac {(-)} {(-)} =+\ dfrac {(-)} {(+)} =-
\ end {array}\)

Reciprocales

Dos números son recíprocos entre sí si su producto es1. Los números4 y$\frac{1}{4}$ son recíprocos desde entonces$(4)\ (\frac{1}{4})=1$.

Exponentes negativos

Sin es cualquier número natural yx es cualquier número real distinto de cero, entonces$x^{-n}=\frac{1}{x^n}$.

Escribir un número en notación científica
Para escribir un número en notación científica:

1. Mueva el punto decimal para que quede un dígito distinto de cero a su izquierda.

2. Multiplique el resultado por una potencia de 10 usando un exponente cuyo valor absoluto es el número de lugares donde se movió el punto decimal. Hacer que el exponente sea positivo si el punto decimal se movió hacia la izquierda y negativo si el punto decimal se movió hacia la derecha.

Convertir de la notación científica: exponente positivo

Para convertir un número escrito en notación científica a un número en forma estándar cuando hay un exponente **positivo** como la potencia de 10, mueva el punto decimal a la **derecha** el número de lugares prescritos por el exponente en el 10.

Exponente negativo

Para convertir un número escrito en notación científica a un número en forma estándar cuando haya un exponente **negativo** como la potencia de 10, mueva el punto decimal a la **izquierda** el número de lugares prescritos por el exponente en el 10.

This page titled 17.9: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.9: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.10: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Números firmados

Para los siguientes problemas, encuentra$-a$ si$a$ es

¿cuántos ejercicios?

Ejercicio17.10.1

27

Contestar

-27

Ejercicio17.10.2

-15

Ejercicio17.10.3

$-\frac{8}{9}$

Contestar

$\frac{8}{9}$

Ejercicio17.10.4

$-(-3)$

Ejercicio17.10.5

k

Contestar

$-k$

Valor Absoluto

Simplifica los siguientes problemas.

Ejercicio17.10.6

$|8|$

Ejercicio17.10.7

$|-3|$

Contestar

3

Ejercicio17.10.8

$-|16|$

Ejercicio17.10.9

$-(-|12|)$

Contestar

12

Ejercicio17.10.10

$-|0|$

Adición de Números Signados - Multiplicación y División de Números Firmados

Simplifica los siguientes problemas.

Ejercicio17.10.11

$4+(-6)$

Contestar

-2

Ejercicio17.10.12

$-16+(-18)$

Ejercicio17.10.13

$3-(-14)$

Contestar

17

Ejercicio17.10.14

$(-5)(2)$

Ejercicio17.10.15

$(-6)(-3)$

Contestar

18

Ejercicio17.10.16

$(-1)(-4)$

Ejercicio17.10.17

$(4)(-3)$

Contestar

-12

Ejercicio17.10.18

$\frac{-25}{5}$

Ejercicio17.10.19

$\frac{-100}{-10}$

Contestar

10

Ejercicio17.10.20

$16-18+5$

Ejercicio17.10.21

$\frac{(-2)(-4)+10}{-5}$

Contestar

$-\frac{18}{5}$

Ejercicio17.10.22

$\frac{-3(-8+4)-12}{4(3+6)-2(-8)}$

Ejercicio17.10.23

$\frac{-1(-3-2)-4(-4)}{-13+10}$

Contestar

-7

Ejercicio17.10.24

$-(2-10)$

Ejercicio17.10.25

$0-6(-4)(-2)$

Contestar

-48

Multiplicación y división de números firmados

Encuentra el valor de cada expresión para los siguientes problemas.

Ejercicio17.10.26

$P=R-C$. Encuentra$P$ si$R=3000$ y$C=3800$.

Ejercicio17.10.27

$z=\dfrac{x-u}{s}$. Averiguar$z$ si$x=22, u=30,$ y$s=8$.

Contestar

-1

Ejercicio17.10.28

$P=n(n-1)(n-2)$. Encuentra$P$ si$n=-3$.

Exponentes negativos

Escribe las expresiones para los siguientes problemas usando solo exponentes positivos.

Ejercicio17.10.29

a^{-1}

Contestar

$\dfrac{1}{a}$

Ejercicio17.10.30

c^{-6}

Ejercicio17.10.31

$a^3b^{-2}c^{-5}$

Contestar

$\dfrac{a^3}{b^2c^5}$

Ejercicio17.10.32

$(x+5)^{-2}$

Ejercicio17.10.33

$x^3y^2(x-3)^{-7}$

Contestar

$$\frac{x^3y^2}{(x-3)^7}$$

Ejercicio17.10.34

$4^{-2}a^{-3}b^{-4}c^5$

Ejercicio17.10.35

$2^{-1}x^{-1}$

Contestar

$$\frac{1}{2x}$$

Ejercicio17.10.36

$(2x+9)^{-3}7x^4y^{-5}z^{-2}(3x-1)^2(2x+5)^{-1}$

Ejercicio17.10.37

$(-2)^{-1}$

Contestar

$$\frac{1}{-2}$$

Ejercicio17.10.38

$$\frac{1}{x^{-4}}$$

Ejercicio17.10.39

$$\frac{7x}{y^{-3}z^{-2}}$$

Contestar

$7xy^3z^2$

Ejercicio17.10.40

$$\frac{4c^{-2}}{b^{-6}}$$

Ejercicio17.10.41

$$\frac{3^{-2}a^{-5}b^{-9}c^{2}}{x^{2}y^{-4}z^{-1}}$$

Contestar

$$\frac{c^{2}y^{4}z}{9a^{5}b^{9}x^{2}}$$

Ejercicio17.10.42

$$\frac{(z-6)^{-2}}{(z+6)^{-4}}$$

Ejercicio17.10.43

$$\frac{16a^{5}b^{-2}}{-2a^{3}b^{-5}}$$

Contestar

$$-8a^{2}b^{3}$$

Ejercicio17.10.44

$$\frac{-44x^{3}y^{-6}z^{-8}}{-11x^{-2}y^{-7}z^{-8}}$$

Ejercicio17.10.45

$$8^{-2}$$

Contestar

$$\frac{1}{64}$$

Ejercicio17.10.46

$$9^{-1}$$

Ejercicio17.10.47

$$2^{-5}$$

Contestar

$$\frac{1}{32}$$

Ejercicio17.10.48

$(x^3)^{-2}$

Ejercicio17.10.49

$(a^2b)^{-3}$

Contestar

$$\frac{1}{a^6b^3}$$

Ejercicio17.10.50

$(x^{-2})^{-4}$

Ejercicio17.10.51

$(c^{-1})^{-4}$

Contestar

c^4

Ejercicio17.10.52

$(y^{-1})^{-1}$

Ejercicio17.10.53

$(x^3y^{-4}z^{-2})^{-6}$

Contestar

$$\frac{y^{24}z^{12}}{x^{18}}$$

Ejercicio17.10.54

$$(\frac{x^{-6}}{y^{-2}})^{-5}$$

Ejercicio17.10.55

$$(\frac{2b^{-7}c^{-8}d^4}{x^{-2}y^3z})^{-4}$$

Contestar

$$\frac{b^{28}c^{32}y^{12}z^4}{16d^{16}x^8}$$

Notación científica

Escribe los siguientes problemas usando no científico

Ejercicio17.10.56

8739

Ejercicio17.10.57

73567

Contestar

7.3567×10^4

Ejercicio17.10.58

21,000

Ejercicio17.10.59

746,000

Contestar

7.46×10^5

Ejercicio17.10.60

8866846

Ejercicio17.10.61

0.0387

Contestar

3.87×10^{-2}

Ejercicio17.10.62

0.0097

Ejercicio17.10.63

0.376

Contestar

3.76×10^{-1}

Ejercicio17.10.64

0.0000024

? Ejercicio17.10.65

0.000000000000537

Contestar

5.37×10^{-13}

? Ejercicio17.10.66

46,000,000,000,000,000

Convertir los siguientes problemas de forma científica a forma estándar.

? Ejercicio17.10.67

3.87×10^{5}

Contestar

387,000

? Ejercicio17.10.68

4.145×10^{4}

? Ejercicio17.10.69

6.009×10^{7}

Contestar

60,090,000

? Ejercicio17.10.70

1.80067×10^{6}

? Ejercicio17.10.71

3.88×10^{-5}

Contestar

0.0000388

? Ejercicio17.10.72

4.116×10^{-2}

? Ejercicio17.10.73

8.002×10^{-12}

Contestar

0.000000000008002

Ejercicio17.10.74

7.36490×10^{-14}

Ejercicio17.10.75

2.101×10^{15}

Contestar

2,101,000,000,000,000

Ejercicio17.10.76

6.7202×10^{26}

Ejercicio17.10.77

1×10^{6}

Contestar

1,000,000

Ejercicio17.10.78

1×10^{7}

Ejercicio17.10.79

1×10^{9}

Contestar

1,000,000,000

Encuentra el producto para los siguientes problemas. Escribir el resultado en notación científica.

Ejercicio17.10.80

$(1 \times 10^{5})(2 \times 10^{3})$

Ejercicio17.10.81

$(3 \times 10^{6})(7 \times 10^{7})$

Contestar

2.1×10^{14}

Ejercicio17.10.82

$(9 \times 10^{2})(3 \times 10^{75})$

Contestar

2.7×10^{78}

Ejercicio17.10.83

$(1 \times 10^{4})(1 \times 10^{5})$

Ejercicio17.10.84

$(8 \times 10^{-3})(3 \times 10^{-6})$

Contestar

2.4×10^{-8}

Ejercicio17.10.85

$9 \times 10^{-5})(2 \times 10^{-1})$

Ejercicio17.10.86

$(3 \times 10^{-2})(7 \times 10^{2})$

Contestar

2.1×10^{1}

Ejercicio17.10.87

$(7.3 \times 10^{4})(2.1 \times 10^{-8})$

Ejercicio17.10.88

$(1.06 \times 10^{-16})(2.815 \times 10^{-12})$

Contestar

2.9839×10^{-28}

Ejercicio17.10.89

$(9.3806 \times 10^{52})(1.009 \times 10^{-31})$

This page titled 17.10: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.10: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

17.11: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Simplifica las expresiones para los siguientes problemas.

? Ejercicio17.11.1

$-\{-[(-6)]\}$

Responder

-6

? Ejercicio17.11.2

$-|-15|$

Responder

-15

? Ejercicio17.11.3

$-[|-12|-10]^2$

Responder

-4

? Ejercicio17.11.4

$-5(-6)+4(-8)-|-5|$

Responder

-7

? Ejercicio17.11.5

$$\frac{3(-8)-(-2)(-4-5)}{(-2)(-3)}$$

Responder

-7

? Ejercicio17.11.6

$-|7|-(2)^2+(-2)^2$

Responder

-7

Ejercicio17.11.7

$$\frac{-6(2)(-2)}{-(-5-3)}$$

Responder

3

Ejercicio17.11.8

$$\frac{-2\{[(-2-3)][-2]\}}{-3(4-2)}$$

Responder

5

Ejercicio17.11.9

Si $z=\dfrac{x-u}{s}$, z es $x=14, u=20$, y $s=2$.

Responder

-3

Al simplificar los términos para los siguientes problemas, escriba cada uno para que sólo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio17.11.10

$$\frac{1}{-(-5)^{-3}}$$

Responder

125

Ejercicio17.11.11

$$\frac{5x^3y^{-2}}{x^{-4}}$$

Responder

$$\frac{5x^3z^4}{y^2}$$

Ejercicio17.11.12

$2^{-2}m^6(n-4)^{-3}$

Responder

$$\frac{m^6}{4(n-4)^3}$$

Ejercicio17.11.13

$4a^{-6}(2a^{-5})$

Responder

$$\frac{8}{a^{11}}$$

Ejercicio17.11.14

$$\frac{6^{-1}x^3y^{-5}z^{-3}}{y^{-5}}$$

Responder

$$\frac{1}{6}$$

Ejercicio17.11.15

$$\frac{(k-6)^2(k-6)^{-4}}{(k-6)^3}$$

Responder

$$\frac{1}{(k-6)^5}$$

Ejercicio17.11.16

$$\frac{(y+1)^3(y-3)^4}{(y+1)^5(y-3)^{-8}}$$

Responder

$$\frac{(y-3)^{12}}{(y+1)^2}$$

Ejercicio17.11.17

$$\frac{(3^{-6})(3^2)(3^{-10})}{(3^{-5})(3^{-9})}$$

Responder

1

Ejercicio17.11.18

$(a^4)^{-3}$

Responder

$$\frac{1}{a^{12}}$$

Ejercicio17.11.19

$[\frac{r^6 s^{-2}}{m^{-5} n^4}]^{-4}$

Responder

$\frac{n^{16} s^8}{m^{20} r^{24}}$

Ejercicio17.11.20

$(c^0)^{-2}, c \neq 0$

Responder

1

Ejercicio17.11.21

Escribir 0.000271 usando notación científica.

Responder

2.71×10^{-4}

Ejercicio17.11.22

Escribir8.90×10^5 en forma estándar.

Responder

890,000

Ejercicio17.11.23

Encuentra el valor de$(3 \times 10^5)(2 \times 10^2)$.

Responder

6000

Ejercicio17.11.24

Encuentra el valor de$(4 \times 10^{-16})^2$

Responder

1.6×10^{-31}

Ejercicio17.11.25

Sik es un entero negativo, ¿es$-k$ un entero positivo o negativo?

Responder

un entero positivo

This page titled 17.11: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **3.11: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

18: Expresiones y ecuaciones algebraicas

18.1: Objetivos
18.2: Expresiones algebraicas
18.3: Ecuaciones
18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones
18.5: Combinar polinomios usando suma y resta
18.6: Combinar polinomios usando multiplicación
18.7: Productos Binomiales Especiales
18.8: Terminología asociada a ecuaciones
18.9: Resumen de conceptos clave
18.10: Suplemento de ejercicio
18.11: Examen de Aptitud

This page titled 18: Expresiones y ecuaciones algebraicas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

18.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Expresiones algebraicas

- estar familiarizado con las expresiones algebraicas
- entender la diferencia entre un término y un factor
- estar familiarizado con el concepto de factores comunes
- conocer la función de un coeficiente

Ecuaciones

- entender el significado de una ecuación
- ser capaz de realizar evaluaciones numéricas

Clasificación de Expresiones y Ecuaciones

- estar familiarizado con polinomios
- ser capaz de clasificar polinomios y ecuaciones polinómicas

Combinación de polinomios mediante suma y resta

- entender el concepto de términos similares
- ser capaz de combinar términos similares
- ser capaz de simplificar expresiones que contienen paréntesis

Combinar polinomios usando multiplicación

- ser capaz de multiplicar un polinomio por un monomio
- ser capaz de simplificar + (a+b) + (a+b) y − (a+b) - (a+b)
- ser capaz de multiplicar un polinomio por un polinomio

Productos Binomiales Especiales

- poder expandir (a+b) 2 (a+b) 2, (a−b) 2 (a-b) 2, y (a+b) (a+b) (a+b) (a+b) (a+b)

Terminología Asociada a Ecuaciones

- ser capaz de identificar las variables independientes y dependientes de una ecuación
- ser capaz de especificar el dominio de una ecuación

This page titled 18.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.2: Expresiones algebraicas

Expresiones algebraicas

Expresión algebraica

Una **expresión algebraica** es un número, una letra o una colección de números y letras junto con signos significativos de operación.

Expresiones

Las expresiones algebraicas a menudo se denominan simplemente **expresiones**, como en los siguientes ejemplos:

Ejemplo 18.2.1

$x+4$ es una expresión

Ejemplo 18.2.2

$7y$ es una expresión

Ejemplo 18.2.3

$\dfrac{x-3x^2y}{7+9x}$ es una expresión.

Ejemplo 18.2.4

El número 8 es una expresión. 8 se puede escribir con signos explícitos de operación escribiéndolo como $8+0$ o $8\cdot 1$.

$3x^2+6=4x-1$ **no** es una expresión, es una **ecuación**. Estudiaremos ecuaciones en la siguiente sección.

Términos y Factores

Términos

En una expresión algebraica, las cantidades unidas por signos $+$ "" se llaman **términos.**

En algunas expresiones aparecerá que los términos están unidos por "$-$" signos. Debemos tener en cuenta que la resta es suma de lo negativo, es decir $a-b=a+(-b)$.

Un concepto importante que todos los estudiantes de álgebra deben conocer es la diferencia entre **términos** y **factores**.

Factores

Cualquier número o símbolo que se multiplique entre sí son factores de su producto.

Los términos son partes de **sumas** y, por lo tanto, se unen por signos de suma (o resta).
Los factores son partes de los **productos** y por lo tanto se unen por signos de multiplicación.

Conjunto de Muestras A

Identificar los términos en las siguientes expresiones.

Ejemplo 18.2.5

$3x^4 + 6x^2 + 5x + 8$

La expresión tiene cuatro términos: $3x^4, 6x^2, 5x, 8$

Ejemplo 18.2.6

$15y^8$

En esta expresión sólo hay un término. El término es $15y^8$.

Ejemplo 18.2.7

$14x^5y + (a+3)^2$.

En esta expresión hay dos términos: los términos son $14x^5y$ y $(a+3)^2$. Observe que el término en sí $(a+3)^2$ está compuesto por dos factores similares, cada uno de los cuales está compuesto por los dos términos, a y 3.

Ejemplo 18.2.8

$m^3 - 3$

Usando nuestra definición de resta, esta expresión se puede escribir en la forma $m^3 + (-3)$. Ahora podemos ver que los términos son m^3 y -3.

En lugar de reescribir la expresión cuando ocurre una resta, podemos identificar términos más rápidamente asociando el $-$ signo $+$ o con la cantidad individual.

Ejemplo 18.2.9

$p^4 - 7p^3 - 2p - 11$.

Asociando el signo con las cantidades individuales vemos que los términos de esta expresión son $p^4, -7p^3, -2p$, y -11.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica 18.2.1

Digámoslo otra vez. La diferencia entre términos y factores es que los términos se unen por signos y los factores se unen por signos.

Responder

suma, multiplicación

Enumere los términos en las siguientes expresiones.

Problema de práctica 18.2.2

$4x^2 - 8x + 7$

Responder

$4x^2, -8x, 7$

Problema de práctica18.2.3

$2xy+6x^2+(x-y)^4$

Responder

$2xy, 6x^2, (x-y)^4$

Problema de práctica18.2.4

$5x^2+3x-3xy^7+(x-y)(x^3-6)$

Responder

$5x^2, 3x, -3xy^7, (x-y)(x^3-6)$

Conjunto de Muestras B

Identificar los factores en cada término.

Ejemplo18.2.10

$9a^2-6a-12$ contiene tres términos. Algunos de los factores en cada término son

primer término:9 ya^2, o9 ya ya

segundo término:-6 ya

tercer término:-12 y1, o,12 y-1

Ejemplo18.2.10

$14x^5y+(a+3)^2$ contiene dos términos. Algunos de los factores de estos términos son

primer término:$14, x^5, y$

segundo término:$(a+3)$ y$(a+3)$

Set de práctica B

Problema de práctica18.2.5

En la expresión$8x^2-5x+6$, enumere los factores de:

primer término:
segundo término:
tercer término:

Responder

$8, x, x$

$-5, x$

6 and 1o3 and 2

Problema de práctica18.2.6

En la expresión$10+2(b+6)(b-18)^2$, enumere los factores de:

primer término:
segundo término:

tercer término:

Responder

10 and $1o5$ and 2

$2, b+6, b-18, b-18$

Factores Comunes

Factores Comunes

En ocasiones, cuando observamos cuidadosamente una expresión, notaremos que algún factor particular aparece en cada término. Cuando observamos esto, decimos que estamos observando **factores comunes**. Utilizamos la frase **factores comunes** ya que el factor particular que observamos es común a todos los términos de la expresión. El factor aparece en todos y cada uno de los términos en la expresión.

Conjunto de Muestras C

Nombrar los factores comunes en cada expresión.

Ejemplo18.2.11

$5x^3-7x^3+14x^3$

El factor x^3 aparece en todos y cada uno de los términos. La expresión x^3 es un factor común.

Ejemplo18.2.12

$4x^2+7x$

El factor$x$ aparece en cada término. El término$4x^2$ es en realidad$4xx$. Así,x es un factor común.

Ejemplo18.2.13

$12xy^2-9xy+15$

El único factor común a los tres términos es el número 3. (Observe que$12=3\cdot 4,\ 9=3\cdot 3,\ 15=3\cdot 5$.

Ejemplo18.2.14

$3(x+5)-8(x+5)$.

El factor$(x+5)$ aparece en cada término. Entonces,$(x+5)$ es un factor común.

Ejemplo18.2.15

$45x^3(x-7)^2+15x^2(x-7)-20x^2(x-7)^5$.

El número5, elx^2, y el$(x-7)$ aparecen en cada término. También,$5x^2(x-7)$ es también un factor (ya que cada una de las cantidades individuales se une por un signo de multiplicación). Así,$5x^2(x-7)$ es un factor común.

Ejemplo18.2.16

$10x^2+9x-4$

No hay factor que aparezca en todos y cada uno de los términos. De ahí que no existan factores comunes en esta expresión.

Set de práctica C

Enumere, si aparece alguno, los factores comunes en las siguientes expresiones.

Problema de práctica18.2.7

$x^2+5x^2-9x^2$

Responder

x^2

Problema de práctica18.2.8

$4x^2-8x^3+16x^4-24x^5$

Responder

$4x^2$

Problema de práctica18.2.9

$4(a+1)^3+10(a+1)$

Responder

$2(a+1)$

Problema de práctica18.2.10

$9ab(a-8)-15a(a-8)^2$

Responder

$3a(a-8)$

Problema de práctica18.2.11

$14a^2b^2c(c-7)(2c+5)+28c(2c+5)$

Responder

$14c(2c+5)$

Problema de práctica18.2.12

$6(x^2-y^2)+19x(x^2+y^2)$

Responder

No hay factor común.

Coeficientes

Coeficiente

En álgebra, como ahora sabemos, a menudo se usa una letra para representar alguna cantidad. Supongamos que representamos alguna cantidad por la letra$x$. La notación$5x$ significa$x+x+x+x+x$. Ahora podemos ver que tenemos cinco de estas

cantidades. En la expresión$5x$, el número5 se llama el **coeficiente numérico** de la cantidad$x$. A menudo, el coeficiente numérico se llama simplemente el coeficiente. El **coeficiente** de una cantidad registra cuántas de esa cantidad hay.

Conjunto de Muestras D

Ejemplo18.2.17

$12x$significa que hay$12x$'s.

Ejemplo18.2.18

$4ab$significa queab hay cuatro.

Ejemplo18.2.19

$10(x-3)$significa que$x-3)$ hay diez.

Ejemplo18.2.20

$1y$significa que hay uno$y$. Normalmente escribimos solo$y$ en lugar de$1y$ ya que está claro solo estar buscando que solo hay uno y.

Ejemplo18.2.21

$7a^3$significa quea^3 hay siete.

Ejemplo18.2.22

$5ax$significa queax hay cinco. También podría significar que$5ax$ hay. Este ejemplo nos muestra que es importante para nosotros tener muy claro en qué cantidad estamos trabajando. Cuando veamos la expresión 5ax debemos preguntarnos "¿Estamos trabajando con la cantidadax o la cantidad$x$?".

Ejemplo18.2.23

$6x^2y^9$significa quex^2y^9 hay seis. También podría significar que$6x^2y^9$ hay. Incluso podría significar que$6y^9x^2$ hay.

Ejemplo18.2.24

$5x^3(y-7)$significa que$x^3(y-7)$ hay cinco. También podría significar que$5x^3(x-7)$ hay. También podría significar que $5(x-7)x^3$ hay.

Set de Práctica D

Problema de práctica18.2.13

¿Qué nos dice el coeficiente de una cantidad?
La Diferencia Entre Coeficientes y Exponentes Es importante tener en cuenta la diferencia entre coeficientes y exponentes.
Los coeficientes registran el número de términos similares en una expresión algebraica. $\underbrace{x+x+x+x}_{\text{4 terms}} = \underbrace{4x}_{\text{coefficient is 4}}$

Los exponentes registran el número de factores similares en un término. $\underbrace{x\cdot x\cdot x\cdot x}_{\text{4 factors}} = \underbrace{x^4}_{\text{exponent is 4}}$

En un término, el coeficiente de un grupo particular de factores es el grupo restante de factores.

Responder

Cuantas de esa cantidad hay.

Juego de Muestras E

Ejemplo18.2.25

$3x$

El coeficiente de$x$ es3.

Ejemplo18.2.26

$6a^3$

El coeficiente dea^3 es6.

Ejemplo18.2.27

$9(4-a)$

El coeficiente de$(4-a)$ es9.

Ejemplo18.2.28

$\frac{3}{8}xy^4$.

El coeficiente dexy^4 es$\frac{3}{8}$

Ejemplo18.2.25

$3x^2y$.

El coeficiente dex^2y es3; el coeficiente de$y$ es$3x^2$; y el coeficiente de3 esx^2y.

Ejemplo18.2.25

$4(x+y)^2$.

El coeficiente de$(x+y)^2$ es4; el coeficiente de4 es$(x+y)^2$; y el coeficiente de$(x+y)$ es$4(x+y)$ ya se$4(x+y)^2$ puede escribir como$4(x+y)(x+y)$.

Set de práctica E

Problema de práctica18.2.14

Determinar los coeficientes.
En el término$6x^3$, el coeficiente de:

(a)x^3 es.

b)6 es.

Responder

(a)6

b)x^3

Problema de práctica18.2.15

En el término$3x(y-1)$, el coeficiente de

(a)$x(y-1)$ es.

b)$(y-1)$ es.

(c)$3(y-1)$ es.

d)x es.

(e)3 es.

f) El coeficiente numérico es.

Responder

(a)3

b)$3x$

c)x

(d)$3(y-1)$

e)$x(y-1)$

f)3

Problema de práctica18.2.16

En el término$10ab^4$, el coeficiente de

(a)ab^4 es.

b)b^4 es.

(c)a es.

d)10 es.

(e)$10ab^3$ es.

Responder

a)10

b)$10a$

c)$10b^4$

d)ab^4

e)b

Ejercicios

Para las expresiones en los siguientes problemas, escriba el número de términos que aparecen y luego enumere los términos.

Ejercicio18.2.1

¿Qué es una expresión algebraica?

Responder

Una expresión algebraica es un número, una letra o una colección de números y letras junto con signos significativos de operación.

Ejercicio18.2.2

¿Por qué se considera que el número 14 es una expresión?

Ejercicio18.2.3

¿Por qué se$x$ considera que el número es una expresión?

Responder

$x$es una expresión porque es una letra (ver la definición).

Para los siguientes problemas, enumere, en caso de que aparezca alguno, los factores comunes en las expresiones.

Ejercicio18.2.4

$2x+1$

Ejercicio18.2.5

$6x-10$

Responder

dos

$6x,-10$

Ejercicio18.2.6

$2x^3+x-15$

Ejercicio18.2.7

$5x^2+6x-2$

Responder

tres

$5x^2, 6x, -2$

Ejercicio18.2.8

$3x$

Ejercicio18.2.9

$5cz$

Responder

uno

$5cz$

Ejercicio18.2.10

2

Ejercicio18.2.11

61

Responder

uno

61

Ejercicio18.2.12

x

Ejercicio18.2.13

$4y^3$

Responder

uno

$4y^3$

Ejercicio18.2.14

$17ab^2$

Ejercicio18.2.15

$a+1$

Responder

dos

$a, 1$

Ejercicio18.2.16

$(a+1)$

Ejercicio18.2.17

$2x+x+7$

Responder

tres

$2x, x, 7$

Ejercicio18.2.18

$2x+(x+7)$

Ejercicio18.2.19

$(a+1)+(a-1)$

Responder

dos

$(a+b),(a-1)$

Ejercicio18.2.20

$a+1+(a-1)$

Para los siguientes problemas, enumere, en caso de que aparezca alguno, los factores comunes en las expresiones.

Ejercicio18.2.21

$x^2+5x^2-2x^2$

Responder

x^2

Ejercicio18.2.22

$11y^3-33y^3$

Ejercicio18.2.23

$45ab^2+9b^2$

Responder

$9b^2$

Ejercicio18.2.24

$6x^2y^3+18x^2$

Ejercicio18.2.25

$2(a+b)-3(a+b)$

Responder

$(a+b)$

Ejercicio18.2.26

$14ab^2c^2(c+8)+12ab^2c^2$

Responder

$2ab^2c^2$

Ejercicio18.2.27

$4x^2y+5a^2b$

Ejercicio18.2.28

$9a(a-3)^2+10b(a-3)$

Responder

$(a-3)$

Ejercicio18.2.29

$15x^2-30xy^2$

Ejercicio18.2.30

$12a^3b^2c-7(b+1)(c-a)$

Responder

no hay factores comunes

Ejercicio18.2.31

$0.06ab^2+0.03a$

Ejercicio18.2.32

$5.2(a+7)^2+17.1(a+7)$

Responder

$(a+7)$

Ejercicio18.2.33

$\frac{3}{4}x^2y^2z^2+\frac{3}{8}x^2z^2$

Ejercicio18.2.34

$\frac{9}{16}(a^2-b^2)+\frac{9}{32}(b^2-a^2)$

Responder

$\frac{9}{32}$

Para los siguientes problemas, tenga en cuenta cuántos:

Ejercicio18.2.35

$a$está en$4a$?

Ejercicio18.2.36

$z$está en$12z$?

Responder

12

Ejercicio18.2.37

x^2está en$5x^2$?

Ejercicio18.2.38

y^3está en$6y^3$?

Responder

6

Ejercicio18.2.39

xyestá en$9xy$?

Ejercicio18.2.40

a^2bestá en$10a^2b$?

Responder

10

Ejercicio18.2.41

$(a+1)$está en$4(a+1)$?

Ejercicio18.2.42

$(9+y)$está en$8(9+y)$?

Responder

8

Ejercicio18.2.43

y^2está en$3x^3y^2$?

Ejercicio18.2.44

$12x$está en$12x^2y^5$?

Responder

xy^5

Ejercicio18.2.45

$(a+5)$está en$2(a+5)$?

Ejercicio18.2.46

$(x-y)$está en$5x(x-y)$?

Responder

$5x$

Ejercicio18.2.47

$(x+1)$está en$8(x+1)$?

Ejercicio18.2.48

2está en$2x^2(x-7)$?

Contestar

$x^2(x-7)$

Ejercicio18.2.49

$3(a+8)$está en$6x^2(a+8)^3(a-8)$?

Para los siguientes problemas, se dará un término seguido de un grupo de sus factores. Enumere el coeficiente del grupo de factores dado.

Ejercicio18.2.50

$7y;y$

Contestar

7

Ejercicio18.2.51

$10x;x$

Ejercicio18.2.52

$5a;5$

Contestar

a

Ejercicio18.2.53

$12a^2b^3c^2r^7; a^2c^2r^7$

Ejercicio18.2.54

$6x^2b^2(c-1); c-1$

Contestar

$6x^2b^2$

Ejercicio18.2.55

$10x(x+7)^2; 10(x+7)$

Ejercicio18.2.56

$9a^2b^5; 3ab^3$

Contestar

$3ab$

Ejercicio18.2.57

$15x^4y^4(z+9a)^3; (z+9a)$

Ejercicio18.2.58

$(-4)a^6b^2; ab$

Contestar

$(-4)a^5b$

Ejercicio18.2.59

$(-11a)(a+8)^3(a-1); (a+8)^2$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio18.2.60

Simplificar$[\frac{2x^8(x-1)^5}{x^4(x-1)^2}]^4$

Contestar

$16x^{16}(x-1)^{12}$

Ejercicio18.2.61

Suministrar la frase que falta. El valor absoluto habla de la cuestión de y no “de qué manera”.

Ejercicio18.2.62

Encuentra el valor de $-[-6(-4-2)+7(-3+5)]$.

Contestar

-50

Ejercicio18.2.63

Encuentra el valor de $\dfrac{2^5-4^2}{3^{-2}}$

Ejercicio18.2.64

Expresar 0.0000152 utilizando notación científica.

Contestar

1.52×10^{-5}

This page titled 18.2: Expresiones algebraicas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.2: Algebraic Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

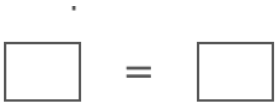
18.3: Ecuaciones

Ecuaciones

Ecuación

Una ecuación es una declaración de que dos expresiones algebraicas son iguales

Una ecuación se compone de tres partes.



Cada una de las casillas representa una expresión algebraica. Una ecuación consiste en dos expresiones separadas por un signo igual. El signo igual hace la afirmación de que las dos expresiones son equivalentes, es decir, representan el mismo valor. Por ejemplo:

Ejemplo 18.3.1

$f = 32a$

La ecuación expresa la relación entre las variables f y a. Afirma que el valor de f es siempre 32 veces el de a.

Ejemplo 18.3.2

$y = 6x + 8$

La ecuación expresa la relación entre las variables x y y. Afirma que el valor de y es siempre 8 más que 6 veces el valor de x.

Evaluación Numérica

Evaluación Numérica

La **evaluación numérica** es el proceso de determinar un valor sustituyendo números por letras.

Fórmulas

En diversas áreas (negocios, estadística, física, química, astronomía, sociología, psicología, etc.), las ecuaciones particulares ocurren con bastante frecuencia. Tales ecuaciones se llaman **fórmulas**. La evaluación numérica se utiliza frecuentemente con fórmulas.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo 18.3.3

$f = 32a$. Determinar el valor de f es $a = 2$

$f = 32(2)$. Reemplazar a por 2.

$= 64$

Ejemplo 18.3.4

$p = \dfrac{10,000}{v}$.

Esta ecuación química expresa la relación entre la presión p de un gas y el volumen v de un gas.

Determinar el valor de$p$ if$v = 500$.

$p = \dfrac{10,000}{500}$ Reemplazar$v$ por500

Ejemplo18.3.5

$z = \dfrac{x - u}{s}$.

Esta ecuación estadística expresa la relación entre las variables$z$, x, u, ys. Determinar el valor de$z$ is$x = 41$,$u = 45$, y$s = 1.3$. Redondear a dos decimales.

$$\begin{aligned} z &= \frac{41 - 45}{1.3} \\ &= \frac{-4}{1.3} \\ &= -3.08 \end{aligned}$$

Ejemplo18.3.6

$p = 5w^3 + w^2 - w - 1$.

Esta ecuación expresa la relación entre$p$ yw. Determinar el valor de$p$ if$w = 5$.

$$\begin{aligned} p &= 5(5)^3 + (5)^2 - (5) - 1 \\ &= 5(125) + 25 - (5) - 1 \\ &= 625 + 25 - 5 - 1 \\ &= 644 \end{aligned}$$

Conjunto de práctica A

Problema de práctica18.3.1

$f = 32a$. Determinar el valor de$f$ if$a = 6$.

Contestar

192

Problema de práctica18.3.2

$p = \dfrac{10,000}{v}$. Determinar el valor de$p$ is$v = 250$.

Contestar

40

Problema de práctica18.3.3

$F = \dfrac{9}{5}C + 32$. Determinar el valor de$F$ si$C = 10$

Contestar

50

Problema de práctica18.3.4

$y = -9x - 14$. Determinar el valor de$y$ if$x = -3$.

Contestar

13

Problema de práctica18.3.5

$m = 5p^3 - 2p + 7$. Determinar el valor de$m$ if$p = -2$.

Contestar

-29

Ejercicios

Para los siguientes problemas, observar las ecuaciones y exponer la relación que se está expresando.

Ejercicio18.3.1

$x = 6y$

Contestar

El valor de$x$ es igual a seis veces el valor de$y$.

Ejercicio18.3.2

$y = x + 4$

Ejercicio18.3.3

$e = g - 9$

Contestar

$e$es igual a9 menos que el valor de$g$.

Ejercicio18.3.4

$y = x - 7$

Ejercicio18.3.5

$3t = 6s$

Contestar

El valor de tres veces$t$ es igual a seis veces$s$.

Ejercicio18.3.6

$u = v^5$

Ejercicio18.3.7

$r = \frac{2}{9}s$

Contestar

El valor de$r$ es igual a dos novena veces el valor de$s$.

Ejercicio18.3.8

$b = \frac{3}{4}a$

Ejercicio18.3.9

$f = 0.97k + 55$

Contestar

El valor de$f$ es igual a55 más de$\frac{97}{100}$ veces el valor de$k$.

Ejercicio18.3.10

$w = 4z^3 - 21$

Ejercicio18.3.11

$q^2 = 9x^8 + 2y$

Contestar

El valor deq^2 es igual a nueve veces el valor dex^8 más dos veces el valor de$y$.

Ejercicio18.3.12

$I = m^2qb^5 + 3.115p$

Utilizar la evaluación numérica de las ecuaciones para los siguientes problemas.

Ejercicio18.3.13

Geometría (circunferencia de un círculo)
$C = 2\pi r$. Buscar$C$ siπ se aproxima por3.14 y$r = 5$

Contestar

31.4

Ejercicio18.3.14

Geometría (área de un rectángulo)

$A = lw$. Encuentra$A$ si$l = 15$ y$w = 9$.

Ejercicio18.3.15

Electricidad (corriente en un circuito)

$I = \dfrac{E}{R}$. Encuentra$I$ si$E = 21$ y$R = 7$.

Contestar

3

Ejercicio18.3.16

Electricidad (corriente en un circuito)

$I = \dfrac{E}{R}$. Encuentra$I$ si$E = 106$ y$R = 8$.

Ejercicio18.3.17

Negocios (interés simple)

$I = prt$. Encuentra$I$ si$p = 3000$,$r = 0.12$, y$t = 1$.

Contestar

360

Ejercicio18.3.18

Negocios (interés simple)

$I = prt$. Encuentra$I$ si$p = 250$,$r = 0.07$, y$t = 6$.

Ejercicio18.3.19

Geometría (área de un paralelogramo)

$A = bh$. Encuentra$A$ si$b = 16$ y$h = 6$.

Contestar

96

Ejercicio18.3.20

Geometría (área de un triángulo)

$A = \dfrac{1}{2}bh$. Encuentra$A$ si$b = 25$ y$h = 10$.

Ejercicio18.3.21

Geometría (perímetro de un rectángulo)

$P = 2l + 2w$. Encuentra$P$ si$l = 3$ y$w = 1$.

Contestar

8

Ejercicio18.3.22

Geometría (perímetro de un rectángulo)

$P = 2l + 2w$. Encuentra$P$ si$l = 74$ y$w = 16$.

Ejercicio18.3.23

Geometría (perímetro de un rectángulo)

$P = 2l + 2w$. Encuentra$P$ si$l = 8\frac{1}{4}$ y$w = 12\frac{8}{9}$.

Contestar

$42\frac{5}{18}$

Ejercicio18.3.24

Física (fuerza)

$F = 32m$. Encuentra$F$ si$m = 6$.

Ejercicio18.3.25

Física (fuerza)

$F = 32m$. Encuentra$F$ si$m = 14$.

Contestar

448

Ejercicio18.3.26

Física (fuerza)

$F = 32m$. Encuentra$F$ si$m = 14$.

Responder

448

Ejercicio18.3.27

Física (fuerza)

$F = 32m$. Encuentra$F$ si$m = 6.42$.

Responder

205.44

Ejercicio18.3.28

Física (momentum)

$p = mv$. Averiguar$p$ si$m = 18$ y$v = 5$

Ejercicio18.3.29

Física (momentum)

$p = mv$. Averiguar$p$ si$m = 44$ y$v = 9$

Responder

396

Ejercicio18.3.30

Física (momentum)

$p = mv$. Averiguar$p$ si$m = 9.18$ y$v = 16.5$

Ejercicio18.3.31

Física (energía)

$E = \frac{1}{2}mv^2$. Encuentra$E$ si$m = 12$ y$v = 5$.

Responder

150

Ejercicio18.3.32

Física (energía)

$E = \frac{1}{2}mv^2$. Encuentra$E$ si$m = 8$ y$v = 15$.

Ejercicio18.3.33

Física (energía)

$E = \frac{1}{2}mv^2$. Encuentra$E$ si$m = 24.02$ y$v = 7$.

Responder

588.49

Ejercicio18.3.34

Astronomía (ley de Kepler del movimiento planetario)

$P^2 = ka^3$. EncuentraP^2 si$k = 1$ y$a = 4$.

Ejercicio18.3.35

Astronomía (ley de Kepler del movimiento planetario)

$P^2 = ka^3$. EncuentraP^2 si$k = 8$ y$a = 31$.

Responder

238,328

Ejercicio18.3.36

Astronomía (ley de Kepler del movimiento planetario)

$P^2 = ka^3$. EncuentraP^2 si$k = 4$ y$a = 5.1$.

Ejercicio18.3.37

Astronomía (ley de Kepler del movimiento planetario)

$P^2 = ka^3$. EncuentraP^2 si$k = 53.7$ y$a = 0.7$.

Responder

18.4191

Ejercicio18.3.38

Negocios (ganancias, ingresos y costos)

$P = R - C$. Encuentra$P$ si$R = 3100$ y$C = 2500$.

Ejercicio18.3.39

Negocios (ganancias, ingresos y costos)

$P = R - C$. Encuentra$P$ si$R = 4240$ y$C = 3590$.

Responder

650

Ejercicio18.3.40

Geometría (área de un círculo)

$A = \pi r^2$. Encuentra$A$ siπ es aproximadamente3.14 y$r = 3$.

Ejercicio18.3.41

Geometría (área de un círculo)

$A = \pi r^2$. Encuentra$A$ siπ es aproximadamente3.14 y$r = 11$.

Responder

379.94

Ejercicio18.3.42

$t = 21x + 6$. Encuentra$t$ si$x = 3$

Ejercicio18.3.43

$t = 21x + 6$. Encuentra$t$ si$x = 97$

Responder

$2,043$

Ejercicio18.3.44

$E = mc^2$. Encuentra$E$ si$m = 2$ y$c = 186,000$.

Ejercicio18.3.45

$E = mc^2$. Encuentra$E$ si$m = 5$ y$c = 186,000$.

Responder

1.7298×10^{11}.

Ejercicio18.3.46

Un objeto viaja en una línea horizontal. La distancia que recorre se representa$d$ y se mide en metros. La ecuación que relaciona el tiempo de viaje$t$, y la distancia de viaje$d$,, es
$d = t2 - 4t + 20$
Determinar la distancia recorrida por el objeto si ha estado en movimiento durante6 segundos.

Ejercicio18.3.47

En medicina, existen varias reglas generales utilizadas por los médicos para determinar la dosis de un niño,D_c, de un medicamento en particular. Una de esas reglas, la Regla de Young, relaciona la dosis de un medicamento para un niño con la dosis de un adulto de ese medicamento,D_a. La regla de Young es

$$D_c = \frac{t}{t+12} \cdot D_a$$

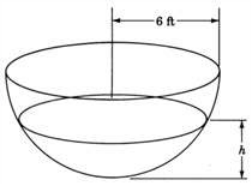
donde$t$ es la edad del niño en años. ¿Qué se debe administrar a un niño de 8 años si la dosis correspondiente para adultos es de 15 unidades?

Responder

6 unidades

Ejercicio18.3.48

Un tanque de agua hemisférico de6 pies de radio tiene agua goteando en él. La ecuación que relaciona el volumen$V$,, de agua en el tanque en cualquier momento es$V = 6\pi h^2 - \pi 3h^3$, donde$h$ representa la profundidad del agua. Utilizando3.14 para aproximar el número irracionalπ, determinar el volumen de agua en el tanque cuando la profundidad del agua es3 pies.



Ejercicio18.3.49

La ecuación$W = 3.51L - 192$ ha sido establecida por la Comisión Ballenera Internacional para relacionar el peso,W (en toneladas largas), de una ballena azul madura con su longitud,L (en pies). La ecuación sólo se usa cuando$L \geq 70$. Cuando las ballenas
$0 < L < 70$
azules son consideradas inmaduras. Al nacer, una ballena azul mide aproximadamente24 pies de largo. Determinar el peso de una ballena azul que mide83 pies de longitud.

Responder

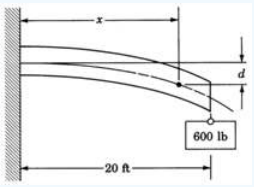
99.33toneladas

? Ejercicio18.3.50

Existe una relación entre la longitud de una viga en voladizo y la cantidad que se desvía cuando se fija un peso a su extremo. Si una viga en voladizo de20 pies de largo tiene un peso en600 libras unido a su extremo, la ecuación que relaciona la longitud de la viga y la cantidad de deflexión es

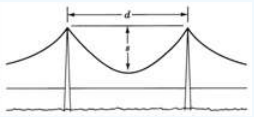
$$d = \frac{60x^2 - x^3}{16,000}$$

donde$d$ es la cantidad de deflexión medida en pulgadas yx es la longitud desde la parte soportada de la viga hasta algún punto de la viga en el que se mide la cantidad de deflexión. Encuentra la cantidad de deflexión de los17 pies de la viga desde el extremo soportado.



? Ejercicio18.3.51

Existe una relación entre la longitud de un cable de puente colgante que se asegura entre dos soportes verticales y la cantidad de pandeo del cable. Si representamos la longitud del cable por$c$, la distancia horizontal entre los soportes verticales por$d$, y la cantidad de pandeo por$s$, la ecuación es$c = d + \frac{8s^2}{3d} - \frac{32s^4}{5d^3}$. Si la distancia horizontal entre los dos soportes verticales es 190 pies y la cantidad de pandeo en un cable que está suspendido entre los dos soportes es20 pies, ¿cuál es la longitud del cable?



Responder

195.46474

Ejercicios para revisión

? Ejercicio18.3.52

Simplificar$(4x^3y^8)(3x^2y)$

? Ejercicio18.3.53

Simplificar$-|-8|$

Responder

-8

Ejercicio18.3.54

Encuentra el valor de$4^{-2} \cdot 8^2 - 3^2$.

Ejercicio18.3.55

Para la expresión$5(a+b)+2x^2$, escribir el número de términos que aparecen y luego escribir los términos ellos mismos.

Responder

$2; 5(a+b), 2x^2$

Ejercicio18.3.56

¿Cuántosxy^3 hay adentro$5x^2y^5$?

This page titled 18.3: Ecuaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.3: Equations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones

Polinomios

Polinomios

Consideremos la colección de todas las expresiones algebraicas que no contienen variables en los denominadores de fracciones y donde todos los exponentes en las cantidades variables son números enteros. Las expresiones de esta colección se denominan **polinomios.**

Algunas expresiones que **son** polinomios son

Ejemplo18.4.1

$3x^4$

Ejemplo18.4.2

$\frac{2}{5}x^2y^6$

Se produce una fracción, pero no aparece ninguna variable en el denominador.

Ejemplo18.4.3

$5x^3+3x^2-2x+1$

Algunas expresiones que **no son** polinomios son

Ejemplo18.4.4

$\frac{3}{x}-16$

Una variable aparece en el denominador

Ejemplo18.4.5

$4x^2-5x+x^{-3}$

Un exponente negativo aparece en una variable

Clasificación de polinomios

Los polinomios se pueden clasificar utilizando dos criterios: el número de términos y el grado del polinomio.

Número de términos	Nombre	Ejemplo	Comentar
Uno	Monmial	$4x^2$	**mono** significa “uno” en griego
Dos	Binomial	$4x^2-7x$	**bi** significa “dos” en latín
Tres	Trinomio	$4x^2-7x+3$	**Tri** significa “tres” en griego
Cuatro o más	Polinomio	$4x^3-7x^2+3x-1$	**Poly** significa “muchos” en griego

Grado de un Término que Contiene Una Variable

El **grado de un término** que contiene solo **una** variable es el valor del exponente de la variable. Los exponentes que aparecen en los números no afectan el grado del término. Consideramos solo el exponente de la variable. Por ejemplo:

Ejemplo 18.4.6

$5x^3$ es un monomio de grado 3.

Ejemplo 18.4.7

$60a^5$ es un monomio de grado 5.

Ejemplo 18.4.8

$21b^2$ es un monomio de grado 2

Ejemplo 18.4.9

8 es un monomio de grado 0. Decimos que un número distinto de cero es un término de 0 grado ya que podría escribirse como $8x^0$. Ya que $x^0 = 1 (x \neq 0)$, $8x^0 = 8$. El exponente sobre la variable es 0 así que debe ser de grado 0. (Por convención, el número no 0 tiene título.)

Ejemplo 18.4.10

$4x$ es un monomio de primer grado. $4x$ podría escribirse como $4x^1$. El exponente sobre la variable es 1 así que debe ser de primer grado.

Grado de un Término que Contiene Varias Variables

El grado de un término que contiene **más** de una variable es la **suma** de los exponentes de las variables, como se muestra a continuación.

Ejemplo 18.4.11

$4x^2y^5$ es un monomio de grado $2 + 5 = 7$. Se trata de un monomio de 7º grado.

Ejemplo 18.4.12

$37ab^2c^6d^3$ es un monomio de grado $1 + 2 + 6 + 3 = 12$. Se trata de un monomio de 12 grados.

Ejemplo 18.4.13

$5xy$ es un monomio de grado $1 + 1 = 2$. Se trata de un monomio de 2do grado.

Grado de un polinomio

El **grado de un polinomio** es el grado del **término** de grado más alto; por ejemplo:

Ejemplo 18.4.14

$2x^3 + 6x - 1$ es un trinomio de grado 3. El primer término, $2x^3$, es el término del grado más alto. Por lo tanto, su grado es el grado del polinomio.

Ejemplo 18.4.15

$7y - 10y^4$ es un binomio de grado 4.

Ejemplo18.4.16

$a-4+5a^2$ es un trinomio de grado2.

Ejemplo18.4.17

$2x^6+9x^4-x^7-8x^3+x-9$ es un polinomio de grado7.

Ejemplo18.4.18

$4x^3y^5-2xy^3$es un binomio de grado8. El grado del primer término es8.

Ejemplo18.4.19

$3x+10$es un binomio de grado1.

Cuadrático lineal cúbico

Los polinomios de primer grado se denominan polinomios **lineales**.
Los polinomios de segundo grado se denominan polinomios **cuadráticos**.
Los polinomios de tercer grado se denominan polinomios **cúbicos**.
Los polinomios de cuarto grado se denominan polinomios de **cuarto grado**.
Los polinomios de enésimo grado se denominan polinomios de **grado$n$ th**.
Las **constantes distintas de cero** son polinomios de **0º** grado.

A continuación se presentan algunos ejemplos de estos polinomios:

Ejemplo18.4.20

$4x-9$es un polinomio lineal.

Ejemplo18.4.21

$3x^2+5x-7$ es un polinomio cuadrático.

Ejemplo18.4.22

$8y-2x^3$ es un polinomio cúbico

Ejemplo18.4.23

$16a^2-32a^5-64$ es un polinomio de 5to grado.

Ejemplo18.4.24

$x^{12}-y^{12}$ es un polinomio de 12 grados.

Ejemplo18.4.25

$7x^5y^7z^3-2x^4y^7z+x^3y^7$ es un polinomio de 15 grados. El primer término es de grado$5+7+3=15$.

Ejemplo18.4.26

43es un polinomio de 0 grados.

Clasificación de Ecuaciones Polinómicas

Como sabemos, una ecuación está compuesta por dos expresiones algebraicas separadas por un signo igual. Si las dos expresiones resultan ser expresiones polinómicas, entonces podemos clasificar la ecuación según su grado. La clasificación de ecuaciones por grado es útil ya que las ecuaciones del mismo grado tienen el mismo tipo de gráfica. (Estudiaremos gráficas de ecuaciones en el Capítulo 8.)

El grado de una ecuación es el grado de expresión del grado más alto.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo18.4.27

$x+7=15$.

Esta es una ecuación lineal ya que es de grado 1, el grado de la expresión a la izquierda del signo "=".

Ejemplo18.4.28

$5x^2+2x-7=4$ es una ecuación cuadrática ya que es de grado 2.

Ejemplo18.4.29

$9x^3-8=5x^2+1$

Ejemplo18.4.30

$y^4-x^4=0$ es una ecuación de 4to grado.

Ejemplo18.4.31

$a^5-3a^4=-a^3+6a^4-7$ es una ecuación de 5º grado.

Ejemplo18.4.32

$y=\frac{2}{3}x+3$ es una ecuación lineal.

Ejemplo18.4.33

$y=3x^2-1$ es una ecuación cuadrática.

Ejemplo18.4.34

$x^2y^2-4=0$ ios una ecuación de 4to grado. El grado dex^2y^2-4 es$2+2=4$.

Conjunto de práctica A

Clasificar las siguientes ecuaciones en términos de su grado.

Problema de práctica18.4.1

$3x+6=0$

Contestar

Primero, o lineal

Problema de práctica18.4.2

$9x^2+5x-6=3$

Contestar

Cuadrático

Problema de práctica18.4.3

$25y^3+y=9y^2-17y+4$

Contestar

Cúbico

Problema de práctica18.4.4

$x=9$

Contestar

Lineal

Problema de práctica18.4.5

$y=2x+1$

Contestar

Lineal

Problema de práctica18.4.6

$3y=9x^2$

Contestar

Cuadrático

Problema de práctica18.4.7

$x^2-9=0$

Contestar

Cuadrático

Problema de práctica18.4.8

$y = x$

Contestar

Lineal

Problema de práctica18.4.9

$5x^7 = 3x^5 - 2x^8 + 11x - 9$

Contestar

octavo grado

Ejercicios

Para los siguientes problemas, clasifique cada polinomio como monomio, binomio o trinomio. Anotar el grado de cada polinomio y escribir el coeficiente numérico de cada término.

Ejercicio18.4.1

$5x + 7$

Contestar

binomial; primero (lineal); 5,7

Ejercicio18.4.2

$16x + 21$

Ejercicio18.4.3

$4x^2 + 9$

Contestar

binomio; segundo (cuadrático); 4,9

Ejercicio18.4.4

$7y^3 + 8$

Ejercicio18.4.5

$a^4 + 1$

Contestar

binomio; cuarto; 1,1

Ejercicio18.4.6

$2b^5 - 8$

Ejercicio18.4.7

$5x$

Contestar

monomio; primero (lineal); 5

Ejercicio18.4.8

$7a$

Ejercicio18.4.9

$5x^3 + 2x + 3$

Contestar

trinomio; tercero (cúbico); 5,2,3

Ejercicio18.4.10

$17y^4 + y^5 - 9$

Ejercicio18.4.11

$41a^3 + 22a^2 + a$

Contestar

trinomio; tercero (cúbico); 41,22,1

Ejercicio18.4.12

$6y^2 + 9$

Ejercicio18.4.13

$2c^6 + 0$

Contestar

monomio; sexto; 2

Ejercicio18.4.14

$8x^2 - 0$

Ejercicio18.4.15

$9g$

Contestar

monomio; primero (lineal); 9

Ejercicio18.4.16

$5xy+3x$

Ejercicio18.4.17

$3yz-6y+11$

Contestar

trinomio; segundo (cuadrático); 3, −6,11

Ejercicio18.4.18

$7ab^2c^2+2a^2b^3c^5+a^{14}$

Ejercicio18.4.19

$x^4y^3z^2+9z$

Contestar

binomio; noveno; 1,9

Ejercicio18.4.20

$5a^3b$

Ejercicio18.4.21

$6+3x^2y^5b$

Contestar

binomio; octavo; 6,3

Ejercicio18.4.22

$-9+3x^2+2xy6z^2$

Ejercicio18.4.23

5

Contestar

monomio; cero; 5

Ejercicio18.4.24

$3x^2y^0z^4+12z^3, y \neq 0$

Ejercicio18.4.25

$4xy^3z^5w^0, w \neq 0$

Contestar

monomio; noveno; 4

Clasificar cada una de las ecuaciones para los siguientes problemas por grado. Si se aplica el término lineal, cuadrático o cúbico, indíquelo.

Ejercicio18.4.26

$4x+7=0$

Ejercicio18.4.27

$3y-15=9$

Contestar

lineal

Ejercicio18.4.28

$y=5s+6$

Ejercicio18.4.29

$y=x^2+2$

Contestar

cuadrático

Ejercicio18.4.30

$4y=8x+24$

Ejercicio18.4.31

$9z=12x-18$

Contestar

lineal

Ejercicio18.4.32

$y^2+3=2y-6$

? Ejercicio18.4.33

$y-5+y^3=3y^2+2$

Contestar

cúbico

? Ejercicio18.4.34

$x^2+x-4=7x^2-2x+9$

? Ejercicio18.4.35

$2y+5x-3+4xy=5xy+2y$

Contestar

cuadrático

? Ejercicio18.4.36

$3x-7y=9$

? Ejercicio18.4.37

$8a+2b=4b-8$

Contestar

lineal

? Ejercicio18.4.38

$2x^5-8x^2+9x+4=12x^4+3x^3+4x^2+1$

? Ejercicio18.4.39

$x-y=0$

Contestar

lineal

? Ejercicio18.4.40

$x^2-25=0$

? Ejercicio18.4.41

$x^3-64=0$

Contestar

cúbico

? Ejercicio18.4.42

$x^{12} - y^{12} = 0$

? Ejercicio18.4.43

$x + 3x^5 = x + 2x^5$

Contestar

quinto grado

? Ejercicio18.4.44

$3x^2 + 2x - 8y = 14$

? Ejercicio18.4.45

$10a^2b^3c^6e^4 + 27a^3b^2b^4b^3b^2c^5 = 1, d \neq 0$

Contestar

19º grado

? Ejercicio18.4.46

La expresión no $\dfrac{4x^3}{9x - 7}$ es un polinomio porque.

? Ejercicio18.4.47

La expresión no $\dfrac{a^4}{7 - a}$ es un polinomio porque.

Contestar

.. hay una variable en el denominador

? Ejercicio18.4.48

¿Toda expresión algebraica es una expresión polinómica? Si no, dar un ejemplo de una expresión algebraica que no es una expresión polinómica.

? Ejercicio18.4.49

¿Cada expresión polinómica es una expresión algebraica? Si no, dar un ejemplo de una expresión polinómica que no sea una expresión algebraica.

Contestar

Sí

Ejercicio18.4.50

¿Cómo encontramos el grado de un término que contiene más de una variable?

Ejercicios para la revisión

Ejercicio18.4.51

Usa la notación algebraica para escribir “once menos tres veces un número es cinco”.

Contestar

$11-3x=5$

Ejercicio18.4.52

Simplificar$(x^4y^2z^3)^5$.

Ejercicio18.4.53

Encuentra el valor de$z$ es$z=\dfrac{x-u}{s}$ y$x=55, u=49$ y$s=3$.

Contestar

$z=2$.

Ejercicio18.4.54

Enumerar, en su caso, los factores comunes en la expresión$3x^4+6x^3-18x^2$.

Ejercicio18.4.55

Estado (por escribirla) la relación que se expresa por la ecuación$y=3x+5$.

Contestar

El valor de$y$ es5 más de tres veces el valor de$x$.

This page titled 18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.4: Classification of Expressions and Equations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.5: Combinar polinomios usando suma y resta

Términos de Me Gusta

Términos de Me Gusta

Los términos cuyas partes variables, incluyendo los exponentes, son idénticos se denominan **términos similares**. Como términos es un nombre apropiado ya que los términos con partes variables idénticas y diferentes coeficientes numéricos representan diferentes cantidades de la misma cantidad. Siempre y cuando estemos tratando con cantidades del mismo tipo podemos combinarlas usando suma y resta.

Simplificar una expresión algebraica

Una expresión algebraica se puede simplificar combinando términos similares.

Conjunto de Muestras A

Combina los términos similares.

Ejemplo18.5.1

6 casas + 4 casas = 10 casas. 6 y 4 son del mismo tipo dan 10 de ese tipo.

Ejemplo18.5.2

6 casas + 4 casas+ 2 moteles = 10 casas + 2 moteles. 6 y 4 del mismo tipo dan 10 de ese tipo. Así, tenemos 10 de un tipo y 2 de otro tipo.

Ejemplo18.5.3

Supongamos que dejamos que la$x$ letra represente “casa”. Entonces,$6x+4x=10x$. 6 y 4 del mismo tipo dan 10 de ese tipo.

Ejemplo18.5.4

Supongamos que dejamos$x$ representar “casa” yy representar “motel”.

$6x+4x+2y=10x+2y$

Conjunto de práctica A

Los términos similares con el mismo coeficiente numérico representan cantidades iguales de la misma cantidad.

Problema de práctica18.5.1

Términos similares con diferentes coeficientes numéricos representan

Contestar

diferentes cantidades de la misma cantidad

Combinando términos similares

Dado que los términos similares representan cantidades de la misma cantidad, pueden combinarse, es decir, se pueden sumar términos similares.

Simplifica cada uno de los siguientes polinomios combinando términos similares.

Ejemplo18.5.5

$2x+5x+3x$.

$2x$Hay, luego 5 más, luego 3 más. Esto hace un total de iof$10x$.

Ejemplo18.5.6

$7x+8y-3x$.

De$7x$'s, perdemos$3x$. Esto hace. Los$4x8y$'s representan una cantidad diferente a los$x$'s y por lo tanto no se combinarán con ellos.

$7x+8y-3x=4x+8y$.

Ejemplo18.5.7

$4a^3-2a^2+8a^3+a^2-2a^3$.

$4a^3, 8a^3$, y$-2a^3$ representan cantidades del mismo tipo.

$4a^3+8a^3-2a^3=10a^3$.

$-2a^2$ya^2 representan cantidades del mismo tipo.

$-2a^2+a^2=-a^2$.

Por lo tanto,

$4a^3-2a^2+8a^3+a^2-2a^3=10a^3-a^2$.

Set de práctica B

Simplifica cada una de las siguientes expresiones.

Problema de práctica18.5.2

$4y+7y$

Contestar

$11y$

Problema de práctica18.5.3

$3x+6x+11x$

Contestar

$20x$

Problema de práctica18.5.4

$5a+2b+4a-b-7b$

Contestar

$9a-6b$

Problema de práctica18.5.5

$10x^3 - 4x^3 + 3x^2 - 12x^3 + 5x^2 + 2x + x^3 + 8x$

Contestar

$-5x^3 + 8x^2 + 10x$

Problema de práctica18.5.6

$2a^5 - a^5 + 1 - 4ab - 9 + 9ab - 2 - 3 - a^5$.

Contestar

$5ab - 13.$

Simplificación de expresiones que contienen paréntesis

Simplificación de expresiones que contienen paréntesis

Cuando aparecen paréntesis en las expresiones, deben eliminarse antes de que la expresión pueda simplificarse. Los paréntesis se pueden eliminar usando la propiedad distributiva.

Propiedad distributiva

$a(b + c) = ab + ac$

Conjunto de Muestras C

Simplifique cada una de las siguientes expresiones usando la propiedad distributiva y combinando términos similares.

Ejemplo18.5.8

$6a + 5(a + 3)$	Multiply.
$6a + 5a + 15$	Combine the like terms $6a$ and $5a$.
$11a + 15$	

Ejemplo18.5.9

$4x + 9(x^2 - 6x - 2) + 5$ Eliminar paréntesis.

$4x + 9x^2 - 54x - 18 + 5$ Combina términos similares.

$-50x + 9x^2 - 13$

Por convención, los términos en una expresión se colocan en orden descendente con el término de grado más alto apareciendo primero. Los términos numéricos se colocan en el extremo derecho de la expresión. La propiedad conmutativa de adición nos permite cambiar el orden de los términos.

$9x^2 - 50x - 13$

Ejemplo18.5.10

$2 + 2[5 + 4(1 + a)]$
Elimine primero el conjunto de paréntesis más interno

$2 + 2[5 + 4 + 4a]$
Por el orden de las operaciones, simplificar dentro de los paréntesis antes de multiplicar (por el 2)

$2 + 2[9 + 4a]$ Quite este conjunto de paréntesis.

$2 + 18 + 8a$ Combina términos similares.

$20+8a$ Escribir en orden descendente.

$8a+20$

Ejemplo 18.5.11

$x(x-3)+6x(2x+3)$

Usa la regla para multiplicar poderes con la misma base.

$x^2-3x+12x^2+18x$ Combina términos similares.

$13x^2+15x$

Set de práctica C

Simplifique cada una de las siguientes expresiones usando la propiedad distributiva y combinando términos similares.

Problema de práctica 18.5.7

$4(x+6)+3(2+x+3x^2)-2x^2$

Contestar

$7x^2+7x+30$

Problema de práctica 18.5.7

$7(x+x^3)-4x^3-x+1+4(x^2-2x^3+7)$

Contestar

$-5x^3+4x^2+6x+29$

Problema de práctica 18.5.7

$5(a+2)+6a-7+(8+4)(a+3a+2)$

Contestar

$59a+27$

Problema de práctica 18.5.7

$x(x+3)+4x^2+2x$

Contestar

$5x^2+5x$

Problema de práctica 18.5.7

$a^3(a^2+a+5)+a(a^4+3a^2+4)+1$

Contestar

$2a^5+a^4+8a^3+4a+1$

Problema de práctica18.5.7

$2[8-3(x-3)]$

Contestar

$-6x+34$

Problema de práctica18.5.7

$x^2+3x+7[x+4x^2+3(x+x^2)]$

Contestar

$50x^2+31x$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, simplifique cada una de las expresiones algebraicas.

Ejercicio18.5.1

$x+3x$

Contestar

$4x$

Ejercicio18.5.2

$4x+7x$

Ejercicio18.5.3

$9a+12a$

Contestar

$21a$

Ejercicio18.5.4

$5m-3m$

Ejercicio18.5.5

$10x-7x$

Contestar

$3x$

Ejercicio18.5.6

$7y-9y$

Ejercicio18.5.7

$6k - 11k$

Contestar

$-5k$

Ejercicio18.5.8

$3a + 5a + 2a$

Ejercicio18.5.9

$9y + 10y + 2y$

Contestar

$21y$

Ejercicio18.5.10

$5m - 7m - 2m$

Ejercicio18.5.11

$h - 3h - 5h$

Contestar

$-7h$

Ejercicio18.5.12

$a + 8a + 3a$

Ejercicio18.5.13

$7ab + 4ab$

Contestar

$11ab$

Ejercicio18.5.14

$8ax + 2ax + 6ax$

Ejercicio18.5.15

$3a^2 + 6a^2 + 2a^2$

Contestar

$11a^2$

Ejercicio18.5.16

$14a^2b + 4a^2b + 19a^2b$

Ejercicio18.5.17

$10y - 15y$

Contestar

$-5y$

Ejercicio18.5.18

$7ab - 9ab + 4ab$

Ejercicio18.5.19

$210ab^4 + 412ab^4 + 100a^4b$(Mira de cerca a los exponentes.)

Contestar

$622ab^4 + 100a^4b$

Ejercicio18.5.20

$5x^2y^0 + 3x^2y + 2x^2y + 1, y \neq 0$ (Mira de cerca a los exponentes.)

Ejercicio18.5.21

$8w^2 - 12w^2 - 3w^2$

Contestar

$-7w^2$

Ejercicio18.5.22

$6xy - 3xy + 7xy - 18xy$

Ejercicio18.5.23

$7x^3 - 2x^2 - 10x + 1 - 5x^2 - 3x^3 - 12 + x$

Contestar

$4x^3 - 7x^2 - 9x - 11$

Ejercicio18.5.24

$21y - 15x + 40xy - 6 - 11y + 7 - 12x - xy$

? Ejercicio18.5.25

$1x+1y-1x-1y+x-y$

Contestar

$x-y$

? Ejercicio18.5.26

$5x^2-3x-7+2x^2-x$

? Ejercicio18.5.27

$-2z+15z+4z^3+z^2-6z^2+z$

Contestar

$2z^3-5z^2+16z$

? Ejercicio18.5.28

$18x^2y-14x^2y-20x^2y$

? Ejercicio18.5.29

$-9w^5-9w^4-9w^5+10w^4$

Contestar

$-18w^5+w^4$

? Ejercicio18.5.30

$2x^4+4x^3-8x^2+12x-1-7x^3-1x^4-6x+2$

? Ejercicio18.5.31

$17d^3r+3d^3r-5d^3r+6d^2r+d^3r-30d^2r+3-7+2$

Contestar

$16d^3r-24d^2r-2$

? Ejercicio18.5.32

$a^0+2a^0-4a^0, a\neq 0$

? Ejercicio18.5.33

$4x^0+3x^0-5x^0+7x^0-x^0, x\neq 0$

Contestar

8

Ejercicio18.5.34

$2a^3b^2c+3a^2b^2c^0+4a^2b^2-a^3b^2c, c\neq 0$

Ejercicio18.5.35

$3z-6z+8z$

Contestar

$5z$

Ejercicio18.5.36

$3z^2-z+3z^3$

Ejercicio18.5.37

$6x^3+12x+5$

Contestar

$6x^3+12x+5$

Ejercicio18.5.38

$3(x+5)+2x$

Ejercicio18.5.39

$7(a+2)+4$

Contestar

$7a+18$

Ejercicio18.5.40

$y+5(y+6)$

Ejercicio18.5.41

$2b+6(3-5b)$

Contestar

$-28b+18$

Ejercicio18.5.42

$5a-7c+3(a-c)$

Ejercicio18.5.43

$8x-3x+4(2x+5)+3(6x-4)$

Contestar

$31x+8$

Ejercicio18.5.44

$2z+4ab+5z-ab+12(1-ab-z)$

Ejercicio18.5.45

$(a+5)4+6a-20$

Contestar

$10a$

Ejercicio18.5.46

$(4a+5b-2)3+3(4a+5b-2)$

Ejercicio18.5.47

$(10x+3y^2)4+4(10x+3y^2)$

Contestar

$80x+24y^2$

Ejercicio18.5.48

$2(x-6)+5$

Ejercicio18.5.49

$1(3x+15)+2x-12$

Contestar

$5x+3$

Ejercicio18.5.50

$1(2+9a+4a^2)+a^2-11a$

Ejercicio18.5.51

$1(2x-6b+6a^2b+8b^2)+1(5x+2b-3a^2b$

Contestar

$3a^2b+8b^2-4b+7x$

Ejercicio18.5.52

Después de observar los siguientes problemas, ¿se puede hacer una conjetura sobre$1(a+b)$?
$1(a+b)=$

Ejercicio18.5.53

Usando el resultado del problema 52, es correcto escribir
$(a+b)=a+b$?

Contestar

si

Ejercicio18.5.54

$3(2a+2a^2)+8(3a+3a^2)$

Ejercicio18.5.55

$x(x+2)+2(x^2+3x-4$

Contestar

$3x^2+8x-8$

Ejercicio18.5.56

$A(A+7)+4(A^2+3a+1)$

Ejercicio18.5.57

$b(2b^3+5b^2+b+6)-6b^2-4b+2$

Contestar

$2b^4+5b^3-5b^2+2b+2$

Ejercicio18.5.58

$4a-a(a+5)$

Ejercicio18.5.59

$x-3x(x^2-7x-1)$

Contestar

$-3x^3+21x^2+4x$

Ejercicio18.5.60

$ab(a-5)-4a^2b+2ab-2$

Ejercicio18.5.61

$xy(3xy+2x-5y)-2x^2y^2-5x^2y+4xy^2$

Contestar

$x^2y^2-3x^2y-xy^2$

Ejercicio18.5.62

$3h[2h+5(h+2)]$

Ejercicio18.5.63

$2k[5k+3(1+7k)]$

Contestar

$52k^2+6k$

Ejercicio18.5.64

$8a[2a-4ab+9(a-5-ab)]$

Ejercicio18.5.65

$6m+5n[n+3(n-1)]+2n^2-4n^2-9m$

Contestar

$128n^2-90n-3m$

Ejercicio18.5.66

$5[4(r-2s)-3r-5s]+12s$

Ejercicio18.5.67

$89[b-2a+6c(c+4)-4c^2]+4a+b-3b$

Contestar

$144c^2-112a+77b+1728c$

Ejercicio18.5.68

$5[4(6x-3)+x]-2x-25x+4$

Ejercicio18.5.69

$3xy^2(4xy+5y)+2xy^3+6x^2y^3+4y^3-12xy^3$

Contestar

$18x^2y^3+5xy^3+4y^3$

Ejercicio18.5.70

$9a^3b^7(a^3b^5-2a^2b^2+6)-2a(a^2b^7-5a^5b^{12}+3a^4b^9)-a^3b^7$

Ejercicio18.5.71

$-8(3a+2)$

Contestar

$-24a-16$

Ejercicio18.5.72

$-4(2x-3y)$

Ejercicio18.5.73

$-4xy^2[7xy-6(5-xy^2)+3(-xy+1)+1]$

Contestar

$-24x^2y^4-16x^2y^3+104xy^2$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio18.5.74

Simplificar$(\frac{x^{10}y^8z^2}{x^2y^6})^3$

Ejercicio18.5.75

Encuentra el valor de$\frac{-3(4-9)-6(-3)-1}{2^3}$

Contestar

4

Ejercicio18.5.76

Escribe la expresión$\frac{42x^2y^5z^3}{21x^4y^7}$ para que no aparezca ningún denominador.

Ejercicio18.5.77

Cuantos$(2a+5)$ hay en$3x(2a+5)$

Contestar

$3x$

? Ejercicio18.5.78

Simplificar$3(5n+6m^2)-2(3n+4m^2)$

This page titled 18.5: Combinar polinomios usando suma y resta is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.5: Combining Polynomials Using Addition and Subtraction** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.6: Combinar polinomios usando multiplicación

Multiplicar un polinomio por un monomio

Multiplicar un polinomio por un monomio es una aplicación directa de la propiedad distributiva.

Propiedad distributiva

$$a(b+c) = ab + ac$$

La propiedad distributiva sugiere la siguiente regla.

Multiplicar un polinomio por un monomio

Para multiplicar un polinomio por un monomio, multiplique cada término del polinomio por el monomio y luego sumar los productos resultantes juntos.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo18.6.1

\ (\ comenzar {alineado}
3 (x+9) &=3\ cdot x+3\ cdot 9\\
&=3 x+27
\ final {alineado}\)

Ejemplo18.6.2

\ (\ comenzar {alineado}
6\ izquierda (x^ {3} -2 x\ derecha) =6\ izquierda (x^ {3} + (-2 x)\ derecha) &=6\ cdot x^ {3} +6 (-2 x)\\
&=6 x^ {3} -12 x
\ end {alineado}\)

Ejemplo18.6.3

\ (\ comenzar {alineado}
(x-7) x &=x\ cdot x+x (-7)\\
&=x^ {2} -7 x
\ final {alineado}\)

Ejemplo18.6.4

\ (\ begin {alineado}
8 a^ {2}\ izquierda (3 a^ {4} -5 a^ {3} +a\ derecha) &=8 a^ {2}\ cdot 3 a^ {4} +8 a^ {2}\ izquierda (-5 a^ {3}\ derecha) +8 a^ {2}\ cdot a\\
&=24 a^ {6} -40 a^ {5} +8 a^ {3}
\ final {alineado}\)

Ejemplo18.6.5

\ (\ begin {alineado}
4 x^ {2} y^ {7} z\ izquierda (x^ {6} y+8 y^ {2} z^ {2} z^ {2}\ derecha) &=4 x^ {2} y^ {7} z\ cdot x^ {5} y+4 x^ {2} y^ {7} z\ cdot 8 y^ {2} z^ {2}
&=4 x^ {7} y^ {8} z+32 x^ {2} y^ {9} z^ {3}
\ final {alineado}\)

Ejemplo18.6.6

$10ab^2c\left(125a^2\right)=1250a^3b^2c$

Ejemplo18.6.7

\ (\ comenzar {alineado}
\ izquierda (9 x^ {2} z+4 w\ derecha)\ izquierda (5 z w^ {3}\ derecha) &=9 x^ {2} z\ cdot 5 z w^ {3} +4 w\ cdot 5 z w^ {3}\\
&=45 x^ {2} z^ {2} z^ {2} w^ {3} +20 z w^ {4}\\
&=45 x^ {2} w^ {3} z^ {2} +20 w^ {4} z
\ end {alineado}\)

Conjunto de práctica A

Determinar los siguientes productos.

Problema de práctica18.6.1

$3(x+8)$

Contestar

$3x+24$

Problema de práctica18.6.2

$(2+a)4$

Contestar

$4a+8$

Problema de práctica18.6.3

$(a^2-2b+6)2a$

Contestar

$2a^3-4ab+12a$

Problema de práctica18.6.4

$8a^2b^3(2a+7b+3)$

Contestar

$16a^3b^3+56a^2b^4+24a^2b^3$

Problema de práctica18.6.5

$4x(2x^5+6x^4-8x^3-x^2+9x-11)$

Contestar

$8x^6+24x^5-32x^4-4x^3+36x^2-44x$

Problema de práctica18.6.6

$(3a^2b)(2ab^2+4b^3)$

Contestar

$6a^3b^3+12a^2b^4$

Problema de práctica18.6.7

$5mn(m^2n^2+m+n^0), n\neq 0$

Contestar

$5m^3n^3+5m^2n+5mn$

Problema de práctica18.6.8

$6.03(2.11a^3+8.00a^2b)$

Contestar

$12.7233a^3+48.24a^2b$

Simplificando$+(a+b)$ y$-(a+b)$

$+(a+b)\,\mathrm{y}-(a+b)$

A menudo, encontraremos multiplicaciones de la forma

$+1(a+b)\ \mathrm{o}-1(a+b)$

Estos términos aparecerán realmente como

$+(a+b)\ \mathrm{y}-(a+b)$

Usando la propiedad distributiva, nosotros puede eliminar los paréntesis.

$$+(a+b)=+1(a+b)=(+1)(a)+(+1)(b)\\ =a+b$$

Se han eliminado los paréntesis y el signo de cada término se ha mantenido igual.

$$-(a+b)=-1(a+b)=(-1)(a)+(-1)(b)\\ =-a-b$$

Se han eliminado los paréntesis y se ha cambiado el signo de cada término a su opuesto.

1. Para eliminar un conjunto de paréntesis precedidos de un signo “+”, basta con quitar los paréntesis y dejar el signo de cada término igual.
2. Para eliminar un conjunto de paréntesis precedidos de un signo “−”, elimine los paréntesis y cambie el signo de cada término a su signo opuesto.

Conjunto de Muestras B

Simplifica las expresiones.

Ejemplo18.6.8

$(6x-1)$.

Este conjunto de paréntesis va precedido de un signo "+" (implícito). Simplemente dejamos caer los paréntesis.

$(6x-1)=6x-1$

Ejemplo18.6.9

$(14a^2-6a^3b^2+ab^4)=14a^2b^3-6a^3b^2+ab^4$

Ejemplo18.6.10

$-(21a^2+7a-18)$

Este conjunto de paréntesis va precedido de un signo "−". Podemos dejar los paréntesis siempre y cuando cambiemos el signo de **cada** término dentro de los paréntesis a su signo opuesto.

$-(21a^2+7a-18)=-21a^2-7a+18$

Ejemplo18.6.11

$-(7y^3-2y^2+9y+1)=-7y^3+2y^2-9y-1$

Set de práctica B

Simplifique quitando los paréntesis.

Problema de práctica18.6.9

$(2a+3b)$

Contestar

$2a+3b$

Problema de práctica18.6.10

$(a^2-6a+10)$

Contestar

$a^2-6a+10$

Problema de práctica18.6.11

$-(x+2y)$

Contestar

$-x-2y$

Problema de práctica18.6.12

$-(5m-2n)$

Contestar

$-5m+2n$

Problema de práctica18.6.13

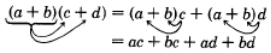
$-(-3s^2-7s+9)$

Contestar

$3s^2+7s-9$

Multiplicar un polinomio por un polinomio

Como podemos considerar una expresión encerrada entre paréntesis como una sola cantidad, tenemos, por la propiedad distributiva,



Para mayor comodidad, utilizaremos la propiedad conmutativa de suma para escribir esta expresión de manera que los dos primeros términos contengan a y los dos segundos contengan b.

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

Este método se llama comúnmente el **método FOIL.**

- **F**: Primeros Términos
- **O**: Términos externos
- **I**: Términos internos
- **L**: Ultimos Términos

$$(a+b)(2+3)=\underbrace{(a+b)+(a+b)}_{2\text{ terms}}+\underbrace{(a+b)+(a+b)+(a+b)}_{3\text{ terms}}$$

Reorganizar,

\ (\ begin {array} {l}
=a+a+b+a+a+a+b+b+b\
= 2 a+2 b+3 a+3 b
\ end {array}\)

Combinando términos similares,

\ (\ begin {array} {l}
=5a + 5b
\ end {array}\)

Este uso de la propiedad distributiva sugiere la siguiente regla.

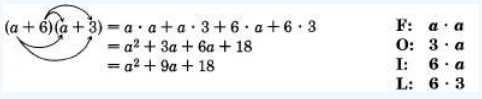
Multiplicación de un polinomio por un polinomio

Para multiplicar dos polinomios juntos, multiplique cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio.

Conjunto de Muestras C

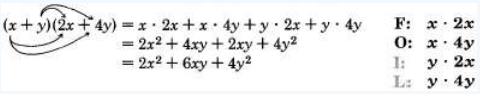
Realiza las siguientes multiplicaciones y simplifica.

Ejemplo18.6.12

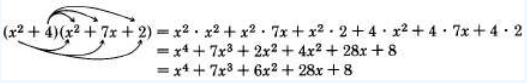


Con algo de práctica, el segundo y tercer término se pueden combinar mentalmente.

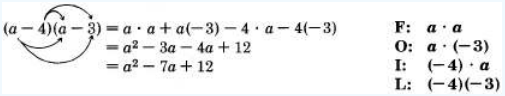
Ejemplo18.6.13



Ejemplo18.6.14



Ejemplo18.6.15



Ejemplo18.6.16

\ (\ begin {alineado}
(m-3) ^ {2} &= (m-3) (m-3)\\
&=m\ cdot m+m (-3) -3\ cdot m-3 (-3)\\
&=m^ {2} -3 m-3 m+9\\
&=m^ {2} -6 m+9
\ final {alineado}\)

Ejemplo18.6.17

\ (\ begin {alineado}
(x+5) ^ {3} & =(x+5) (x+5) (x+5) (x+5) &\ text {Asociar los dos primeros factores.}\\
&= [(x+5) (x+5)] (x+5)\
&=\ left [x^ {2} +5 x+5 x+25\ right] (x+5)\
&=\ left [x^ {2} +10 x+25\ derecha] (x+5)\\
&=x^ {2}\ cdot x+x^ {2} \ cdot 5+10 x\ cdot x+10 x\ cdot 5+25\ cdot x+25\ cdot 5\\
&=x^ {3} +5 x^ {2} +10 x^ {2} +50 x+25 x+125\\
&=x^ {3} +15 x^ {2} +75 x+125
\ final {alineado}\)

Set de práctica C

Encuentra los siguientes productos y simplifica.

Problema de práctica18.6.14

$(a+1)(a+4)$

Contestar

a^2+5a+4

Problema de práctica18.6.15

$(m-9)(m-2)$

Contestar

$m^2-11m+18$

Problema de práctica18.6.16

$(2x+4)(x+5)$

Contestar

$2x^2+14x+20$

Problema de práctica18.6.17

$(x+y)(2x-3y)$

Contestar

$2x^2-xy-3y^2$

Problema de práctica18.6.18

$(3a^2-1)(5a^2+a)$

Contestar

$15a^4+3a^3-5a^2-a$

Problema de práctica18.6.19

$(2x^2y^3+xy^2)(5x^3y^2+x^2y)$

Contestar

$10x^5y^5+7x^4y^4+x^3y^3$

Problema de práctica18.6.20

$(a+3)(a^2+3a+6)$

Contestar

$a^3+6a^2+15a+18$

Problema de práctica18.6.21

$(a+4)(a+4)$

Contestar

$a^2+8a+16$

Problema de práctica18.6.22

$(r-7)(r-7)$

Contestar

$r^2-14r+49$

Problema de práctica18.6.23

$(x+6)^2$

Contestar

$x^2+12x+36$

Problema de práctica18.6.24

$(y-8)^2$

Contestar

$y^2-16y+64$

Conjunto de Muestras D

Realizar las siguientes adiciones y restas.

Ejemplo18.6.18

$3x+7+(x-3)$. Primero debemos quitar los paréntesis. Están precedidos de un signo$+$ "", así que los quitamos y dejamos el signo de cada término igual.
$3x+7+x-3$ Combina términos similares.
$4x+4$

Ejemplo18.6.19

$5y^3+11-\left(12y^3-2\right)$. Primero eliminamos los paréntesis. Están precedidos por un signo "$-$"", así que los quitamos y cambiamos el signo de cada término dentro de ellos.
$5y^3+11-12y^3+2$ Combina términos similares.
$-7y^3+13$

Ejemplo18.6.20

Agregar$4x^2+2x-8$ a$3x^2-7x-10$

\ (\ begin {array} {l}
\ izquierda (4 x^ {2} +2 x-8\ derecha) +\ izquierda (3 x^ {2} -7 x-10\ derecha)\\
4 x^ {2} +2 x-8+3 x^ {2} -7 x-10\\
7 x^ {2} -5 x-18
\ end {array}\)

Ejemplo18.6.21

Restar$8x^2-5x+2$ de$3x^2+x-12$.

\ (\ begin {array} {l}
\ izquierda (3 x^ {2} +x-12\ derecha) -\ izquierda (8 x^ {2} -5 x+2\ derecha)\\
3 x^ {2} +x-12-8 x^ {2} +5 x-2\
-5 x^ {2} +6 x-14
\ end {array}\)

Ten mucho cuidado de **no** escribir este problema como:

$3x^2 + x - 12 - 8x^2 - 5x + 2$

Esta forma nos hace restar sólo el primer término,$8x^2$, en lugar de toda la expresión. Use paréntesis.

Otra forma incorrecta es:

$8x^2 - 5x + 2 - (3x^2 + x - 12)$

Esta forma nos hace realizar la resta en el orden equivocado.

Set de Práctica D

Realizar las siguientes adiciones y restas.

? Problema de práctica18.6.25

$6y^2 + 2y - 1 + (5y^2 - 18)$

Contestar

$11y^2 + 2y - 19$

? Problema de práctica18.6.26

$(9m - n) - (10m + 12n)$

Contestar

$-m - 13n$

? Problema de práctica18.6.27

Agregar$2r^2 + 4r - 1$ a$3r^2 - r - 7$

Contestar

$5r^2 + 3r - 8$

? Problema de práctica18.6.28

Restar$4s - 3$ de$7s + 8$.

Contestar

Agrega textos aquí. No borre primero este texto.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, realice la multiplicación y combine cualquier término similar.

Ejercicio18.6.1

$7(x+6)$

Contestar

$7x+42$

Ejercicio18.6.2

$4(y+3)$

Ejercicio18.6.3

$6(y+4)$

Contestar

$6y+24$

Ejercicio18.6.4

$8(m+7)$

Ejercicio18.6.5

$5(a-6)$

Contestar

$5a-30$

Ejercicio18.6.6

$2(x-10)$

Ejercicio18.6.7

$3(4x+2)$

Contestar

$12x+6$

Ejercicio18.6.8

$6(3x+4)$

Ejercicio18.6.9

$9(4y-3)$

Contestar

$36y-27$

Ejercicio18.6.10

$5(8m-6)$

Ejercicio18.6.11

$-9(a+7)$

Contestar

$-9a-63$

Ejercicio18.6.12

$-3(b+8)$

Ejercicio18.6.13

$-4(x+2)$

Contestar

$-4x-8$

Ejercicio18.6.14

$-6(y+7)$

Ejercicio18.6.15

$-3(a-6)$

Contestar

$-3a+18$

Ejercicio18.6.16

$-9(k-7)$

Ejercicio18.6.17

$-5(2a+1)$

Contestar

$-10a-5$

Ejercicio18.6.18

$-7(4x+2)$

Ejercicio18.6.19

$-3(10y-6)$

Contestar

$-30y+18$

Ejercicio18.6.20

$-8(4y-11)$

Ejercicio18.6.21

$x(x+6)$

Contestar

x^2+6x

Ejercicio18.6.22

$y(y+7)$

Ejercicio18.6.23

$m(m-4)$

Contestar

m^2-4m

Ejercicio18.6.24

$k(k-11)$

Ejercicio18.6.25

$3x(x+2)$

Contestar

$3x^2+6x$

Ejercicio18.6.26

$4y(y+7)$

Ejercicio18.6.27

$6a(a-5)$

Contestar

$6a^2-30a$

Ejercicio18.6.28

$9x(x-3)$

Ejercicio18.6.29

$3x(5x+4)$

Contestar

$15x^2+12x$

Ejercicio18.6.30

$4m(2m+7)$

Ejercicio18.6.31

$2b(b-1)$

Contestar

$2b^2-2b$

Ejercicio18.6.32

$7a(a-4)$

Ejercicio18.6.33

$3x^2(5x^2+4)$

Contestar

$15x^4+12x^2$

Ejercicio18.6.34

$9y^3(3y^2+2)$

Ejercicio18.6.35

$4a^4(5a^3+3a^2+2a)$

Contestar

$20a^7+12a^6+8a^5$

Ejercicio18.6.36

$2x^4(6x^3-5x^2-2x+3)$

Ejercicio18.6.37

$-5x^2(x+2)$

Contestar

$-5x^3-10x^2$

Ejercicio18.6.38

$-6y^3(y+5)$

Ejercicio18.6.39

$2x^2y(3x^2y^2-6x)$

Contestar

$6x^4y^3-12x^3y$

Ejercicio18.6.40

$8a^3b^2c(2ab^3+3b)$

Ejercicio18.6.41

$b^5x^2(2bx-11)$

Contestar

$2b^6x^3-11b^5x^2$

Ejercicio18.6.42

$4x(3x^2-6x+10)$

Ejercicio18.6.43

$9y^3(2y^4-3y^3+8y^2+y-6)$

Contestar

$18y^7-27y^6+72y^5+9y^4-54y^3$

Ejercicio18.6.44

$-a^2b^3(6ab^4+5ab^3-8b^2+7b-2)$

Ejercicio18.6.45

$(a+4)(a+2)$

Contestar

a^2+6a+8

https://math.libretexts.org/@go/page/127718

Ejercicio18.6.46

$(x+1)(x+7)$

Ejercicio18.6.47

$(y+6)(y-3)$

Contestar

$y^2+3y-18$

Ejercicio18.6.48

$(t+8)(t-2)$

Ejercicio18.6.49

$(i-3)(i+5)$

Contestar

$i^2+2i-15$

Ejercicio18.6.50

$(x-y)(2x+y)$

Ejercicio18.6.51

$(3a-1)(2a-6)$

Contestar

$6a^2-20a+6$

Ejercicio18.6.52

$(5a-2)(6a-8)$

Ejercicio18.6.53

$(6y+11)(3y+10)$

Contestar

$18y^2+93y+110$

Ejercicio18.6.54

$(2t+6)(3t+4)$

https://math.libretexts.org/@go/page/127718

Ejercicio18.6.55

$(4+x)(3-x)$

Contestar

$-x^2-x+12$

Ejercicio18.6.56

$(6+a)(4+a)$

Ejercicio18.6.57

$(x^2+2)(x+1)$

Contestar

x^3+x^2+2x+2

Ejercicio18.6.58

$(x^2+5)(x+4)$

Ejercicio18.6.59

$(3x^2-5)(2x^2+1)$

Contestar

$6x^4-7x^2-5$

Ejercicio18.6.60

$(4a^2b^3-2a)(5a^2b-3b)$

Ejercicio18.6.61

$(6x^3y^4+6x)(2x^2y^3+5y)$

Contestar

$12x^5y^7+30x^3y^5+12x^3y^3+30xy$

Ejercicio18.6.62

$5(x-7)(x-3)$

Ejercicio18.6.63

$4(a+1)(a-8)$

Contestar

$4a^2-28a-32$

Ejercicio18.6.64

$a(a-3)(a+5)$

Ejercicio18.6.65

$x(x+1)(x+4)$

Contestar

x^3+5x^2+4x

Ejercicio18.6.66

$y^3(y-3)(y-2)$

Contestar

$y^5-5y^4+6y^3$

Ejercicio18.6.67

$2a^2(a+4)(a+3)$

Ejercicio18.6.68

$5y^6(y+7)(y+1)$

Contestar

$5y^8+40y^7+35y^6$

Ejercicio18.6.69

$ab^2(a^2-2b)(a+b^4)$

Ejercicio18.6.70

$x^3y^2(5x^2y^2-3)(2xy-1)$

Contestar

$10x^6y^5-5x^5y^4-6x^4y^3+3x^3y^2$

Ejercicio18.6.71

$6(a^2+5a+3)$

Ejercicio18.6.72

$8(c^3+5c+11)$

Contestar

$8c^3+40c+88$

Ejercicio18.6.73

$3a^2(2a^3-10a^2-4a+9)$

Ejercicio18.6.74

$6a^3b^3(4a^2b^6+7ab^8+2b^{10}+14)$

Contestar

$24a^5b^9+42a^4b^{11}+12a^3b^{13}+18a^3b^3$

Ejercicio18.6.75

$(a-4)(a^2+a-5)$

Ejercicio18.6.76

$(x-7)(x^2+x-3)$

Contestar

$x^3-6x^2-10x+21$

Ejercicio18.6.77

$(2x+1)(5x^3+6x^2+8)$

Ejercicio18.6.78

$(7a^2+2)(3a^5-4a^3-a-1)$

Contestar

$21a^7-22a^5-15a^3-7a^2-2a-2$

Ejercicio18.6.79

$(x+y)(2x^2+3xy+5y^2)$

Ejercicio18.6.80

$(2a+b)(5a^2+4a^2b-b-4)$

Contestar

$10a^3+8a^3b+4a^2b^2+5a^2b-b^2-8a-4b-2ab$

Ejercicio18.6.81

$(x+3)^2$

Ejercicio18.6.82

$(x+1)^2$

Contestar

x^2+2x+1

Ejercicio18.6.83

$(x-5)^2$

Ejercicio18.6.84

$(a+2)^2$

Contestar

a^2+4a+4

Ejercicio18.6.85

$(a-9)^2$

Ejercicio18.6.86

$-(3x-5)^2$

Contestar

$-9x^2+30x-25$

Ejercicio18.6.87

$-(8t+7)^2$

Para los siguientes problemas, realice las operaciones indicadas y combine términos similares.

Ejercicio18.6.88

$3x^2+5x-2+(4x^2-10x-5)$

Contestar

$7x^2-5x-7$

Ejercicio18.6.89

$-2x^3+4x^2+5x-8+(x^3-3x^2-11x+1)$

Ejercicio18.6.90

$-5x-12xy+4y^2+(-7x+7xy-2y^2)$

Contestar

$2y^2-5xy-12x$

Ejercicio18.6.91

$(6a^2-3a+7)-4a^2+2a-8$

Ejercicio18.6.92

$(5x^2-24x-15)+x^2-9x+14$

Contestar

$6x^2-33x-1$

Ejercicio18.6.93

$(3x^3-7x^2+2)+(x^3+6)$

Ejercicio18.6.94

$(9a^2b-3ab+12ab^2)+ab^2+2ab$

Contestar

$9a^2b+13ab^2-ab$

Ejercicio18.6.95

$6x^2-12x+(4x^2-3x-1)+4x^2-10x-4$

Ejercicio18.6.96

$5a^3-2a-26+(4a^3-11a^2+2a)-7a+8a^3+20$

Contestar

$17a^3-11a^2-7a-6$

Ejercicio18.6.97

$2xy-15-(5xy+4)$

Ejercicio18.6.98

Agregar$4x+6$ a$8x-15$.

Contestar

$12x-9$

Ejercicio18.6.99

Agregar$5y^2-5y+1$ a$-9y^2+4y-2$

Ejercicio18.6.100

Agregar$3(x+6)$ a$4(x-7)$

Contestar

$7x-10$

Ejercicio18.6.101

Agregar$-2(x^2-4)$ a$5(x^2+3x-1)$

Ejercicio18.6.102

Agregar cuatro veces$5x+2$ a tres veces$2x-1$

Contestar

$26x+5$

Ejercicio18.6.103

Agregar cinco veces$-3x+2$ a siete veces$4x+3$

Ejercicio18.6.104

Agregar-4 tiempos$9x+6$ a-2 tiempos$-8x-3$.

Contestar

$-20x-18$

Ejercicio18.6.105

Restar$6x^2-10x+4$ de$3x^2-2x+5$

Ejercicio18.6.106

Restara^2-16 dea^2-16

Contestar

0

Ejercicios para la revisión

Ejercicio18.6.107

Simplificar$(\frac{15x^2y^4}{5xy^2})^4$

Ejercicio18.6.108

Exprese el número$198,000$usando notación científica.

Contestar

1.98×10^5

Ejercicio18.6.109

¿Cuántos$4a^2x^3$ hay adentro$-16a^4x^5$?

Ejercicio18.6.110

Indicar el grado del polinomio$4xy^3+3x^5y-5x^3y^3$, y escribir el coeficiente numérico de cada término.

Contestar

El grado es 6; 4, 3, -5

Ejercicio18.6.111

Simplificar$3(4x-5)+2(5x-2)-(x-3)$.

This page titled 18.6: Combinar polinomios usando multiplicación is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.6: Combining Polynomials Using Multiplication** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.7: Productos Binomiales Especiales

Tres productos binomiales ocurren con tanta frecuencia en álgebra que los designamos como **productos binomiales especiales**. Los hemos visto antes, pero los volveremos a estudiar por su importancia como dispositivos ahorradores de tiempo y en la resolución de ecuaciones (que estudiaremos en un capítulo posterior).

Estos productos especiales se pueden mostrar como los **cuadrados de un binomio**

$(a+b)^2$ y$a-b)^2$

y como la **suma y diferencia de dos términos.**

$(a+b)(a-b)$

Hay dos reglas simples que nos permiten expandir (multiplicar) fácilmente estos binomios. Bien vale la pena memorizarlos, ya que ahorrarán mucho tiempo en el futuro.

Ampliando$(a+b)^2$ y$(a-b)^2$

Al cuadrado de un binomio

Para cuadrar un binomio:

1. Cuadrado el primer término.
2. Toma el producto de los dos términos y duplicalo.
3. Cuadrarse el último término.
4. Sumar los tres resultados juntos

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

Expansión (a+b) (a−b)

Suma y Diferencia de Dos Términos.

Para ampliar la suma y diferencia de dos términos: †

1. Cuadrar el primer término y cuadrar el segundo término.
2. Restar el cuadrado del segundo término del cuadrado del primer término.

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

Conjunto de Muestras A

Ejemplo18.7.1

\ (
(x+4) ^ {2}
\)
Cuadrar el primer término:x^2.
El producto de ambos términos es$4x$. Doblarlo:$8x$.
Cuadrar el último término: 16.

Agréguelos juntos:$x^2+8x+16$

$(x+4)^2 = x^2+8x+16$

Tenga en cuenta que$(x+4)^2 \neq x^2+4^2$. ¡Falta el$8x$ término!

Ejemplo18.7.2

\(
(a-8) ^ {2}
\)
Cuadrar el primer término:a^2.
El producto de ambos términos es$-8a$. Doblarlo:$-16a$.
Cuadrar el último término: 64.

Sumarlos juntos:$a^2+(-16a)+64$

$(a-8)^2=a^2-16a+64$

Observe que el signo del último término en esta expresión es "$+$." Esto siempre sucederá ya que el último término resulta de que un número está **al cuadrado**. Cualquier número distinto de cero veces en sí mismo siempre es positivo.

$(+)(+)=+$ y $(-)(-)=+$

El signo del segundo término en el trinomio siempre será el signo que ocurra **dentro** de los paréntesis.

Ejemplo18.7.3

\(
(y-1) ^ {2}
\)
Cuadrar el primer término:y^2.
El producto de ambos términos es$-y$. Doblarlo:$-2y$.
Cuadrar el último término: +1.

Agréguelos juntos:$y^2+(-2y)+1$

$(y-1)^2=y^2-2y+1$ (minus, plus)

Ejemplo18.7.4

\(
(5x+3) ^ {2}
\)
Cuadrar el primer término:$25x^2$.
El producto de ambos términos es$15x$. Doblarlo:$30x$.
Cuadrar el último término: 9.

Agréguelos juntos:$25x^2+30x+9$

$(5x+3)^2=25x^2+30x+9$ (plus, plus)

Ejemplo18.7.5

\(
(7b-2) ^ {2}
\)
Cuadrar el primer término:$49b^2$.
El producto de ambos términos es$-14b$. Doblarlo:$-28b$.
Cuadrar el último término: 4.

Agréguelos juntos:$49b^2+(-28b)+4$

$(7b-2)^2 = 49b^2 - 28b + 4$ (minus, plus)

Ejemplo18.7.6

\(
(x+6) (x-6)
\)
Cuadrar el primer término:x^2.
Restar el cuadrado del segundo término (36) del cuadrado del primer término:$x^2 - 36$

$$(x+6)(x-6) = x^2 - 36$$

Ejemplo18.7.7

\(
(4a−12) (4a+12)
\)
Cuadrar el primer término:$16a^2$.
Restar el cuadrado del segundo término (144) del cuadrado del primer término:$16a^2 - 144$

$$(4a-12)(4a+12) = 16a^2 - 144$$

Ejemplo18.7.8

\(
(6x+8y) (6x−8y)
\)
Cuadrar el primer término:$36x^2$.
Restar el cuadrado del segundo término ($64y^2$) del cuadrado del primer término:$36x^2 - 64y^2$

$$(6x+8y)(6x-8y) = 36x^2 - 64y^2$$

Conjunto de práctica A

Encuentra los siguientes productos.

Problema de práctica18.7.1

$(x+5)^2$

Contestar

$x^2 + 10x + 25$

Problema de práctica18.7.2

$(x+7)^2$

Contestar

$x^2 + 14x + 49$

Problema de práctica18.7.3

$(y-6)^2$

Contestar

$y^2-12y+36$

Problema de práctica18.7.4

$(3a+b)^2$

Contestar

$9a^2+6ab+b^2$

Problema de práctica18.7.5

$(9m-n)^2$

Contestar

$81m^2-18mn+n^2$

Problema de práctica18.7.6

$(10x-2y)^2$

Contestar

$100x^2-40xy+4y^2$

Problema de práctica18.7.7

$(12a-7b)^2$

Contestar

$144a^2-168ab+49b^2$

Problema de práctica18.7.8

$(5h-15k)^2$

Contestar

$25h^2-150hk+225k^2$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra los productos.

Ejercicio18.7.1

$(x+3)^2$

Contestar

x^2+6x+9

Ejercicio18.7.2

$(x+5)^2$

Ejercicio18.7.3

$(x+8)^2$

Contestar

$x^2+16x+64$

Ejercicio18.7.4

$(x+6)^2$

Ejercicio18.7.5

$(y+9)^2$

Contestar

$y^2+18y+81$

Ejercicio18.7.6

$(y+1)^2$

Ejercicio18.7.7

$(a-4)^2$

Contestar

$a^2-8a+16$

Ejercicio18.7.8

$(a-6)^2$

Ejercicio18.7.9

$(a-7)^2$

Contestar

$a^2-14a+49$

Ejercicio18.7.10

$(b+10)^2$

Ejercicio18.7.11

$(b+15)^2$

Contestar

$b^2+30b+225$

Ejercicio18.7.12

$(a-10)^2$

Ejercicio18.7.13

$(x-12)^2$

Contestar

$x^2-24x+144$

Ejercicio18.7.14

$(x+20)^2$

Ejercicio18.7.15

$(y-20)^2$

Contestar

$y^2-40y+400$

Ejercicio18.7.16

$(3x+5)^2$

Ejercicio18.7.17

$(4x+2)^2$

Contestar

$16x^2+16x+4$

Ejercicio18.7.18

$(6x-2)^2$

Ejercicio18.7.19

$(7x-2)^2$

Contestar

$49x^2-28x+4$

Ejercicio18.7.20

$(5a-6)^2$

Ejercicio18.7.21

$(3a-9)^2$

Contestar

$9a^2-54a+81$

Ejercicio18.7.22

$(3w-2z)^2$

Ejercicio18.7.23

$(5a-3b)^2$

Contestar

$25a^2-30ab+9b^2$

Ejercicio18.7.24

$(6t-7s)^2$

Ejercicio18.7.25

$(2h-8k)^2$

Contestar

$4h^2-32hk+64k^2$

Ejercicio18.7.26

$(a+\frac{1}{2})^2$

Ejercicio18.7.27

$(a+\frac{1}{3})^2$

Contestar

$a^2+\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$

Ejercicio18.7.28

$(x+\frac{3}{4})^2$

Ejercicio18.7.29

$(x+\frac{2}{5})^2$

Contestar

$x^2+\frac{4}{5}x+\frac{4}{25}$

Ejercicio18.7.30

$(x-\frac{2}{3})^2$

Ejercicio18.7.31

$(y-\frac{5}{6})^2$

Contestar

$y^2-\frac{5}{3}y+\frac{25}{36}$

Ejercicio18.7.32

$(y+\frac{2}{3})^2$

Ejercicio18.7.33

$(x+1.3)^2$

Contestar

$x^2+2.6x+1.69$

Ejercicio18.7.34

$(x+5.2)^2$

Ejercicio18.7.35

$(a+0.5)^2$

Contestar

$a^2+a+0.25$

Ejercicio18.7.36

$(a+0.08)^2$

Ejercicio18.7.37

$(x-3.1)^2$

Contestar

$x^2-6.2x+9.61$

Ejercicio18.7.38

$(y-7.2)^2$

Ejercicio18.7.39

$(b-0.04)^2$

Contestar

$b^2-0.08b+0.0016$

Ejercicio18.7.40

$(f-1.006)^2$

Ejercicio18.7.41

$(x+5)(x-5)$

Contestar

x^2-25

Ejercicio18.7.42

$(x+6)(x-6)$

Ejercicio18.7.43

$(x+1)(x-1)$

Contestar

x^2-1

Ejercicio18.7.44

$(t-1)(t+1)$

Ejercicio18.7.45

$(f+9)(f-9)$

Contestar

f^2-81

Ejercicio18.7.46

$(y-7)(y+7)$

Ejercicio18.7.47

$(2y+3)(2y-3)$

Contestar

$4y^2-9$

Ejercicio18.7.48

$(5x+6)(5x-6)$

Ejercicio18.7.49

$(2a-7b)(2a+7b)$

Contestar

$4a^2-49b^2$

Ejercicio18.7.50

$(7x+3t)(7x-3t)$

Ejercicio18.7.51

$(5h-2k)(5h+2k)$

Contestar

$25h^2-4k^2$

Ejercicio18.7.52

$(x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})$

Ejercicio18.7.53

$(a+\frac{2}{9})(a-\frac{2}{9})$

Contestar

$a^2-\frac{4}{81}$

Ejercicio18.7.54

$(x+\frac{7}{3})(x-\frac{7}{3})$

Ejercicio18.7.55

$(2b+\frac{6}{7})(2b-\frac{6}{7})$

Contestar

$4b^2-\frac{36}{49}$

Ejercicio18.7.56

$(a+b)^2$ Ampliar para demostrar que es igual a$a^2+2ab+b^2$.

Ejercicio18.7.57

$(a-b)^2$ Ampliar para demostrar que es igual a$a^2-2ab+b^2$.

Contestar

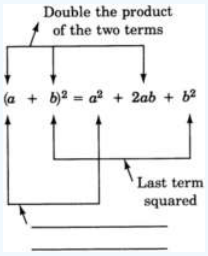
$(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$

Ejercicio18.7.58

$(a+b)(a-b)$ Ampliar para demostrar que es igual aa^2-b^2 .

Ejercicio18.7.59

Rellena la etiqueta que falta en la siguiente ecuación.

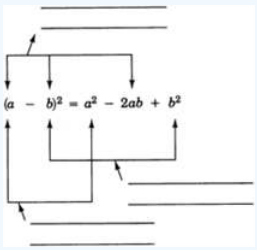


Contestar

Primer trimestre al cuadrado

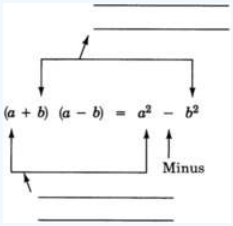
Ejercicio18.7.60

Etiquete las partes de la ecuación a continuación.



Ejercicio18.7.61

Etiquete las partes de la ecuación a continuación.



Contestar

a) Cuadrarse el primer término.

b) Cuadrar el segundo término y restarlo del primer término.

Ejercicios para la revisión

Ejercicio18.7.62

Simplificar$(x^3y^0z^4)^5$.

Ejercicio18.7.63

Encuentra el valor de$10^{-1} \cdot 2^{-3}$

Contestar

$\frac{1}{80}$

Ejercicio18.7.64

Encuentra el producto.

$(x+6)(x-7)$.

Ejercicio18.7.65

Encuentra el producto.

$(5m-3)(2m+3)$

Contestar

$10m^2+9m-9$

Ejercicio18.7.66

Encuentra el producto.

$(a+4)(a^2-2a+3)$

This page titled 18.7: Productos Binomiales Especiales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.7: Special Binomial Products** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.8: Terminología asociada a ecuaciones

Variables independientes y dependientes

Variables independientes y dependientes

En una ecuación, se dice que cualquier variable cuyo valor pueda asignarse libremente es una **variable independiente.** Cualquier variable cuyo valor se determine una vez que se hayan asignado los otros valores se dice que es una **variable dependiente.** Dos ejemplos ayudarán a ilustrar estos conceptos.

1. Considera la ecuación$y = 2x - 7$. Si somos libres de elegir valores para$x$, entonces se$x$ consideraría la variable independiente. Ya que el valor de$y$ depende del valor de$x$, y sería la variable dependiente.
2. Considera la ecuación$m = -4gk^2$. Si somos libres de elegir valores para ambos$g$ yk, entonces g y k se considerarían variables independientes. Dado que el valor de m depende de los valores elegidos para g y k, m sería la variable dependiente.

El dominio de una ecuación

Dominio

El proceso de sustitución de letras por números se denomina evaluación numérica. La colección de números que pueden reemplazar la variable independiente en una ecuación y producir un resultado significativo se denomina **dominio** de la ecuación. El dominio de una ecuación puede ser la colección completa de números reales o puede estar restringido a alguna subcolección de los números reales. Las restricciones pueden deberse a aplicaciones particulares de la ecuación o a problemas de computabilidad.

Conjunto de Muestras A

Encuentra el dominio de cada una de las siguientes ecuaciones.

Ejemplo18.8.1

$y = \dfrac{2}{x}$, donde$x$ está la variable independiente.

Cualquier número excepto 0 puede ser sustituido$x$ y dar un resultado significativo. De ahí que el dominio sea la colección de todos los números reales excepto 0.

Ejemplo18.8.2

$d = 55t$, donde$t$ es la variable independiente y la ecuación relaciona el tiempo,t, y la distancia$d$.

Tiene poco sentido reemplazar$t$ por un número negativo, por lo que el dominio es la colección de todos los números reales mayores o iguales a 0.

Ejemplo18.8.3

$k = \dfrac{2w}{w-4}$, donde se encuentra la variable independiente$w$.

La letra$w$ puede ser reemplazada por cualquier número real excepto 4 ya que eso producirá una división por 0. De ahí que el dominio sea la colección de todos los números reales excepto 4.

Ejemplo18.8.4

$a = 5b^2 + 2b - 6$, donde se encuentra la variable independiente$b$.

Podemos sustituir$b$ por cualquier número real y la expresión$5b^2 + 2b - 6$ es computable. De ahí que el dominio sea la colección de todos los números reales.

Conjunto de práctica A

Encuentra el dominio de cada una de las siguientes ecuaciones. Supongamos que la variable independiente es la variable que aparece en la expresión del lado derecho del signo “=”.

Problema de práctica18.8.1

$y = 5x + 10$

Contestar

Todos los números reales

Problema de práctica18.8.2

$y = \frac{5}{x}$

Contestar

todos los números reales excepto 0

Problema de práctica18.8.3

$y = \frac{3+x}{x}$

Contestar

Todos los números reales excepto 0

Problema de práctica18.8.4

$y = \frac{9}{x-6}$

Contestar

Todos los números reales excepto 6

Problema de práctica18.8.5

$m = \frac{1}{n+2}$

Contestar

Todos los números reales excepto-2.

Problema de práctica18.8.6

$s = \frac{4}{9}t^2$, donde esta ecuación relaciona la distancia que cae un objeto$s$,, con el tiempo$t$,, ha tenido que caer.

Contestar

Todos los números reales mayores o iguales a 0

Problema de práctica18.8.7

$g = \dfrac{4h - 7}{21}$

Contestar

Todos los números reales

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra el dominio de las ecuaciones. Supongamos que la variable independiente es la variable que aparece en la expresión a la derecha del signo igual.

Ejercicio18.8.1

$y = 4x + 7$

Contestar

x= todos los números reales

Ejercicio18.8.2

$y = 3x - 5$

Ejercicio18.8.3

$y = x^2 + 2x - 9$

Contestar

x= todos los números reales

Ejercicio18.8.4

$y = 8x^3 - 6$

Ejercicio18.8.5

$y = 11x$

Contestar

x= todos los números reales

Ejercicio18.8.6

$s = 7t$

Ejercicio18.8.7

$y = \dfrac{3}{x}$

Contestar

x= todos los entumecimiento reales excepto cero

Ejercicio18.8.8

$y = \frac{2}{x}$

Ejercicio18.8.9

$m = \frac{-16}{h}$

Contestar

h= todos los números reales excepto cero

Ejercicio18.8.10

$k = \frac{4t^2}{t-1}$

Ejercicio18.8.11

$t = \frac{5}{s-6}$

Contestar

s= todos los números reales excepto 6

Ejercicio18.8.12

$y = \frac{12}{x+7}$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio18.8.13

Nombra la propiedad de números reales que haga$4yx^2 = 4x^2y$ una declaración verdadera.

Contestar

propiedad conmutativa de la multiplicación

Ejercicio18.8.14

Simplificar$\frac{x^{5n+6}}{x^4}$

Ejercicio18.8.15

Suministrar la frase que falta. El valor absoluto habla de la cuestión de y no “de qué manera”.

Contestar

“qué tan lejos”

? Ejercicio18.8.16

Encuentra el producto. $(x-8)^2$.

? Ejercicio18.8.17

Encuentra el producto. $(4x+3)(4x-3)$.

Contestar

$16x^2-9$

This page titled 18.8: Terminología asociada a ecuaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.8: Terminology Associated with Equations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.9: Resumen de conceptos clave

Expresiones algebraicas
Una **expresión algebraica** (a menudo llamada simplemente una expresión) es un número, una letra o una colección de números y letras junto con signos significativos de operación. (5÷0 no es significativo).

Términos
En una expresión algebraica, las cantidades unidas por signos "+" son **términos**.

Distinción entre términos y factores Los
términos son partes de sumas y, por lo tanto, están separados por signos de adición. Los **factores** son partes de los productos y por lo tanto están separados por signos de multiplicación.

Factores comunes
En una expresión algebraica, un factor que aparece en **cada** término, es decir, un factor que es común a cada término, se denomina **factor común**.

Coeficientes
El **coeficiente** de una cantidad registra cuántas de esa cantidad hay. El coeficiente de un grupo de factores es el grupo restante de factores.

Distinción entre coeficientes y exponentes Los
coeficientes registran el número de términos similares en una expresión.

\ (\ underbrackets {x+x+x} _ {3\ text {terms}} =\ begin {array} {c}
3 x\\
\ text {coeficiente es} 3
\ end {array}\)

Los exponentes registran el número de factores similares en una expresión

\ (\ underbrackets {x\ cdot x\ cdot x} _ {3\ text {factors}} =\ begin {array} {c}
x^ {3}\
\ text {exponente es} 3
\ end {array}\)

Ecuación
Una **ecuación** es una declaración de que dos expresiones son iguales.

Evaluación
numérica La evaluación numérica es el proceso de determinar un valor sustituyendo números por letras.

Polinomios
Un polinomio es una expresión algebraica que no contiene variables en los denominadores de fracciones y en la que todos los exponentes en cantidades variables son números enteros.

Un **monomio** es un polinomio que consta de un solo término.
Un **binomio** es un polinomio que consta de dos términos.
Un **trinomio** es un polinomio que consta de tres términos.

Grado de un polinomio
El grado de un término que contiene una variable es el valor del exponente sobre la variable.
El grado de un término que contiene más de una variable es la suma de los exponentes sobre las variables.
El grado de un polinomio es el grado del término del grado más alto.

Polinomios cúbicos cuadráticos lineales
Los polinomios de primer grado son polinomios **lineales**.
Los polinomios de segundo grado son polinomios **cuadráticos**.
Los polinomios de tercer grado son polinomios **cúbicos**.

Términos
similares Los términos similares son términos en los que las partes variables, incluidos los exponentes, son idénticas.

Orden descendente
Por convención, y cuando sea posible, los términos de una expresión se colocan en orden descendente con el término de grado más alto apareciendo primero. $5x^3 - 2x^2 + 10x - 15$ está en orden descendente.

Multiplicar un polinomio por un monomio
Para multiplicar un polinomio por un monomio, multiplica cada término del polinomio por el monomio y luego sumar los productos resultantes juntos.

$7(x-3) = 7x - 7 \cdot 3 = 7x - 21$

Simplificando $+(a+b)$ **y** $-(a+b)$

\ (\ begin {array} {l}
+ (a+b) =a+b\\
- (a+b) =-a-b
\ end {array}\)

Multiplicar un polinomio por un polinomio
Para multiplicar polinomios juntos, multiplique cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio.

\ (\ begin {alineado}
(x+3) (x-4) &=x^ {2} -4 x+3 x-12\\
&=x^ {2} -x-12
\ end {alineado}\)

Productos Especiales

\ (\ begin {alineado}
(a+b) ^ {2} &=a^ {2} +2 a b+b^ {2} &\ text {Nota}: & (a+b) ^ {2}\ neq a^ {2} +b^ {2}\\
(a-b) ^ {2} &=a^ {2} -2 a b+b^ {2} & (a-b) ^ {^ 2}\ neq a^ {2} -b^ {2}\\
(a+b) (a-b) &=a^ {2} -b^ {2} & &
\ end {alineado}\)

Variables Independientes y Dependientes
En una ecuación, se dice que cualquier variable cuyo valor pueda asignarse libremente es una **variable independiente**. Cualquier variable cuyo valor se determine una vez que se hayan asignado los otros valores se dice que es una **variable dependiente**.

Dominio
La colección de números que se pueden utilizar como reemplazos para la variable independiente en una expresión o ecuación y que producen un resultado significativo se denomina **dominio** de la expresión o ecuación.

This page titled 18.9: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.9: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.10: Suplemento de ejercicio

Expresiones algebraicas

Para los siguientes problemas, escribe el número de términos que aparecen, luego escribe los términos.

? Ejercicio18.10.1

$4x^2+7x+12$

Contestar

tres:$4x^2, 7x, 12$

? Ejercicio18.10.2

$14y^6$

? Ejercicio18.10.3

$c+8$

Contestar

dos:$c, 8$

? Ejercicio18.10.4

8

Enumerar, en su caso, los factores comunes para los siguientes problemas.

? Ejercicio18.10.5

$a^2+4a^2+6a^2$

Contestar

a^2

? Ejercicio18.10.6

$9y^4-18y^4$

? Ejercicio18.10.7

$12x^2y^3+36y^3$

Contestar

$12y^3$

? Ejercicio18.10.8

$6(a+4)+12(a+4)$

Ejercicio18.10.9

$4(a+2b)+6(a+2b)$

Contestar

$2(a+2b)$

Ejercicio18.10.10

$17x^2y(z+4)+51y(z+4)$

Ejercicio18.10.11

$6a^2b^3c+5x^2y$

Contestar

no hay factores comunes

Para los siguientes problemas, conteste la pregunta de cuántos.

Ejercicio18.10.12

$x$está en$9x$?

Ejercicio18.10.13

$(a+b)$ está en$12(a+b)$?

Contestar

12

Ejercicio18.10.14

a^4's en$6a^4$

Ejercicio18.10.15

c^3está en$2a^2bc^3$?

Contestar

$2a^2b$

Ejercicio18.10.16

$(2x+3y)^2$está en$5(x+2y)(2x+3y)^3$?

Para los siguientes problemas, se dará un término seguido de un grupo de sus factores. Enumere el coeficiente del grupo de factores dado.

? Ejercicio18.10.17

$8z, z$

Contestar

8

? Ejercicio18.10.18

$16a^3b^2c^4, c^4$

? Ejercicio18.10.19

$7y(y+3), 7y$

Contestar

$(y+3)$

? Ejercicio18.10.20

$(-5)a^5b^5c^5, bc$

Ecuaciones

Para los siguientes problemas, observe las ecuaciones y escriba la relación que se está expresando.

? Ejercicio18.10.21

$a = 3b$

Contestar

El valor de$a$ es igual a tres veces el valor de$b$.

? Ejercicio18.10.22

$r = 4t + 11$

? Ejercicio18.10.23

$f = \frac{1}{2}m^2 + 6g$

Contestar

El valor de$f$ es igual a seis veces$g$ más luego media veces el valor de$m$ cuadrado.

? Ejercicio18.10.24

$x = 5y^3 + 2y + 6$

Ejercicio18.10.25

$P^2 = ka^3$

Contestar

El valor de$P$ cuadrado es igual al valor de los tiempos en$a$ cubos$k$.

Utilizar la evaluación numérica para evaluar las ecuaciones para los siguientes problemas.

Ejercicio18.10.26

$C = 2\pi r$. Find$C\pi$ se aproxima por3.14 y$r = 6$

Ejercicio18.10.27

$I = \dfrac{E}{R}$. Encontrar$I$ es$E = 20$ y$R = 2$.

Contestar

10

Ejercicio18.10.28

$I = prt$. Encuentra$I$ si$p = 1000$,$r = 0.06$, y$t = 3$.

Ejercicio18.10.29

$E = mc^2$. Encuentra$E$ si$m = 120$ y$c = 186,000$.

Contestar

4.1515×10^{12}

Ejercicio18.10.30

$z = \dfrac{x-u}{s}$. Encuentra$z$ si$x = 42$,$u = 30$, y$s = 12$.

Ejercicio18.10.31

$R = \dfrac{24C}{P(n+1)}$. Encuentra$R$ si$C = 35$,$P = 300$, y$n = 19$.

Contestar

$\dfrac{7}{50}$o0.14

Clasificación de Expresiones y Ecuaciones

Para los siguientes problemas, clasifique cada uno de los polinomios como monomio, binomio o trinomio. Anotar el grado de cada polinomio y escribir el coeficiente numérico de cada término.

? Ejercicio18.10.32

$2a+9$

? Ejercicio18.10.33

$4y^3+3y+1$

Contestar

trinomio, cúbico; 4, 3, 1

? Ejercicio18.10.34

$10a^4$

? Ejercicio18.10.35

147

Contestar

monomio; cero; 147

? Ejercicio18.10.36

$4xy+2yz^2+6x$

? Ejercicio18.10.37

$9ab^2c^2+10a^3b^2c^5$

Contestar

binomio; décimo; 9, 10

? Ejercicio18.10.38

$(2xy^3)^0, xy^3 \neq 0$

? Ejercicio18.10.39

¿Por qué la expresión $\dfrac{4x}{3x-7}$ no es un polinomio?

Contestar

... porque hay una variable en el denominador

? Ejercicio18.10.40

¿Por qué la expresión $5a\dfrac{3}{4}$ no es un polinomio?

Para los siguientes problemas, clasifique cada una de las ecuaciones por grado. Si se aplica el término lineal, cuadrático o cúbico, úselo.

? Ejercicio18.10.41

$3y+2x=1$

Contestar

lineal

? Ejercicio18.10.42

$4a^2-5a+8=0$

? Ejercicio18.10.43

$y-x-z+4w=21$

Contestar

lineal

? Ejercicio18.10.44

$5x^2+2x^2-3x+1=19$

? Ejercicio18.10.45

$(6x^3)^0+5x^2=7$

Contestar

Cuadrático

Combinación de polinomios usando suma y resta: productos binomiales especiales

Simplifica las expresiones algebraicas para los siguientes problemas.

? Ejercicio18.10.46

$4a^2b+8a^2b-a^2b$

? Ejercicio18.10.47

$21x^2y^3+3xy+x^2y^3+6$

Contestar

$22x^2y^3+3xy+6$

? Ejercicio18.10.48

$7(x+1)+2x-6$

Ejercicio18.10.49

$2(3y^2+4y+4)+5y^2+3(10y+2)$

Contestar

$11y^2+38y+14$

Ejercicio18.10.50

$5[3x+7(2x^2+3x+2)+5]-10x^2+4(3x^2+x)$

Ejercicio18.10.51

$83[4y^3+y+2]+6(y^3+2y^2)-24y^3-10y^2-3$

Contestar

$120y^3+86y^2+24y+45$

Ejercicio18.10.52

$4a^2bc^3+5abc^3+9abc^3+7a^2bc^2$

Ejercicio18.10.53

$x(2x+5)+3x^2-3x+3$

Contestar

$5x^2+2x+3$

Ejercicio18.10.54

$4k(3k^2+2k+6)+k(5k^2+k)+16$

Ejercicio18.10.55

$25[6(b+2a+c^2)]$

Contestar

$60c^2+120a+60b$

Ejercicio18.10.56

$9x^2y(3xy+4x)-7x^3y^2-30x^3y+5y(x^3y+2x)$

Ejercicio18.10.57

$3m[5+2m(m+6m^2)]+m(m^2+4m+1)$

Contestar

$36m^4+7m^3+4m^2+16m$

Ejercicio18.10.58

$2r[4(r+5)-2r-10]+6r(r+2)$

Ejercicio18.10.59

$abc(3abc+c+b)+6a(2bc+bc^2)$

Contestar

$3a^2b^2c^2+7abc^2+ab^2c+12abc$

Ejercicio18.10.60

$s^{10}(2s^5+3s^4+4s^3+5s^2+2s+2)-s^{15}+2s^{14}+3s(s^{12}+4s^{11})-s^{10}$

Ejercicio18.10.61

$6a^4(a^2+5)$

Contestar

$6a^6+30a^4$

Ejercicio18.10.62

$2x^2y^4(3x^2y+4xy+3y)$

Ejercicio18.10.63

$5m^6(2m^7+3m^4+m^2+m+1$

Contestar

$10m^{13}+15m^{10}+5m^8+5m^7+5m^6$

Ejercicio18.10.64

$a^3b^3c^4(4a+2b+3c+ab+ac+bc^2$

Ejercicio18.10.65

$(x+2)(x+3)$

Contestar

x^2+5x+6

Ejercicio18.10.66

$(y+4)(y+5)$

Ejercicio18.10.67

$(a+1)(a+3)$

Contestar

a^2+4a+3

Ejercicio18.10.68

$(3x+4)(2x+6)$

Ejercicio18.10.69

$4xy-10xy$

Contestar

$-6xy$

Ejercicio18.10.70

$5ab^2-3(2ab^2+4)$

Ejercicio18.10.71

$7x^4-15x^4$

Contestar

$-8x^4$

Ejercicio18.10.72

$5x^2+2x-3-7x^2-3x-4-2x^2-11$

Ejercicio18.10.73

$4(x-8)$

Contestar

$4x-32$

Ejercicio18.10.74

$7x(x^2-x+3)$

Ejercicio18.10.75

$-3a(5a-6)$

Contestar

$-15a^2+18a$

Ejercicio18.10.76

$4x^2y^2(2x-3y-5)-16x^3y^2-3x^2y^3$

Ejercicio18.10.77

$-5y(y^2-3y-6)-2y(3y^2+7)+(-2)(-5)$

Contestar

$-11y^3+15y^2+16y+10$

Ejercicio18.10.78

$-[-(-4)]$

Ejercicio18.10.79

$-[-(--[-(5)])]$

Contestar

-5

Ejercicio18.10.80

$x^2+3x-4-4x^2-5x-9+2x^2-6$

Ejercicio18.10.81

$4a^2b-3b^2-5b^2-8q^2b-10a^2b-b^2$

Contestar

$-6a^2b-8q^2b-9b^2$

Ejercicio18.10.82

$2x^2-x-(3x^2-4x-5)$

Ejercicio18.10.83

$3(a-1)-4(a+6)$

Contestar

$-a-27$

Ejercicio18.10.84

$-6(a+2)-7(a-4)+6(a-1)$

? Ejercicio18.10.85

Agregar$-3x+4$ a$5x-8$.

Contestar

$2x-4$

? Ejercicio18.10.86

Agregar$4(x^2-2x-3)$ a$-6(x^2-5)$.

? Ejercicio18.10.87

Restar3 tiempos$(2x-1)$ de8 tiempos$(x-4)$

Contestar

$2x-29$

? Ejercicio18.10.88

$(x+4)(x-6)$

? Ejercicio18.10.89

$(x-3)(x-8)$

Contestar

$x^2-11x+24$

? Ejercicio18.10.90

$(2a-5)(5a-1)$

? Ejercicio18.10.91

$(8b+2c)(2b-c)$

Contestar

$16b^2-4bc-2c^2$

? Ejercicio18.10.92

$(a-3)^2$

? Ejercicio18.10.93

$(3-a)^2$

Contestar

a^2-6a+9

Ejercicio18.10.94

$(x-y)^2$

Ejercicio18.10.95

$(6x-4)^2$

Contestar

$36x^2-48x+16$

Ejercicio18.10.96

$(3a-5b)^2$

Ejercicio18.10.97

$(-x-y)^2$

Contestar

$x^2+2xy+y^2$

Ejercicio18.10.98

$(k+6)(k-6)$

Ejercicio18.10.99

$(m+1)(m-1)$

Contestar

m^2-1

Ejercicio18.10.100

$(a-2)(a+2)$

Ejercicio18.10.101

$(3c+10)(3c-10)$

Contestar

$9c^2-100$

Ejercicio18.10.102

$(4a+3b)(4a-3b)$

Ejercicio18.10.103

$(5+2b)(5-2b)$

Contestar

$25-4b^2$

Ejercicio18.10.104

$(2y+5)(4y+5)$

Ejercicio18.10.105

$(y+3a)(2y+a)$

Contestar

$2y^2+7ay+3a^2$

Ejercicio18.10.106

$(6+a)(6-3a)$

Ejercicio18.10.107

$(x^2+2)(x^2-3)$

Contestar

x^4-x^2-6

Ejercicio18.10.108

$6(a-3)(a+8)$

Ejercicio18.10.109

$8(2y-4)(3y+8)$

Contestar

$48y^2+32y-256$

Ejercicio18.10.110

$x(x-7)(x+4)$

Ejercicio18.10.111

$m^2n(m+n)(m+2n)$

Contestar

$m^4n+3m^3n^2+2m^2n^3$

Ejercicio18.10.112

$(b+2)(b^2-2b+3)$

Ejercicio18.10.113

$3p(p^2+5p+4)(p^2+2p+7)$

Contestar

$3p^5+21p^4+63p^3+129p^2+84p$

Ejercicio18.10.114

$(a+6)^2$

Ejercicio18.10.115

$(x-2)^2$

Contestar

x^2-4x+4

Ejercicio18.10.116

$(2x-3)^2$

Ejercicio18.10.117

$(x^2+y)^2$

Contestar

$x^4+2x^2y+y^2$

Ejercicio18.10.118

$(2m-5n)^2$

Ejercicio18.10.119

$(3x^2y^3-4x^4y)^2$

Contestar

$9x^4y^6-24x^6y^4+16x^8y^2$

Ejercicio18.10.120

$(a-2)^4$

Terminología asociada a ecuaciones

Encuentra el dominio de las ecuaciones para los siguientes problemas.

? Ejercicio18.10.121

$y = 8x + 7$

Contestar

todos los números reales

? Ejercicio18.10.122

$y = 5x^2 - 2x + 6$

? Ejercicio18.10.123

$y = \dfrac{4}{x - 2}$

Contestar

todos los números reales excepto 2

? Ejercicio18.10.124

$m = \dfrac{-2x}{h}$

? Ejercicio18.10.125

$z = \dfrac{4x + 5}{y + 10}$

Contestar

x puede ser igual a cualquier número real; y puede ser igual a cualquier número excepto -10

This page titled 18.10: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.10: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

18.11: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Ejercicio18.11.1

En la siguiente expresión, especifique el número de términos que están presentes, luego enumérelos.

$3a(a+1)-(a+2)(a-3)$

Contestar

dos:$3a(a+1), -(a+2)(a-3)$

Ejercicio18.11.2

Enumere, si los hay, los factores comunes de:

$20x^3y^2+15x^3y^2z^2+10x^3z^2$

Contestar

$5x^3$

Ejercicio18.11.3

Cuantos$y^2(b+2)$ hay en$8xy^2(b+2)(b-6)$

Contestar

$8x(b-6)$

Ejercicio18.11.4

Escribe el coeficiente dex^3 in$8x^3y^3z$

Contestar

$8y^3z$

Ejercicio18.11.5

Encuentra el valor deP^2 si$k=4$ y$a=3$.

$P^2=ka^3$

Contestar

108

Ejercicio18.11.6

Clasificar el polinomio que se da a continuación como monomio, bionomio, trinomio, o ninguno de estos. Especificar el grado del polinomio y escribir el coeficiente numérico de cada término.

$3x^3y+4xy^4+8x^2y^2z^0w, z\neq 0$

Contestar

trinomio; 5º grado;

coeficientes numéricos: 3, 4, 8

Simplifica las expresiones algebraicas para los siguientes problemas.

Ejercicio18.11.7

$4x^2+3x+2x+11x^2-3$

Contestar

$15x^2+5x-3$

Ejercicio18.11.8

$3a[2(a+1)+4]-18a$

Contestar

$6a^2$

Ejercicio18.11.9

$(x+2)(x+4)$

Contestar

x^2+6x+8

Ejercicio18.11.10

$(3a-7)(2a+10)$

Contestar

$6a^2+16a-70$

Ejercicio18.11.11

$(y+3)^2$

Contestar

y^2+6y+9

Ejercicio18.11.12

$(6a+7y)^2$

Contestar

$36a^2+84ay+49y^2$

Ejercicio18.11.13

$(4x-9y)^2$

Contestar

$16x^2-72xy+81y^2$

Ejercicio18.11.14

$3x^2(2x+5)(3x+1)$

Contestar

$18x^4+51x^3+15x^2$

Ejercicio18.11.15

$(3a-b)(4a-3b)$

Contestar

$12a^2-13ab+3b^2$

Ejercicio18.11.16

$-6y^2(2y+3y^2-4)$

Contestar

$-18y^4-12y^3+24y^2$

Ejercicio18.11.17

$-4b^3(b^2-1)^2$

Contestar

$-4b^7+8b^5-4b^3$

Ejercicio18.11.18

$(2a^3+3b^2)^2$

Contestar

$4a^6+12a^3b^2+9b^4$

Ejercicio18.11.19

$6a(a-2)-(2a^2+a-11)$

Contestar

$4a^2-13a+11$

? Ejercicio18.11.20

$(5h+2k)(5h-2k)$

Contestar

$25h^2-4k^2$

? Ejercicio18.11.21

Restar$4a^2-10$ de$2a^2+6a+1$

Contestar

$-2a^2+6a+11$

? Ejercicio18.11.22

Agregar tres veces$6x-1$ a dos veces$-4x+5$

Contestar

$10x+7$

? Ejercicio18.11.23

Evaluar$6k^2+2k-7$ si$k=-1$

Contestar

-3

? Ejercicio18.11.24

Evaluar$-2m(m-3)^2$ si$m=-4$

Contestar

392

? Ejercicio18.11.25

¿De qué es el dominio$y=\dfrac{3x-7}{x+3}$?

Contestar

Todos los números reales excepto-3

This page titled 18.11: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **4.11: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades

19.1: Objetivos
19.2: Resolver ecuaciones
19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas
19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas
19.6: Aplicación II - Solución de Problemas
19.7: Desigualdades lineales en una variable
19.8: Ecuaciones lineales en dos variables
19.9: Resumen de conceptos clave
19.10: Suplemento de ejercicio
19.11: Examen de Aptitud
19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b

This page titled 19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

19.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Resolviendo Ecuaciones

- ser capaz de identificar varios tipos de ecuaciones
- entender el significado de las soluciones y ecuaciones equivalentes
- ser capaz de resolver ecuaciones de la forma$x + a = b$ y$x - a = b$.
- estar familiarizado y ser capaz de resolver la ecuación lineal

Resolviendo Ecuaciones de la Forma$ax = b$ y$\frac{x}{a} = b$

- entender la propiedad de igualdad de suma y multiplicación
- ser capaz de resolver ecuaciones de la forma$ax = b$ y$\frac{x}{a} = b$

Otras técnicas en la resolución de ecuaciones

- sentirse cómodo con la combinación de técnicas en la resolución de ecuaciones
- ser capaz de reconocer identidades y contradicciones

Aplicaciones I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas

- ser capaz de traducir de expresiones verbales a matemáticas

Aplicaciones II - Resolución de Problemas

- ser capaz de resolver diversos problemas aplicados

Desigualdades lineales en una variable

- entender el significado de las desigualdades
- ser capaz de reconocer desigualdades lineales
- conocer, y ser capaz de trabajar con, el álgebra de las desigualdades lineales y con las desigualdades compuestas

Desigualdades lineales en dos variables

- ser capaz de identificar la solución de una ecuación lineal en dos variables
- saber que las soluciones a ecuaciones lineales en dos variables se pueden escribir como pares ordenados

---

This page titled 19.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.2: Resolver ecuaciones

Tipos de ecuaciones

Identidad

Algunas ecuaciones son siempre ciertas. Estas ecuaciones se llaman identidades. Las **identidades** son ecuaciones que son verdaderas para todos los valores aceptables de la variable, es decir, para todos los valores en el dominio de la ecuación.

$5x = 5x$es cierto para todos los valores aceptables de$x$.
$y + 1 = y + 1$ es cierto para todos los valores aceptables de$y$.
$2 + 5 = 7$ es cierto, y no son necesarias sustituciones.

Contradicción

Algunas ecuaciones nunca son ciertas. Estas ecuaciones se llaman contradicciones. **Las contradicciones** son ecuaciones que nunca son verdaderas independientemente del valor sustituido por la variable.

$x = x + 1$ nunca es cierto para ningún valor aceptable de$x$.
$0 \cdot k = 14$nunca es cierto para ningún valor aceptable de$k$.
$2 = 1$ nunca es cierto.

Ecuación Condicional

La verdad de algunas ecuaciones está condicionada al valor elegido para la variable. Tales ecuaciones se llaman ecuaciones condicionales. **Las ecuaciones condicionales** son ecuaciones que son verdaderas para al menos una sustitución de la variable y falsas para al menos una sustitución de la variable.

$x + 6 = 11$ es cierto sólo con la condición de que$x = 5$.
$y - 7 = -1$ es cierto sólo con la condición de que\ y=6\).

Soluciones y Ecuaciones Equivalentes

Soluciones y Resolver una Ecuación

La colección de valores que hacen verdadera una ecuación se denominan **soluciones** de la ecuación. Una ecuación se **resuelve** cuando se han encontrado todas sus soluciones.

Ecuaciones Equivalentes

Algunas ecuaciones tienen precisamente la misma colección de soluciones. Tales ecuaciones se denominan **ecuaciones equivalentes**. Las ecuaciones
$2x + 1 = 7, 2x = 6$ y$x = 3$
son ecuaciones equivalentes porque el único valor que hace que cada una sea verdadera es 3.

Conjunto de Muestras A

Dígale por qué cada ecuación es una identidad, una contradicción o condicional.

Ejemplo19.2.1

La ecuación$x - 4 = 6$ es una ecuación condicional ya que será cierta sólo con la condición de que$x = 10$

Ejemplo19.2.2

La ecuación$x - 2 = x - 2$ es una identidad ya que es cierta para todos los valores de$x$. Por ejemplo,

si$x = 5, 5 - 2 = 5 - 2$ es cierto

$x = -7, -7 - 2 = -7 - 2$ es verdad

Ejemplo19.2.3

La ecuación$a+5=a+1$ es una contradicción ya que cada valor de a produce una declaración falsa. Por ejemplo,

si$a=8, 8+5=8+1$ es falso

si$a=-2, -2+5=-2+1$ es falso

Conjunto de práctica A

Para cada una de las siguientes ecuaciones, escriba “identidad”, “contradicción” o “condicional”. Si puedes, encuentra la solución haciendo una conjetura educada basada en tus conocimientos de aritmética.

Problema de práctica19.2.1

$x+1=10$

Responder

condicional,$x=9$

Problema de práctica19.2.2

$y-4=7$

Responder

condicional,$y=11$

Problema de práctica19.2.3

$5a=25$

Responder

condicional,$a=5$

Problema de práctica19.2.4

$\frac{x}{4}=9$

Responder

condicional,$x=36$

Problema de práctica19.2.5

$\frac{18}{b}=6$

Responder

condicional,$b=3$

Problema de práctica19.2.6

$y-2=y-2$

Responder

identidad

Problema de práctica19.2.7

$x+4=x-3$

Responder

contradicción

Problema de práctica19.2.8

$x+x+x=3x$

Responder

identidad

Problema de práctica19.2.9

$8x=0$

Responder

condicional,$x=0$

Problema de práctica19.2.10

$m-7=-5$

Responder

condicional,$m=2$

Ecuaciones Literal

Definición: Word

La ley de gas ideal es fácil de recordar y aplicar en la resolución de problemas, siempre y cuando consigas **los valores adecuados a**

Se resuelve una ecuación para una variable en particular si esa variable por sí sola equivale a una expresión que no contiene esa variable en particular.

Las siguientes ecuaciones son ejemplos de ecuaciones literales.

1. $y=2x+7$. Se soluciona para$y$.
2. $d=rt$. Se soluciona para$d$.
3. $I=prt$. Se soluciona para$I$.
4. $z=\dfrac{x-u}{s}$. Se soluciona para$z$.
5. $y+1=x+4$. Esta ecuación no se resuelve para ninguna variable en particular ya que no se aísla ninguna variable.

Resolviendo Ecuación de la forma$x + a = b$ y$x - a = b$

Recordemos que el signo igual de una ecuación indica que el número representado por la expresión en el lado izquierdo es el mismo que el número representado por la expresión en el lado derecho.

\ (\ begin {array} {ccc}
\ text {Este es el} &\ texto {esto}\\
\ texto {número} &\ texto {igual que} &\ text {número}\
\\ flecha abajo &\ flecha abajo &\ flecha abajo\\
x & = & 6\
x+2 & = & 8\\
x-1 & = & 5
\ end {array}\)

Esto sugiere los siguientes procedimientos:

1. Podemos obtener una ecuación equivalente (una ecuación que tiene las mismas soluciones que la ecuación original) **sumando** el **mismo número** a **ambos lados** de la ecuación.
2. Podemos obtener una ecuación equivalente **restando** el **mismo número** de **ambos lados** de la ecuación.

Podemos usar estos resultados para aislar x, resolviendo así para x.

Resolviendo$x + a = b$ for x

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x+a&=&b &\ text {El} a\ text {está asociado con} x\ text {por adición. Deshacer la asociación}\\
x + a - a&=&b - a &\ text {restando} a\ text {de ambos lados}\\
x + 0&=&b - a & a - a = 0\ text {y} 0\ text {es la identidad aditiva.} x + 0 = x.\\
x&=&b - a &\ text {esta ecuación es equivalente a la primera ecuación, y se resuelve para} x
\ end {array}\)

Resolviendo$x - a = b$ for x

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x-a&=&b &\ text {El} a\ text {está asociado con} x\ text {por resta. Deshacer la asociación}\\
x - a + a&=&b + a &\ text {agregando} a\ text {a ambos lados}\\
x + 0&=&b + a &-a + a = 0\ text {y} 0\ text {es la identidad aditiva.} x + 0 = x.\\
x&=&b + a &\ text {esta ecuación es equivalente a la primera ecuación, y se resuelve para} x
\ end {array}\)

Método para resolver$x + a = b$ and $x - a = b$ for x

Para resolver la ecuación$x + a = b$ para$x$, restar a de ambos lados de la ecuación.
Para resolver la ecuación$x - a = b$ para$x$, agregue a a ambos lados de la ecuación.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo19.2.4

Resolver$x + 7 = 10$ para$x$

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x+7&=&10 &7\ text {está asociado con} x\ text {por adición. Deshacer la asociación}\\
x+7 - 7&=&10 - 7 &\ text {restando} 7\ text {de ambos lados}\\
x+0&=&3 &7-7=0\ text {y} 0\ text {es la identidad aditiva.} x + 0 = x\\
x&=&3 &x\ text {está aislada, y la ecuación} x + 7 = 10. \\
&&&\ text {Por lo tanto, estas dos ecuaciones tienen la misma solución.} \\

&&&\ text {La solución a} x = 3\ text {es claramente} 3. \\
&&&\ text {Así, la solución a} x + 7 = 10\ text {es también} 3.
\ end {array}\)

Cheque: Sustituto$3x$ en la ecuación original.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x + 7&=&10\\
3+7&=&10&\ text {¿Es esto correcto?} \\
10&=&10&\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

✔ Ejemplo19.2.4

Resolver$m-2=-9$ para$m$

\ (\ begin {array} {Flushleft}
m-2&=-9&2\ text {se asocia con} m\ text {por resta. Deshacer la asociación}\\
m-2+2&=-9+2&\ text {agregando} 2\ text {de ambos lados.}\\
m+0&=-7&-2+2=0\ text {y} 0\ text {es la identidad aditiva.} m+0=m.\\
m&=-7
\ end {array}\)

Cheque: Sustituto$-7m$ en la ecuación original.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
m-2&=&-9\\
-7-2&=&-9&\ text {¿Es correcto esto? }\\
-9&=&-9&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

✔ Ejemplo19.2.4

Resolver$y-2.181=-16.915$ para$y$.
\ (\ begin {array} {Flushleft}
y-2.181&=&-16.915\\
y-2.181+2.181&=&-16.915+2.181\\
y&=&-14.734\
\ end {array}\)

✔ Ejemplo19.2.4

Resolver$y+m=s$ para$y$

\ (\ begin {array} {Flushleft}
y+m&=&s&m\ text {se asocia con} y {por adición. Deshacer la asociación}\\
y+m-m&=&s-m&\ text {restando} m\ text {de ambos lados}\\
y+0&=&s-m&m-m=0\ text {y} 0\ text {es la identidad aditiva.} y+0=y.\\
y&=&s-m
\ end {array}\)

Cheque: Sustituto$s-m$ y en la ecuación original.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
y+m&=&s\\
s-m+m&=&s&\ text {¿Es esto correcto? }\\
s&=&s&\ text {Verdadero. Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo19.2.4

Resolver$k-3h=-8h+5$ para$k$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
k-3h&=&8h+5&3h\ text {se asocia con} k\ text {por resta. Deshacer la asociación}\\
k-3h+3h&=&-8h+5+3h&\ text {agregando} 3h\ text {a ambos lados.}\\
k+0&=&-5h+5&-3h+3h=0\ text {y} 0\ text {es la identidad aditiva.} k+0=k.\
k&=&-5h+5
\ end {array}\)

Set de práctica B

Problema de práctica19.2.11

Resolver$y-3=8$ para$y$.

Responder

$y=11$

Problema de práctica19.2.11

Resolver$x+9=-4$ para$x$

Responder

$x=-13$

Problema de práctica19.2.11

Resolver$m+6=0$ para$m$

Responder

$m=-6$

Problema de práctica19.2.11

Resolver (g - 7.2 = 1.3\) para$g$

Responder

$g=8.5$

Problema de práctica19.2.11

Resolver$f+2d=5d$ para$f$.

Responder

$f=3d$

Problema de práctica19.2.11

Resolver$x+8y=2y-1$ para$x$

Responder

$x=-6y-1$

Problema de práctica19.2.11

Resolver$y+4x-1=5x+8$ para$y$.

Responder

$y=x+9$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, clasifique cada una de las ecuaciones como identidad, contradicción o ecuación condicional.

Ejercicio19.2.1

$m+6=15$

Responder

condicional

Ejercicio19.2.2

$y-8=-12$

Ejercicio19.2.3

$x+1=x+1$

Responder

identidad

Ejercicio19.2.4

$k-2=k-3$

Ejercicio19.2.5

$g+g+g+g=4g$

Responder

identidad

Ejercicio19.2.6

$x+1=0$

Para los siguientes problemas, determinar cuáles de las ecuaciones literales se han resuelto para una variable. Escribe “resuelto” o “no resuelto”.

Ejercicio19.2.7

$y = 3x + 7$

Responder

resuelto

Ejercicio19.2.8

$m = 2k + n - 1$

Ejercicio19.2.9

$4a = y - 6$

Responder

no resuelto

Ejercicio19.2.10

$hk = 2k + h$

Ejercicio19.2.11

$2a = a + 1$

Responder

no resuelto

Ejercicio19.2.12

$5m = 2m - 7$

Ejercicio19.2.13

$m = m$

Responder

no resuelto

Para los siguientes problemas, resolver cada una de las ecuaciones condicionales.

Ejercicio19.2.14

$h - 8 = 14$

Ejercicio19.2.15

$k+10=1$

Responder

$k=-9$

Ejercicio19.2.16

$m-2=5$

Ejercicio19.2.17

$y+6=-11$

Responder

$y=-17$

Ejercicio19.2.18

$y-8=-1$

Ejercicio19.2.19

$x+14=0$

Responder

$x=-14$

Ejercicio19.2.20

$m-12=0$

Ejercicio19.2.21

$g+164=-123$

Responder

$g=-287$

Ejercicio19.2.22

$h-265=-547$

Ejercicio19.2.23

$x+17=-426$

Responder

$x=-443$

Ejercicio19.2.24

$h - 4.82 = -3.56$

Ejercicio19.2.25

$y + 17.003 = -1.056$

Responder

$y = -18.059$

Ejercicio19.2.26

$k + 1.0135 = -6.0032$

Ejercicio19.2.27

Resolver$n + m = 4$ para$n$.

Responder

$n = 4 - m$

Ejercicio19.2.28

Resolver$P + 3Q - 8 = 0$ para$P$.

Ejercicio19.2.29

Resolver$a + b - 3c = d - 2f$ para$b$.

Responder

$b = -a + 3c + d - 2f$

Ejercicio19.2.30

Resolver$x - 3y + 5z + 1 = 2y - 7z + 8$ para$x$.

Ejercicio19.2.31

Resolver$4a - 2b + c + 11 = 6a - 5b$ para$c$.

Responder

$c = 2a - 3b - 11$

Ejercicios para revisión

Ejercicio19.2.32

Simplificar$(4x^5y^2)^3$

Ejercicio19.2.33

Escribe$\frac{20x^3y^7}{5x^5y^3}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Responder

$\frac{4y^4}{x^2}$

Ejercicio19.2.34

Escriba el número de términos que aparecen en la expresión$5x^2+2x-6+(a+b)$, y luego enumerarlos.

Ejercicio19.2.35

Encuentra el producto$(3x-1)^2$.

Responder

$9x^2-6x+1$

Ejercicio19.2.36

Especificar el dominio de la ecuación$y=\frac{5}{x-2}$

This page titled 19.2: Resolver ecuaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.2: Solving Equations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas

Combinar técnicas en la resolución de ecuaciones

En las Secciones 5.2 y 5.3 se trabajó con técnicas que implicaban el uso de suma, resta, multiplicación y división para resolver ecuaciones. Podemos combinar estas técnicas para resolver ecuaciones más complicadas. Para ello, es útil recordar que se resuelve una ecuación para una variable en particular cuando todos los demás números y/o letras han sido disociados de ella y está sola en un lado del signo igual. También señalaremos que

Para asociar números y letras utilizamos el orden de las operaciones.

1. Multiplicar/dividir
2. Añadir/restar

Para deshacer una asociación entre números y letras utilizamos el orden de las operaciones a la inversa.

1. Añadir/restar
2. Multiplicar/dividir

Conjunto de Muestras A

Ejemplo19.4.1

Resolver$4x-7=9$ para$x$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
4x-7&=&9&\ text {Primero, deshaga la asociación entre} x\ text {y} 7. \\
&&&\ text {El} 7\ text {está asociado con} x\ text {por resta.} \\
&&&\ text {Deshacer la asociación agregando} 7\ text {a ambos lados.} \\
4x-7+7&=&9+7\\
4x&=&16&\ text {Ahora, deshaga la asociación entre} x {y} 4. \\
&&&\ text {El} 4\ text {está asociado con} x\ text {por multiplicación.} \\
&&&\ text {Deshacer la asociación dividiendo ambos lados por} 4. \\
\ dfrac {4x} {4} &=&\ dfrac {16} {4}\\
16-7&=&9&\ text {¿Es esto correcto? }\\
x&=&4
\ end {array}\)

Comprobar:
\ (\ begin {array} {Flushleft}
4 (4) -7&=&9&\ text {¿Es correcto?} \\
9&=&9&\ text {Sí, esto es correcto}.
\ end {array}\)

Ejemplo19.4.2

Resolver$\frac{3y}{4}-5=-11$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {3y} {4} -5&=&-11&-5\ text {está asociado con} y\ text {por resta.} \\
&&&\ text {Deshacer la asociación agregando} 5\ text {a ambos lados}\\
\ dfrac {3y} {4} -5+5&=&-11+5\
\ dfrac {3y} {4} &=&-6&4\ text {está asociado con} y\ text {por división}. \\
&&&\ text {Deshacer la asociación multiplicando ambos lados por} 4. \\
4\ cdot\ dfrac {3y} {4} &=&4 (-6)\\
3y&=&-24&3\ text {está asociado con} y\ text {por multiplicación.} \\
&&&\ text {Deshacer la asociación dividiendo ambos lados por} 3. \\

\ dfrac {3y} {3} &=&\ dfrac {-24} {3}\
\ dfrac {3y} {3} &=&-8\
y&=&-8
\ end {array}\)

Comprobar:
\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {3 (-8)} {4} -5&=&-11&\ text {¿Es correcto?} \\
\ dfrac {-24} {4} -5&=&-11&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-6-5&=&-11&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-11&=&-11&\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Ejemplo19.4.3

Resolver$\dfrac{8a}{3b}+2m=6m-5$ para$a$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {8a} {3b} +2m&=&6m-5&2m\ text {se asocia con} a\ text {por adición. Deshacer la asociación}\\
&&&\ text {restando} 2m\ text {de ambos lados.} \\
\ dfrac {8a} {3b} +2m-2m&=&6m-5-2m\\
\ dfrac {8a} {3b} &=&4m-5&3b\ text {asociado con} a\ text {por división. Deshacer la asociación}\\
&&&\ text {multiplicando ambos lados por} 3b. \\
(3b) (\ dfrac {8a} {3b}) &=&3b (4m-5)\\
8a&=&12bm-15b&8\ text {se asocia con} a\ text {por multiplicación. Deshacer el}\\
&&&\ text {multiplicación dividiendo ambos lados por} 8. \
\ dfrac {8a} {8} &=&\ dfrac {12bm-15b} {8}\\
a&=&\ dfrac {12bm-15b} {8}
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Problema de práctica19.4.1

Resolver$3y-1=11$ para$y$.

Responder

$y=4$

Problema de práctica19.4.2

Resolver$\dfrac{5m}{2}+6=1$ para$m$.

Responder

$m=-2$

Problema de práctica19.4.3

Resolver$2n+3m=4$ para$n$.

Responder

$$n = \frac{4 - 3m}{2}$$

Problema de práctica19.4.4

Resolver$\frac{9k}{2h} + 5 = p - 2$ para$k$

Responder

$$k = \frac{2hp - 14h}{9}$$

En ocasiones a la hora de resolver una ecuación es necesario simplificar las expresiones que la componen.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo19.4.4

Resolver$4x + 1 - 3x = (-2)(4)$ para$x$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
4x+1-3x&=& (-2) (4)\\
x+1&=&-8\
x&=&-9\\
\ end {array}\)

Comprobar:
\ (\ begin {array} {Flushleft}
4 (-9) +1-3 (-9) &=&-8&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-36+1+27&=&-8&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-8&=&-8&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo19.4.5

Resolver$3(m - 6) - 2m = -4 + 1$ para$m$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
3 (m-6) -2m&=&-4+1\\
3m-18-2m&=&-3\\
m-18&=&-3\\
m&=&15
\ end {array}\)

Comprobar:
\ (\ begin {array} {Flushleft}
3 (15-6) -2 (15) &=&-4+1&\ text {¿Es correcto?} \\
3 (9) -30&=&-3&\ text {¿Es esto correcto?} \\
27-30&=&-3&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-3&=&-3&\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Resuelve y comprueba cada ecuación.

Problema de práctica19.4.5

$16x-3-15x=8$ para$x$.

Responder

$x=11$

Problema de práctica19.4.6

$4(y-5)-3y=-1$ para$y$.

Responder

$y=19$

Problema de práctica19.4.7

$-2(a^2+3a-1)+2a^2+7a=0$ para$a$.

Responder

$a=-2$

Problema de práctica19.4.8

$5m(m-2a-1)-5m^2+2a(5m+3)=10$ para$a$.

Responder

$a=\dfrac{10+5m}{6}$

A menudo la variable para la que deseamos resolver aparecerá en ambos lados del signo igual. Podemos aislar la variable en el lado izquierdo o derecho de la ecuación utilizando las técnicas de las Secciones 5.2 y 5.3.

Conjunto de Muestras C

Ejemplo19.4.6

Resolver$6x-4=2x+8$ para$x$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
6x-4&=&2x+8&\ text {Para aislar} x\ text {en el lado izquierdo, resta} 2x\ text {de ambos lados.} \\
6x-4-2x&=&2x+8-2x\\
4x-4&=&8&\ text {Agregar} 4\ texto {a ambos lados.} \\
4x-4+4&=&8+4\\
4x&=&12&\ text {Divide ambos lados por} 4\
\\ dfrac {4x} {4} &=&\ dfrac {12} {4}\\
x&=&3
\ end {array}\)

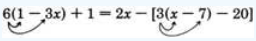
Comprobar:

\ (\ begin {array} {Flushleft}
6 (3) -4&=&2 (3) +8&\ text {¿Es esto correcto?} \\
18-4&=&6+8&\ text {¿Es esto correcto?} \\

14&=&14&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo19.4.7

Resolver$6(1-3x)+1=2x-[3(x-7)-20]$ para$x$.



\ (\ begin {array} {Flushleft}
6-18x+1&=&2x- [3x-21-20]\\
-18x+7&=&2x- [3x-41]\
-18x+7&=&2x-3x+41\\
-18x+7&=&-x+41&\ text {Para aislar} x\ text {en el lado derecho, agregue} 18x\ text {ambos lados.} \\
-18x+7+18x&=&-x+41+18x\\
7&=&17x+41&\ text {Restar} 41\ texto {de ambos lados}. \\
7-41&=&17x+41-41\\
-34&=&17x&\ text {Divide ambos lados por} 17. \\
\ dfrac {-34} {17} &=&\ dfrac {17x} {17}\\
-2&=&x&\ text {Desde la ecuación} -2=x\ text {es equivalente a la ecuación}\\
&&&x=-2,\ text {podemos escribir la respuesta como} x=-2. \\
x&=&-2
\ end {array}\)

Comprobar:
\ (\ begin {array} {Flushleft}
6 (1- (3 (-2)) +1&=&2 (-2) - [3 (-2-7) -20] &\ text {¿Es correcto?} \\
6 (1+6) +1&=&−4− [3 (−9) −20] &\ text {¿Es esto correcto?} \\
6 (7) +1&=&-4- [-27-20] &\ text {¿Es esto correcto?} \\
42+1&=&-4- [-47] &\ text {¿Esto es correcto?} \\
43&=&-4+47&\ text {¿Es esto correcto?} \\
43&=&43&\ text {Sí, esto es correcto}\\
\ end {array}\)

Set de práctica C

Problema de práctica19.4.9

Resolver$8a+5=3a-5$ para$a$.

Responder

$a=-2$

Problema de práctica19.4.10

Resolver$9y+3(y+6)=15y+21$ para$y$.

Responder

$y=-1$

? Problema de práctica19.4.11

Resolver$3k+2[4(k-1)+3]=63-2k$ para$k$.

Responder

$k=5$

Reconocer identidades y contradicciones

Como señalamos en la Sección 5 .2, algunas ecuaciones son identidades y otras son contradicciones. Como sugieren los problemas del Conjunto de Muestras D,

Reconocer una identidad

1. Si, al resolver una ecuación, se eliminan todas las variables y resulta una declaración verdadera, la ecuación es una **identidad.**

Reconocer una contradicción

2. Si, al resolver una ecuación, se eliminan todas las variables y resulta una declaración falsa, la ecuación es una **contradicción.**

Conjunto de Muestras D

✓ Ejemplo19.4.8

Resolver$9x+3(4-3x)=12$ para$x$

$9x+3(4-3x)=12$

\ (\ begin {array} {Flushleft}
9x+12-9x&=&12\\
12&=&12
\ end {array}\)

La variable ha sido eliminada y el resultado es una declaración verdadera. La ecuación original es una **identidad.**

✓ Ejemplo19.4.8

Resolver$-2(10-2y)-4y+1=-18$ para$y$

$-2(10-2y)-4y+1=-18$

\ (\ begin {array} {Flushleft}
-20+4y-4y+1&=&-18\
-19&=&-18
\ end {array}\)

La variable ha sido eliminada y el resultado es una declaración falsa. La ecuación original es una **contradicción.**

Set de Práctica D

Clasificar cada ecuación como identidad o contradicción.

? Problema de práctica19.4.12

$6x+3(1-2x)=3$

Responder

identidad,$3=3$

? Problema de práctica19.4.13

$-8m+4(2m-7)=28$

Responder

contradicción,$-28=28$

? Problema de práctica19.4.14

$3(2x-4)-2(3x+1)+14=0$

Responder

identidad,$0=0$

? Problema de práctica19.4.15

$-5(x+6)+8=3[4-(x+2)]-2x$

Responder

contradicción,$-22=6$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver cada ecuación condicional. Si la ecuación no es condicional, identifíquela como una identidad o una contradicción.

? Ejercicio19.4.1

$3x+1=16$

Responder

$x=5$

? Ejercicio19.4.2

$6y-4=20$

? Ejercicio19.4.3

$4a-1=27$

Responder

$a=7$

? Ejercicio19.4.4

$3x+4=40$

Ejercicio19.4.5

$2y+7=-3$

Responder

$y=-5$

Ejercicio19.4.6

$8k-7=-23$

Ejercicio19.4.7

$5x+6=-9$

Responder

$x=-3$

Ejercicio19.4.8

$7a+2=-26$

Ejercicio19.4.9

$10y-3=-23$

Responder

$y=-2$

Ejercicio19.4.10

$14x+1=-55$

Ejercicio19.4.11

$\frac{x}{9}+2=6$

Responder

$x=36$

Ejercicio19.4.12

$\frac{m}{7}-8=-11$

Ejercicio19.4.13

$\frac{y}{4}+6=12$

Responder

$y=24$

Ejercicio19.4.14

$\frac{x}{8} - 2 = 5$

Ejercicio19.4.15

$\frac{m}{11} - 15 = -19$

Responder

$m = -44$

Ejercicio19.4.16

$\frac{k}{15} + 20 = 10$

Ejercicio19.4.17

$6 + \frac{k}{5} = 5$

Responder

$k = -5$

Ejercicio19.4.18

$1 - \frac{n}{2} = 6$

Ejercicio19.4.19

$\frac{7x}{4} + 6 = -8$

Contestar

$x = -8$

Ejercicio19.4.20

$\frac{-6m}{5} + 11 = -13$

Ejercicio19.4.21

$\frac{3k}{14} + 25 = 22$

Contestar

$k = -14$

Ejercicio19.4.22

$3(x-6)+5=-25$

Ejercicio19.4.23

$16(y-1)+11=-85$

Contestar

$y=-5$

Ejercicio19.4.24

$6x+14=5x-12$

Ejercicio19.4.25

$23y-19=22y+1$

Contestar

$y=20$

Ejercicio19.4.26

$-3m+1=3m-5$

Ejercicio19.4.27

$8k+7=2k+1$

Contestar

$k=-1$

Ejercicio19.4.28

$12n+5=5n-16$

Ejercicio19.4.29

$2(x-7)=2x+5$

Contestar

contradicción

Ejercicio19.4.30

$-4(5y+3)+5(1+4y)=0$

Ejercicio19.4.31

$3x+7=-3-(x+2)$

Contestar

$x=-3$

Ejercicio19.4.32

$4(4y+2)=3y+2[1-3(1-2y)]$

Ejercicio19.4.33

$5(3x-8)+11=2-2x+3(x-4)$

Contestar

$x=\frac{19}{14}$

Ejercicio19.4.34

$12-(m-2)=2m+3m-2m+3(5-3m)$

Ejercicio19.4.35

$-4\cdot k-(-4-3k)=-3k-2k-(3-6k)+1$

Contestar

$k=3$

Ejercicio19.4.36

$3[4-2(y+2)]=2y-4[1+2(1+y)]$

Ejercicio19.4.37

$-5[2m-(3m-1)]=4m-3m+2(5-2m)+1$

Contestar

$m=2$

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones literales para la variable indicada. Cuando se le indique, encuentre el valor de esa variable para los valores dados de las otras variables.

Ejercicio19.4.38

Resolver$I=\frac{E}{R}$ para$R$. Encuentra el valor de$R$ cuándo$I=0.005$ y$E=0.0035$.

Ejercicio19.4.39

Resolver$P = R - C$ para$R$. Encuentra el valor de$R$ cuándo$P = 27$ y$C = 85$.

Contestar

$R = 112$

Ejercicio19.4.40

Resolver$z = \dfrac{x - \hat{x}}{s}$ para$x$. Encuentra el valor de$x$ cuándo$z = 1.96$, $s = 2.5$, y$\hat{x} = 15$.

Ejercicio19.4.41

Resolver$F = \dfrac{S_x^2}{S_y^2}$ para$S_x^2 \cdot S_x^2$ representa una sola cantidad. Encuentra el valor deS_x^2 cuándo$F = 2.21$ y$S_y^2 = 3.24$

Contestar

$S_x^2 = F \cdot S_y^2$;$S_x^2 = 7.1604$

Ejercicio19.4.42

Resolver$p = \dfrac{nRT}{V}$ para$R$

Ejercicio19.4.43

Resolver$x = 4y + 7$ para$y$.

Contestar

$y = \dfrac{x - 7}{4}$

Ejercicio19.4.44

Resolver$y = 10x + 16$ para$x$.

Ejercicio19.4.45

Resolver$2x + 5y = 12$ para$y$.

Contestar

$y = \dfrac{-2x + 12}{5}$

Ejercicio19.4.46

Resolver$-9x + 3y + 15 = 0$ para$y$.

? Ejercicio19.4.47

Resolver$m = \dfrac{2n-h}{5}$ para$n$.

Contestar

$\dfrac{5m+h}{2}$

? Ejercicio19.4.48

Resolver$t = \dfrac{Q+6P}{8}$ para$P$.

Ejercicios para la revisión

? Ejercicio19.4.49

Simplificar$(x+3)^2(x-2)^3(x-2)^4(x+3)$

Contestar

$(x+3)^3(x-2)^7$

? Ejercicio19.4.50

Encuentra el producto. $(x-7)(x+7)$

? Ejercicio19.4.51

Encuentra el producto. $(2x-1)^2$.

Contestar

$4x^2-4x+1$

? Ejercicio19.4.52

Resuelve la ecuación$y-2=-2$.

? Ejercicio19.4.53

Resolver la ecuación$\dfrac{4x}{5}=-3$

Contestar

$x=\dfrac{-15}{4}$

This page titled 19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.4: Further Techniques in Problem Solving** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas

Traducir de expresiones verbales a matemáticas

Para resolver un problema usando álgebra, primero debemos expresar el problema algebraicamente. Para expresar un problema algebraicamente, debemos escudriñar la redacción del problema para determinar las variables y constantes que están presentes y las relaciones entre ellas. Entonces debemos traducir las frases y declaraciones verbales a expresiones y ecuaciones algebraicas.

Para ayudarnos a traducir expresiones verbales a matemáticas, podemos usar la siguiente tabla como diccionario de matemáticas.

Palabra o Frase	**Operación Matemática**
Suma, suma de, agregado a, aumentado en, más de, más y	$+$
Diferencia, menos, restada de, disminuida en, menor, menor que	$-$
Producto, el producto de, de, muitiplied por, veces	$\cdot$
Cociente, dividido por, relación	$\div$
Igual, es igual a, es, el resultado es, se convierte	$=$
Un número, una cantidad desconocida, una desconocida, una cantidad	x (o cualquier símbolo)

Conjunto de Muestras A

Traduzca las siguientes frases u oraciones en expresiones matemáticas o ecuaciones.

Ejemplo19.5.1

$$\underbrace{\underbrace{\text{six}}_{6}\ \underbrace{\text{more than}}_{+}\ \underbrace{\text{a number}}_{x}}_{6+x}.$$

Ejemplo19.5.2

$$\underbrace{\underbrace{\text{Fifteen}}_{15}\ \underbrace{\text{minus}}_{-}\ \underbrace{\text{a number}}_{x}}_{15-x}.$$

Ejemplo19.5.3

$$\underbrace{\underbrace{\text{A quantity}}_{y}\ \underbrace{\text{less}}_{-}\ \underbrace{\text{eight.}}_{8}}_{y-8}$$

Ejemplo19.5.4

$$\underbrace{\underbrace{\text{Twice a number}}_{2\cdot x}\ \underbrace{\text{is}}_{=}\ \underbrace{\text{ten.}}_{10}}_{2x=10}$$

Ejemplo19.5.5

$$\underbrace{\underbrace{\text{One half}}_{\frac{1}{2}}\ \underbrace{\text{of}}_{\cdot}\ \underbrace{\text{a number}}_{z}\ \underbrace{\text{is}}_{=}\ \underbrace{\text{twenty}}_{20}}_{\frac{1}{2}z=20}$$

Ejemplo19.5.6

$$\underbrace{\underbrace{\text{Three times a number}}_{3\cdot y}\ \underbrace{\text{is}}_{=}\ \underbrace{\text{five more than twice the same number}}_{5+2\cdot y}}_{3y=5+2y}$$

Conjunto de práctica A

Traduzca las siguientes frases u oraciones en expresiones matemáticas o ecuaciones.

Problema de práctica19.5.1

Once más que un número.

Contestar

$11+x$

Problema de práctica19.5.2

Nueve menos un número.

Contestar

$9-x$

Problema de práctica19.5.3

Una cantidad menos veinte.

Contestar

$x-20$

Problema de práctica19.5.4

Cuatro veces un número es treinta y dos.

Contestar

$4x=32$

Problema de práctica19.5.5

Un tercio de un número es seis.

Contestar

$$\frac{x}{3}=6$$

Problema de práctica19.5.6

Diez veces un número es ocho más de cinco veces el mismo número.

Contestar

$$10x=8+5x$$

En ocasiones la estructura de la oración indica el uso de símbolos de agrupación.

Conjunto de Muestras B

Traduzca las siguientes frases u oraciones en expresiones matemáticas o ecuaciones.

Ejemplo19.5.7

$$\underbrace{\underbrace{\text{A number divided by five,}}_{(x\div 5)}\ \underbrace{\text{minus}}_{-}\ \underbrace{\text{ten,}}_{10}\ \underbrace{\text{is}}_{=}\ \underbrace{\text{fifteen.}}_{15}}_{\frac{x}{5}-10=15}$$

Comas establecen términos

Ejemplo19.5.8

\ (\ begin {array} {c}
\ underbrackets {\ text {ocho}} _ {8}\ underbrackets {\ text {dividido por}} _ {\ div}\ underbrackets {\ text {cinco más que un número}} _ {(5+x)}\ underbrackets {\ text {is}} _ {=}\ underbrackets {\ text {diez}} _ {10}
\ texto {La redacción indica que esto debe ser considerado como un cantidad.}\\
\ dfrac {8} {5+x} =10
\ end {array}\)

Ejemplo19.5.9

$$\underbrace{\underbrace{\text{A number}}_{x}\ \underbrace{\text{multiplied by}}_{,}\ \underbrace{\text{ten more than itself}}_{(10+x)}\ \underbrace{\text{is}}_{=}\ \underbrace{\text{twenty.}}_{20}}_{x(10+x)=20}$$

Ejemplo19.5.10

Un número más uno se divide por tres veces el número menos doce y el resultado es cuatro.
\ (
\ begin {aligned}
(x+1)\ div (3\ cdot x-12) &=4\
\\ dfrac {x+1} {3 x-12} &=4
\ end {alineado}
\)
Observe que dado que la frase “tres veces el número menos doce” no contiene coma, obtenemos la expresión $3 x-12$. Si la frase hubiera aparecido como “tres veces el número, menos doce”, el resultado habría sido
\ (
\ dfrac {x+1} {3 x} -12=4
\)

Ejemplo19.5.11

Algunas frases y oraciones no se traducen directamente. Debemos tener cuidado de leerlas correctamente. La palabra **de** a menudo aparece en tales frases y oraciones. La palabra **de** significa “un punto de partida para el movimiento”. La siguiente traducción ilustrará este uso.



La palabra **de** indica que el movimiento (resta) es comenzar en el punto de “alguna cantidad”.

Ejemplo19.5.12

Ocho menos que alguna cantidad. Observe que **menos de lo que** podría ser reemplazado por **de**.

$x-8$

Set de práctica B

Traduzca las siguientes frases y oraciones en expresiones matemáticas o ecuaciones.

Problema de práctica19.5.7

Un número dividido por dieciséis, más uno, es cinco.

Contestar

$$\frac{x}{16}+1=5$$

Problema de práctica19.5.8

Siete por dos más que un número es veintiuno.

Contestar

$$7(2+x)=21$$

Problema de práctica19.5.9

Un número dividido por dos más que él mismo es cero.

Contestar

$$\frac{x}{2+x}=0$$

Problema de práctica19.5.10

Un número menos cinco se divide por dos veces el número más tres y el resultado es diecisiete.

Contestar

$$\frac{x-5}{2x+3}=17$$

Problema de práctica19.5.11

Cincuenta y dos se resta de alguna cantidad.

Contestar

$x - 52$

Problema de práctica19.5.12

Una cantidad desconocida se resta de once y el resultado es cinco menos que la cantidad desconocida.

Contestar

$11 - x = x - 5$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, traduzca las siguientes frases u oraciones en expresiones matemáticas o ecuaciones.

Ejercicio19.5.1

Una cantidad menos cuatro.

Contestar

$a - 4$

Ejercicio19.5.2

Ocho más que un número.

Ejercicio19.5.3

Un número más siete.

Contestar

$b + 7$

Ejercicio19.5.4

Un número menos tres.

Ejercicio19.5.5

Cinco negativos más una cantidad desconocida.

Contestar

$-5 + c$

Ejercicio19.5.6

Negativo dieciséis menos alguna cantidad.

Ejercicio19.5.7

Catorce se sumaron al doble de un número.

Contestar

$2d+14$

Ejercicio19.5.8

Diez sumó a tres veces algún número.

Ejercicio19.5.9

Un tercio menos una cantidad desconocida.

Contestar

$\frac{1}{3}-e$

Ejercicio19.5.10

Dos veces un número es once.

Ejercicio19.5.11

Cuatro novenos de un número es veintiuno.

Contestar

$\frac{4}{9}f=21$

Ejercicio19.5.12

Un tercio de un número son dos quintas partes.

Ejercicio19.5.13

Tres veces un número es nueve más del doble del número.

Contestar

$3g=2g+9$

Ejercicio19.5.14

Cinco veces un número es ese número menos dos.

Ejercicio19.5.15

Dos veces un número sumado a seis resultados en treinta.

Contestar

$2h+6=30$

Ejercicio19.5.16

Diez veces un número menos cuatro resulta en sesenta y seis.

Ejercicio19.5.18

Un número menos veinticinco es igual a3.019.

Contestar

$k-25=3.019$

Ejercicio19.5.19

Siete más que algún número es cinco más del doble del número.

Ejercicio19.5.20

Cuando un número se divide por cuatro, el resultado es sesenta y ocho.

Contestar

$\frac{m}{4}=68$

Ejercicio19.5.21

Once decimoquinto de dos más de un número es ocho.

Ejercicio19.5.22

Una décima parte de un número es ese número menos uno.

Contestar

$\frac{n}{10}=n-1$

Ejercicio19.5.23

Dos más del doble número es la mitad del número menos tres.

Ejercicio19.5.24

Un número es igual a sí mismo más cuatro veces a sí mismo.

Contestar

$x=x+4x$

Ejercicio19.5.25

Tres quintas partes de una cantidad añadida a la cantidad en sí son treinta y nueve.

? Ejercicio19.5.26

Un número más siete se divide por dos y el resultado es veintidós.

Contestar

$$\frac{Q+7}{2}=22$$

? Ejercicio19.5.27

Diez veces un número menos uno se divide por catorce y el resultado es uno.

? Ejercicio19.5.28

Un número se suma a sí mismo luego dividido por tres. Este resultado se divide entonces por tres. El resultado completo es quince.

Contestar

$$\frac{\frac{r+r}{3}}{3}=15$$

? Ejercicio19.5.29

Diez dividido por dos más de un número es veintiuno.

? Ejercicio19.5.30

Cinco dividido por un número más seis es catorce.

Contestar

$$\frac{5}{s+6}=14$$

? Ejercicio19.5.31

Doce dividido por dos veces un número es cincuenta y cinco.

? Ejercicio19.5.32

Veinte dividido por ocho veces un número sumado a uno es nueve.

Contestar

$$\frac{20}{8x}+1=9$$

? Ejercicio19.5.33

Un número dividido por sí mismo, más uno, resulta en siete.

Ejercicio19.5.34

Un número dividido por diez, más cuatro, resulta en veinticuatro.

Contestar

$$\frac{v}{10}+4=24$$

Ejercicio19.5.35

Un número más seis, dividido por dos, es setenta y uno.

Ejercicio19.5.36

Un número más seis, dividido por dos, más cinco, es cuarenta y tres.

Contestar

$$\frac{w+6}{2}+5=43$$

Ejercicio19.5.37

Un número multiplicado por sí mismo sumado a cinco es treinta y uno.

Ejercicio19.5.38

Una cantidad multiplicada por siete más dos veces en sí misma es noventa.

Contestar

$$7y+2y=90$$

Ejercicio19.5.39

Un número se incrementa en uno y luego se multiplica por cinco veces. El resultado es ochenta y cuatro.

Ejercicio19.5.40

Se suma un número a seis y ese resultado se multiplica por trece. Este resultado se divide entonces por seis veces el número. Todo el resultado es igual a cincuenta y nueve.

Contestar

$$\frac{(z+16)13}{6z}=59$$

Ejercicio19.5.41

Se resta un número de diez y ese resultado se multiplica por cuatro. Este resultado se divide entonces por tres más que el número. Todo el resultado es igual a seis.

Ejercicio19.5.42

Una cantidad desconocida se disminuye en once. Este resultado se divide entonces por quince. Ahora, uno se resta de este resultado y se obtienen cinco.

Contestar

$$\frac{x-11}{15}-1=5$$

Ejercicio19.5.43

Diez menos que algún número.

Ejercicio19.5.44

Cinco menos que algún número desconocido.

Contestar

$n-5$

Ejercicio19.5.45

Doce menos que un número.

Ejercicio19.5.46

Uno menos que una cantidad desconocida.

Contestar

$m-1$

Ejercicio19.5.47

Dieciséis menos que algún número es cuarenta y dos.

Ejercicio19.5.48

Ocho menos que algún número desconocido es tres.

Contestar

$p-8=3$

Ejercicio19.5.49

Siete se suma a diez menos que algún número. El resultado es uno.

Ejercicio19.5.50

Veintitrés se divide por dos menos del doble de algún número y el resultado es de treinta y cuatro.

Contestar

$$\frac{23}{2n-2} = 34$$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio19.5.51

Suministrar la palabra faltante. El punto en una línea que está asociado a un número determinado se llama el de ese número.

Contestar

gráfico

Ejercicio19.5.52

Suministrar la palabra faltante. Un exponente registra el número de idénticos en una multiplicación.

Ejercicio19.5.53

Escribir la definición algebraica del valor absoluto del número$a$.

Contestar

\ (|a|=\ left\ {\ begin {array} {l}
a,\ text {if} a\ geq 0\\
-a,\ text {if} a<0
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio19.5.54

Resuelve la ecuación$4y+5=-3$.

Ejercicio19.5.55

Resuelve la ecuación$2(3x+1)-5x=4(x-6)+17$.

Contestar

$x=3$

FFFF

This page titled 19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.5: Application I - Translating from Verbal to Mathematical Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.6: Aplicación II - Solución de Problemas

Solución de Problemas Aplicados

Estudiemos algunos problemas interesantes que involucran ecuaciones lineales en una variable. Para resolver este tipo de problemas, aplicamos el siguiente método de cinco pasos:

Método de cinco pasos para resolver problemas verbales

1. Que$x$ (o alguna otra letra) represente la cantidad desconocida.
2. Traducir las palabras a símbolos matemáticos y formar una ecuación.
3. Resuelve esta ecuación.
4. Pregúntate "¿Este resultado parece razonable?" Verifique la solución sustituyendo el resultado en la declaración original del problema.

   Si la respuesta no se comprueba, o bien has resuelto la ecuación incorrectamente, o has desarrollado la ecuación equivocada. Verifique primero su método de solución. Si el resultado no comprueba, reconsidera tu ecuación.
5. Escribe la conclusión.

Si ha sido tu experiencia que los problemas verbales son difíciles, entonces sigue el método de cinco pasos cuidadosamente. La mayoría de las personas tienen dificultades porque descuidan el paso 1.

Siempre empieza por PRESENTAR UNA VARIABLE!

Tenga en cuenta lo que representa la variable a lo largo del problema.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo19.6.1

Este año un artículo cuesta 44 dólares, un incremento de $3 con respecto al precio del año pasado. ¿Cuál fue el precio del año pasado?

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {Paso 1:}\ text {Dejar} x&=&\ text {precio del año pasado}\\
\ text {Paso 2:} x+3&=&44&x+3\ text {representa el incremento de\ $3 en el precio.} \\
\ text {Paso 3:} &x+3&=&44\\
&x+3-3&=&44-3\\
&x&=&41\\
\ text {Paso 4:} &41+3&=&44&\ text {Sí, esto es correcto}\\
\ text {Paso 5: El precio del año pasado fue\ $41}.
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Problema de práctica19.6.1

Este año un artículo cuesta 23 dólares, un incremento de 4 dólares con respecto al precio del año pasado. ¿Cuál fue el precio del año pasado?

1. Let$x$ =
2.
3.
4.
5. El precio del año pasado fue.

Contestar

El precio del año pasado fue de $19

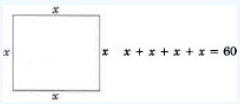
Conjunto de Muestras B

Ejemplo19.6.2

El perímetro (longitud alrededor) de un cuadrado es de 60 cm (centímetros). Encuentra la longitud de un lado.

Paso 1: Vamos$x = \text{length of a side.}$.

Paso 2: Podemos dibujar un cuadro.



\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {Paso 3:} &x+x+x+x&=&60\\
&4x&=&60&\ text {Divide ambos lados por 4.} \\
&x&=&15\\
\ text {Paso 4:} &4 (15) &=&60&\ text {Sí, esto es correcto}\\
\ text {Paso 5:} &\ text {La longitud de un lado es de 15 cm}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Problema de práctica19.6.2

El perímetro de un triángulo es de 54 pulgadas. Si cada lado tiene la misma longitud, encuentra la longitud de un lado.

1. Let$x =$
2.
3.
4.
5. La longitud de un lado es de pulgadas.

Contestar

La longitud de un lado es de 18 pulgadas.

Conjunto de Muestras C

Ejemplo19.6.1

El seis por ciento de un número es 54. ¿Cuál es el número?

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {Paso 1:} &\ text {Let} x =\ text {el número}\
\\ text {Paso 2:} &\ text {Debemos convertir 6% a un decimal}\\
\ end {array}\)
\ (\ begin {array} {Flushleft}
&6\ %&=&.06\\
&.06x& =&54&.06x\ text {ocurre porque queremos 6% de} x.\\
\ text {Paso 3:} &.06x&=&54&\ text {Divide ambos lados por} .06. \\
&x&=&\ dfrac {54} {.06}\\
&x&=&900\\
\ text {Paso 4:} &.06 (900) &=&54. &\ text {Sí, esto es correcto.} \\
\ text {Paso 5:} &\ text {El número es} 900.
\ end {array}\)

Set de práctica C

Problema de práctica19.6.3

El ocho por ciento de un número es 36. ¿Cuál es el número?

1. Let$x =$
2.
3.
4.
5. El número es.

Contestar

El número es 450.

Conjunto de Muestras D

Ejemplo19.6.4

Un astrónomo nota que una estrella emite aproximadamente 3.6 veces más energía que otra estrella. Juntas las estrellas desprenden 55.844 unidades de energía. ¿Cuántas unidades de energía emite cada estrella?

1. En este problema tenemos dos incógnitas y, por lo tanto, podríamos pensar, dos variables. No obstante, fíjense que la energía que desprende una estrella se da en términos de la otra estrella. Entonces, en lugar de introducir dos variables, introducimos solo una. El otro (s) desconocido (s) se expresa en términos de éste. (Podríamos llamar a esta cantidad la cantidad base.)

Dejar$x =$ número de unidades de energía desprendidas por la estrella menos energética. Entonces,$3.6x =$ número de unidades de energía emitidas por la estrella más enérgica.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {Paso 2:} &x+3.6x&=&55.844\\
\ text {Paso 3:} &x+3.6x&=&55.844\\
&4.6x&=&55.844&\ text {Divide ambos lados por} 4.6\ text {. Una calculadora sería útil en este punto.} \\
&x&=&\ dfrac {55.844} {4.6}\\
&x&=&12.14&\ text {La redacción del problema implica que se necesitan dos números}\\
&&&&&\ text {para una solución completa. Necesitamos el número de unidades de}\\
&&&&&\ text {energía para la otra estrella.} \\
&3.6x&=&3.6 (12.14)\\
&&=&43.704\\
\ text {Paso 4:} &12.14+43.704&=&55.844&\ text {Sí, esto es correcto}.
\ end {array}\)
Step 5: One start gives off 12.14 units of energy and the other star gives off 43.704 units of energy

Set de Práctica D

Problema de práctica19.6.4

El jardín A produce 5.8 veces más verduras que el jardín B. Juntos los huertos producen 102 libras de vegetales. ¿Cuántos kilos de verduras produce el huerto A?

1. Let$x =$

Contestar

El Jardín A produce 87 libras de vegetales.

Juego de Muestras E

Ejemplo19.6.5

Dos números pares consecutivos suman 432. ¿Cuáles son los dos números?

\ (\ text {Paso 1: Dejar} x=\ text {el número par más pequeño. Entonces} x+2=\ text {el siguiente número par (consecutivo)}\\
\ text {ya que los números pares consecutivos difieren en} 2\ text {(al igual que los números impares consecutivos)}\)

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {Paso 2:} &x+x+2&=&432\
\\ texto {Paso 3:} &x+x+2&=&432\\
&2x+2&=&432\\
&2x&=&430\\
&x&=&215&\ text {También, desde} x=215, x+2 = 217
\ fin {matriz}\)

\ (\ text {Paso 4:} 215+217=432,\ text {pero} 215\ text {y} 217\ text {son números impares y estamos buscando números pares.}
\\
\ text {Al verificar nuestro método de solución y reexaminar nuestra ecuación, no encontramos}\\
\ text {errores.}\)

Step 5: We must conclude that this problem has no solution. There are no two consecutive even numbers that sum to 432

Set de práctica E

Ejercicio19.6.1

La suma de dos números pares consecutivos es 498. ¿Cuáles son los dos números?

1.
2.
3.
4.
5.

Contestar

Los dos números son 248 y 250.

Ejercicios

Resolver los siguientes problemas. Tenga en cuenta que algunos de los problemas pueden parecer no tener aplicaciones prácticas y pueden no parecer muy interesantes. Ellos, junto con los demás problemas, ayudarán, sin embargo, a desarrollar tu lógica y capacidad de resolución de problemas.

Ejercicio19.6.1

Si se resta dieciocho de algún número el resultado es cincuenta y dos. ¿Cuál es el número?

1. Let$x =$
2. La ecuación es
3. (Resuelve la ecuación.)
4. (Comprobar)
5. El número es.

Contestar

Paso 1: Dejar que$x =$ la cantidad desconocida.

Paso 2: La ecuación es$x - 18 = 52$.

Paso 3: (Resuelve la ecuación.) Agrega 18 a cada lado.

\ (x−18+18=52+18\\

x=70\)

Paso 4: (Comprobar)$70 - 18 = 52$; Verdadero.

Paso 5: El número es 70.

? Ejercicio19.6.2

Si nueve más de dos veces por número es cuarenta y seis, ¿cuál es el número?

1. Let$x =$
2. La ecuación es
3. (Resuelve la ecuación.)
4. (Comprobar)
5. El número es.

? Ejercicio19.6.3

Si nueve menos de tres octavos de un número es dos y un cuarto, ¿cuál es el número?

1. Let$x =$
2.
3.
4.
5. El número es.

Contestar

Paso 5: El número es 30.

? Ejercicio19.6.4

El veinte por ciento de un número es 68. ¿Cuál es el número?

1. Let$x =$
2.
3.
4.
5. El número es.

? Ejercicio19.6.5

Ocho más que una cantidad es 37. ¿Cuál es la cantidad original?

1. Let$x =$
2.
3.
4.
5. La cantidad original es.

Contestar

Paso 5: La cantidad original es 29.

? Ejercicio19.6.6

Si una cantidad más 85% más de la cantidad es 62.9, ¿cuál es la cantidad original?

1. Dejar x= cantidad original.
2.
3.
4.
5. La cantidad original es.

? Ejercicio19.6.7

Una empresa debe incrementar la producción en 12% con respecto a la producción del año pasado. La nueva salida será de 56 ítems. ¿Cuál fue la producción del año pasado?

1. Let$P =$
2.
3.
4.
5. La producción del año pasado fue de ítems.

Contestar

Paso 5: La producción del año pasado fue de 50 ítems.

? Ejercicio19.6.8

Una empresa ha determinado que debe incrementar la producción de cierta línea de bienes por$1\frac{1}{2}$ tiempos de producción del año pasado. La nueva salida será de 2885 ítems. ¿Cuál fue la producción del año pasado?

1.
2.
3.
4.
5. La producción del año pasado fue de ítems.

? Ejercicio19.6.9

Un protón es aproximadamente 1837 veces más pesado que un electrón. Si un electrón pesa 2.68 unidades, ¿cuántas unidades pesa un protón?

1.
2.
3.
4.
5. Un protón pesa unidades.

Contestar

Paso 5: Un protón pesa 4923.16 unidades.

? Ejercicio19.6.10

Tres enteros consecutivos suman 36. ¿Qué son?

Contestar

Paso 5: El primer número entero es 11; el segundo es 12; el tercero es 13.

Ejercicio19.6.11

Neptuno está aproximadamente 30 veces más lejos del sol que la Tierra. Si la luz tarda 8 minutos en viajar del sol a la Tierra, ¿cuántos minutos se tarda en viajar a Neptuno?

1.
2.
3.
4.
5. La luz tarda minutos en llegar a Neptuno.

Ejercicio19.6.12

El radio del sol es de unos 695,202 km (kilómetros). Eso es aproximadamente 109 veces más grande que el radio de la Tierra. ¿Cuál es el radio de la tierra?

1.
2.
3.
4.
5. El radio de la tierra es km.

Contestar

Paso 5: El radio de la tierra es de 6378 km.

Ejercicio19.6.13

Tres enteros pares consecutivos suman 131. ¿Qué son?

Ejercicio19.6.14

El perímetro de un triángulo es de 105 cm. Si cada una de las dos patas es exactamente el doble de la longitud de la base, ¿cuánto dura cada pata?

1. Deja=
   Dibujar un cuadro.
2.
3.
4.
5. Cada pierna mide cm de largo. La base es.

Ejercicio19.6.15

Una empresa maderera ha contratado cortar tablas en dos piezas para que una pieza sea tres veces la longitud de la otra. Si una tabla mide 12 pies de largo, ¿cuál es la longitud de cada pieza después del corte?

1.
2.
3.
4.
5. La longitud de la pieza más corta es pies, y la longitud de la pieza más larga es pies.

Contestar

Paso 5: La longitud de la pieza más corta es de 3 pies y la longitud de la pieza más larga es de 9 pies.

Ejercicio19.6.16

Dos enteros impares consecutivos suman 151. ¿Qué son?

Ejercicio19.6.17

Un estudiante que realiza un experimento de química tiene un vaso de precipitados que contiene 84 ml (mililitros) de una solución de alcohol y agua. Sus instrucciones de laboratorio le dicen que hay 4.6 veces más agua que alcohol en la solución. ¿Cuántos mililitros de alcohol hay en la solución? ¿Cuántos mililitros de agua?

1.
2.
3.
4.
5. Hay ml de alcohol en la solución. Hay ml de agua en la solución.

Ejercicio19.6.18

Un estadístico está recopilando datos para ayudarle a estimar el ingreso promedio de los contadores en California. Necesita recolectar 390 datos y ya $\frac{2}{3}$ está. ¿Cuántos datos ha recopilado el estadístico?

1.
2.
3.
4.
5. El estadístico ha recabado datos.

   Supongamos que el estadístico está a 4 piezas de datos por debajo de $\frac{2}{3}$ hacerse. ¿Cuántos datos ha recopilado?

Contestar

Paso 5: El estadístico ha recabado 260 datos.

Ejercicio19.6.19

Un comercial de televisión anuncia que cierto tipo de batería durará, en promedio, 20 horas más que el doble de la vida de otro tipo de batería. Si las pruebas de consumo muestran que la batería anunciada dura 725 horas, ¿cuántas horas debe durar el otro tipo de batería para que la afirmación del anunciante sea válida?

1.
2.
3.
4.
5. El otro tipo de batería debe durar horas para que el reclamo del anunciante sea válido.

Ejercicio19.6.20

Un matraz de 1000 ml que contiene una solución de cloruro llenará 3 vasos del mismo tamaño con 210 ml de la solución sobrante. ¿Cuántos mililitros de la solución de cloruro contendrá cada vaso de precipitados?

1.
2.
3.
4.
5. Cada vaso de precipitados contendrá ml de la solución de cloruro.

Contestar

Paso 5: Cada vaso de precipitados contendrá $263\frac{1}{3}$ ml de solución de cloruro.

Ejercicio 19.6.21

Una estrella quema $\frac{2}{9}$ de su masa original y luego sopla $\frac{3}{7}$ de la masa restante como una nebulosa planetaria. Si la masa final es de 3 unidades de masa, ¿cuál fue la masa original?

1.
2.
3.
4.
5. La masa original era unidades de masa.

Ejercicio 19.6.22

La suma de un número y dieciséis es cuarenta y dos. ¿Cuál es el número?

Contestar

Paso 5: El número desconocido es 26.

Ejercicio 19.6.23

Cuando se resta once de un número, el resultado es 85. ¿Cuál es el número?

Ejercicio 19.6.24

Tres veces un número se divide por 6 y el resultado es 10.5. ¿Cuál es el número?

Contestar

Paso 5: El número desconocido es 21.

Ejercicio 19.6.25

Cuando un número se multiplica por sí mismo, el resultado es 144. ¿Cuál es el número?

Ejercicio 19.6.26

Un número se triplica, luego se incrementa en siete. El resultado es 48. ¿Cuál es el número?

Contestar

Paso 5: El número desconocido es $\frac{41}{3}$.

Ejercicio 19.6.27

Ocho veces un número se disminuye tres veces el número, dando una diferencia de 22. ¿Cuál es el número?

Ejercicio19.6.28

Un número es quince más que otro número. La suma de los dos números es 27. ¿Qué son?

Contestar

Paso 5: Un número desconocido es 6; el otro es 21.

Ejercicio19.6.29

La longitud de un rectángulo es de 6 metros más de tres veces el ancho. El perímetro del rectángulo es de 44 metros ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Ejercicio19.6.30

Se agrega siete al producto de 41 y algún número. El resultado, cuando se divide por cuatro, es de 63. ¿Cuál es el número?

Contestar

Paso 5: El número desconocido es $\frac{245}{41}$.

Ejercicio19.6.31

El segundo lado de un triángulo es cinco veces la longitud del lado más pequeño. El tercero es el doble de la longitud del segundo lado. El perímetro del triángulo es de 48 pulgadas. Encuentra la longitud de cada lado.

Ejercicio19.6.32

La persona A tiene cuatro veces más edad que la persona B, que es seis veces mayor que la persona C, que tiene el doble de edad que la persona D. ¿Qué edad tiene cada persona si sus edades combinadas son 189 meses?

Ejercicio19.6.33

Como consecuencia de la teoría de la relatividad de Einstein, la tasa de paso del tiempo es diferente para una persona en una posición estacionaria y una persona en movimiento. (¡Difícil de creer, pero cierto!) Para el observador en movimiento, la velocidad de paso del tiempo es más lenta que la del observador estacionario, es decir, la persona en movimiento envejece más lentamente que el observador estacionario. (Este hecho ha sido probado muchas veces por experimentos con materiales radiactivos). El efecto se llama “dilatación del tiempo” y en realidad solo se nota cuando un objeto viaja cerca de la velocidad de la luz (186,000 millas por segundo). Teniendo en cuenta estas ideas, trata de resolver los siguientes problemas:

Dos personas tienen relojes idénticos. Uno está parado en la tierra y el otro se mueve en una nave espacial a 95% la velocidad de la luz, 176,700 millas por segundo. La tasa de paso del tiempo de la persona en movimiento a esta velocidad es aproximadamente 0.31 veces más rápida que la persona que está de pie en la tierra.

a. Si pasan dos días de tiempo terrestre, ¿cuántos días pasan realmente en la nave espacial?
b. Si pasan 30 años de tiempo terrestre, ¿cuántos años han pasado realmente en la nave espacial?
    1.
    2.
    3.
    4.
    5. años han pasado en la nave espacial.
c. Si han pasado 30 años en la nave espacial, ¿cuántos años han pasado en la tierra?
d. Un viajero espacial realiza un viaje de ida y vuelta a la estrella Capella. El viaje le lleva 120 años (viajando a 176,000 millas por segundo). Si es el año 2000 en la tierra cuando se va, ¿qué año terrestre será cuando regrese?

Contestar

a) Paso 5: El tiempo transcurrido en el espacio es de 0.62 días.

b) Paso 5: Han pasado 9.3 años en la nave espacial.

(c) Paso 5: Han pasado 96.77 años en la tierra.

(d) Paso 5: El año de la Tierra cuando regrese será de 2387.

Ejercicios para la revisión

? Ejercicio19.6.34

Especificar el dominio de la ecuación$y = \dfrac{x-1}{x+4}$

? Ejercicio19.6.35

Clasificar la ecuación$x+4=1$ como una identidad, una contradicción o una ecuación condicional.

Contestar

condicional

? Ejercicio19.6.36

Clasificar la ecuación$2x+3=2x+3$ como una identidad, una contradicción o una ecuación condicional.

? Ejercicio19.6.37

Resuelve la ecuación$4(x-1)+12=-3(2x+4)$.

Contestar

$x=-2$

? Ejercicio19.6.38

Traducir la siguiente oración a una ecuación matemática. Tres menos que un número desconocido se multiplica por cuatro negativos. El resultado es dos más que el número desconocido original.

This page titled 19.6: Aplicación II - Solución de Problemas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.6: Application II - Solving Problems** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.7: Desigualdades lineales en una variable

Desigualdades

Relaciones de Desigualdad

Hemos descubierto que una ecuación es una forma matemática de expresar la relación de igualdad entre cantidades. No todas las relaciones necesitan ser relaciones de igualdad, sin embargo. Ciertamente el número de seres humanos en la tierra es mayor a 20. Además, el estadounidense promedio consume menos de 10 gramos de vitamina C todos los días. Este tipo de relaciones no son relaciones de igualdad, sino más bien, relaciones de **desigualdad**.

Desigualdades Lineales

Desigualdad Lineal

Una **desigualdad lineal** es una declaración matemática de que una expresión lineal es mayor o menor que otra expresión lineal.

Notación de desigualdad

Se utiliza la siguiente notación para expresar relaciones de desigualdad:

$>$ Estrictamente mayor que

$<$ Estrictamente menos que

$\geq$ Mayor o igual a

$\leq$ Menor o igual a

Tenga en cuenta que la expresión $x > 12$ tiene infinitamente muchas soluciones. Cualquier número estrictamente mayor a 12 satisfará la declaración. Algunas soluciones son $13, 15, 90, 12.1,\ 16.3$ y 102.51.

Conjunto de Muestras A

Las siguientes **son** desigualdades lineales en una variable.

Ejemplo 19.7.1

1. $x \leq 12$
2. $x + 7 > 4$
3. $y + 3 \geq 2y - 7$
4. $P + 26 < 10(4P - 6)$
5. $\dfrac{2r - 9}{5} > 15$

Las siguientes **no son** desigualdades lineales en una variable.

Ejemplo 19.7.2

1. $x^2 < 4$
El término x^2 es cuadrático, no lineal.
2. $x \leq 5y + 3$
Hay dos variables. Se trata de una desigualdad lineal en dos variables.
3. $y + 1 \neq 5$
Aunque el símbolo $\neq$ ciertamente expresa una desigualdad, se acostumbra utilizar únicamente los símbolos $<, >, \leq, \geq$.

Una ecuación lineal, sabemos, puede tener exactamente una solución, infinitamente muchas soluciones, o ninguna solución. Especular sobre el número de soluciones de una desigualdad lineal. (**Pista:** Considere las desigualdades $x < x - 6$ y $x \geq 9$.)

Una desigualdad lineal puede tener infinitamente muchas soluciones, o ninguna solución.

El álgebra de las desigualdades lineales

Las desigualdades pueden resolverse básicamente por los mismos métodos que las ecuaciones lineales. Hay una excepción importante que discutiremos en el ítem 3 del álgebra de las desigualdades lineales.

El álgebra de las desigualdades lineales

Dejara$a$, b, yc representar números reales y asumir que:

$a < b$ (o$a > b$)

Entonces, si$a < b$:

1. $a + c < b + c$ y$a - c < b - c$.
   Si algún número real se suma o resta de ambos lados de una desigualdad, el sentido de la desigualdad permanece sin cambios.
2. Sic es un número real **positivo**, entonces si$a < b$,
   $ac < bc$ y$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
   Si ambos lados de una desigualdad se multiplican o dividen por el mismo número positivo, el sentido de la desigualdad permanece sin cambios.
3. Sic es un número real **negativo**, entonces si$a < b$,
   $ac > bc$ y$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
   Si ambos lados de una desigualdad se multiplican o dividen por el mismo número **negativo**, **el signo de desigualdad debe invertirse** (cambiar de dirección) para que la desigualdad resultante sea equivalente a la desigualdad original. (Ver problema 4 en el siguiente conjunto de ejemplos.)

Por ejemplo, considere la desigualdad$3 < 7$.

Ejemplo19.7.3

Porque$3 < 7$, si se agrega 8 a ambos lados, obtenemos
$3 + 8 < 7 + 8$
\(
11<15
\)
True

Ejemplo19.7.4

Porque$3 < 7$, si se resta 8 de ambos lados, obtenemos:

$3 - 8 < 7 - 8$

$-5 < -1$

Cierto

Ejemplo19.7.5

Porque$3 < 7$, si ambos lados se multiplican por 8 (un número positivo), obtenemos:

$8(3) > 8(7)$

$24 < 56$

Cierto

Ejemplo19.7.6

Porque$3 < 7$, si ambos lados se multiplican por -8 (un número negativo), obtenemos

$(-8)3 > (-8)7$

Observe el cambio de dirección del signo de desigualdad.

$-24 > -56$

Cierto

Si hubiéramos olvidado invertir la dirección del signo de desigualdad habríamos obtenido la afirmación incorrecta$-24 < -56$.

Ejemplo19.7.7

Porque$3 < 7$, si ambos lados están divididos por 8 (un número positivo), obtenemos

$\frac{3}{8} < \frac{7}{8}$

Cierto

Ejemplo19.7.8

Porque$3 < 7$, si ambos lados están divididos por -8 (un número negativo), obtenemos:

$\frac{3}{-8} > frac7-8$

Es cierto, ya que$-.375 > .875$

Conjunto de Muestras B

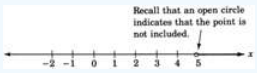
Resolver las siguientes desigualdades lineales. Dibuja una recta numérica y coloca un punto en cada solución.

Ejemplo19.7.9

$3x > 15$Divide ambos lados por 3. El 3 es un número positivo, por lo que no necesitamos revertir el sentido de la desigualdad.

$x > 5$

Así, todos los números estrictamente mayores a 5 son soluciones a la desigualdad$3x > 15$

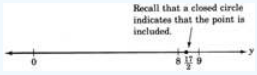


Ejemplo19.7.10

$2y - 1 \leq 16$ Agrega 1 a ambos lados.

$2y \leq 17$Dividir ambos lados 2.

$y \leq \frac{17}{2}$

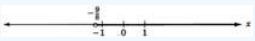


Ejemplo19.7.11

$-8x + 5 < 14$ Restar 5 ambos de ambos lados.

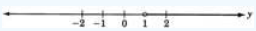
$-8x < 9$Divide ambos lados por -8. Debemos revertir el sentido de la desigualdad ya que estamos divididos por un número neagtivo.

$$x > -\frac{9}{8}$$



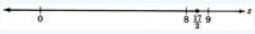
Ejemplo19.7.12

$5-3(y+2) < 6y-10$
$5-3y-6 < 6y-10$
$-3y-1 < 6y-10$
$-9y < -9$
$y > 1$



Ejemplo19.7.13

$\frac{2z+7}{-4} \geq -6$ Multiplicar por -4
$2x+7 \leq 24$ Observe el cambio en el sentido de la desigualdad.
$2z \leq 17$
$z \leq \frac{17}{2}$



Set de práctica B

Resolver las siguientes desigualdades lineales.

Problema de práctica19.7.1

$y-6 \leq 5$

Contestar

$y \leq 11$

Problema de práctica19.7.2

$x+4 > 9$

Contestar

$x > 5$

Problema de práctica19.7.3

$4x-1 \geq 15$

Contestar

$x \geq 4$

Problema de práctica 19.7.4

$-5y+16 \leq 7$

Contestar

$y \geq \frac{9}{5}$

Problema de práctica 19.7.5

$7(4s-3) < 2s+8$

Contestar

$s < \frac{29}{2}$

Problema de práctica 19.7.6

$5(1-4h)+4 < (1-h)2+6$

Contestar

$h > \frac{1}{18}$

Problema de práctica 19.7.7

$18 \geq 4(2x-3)-9x$

Contestar

$x \geq -30$

Problema de práctica 19.7.8

$-\frac{3b}{16} \leq 4$

Contestar

$b \geq \frac{-64}{3}$

Problema de práctica 19.7.9

$\frac{-7z+10}{-12} < -1$

Contestar

$z < -\frac{2}{7}$

? Problema de práctica19.7.10

$-x-\frac{2}{3} \leq \frac{5}{6}$

Contestar

\ (x\ ge\ dfrac {-3} {2}

Desigualdades compuestas

Desigualdad compuesta

Otro tipo de desigualdad es la **desigualdad compuesta**. Una desigualdad compuesta es de la forma:

$a < x < b$

En realidad hay dos declaraciones aquí. El primer enunciado es$a < x$. El siguiente enunciado es$x < b$. Cuando leemos esta afirmación decimos "$a$es menor que"x, luego seguimos diciendo "yx es menor que"b.

Con sólo mirar la desigualdad podemos ver que el número$x$ está entre los números$a$ yb. La desigualdad compuesta$a < x < b$ indica "entremedias". Sin cambiar el significado, se$a < x$ puede leer el enunciado$x > a$. (Seguramente, si el número$a$ es menor que el número$x$, el número$x$ debe ser mayor que el número$a$.) Así, podemos leer$a < x < b$ como "$x$es mayor que a y al mismo tiempo es menor que"b. Por ejemplo:

$4 < x < 9$.

La letra$x$ es algún número estrictamente entre4 y9. De ahí que$x$ sea mayor que4 y, a la vez, menor que9. Los números4 y no9 están incluidos por lo que utilizamos círculos abiertos en estos puntos.



$-2 < z < 0$.

Los$z$ soportes para algún número entre-2 y0. De ahí que$z$ sea mayor que-2 pero también menor que0.

$1 < x+6 < 8$.

La expresión$x+6$ representa algún número estrictamente entre1 y8. De ahí,$x+6$ representa algún número estrictamente mayor que1, pero menor que8.

$\frac{1}{4} \leq \frac{5x-2}{6} \leq \frac{7}{9}$.

El término$\frac{5x-2}{6}$ representa algún número entre e incluyendo$\frac{1}{4}$ y$\frac{7}{9}$. Por lo tanto,$\frac{5x-2}{6}$ representa algún número mayor o igual a$\frac{1}{4}$ pero menor o igual a$\frac{7}{9}$.



Considerar el problema 3 anterior,$1 < x+6 < 8$. El comunicado dice que la cantidad$x+6$ está entre1 y8. Esta afirmación será cierta sólo para ciertos valores de$x$. Por ejemplo, si$x = 1$, la afirmación es verdadera ya que$1 < 1+6 < 8$. No obstante, si $x = 4.9$, la afirmación es falsa ya que claramente no$1 < 4.9+6 < 8$ es cierta. La primera de las desigualdades se satisface ya que 1 es menor que10.9, pero la segunda desigualdad no se satisface ya que no10.9 es menor que8.

Nos gustaría saber exactamente para qué valores de$x$ la afirmación$1 < x+6 < 8$ son ciertos. Procedemos usando las propiedades discutidas anteriormente en esta sección, pero ahora debemos aplicar las reglas a las **tres** partes en lugar de solo las dos partes en una desigualdad regular.

Conjunto de Muestras C

Ejemplo19.7.14

Resolver$1 < x + 6 < 8$.

$1 - 6 < x + 6 - 6 < 8 - 6$ Restar6 de las tres partes.

$-5 < x < 2$

Así, si$x$ hay algún número estrictamente entre-5 y2, la afirmación$1 < x + 6 < 8$ será cierta.

Ejemplo19.7.14

Resolver$-3 < \dfrac{-2x-7}{5} < 8$

$-3 < \dfrac{-2x-7}{5}(5) < 8(5)$ Multiplique cada parte por5.

$-15 < -2x - 7 < 40$. Agregar7 a las tres partes.

$-8 < -2x < 47$ Divide las tres partes por-2.

$4 > x > -\dfrac{47}{2}$ Recuerde invertir la dirección de los signos de desigualdad.

$-\dfrac{47}{2} < x < 4$. Es costumbre (pero no necesario) escribir la desigualdad para que las flechas de desigualdad apunten a la izquierda.

Así, si$x$ hay algún número entre$-\dfrac{47}{2}$ y4, se satisfará la desigualdad original.

Set de práctica C

Encontrar los valores de x que satisfagan la desigualdad continua dada.

Problema de práctica19.7.11

$4 < x - 5 < 12$

Contestar

$9 < x < 17$

Problema de práctica19.7.11

$-3 < 7y + 1 < 18$

Contestar

$-\dfrac{4}{7} < y < \dfrac{17}{7}$

Problema de práctica19.7.11

$0 \leq 1 - 6x \leq 7$

Contestar

$-1 \leq x \leq \dfrac{1}{6}$

Problema de práctica19.7.11

$$-5 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 10$$

Contestar

$$-8 \leq x \leq \frac{29}{2}$$

Problema de práctica19.7.11

$$9 < \frac{-4x+5}{-2} < 14$$

Contestar

$$\frac{23}{4} < x < \frac{33}{4}$$

Problema de práctica19.7.11

¿$4 < x < -1$ Tiene una solución?

Contestar

No

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver las desigualdades.

Ejercicio19.7.1

$x+7 < 12$

Contestar

$x < 5$

Ejercicio19.7.2

$y-5 \leq 8$

Ejercicio19.7.3

$y+19 \geq 2$

Contestar

$y \geq -17$

Ejercicio19.7.4

$x-5 > 16$

Ejercicio19.7.5

$3x - 7 \leq 8$

Contestar

$x \leq 3$

Ejercicio19.7.6

$9y - 12 \leq 6$

Ejercicio19.7.7

$2z + 8 < 7$

Contestar

$z < -\frac{1}{2}$

Ejercicio19.7.8

$4x - 14 > 21$

Ejercicio19.7.9

$-5x \leq 20$

Contestar

$x \geq -4$

Ejercicio19.7.10

$-8x < 40$

Ejercicio19.7.11

$-7z < 77$

Contestar

$z > -11$

Ejercicio19.7.12

$-3y > 39$

Ejercicio19.7.13

$\frac{x}{4} \geq 12$

Contestar

$x \geq 48$

Ejercicio19.7.14

$\frac{y}{7} > 3$

Ejercicio19.7.15

$\frac{2x}{9} \geq 4$

Contestar

$x \geq 18$

Ejercicio19.7.16

$\frac{5y}{2} \geq 15$

Ejercicio19.7.17

$\frac{10x}{3} \leq 4$

Contestar

$x \leq \frac{6}{5}$

Ejercicio19.7.18

$-\frac{5y}{4} < 8$

Ejercicio19.7.19

$\frac{-12b}{5} < 24$

Contestar

$b > -10$

Ejercicio19.7.20

$\frac{-6a}{7} \leq -24$

Ejercicio19.7.21

$\frac{8x}{-5} > 6$

Contestar

$x < -\frac{15}{4}$

Ejercicio19.7.22

$\frac{14y}{-3} \geq -18$

Ejercicio19.7.23

$\frac{21y}{-8} < -2$

Contestar

$y < \frac{16}{21}$

Ejercicio19.7.24

$-3x + 7 \leq -5$

Ejercicio19.7.25

$-7y + 10 \leq -4$

Contestar

$y \geq 2$

Ejercicio19.7.26

$6x - 11 < 31$

Ejercicio19.7.27

$3x - 15 \leq 30$

Contestar

$x \leq 15$

Ejercicio19.7.28

$-2y + \frac{4}{3} \leq -\frac{2}{3}$

Ejercicio19.7.29

$5(2x - 5) \geq 15$

Contestar

$x \geq 4$

Ejercicio19.7.30

$4(x + 1) > -12$

Ejercicio19.7.31

$6(3x-7) \geq 48$

Contestar

$x \geq 5$

Ejercicio19.7.32

$3(-x+3) > -27$

Ejercicio19.7.33

$-4(y+3) > 0$

Responder

$y < -3$

Ejercicio19.7.34

$-7(x-77) \leq 0$

Ejercicio19.7.35

$2x-1 < x+5$

Responder

$x < 6$

Ejercicio19.7.36

$6y+12 \leq 5y-1$

Ejercicio19.7.37

$3x+2 \leq 2x-5$

Responder

$x \leq -7$

Ejercicio19.7.38

$4x+5 > 5x-11$

Ejercicio19.7.39

$3x-12 \geq 7x+4$

Responder

$x \leq -4$

Ejercicio19.7.40

$-2x-7>5x$

Ejercicio19.7.41

$-x-4>-3x+12$

Responder

$x>8$

Ejercicio19.7.42

$3-x\geq 4$

Ejercicio19.7.43

$5-y\leq 14$

Responder

$y\geq -9$

Ejercicio19.7.44

$2-4x\leq -3+x$

Ejercicio19.7.45

$3[4+5(x+1)]<-3$

Responder

$x<-2$

Ejercicio19.7.46

$2[6+2(3x-7)]\geq 4$

Ejercicio19.7.47

$7[-3-4(x-1)]\leq 91$

Responder

$x\geq -3$

Ejercicio19.7.48

$-2(4x-1)<3(5x+8)$

Ejercicio19.7.49

$-5(3x-2) > -3(-x-15)+1$

Responder

$x < -2$

Ejercicio19.7.50

$-.0091x \geq 2.885x - 12.014$

Ejercicio19.7.51

¿Qué números satisfacen la condición: dos veces un número más uno es mayor que tres negativos?

Responder

$x > -2$

Ejercicio19.7.52

¿Qué números satisfacen la condición: ocho más de tres veces un número es menor o igual a catorce?

Ejercicio19.7.53

Un número es cinco veces mayor que otro número. La diferencia entre estos dos números es menor a veinticuatro. ¿Cuáles son los valores más grandes posibles para los dos números? ¿Hay un valor más pequeño posible para cualquiera de los números?

Responder

Primer número: cualquier número estrictamente menor que 6.
Segundo número: cualquier número estrictamente menor a 30.
No hay valor más pequeño posible para ninguno de los dos números.
No hay mayor valor posible para ninguno de los dos números.

Ejercicio19.7.54

El área de un rectángulo se encuentra multiplicando la longitud del rectángulo por el ancho del rectángulo. Si la longitud de un rectángulo es de 8 pies, ¿cuál es la medida más grande posible para el ancho si debe ser un número entero (número entero positivo) y el área debe ser menor de 48 pies cuadrados?

Ejercicios para revisión

Ejercicio19.7.55

Simplificar$(x^2y^3z^2)^5$

Responder

$x^{10}y^{15}z^{10}$

? Ejercicio19.7.56

Simplificar$-[-(-|-8|)]$.

? Ejercicio19.7.57

Encuentra el producto. $(2x-7)\ (x+4)$.

Responder

$2x^2+x-28$

? Ejercicio19.7.58

El veinticinco por ciento de un número es12.32. ¿Cuál es el número?

? Ejercicio19.7.59

El perímetro de un triángulo es de 40 pulgadas. Si la longitud de cada una de las dos patas es exactamente el doble de la longitud de la base, ¿cuánto dura cada pata?

Responder

16 pulgadas

This page titled 19.7: Desigualdades lineales en una variable is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.7: Linear Inequalities in One Variable** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.8: Ecuaciones lineales en dos variables

Soluciones a Ecuaciones Lineales en Dos Variables

Solución a una ecuación en dos variables

Hemos descubierto que una ecuación es una forma matemática de expresar la relación de igualdad entre cantidades. Si la relación es entre dos cantidades, la ecuación contendrá dos variables. Decimos que una ecuación en dos variables tiene una solución si se puede encontrar un **par** ordenado de valores de tal manera que cuando estos dos valores se sustituyen en la ecuación se obtiene una declaración verdadera. Esto se ilustra cuando observamos algunas soluciones a la ecuación$y = 2x + 5$.

\ (\ begin {array} {l}
x=4, y=13;\ quad\ text {desde} 13=2 (4) +5\ text {es verdadero}\\
x=1, y=7;\ quad\ text {desde} 7=2 (1) +5\ text {es verdadero.}\\
x=0, y=5;\ quad\ text {desde} 5=2 (0) +5\ texto {es cierto.}\\
x=-6, y=-7;\ quad\ text {desde} -7=2 (-6) +5\ text {es verdadero.}
\ end {array}\)

Pares ordenados como soluciones

Es importante tener en cuenta que una solución a una ecuación lineal en dos variables es un par ordenado de valores, un valor por cada variable. No se conoce completamente una solución hasta que se especifican los valores de **ambas** variables.

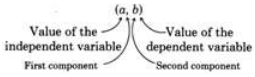
Variables independientes y dependientes

Recordemos que, en una ecuación, se dice que cualquier variable cuyo valor pueda asignarse libremente es una **variable independiente.** Cualquier variable cuyo valor se determine una vez asignado el otro valor o valores se dice que es una **variable dependiente.** Si, en una ecuación lineal, la variable independiente es x y la variable dependiente es y, y una solución a la ecuación es x=a e y=b, la solución se escribe como

PAR ORDENADO:(a, b)

Par Pedido

En un **par ordenado**,$(a,\ b)$, el primer componente,a, da el valor de la variable independiente, y el segundo componente,b, da el valor de la variable dependiente.



Podemos usar pares ordenados para mostrar algunas soluciones a la ecuación$y = 6x - 7$.

Ejemplo19.8.1

$(0, -7)$

Si$x = 0$ y$y = -7$, obtenemos una declaración verdadera tras la sustitución y el cálculo

\ (\ begin {array} {flushleft}
y&=&6x-7\\
-7&=&6 (0) -7&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-7&=&-7&\ text {¿Esto es correcto?} \\
-7&=&41&\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Ejemplo19.8.2

$(8, 41)$

Si$x = 8$ y$y = 41$, obtenemos una declaración verdadera tras la sustitución y el cálculo

\ (\ begin {array} {flushleft}
y&=&6x-7\\
41&=&6 (8) -7&\ text {¿Es esto correcto?} \\
41&=&48-7&\ text {¿Es esto correcto?} \\
41&=&41&\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Ejemplo19.8.3

$(-4, -31)$

Si$x = 8$ y$y = 41$, obtenemos una declaración verdadera tras la sustitución y el cálculo

\ (\ begin {array} {flushleft}
y&=&6x-7\\
-31&=&6 (-4) -7&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-31&=&-24-7&\ text {¿Es esto correcto?} \\
-31&=&-31&\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Estas son sólo tres de las infinitamente muchas soluciones a esta ecuación.

Conjunto de Muestras A

Encuentre una solución a cada una de las siguientes ecuaciones lineales en dos variables y escriba la solución como un par ordenado.

Ejemplo19.8.4

\ (
y=3 x-6,\ text {if} x=1
\)
Sustituir 1 por$x$, computar y resolver para$y$.
\ (
\ begin {aligned}
y &=3 (1) -6\\
&=3-6\\
&=-3
\ end {aligned}
\)
Por lo tanto, una solución es$(1, -3)$.

Ejemplo19.8.5

\ (
y=15-4 x,\ text {if} x=-10
\)
Sustituir -10 por$x$, computar y resolver para$y$.
\ (
\ begin {aligned}
y &=15-4 (-10)\\
&=15+40\\
&=55
\ end {aligned}

\)
Por lo tanto, una solución es$(-10, 55)$.

Ejemplo19.8.6

\ (
b=-9 a+21,\ text {if} a=2
\)
Sustituir 2 por$a$, computar y resolver para$b$.
\ (
\ begin {aligned}
b &=-9 (2) +21\\
&=-18+21\\
&=3
\ end {aligned}
\)
Por lo tanto, una solución es$(2, 3)$.

Ejemplo19.8.7

$5x-2y=1,\ \text{if } x=0$
Sustituir 0 por$x$, computar y resolver para$y$.
\ (
\ begin {aligned}
5 (0) -2 y &=1\\
0-2 y &=1\\
-2 y &=1\\ y &=\
y &=-\ dfrac {1} {2}
\ end {alineado}
\)
Por lo tanto, una solución es $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

Conjunto de práctica A

Encuentre una solución a cada una de las siguientes ecuaciones lineales en dos variables y escriba la solución como un par ordenado.

Problema de práctica19.8.1

$y=7x-20$, si$x=3$

Contestar

$(3, 1)$

Problema de práctica19.8.2

$m=-6n+1$, si$n=2$

Contestar

$(2,\ -11)$

Problema de práctica19.8.3

$b = 3a - 7$, si$a = 0$

Contestar

$(0,\ -7)$

Problema de práctica19.8.4

$10x - 5y - 20 = 0$, si$x = -8$

Contestar

$(-8, -20)$

Problema de práctica19.8.5

$3a + 2b + 6 = 0$, si$a = -1$

Contestar

$(-1, \frac{-3}{2})$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones lineales en dos variables.

Ejercicio19.8.1

$y = 8x + 14$, si$x = 1$

Contestar

$(1, 22)$

Ejercicio19.8.2

$y = -2x + 1$, si$x = 0$

Ejercicio19.8.3

$y = 5x + 6$, si$x = 4$

Contestar

$(4, 26)$

Ejercicio19.8.4

$x + y = 7$, si$x = 8$

Ejercicio19.8.5

$3x + 4y = 0$, si$x = -3$

Contestar

$(-3, \frac{9}{4})$

Ejercicio19.8.6

$-2x + y = 1$, si$x = \frac{1}{2}$

Ejercicio19.8.7

$5x - 3y + 1 = 0$, si$x = -6$

Contestar

$(-6, -\frac{29}{3})$

Ejercicio19.8.8

$-4x - 4y = 4$, si$y = 7$

Ejercicio19.8.9

$2x + 6y = 1$, si$y = 0$

Contestar

$(\frac{1}{2}, 0)$

Ejercicio19.8.10

$-x - y = 0$, si$y = \frac{14}{3}$

Ejercicio19.8.11

$y = x$, si$x = 1$

Contestar

$(1, 1)$

Ejercicio19.8.12

$x + y = 0$, si$x = 0$

Ejercicio19.8.13

$y + \frac{3}{4} = x$, si$x = \frac{9}{4}$

Contestar

$(\frac{9}{4}, \frac{3}{2})$

Ejercicio19.8.14

$y+17=x$, si$x=-12$

Ejercicio19.8.15

$-20y+14x=1$, si$x=8$

Contestar

$(8, \frac{111}{20})$

Ejercicio19.8.16

$\frac{3}{5}y+\frac{1}{4}x=\frac{1}{2}$, si$x=-3$

Ejercicio19.8.17

$\frac{1}{5}x+y=-9$, si$y=-1$.

Contestar

$(-40,-1)$

Ejercicio19.8.18

$y+7-x=0$, si$x=*$

Ejercicio19.8.19

$2x+31y-3=0$, si$x=a$

Contestar

$(a, \frac{3-2a}{31})$

Ejercicio19.8.20

$436x+189y=881$, si$x=-4231$

Ejercicio19.8.21

$y=6(x-7)$, si$x=2$

Contestar

$(2,-30)$

Ejercicio19.8.22

$y=2(4x+5)$, si$x=-1$

Ejercicio19.8.23

$5y = 9(x - 3)$, si$x = 2$

Contestar

$(2, -\frac{9}{5})$

Ejercicio19.8.24

$3y = 4(4x + 1)$, si$x = -3$

Ejercicio19.8.25

$-2y = 3(2x - 5)$, si$x = 6$

Contestar

$(6, -\frac{21}{2})$

Ejercicio19.8.26

$-8y = 7(8x + 2)$, si$x = 0$

Ejercicio19.8.27

$b = 4a - 12$, si$a = -7$

Contestar

$(-7, -40)$

Ejercicio19.8.28

$b = -5a + 21$, si$a = -9$

Ejercicio19.8.29

$4b - 6 = 2a + 1$, si$a = 0$

Contestar

$(0, \frac{7}{4})$

Ejercicio19.8.30

$-5m + 11 = n + 1$, si$n = 4$

Ejercicio19.8.31

$3(t + 2) = 4(s - 9)$, si$s = 1$

Contestar

$(1, -\frac{38}{3})$

Ejercicio19.8.32

$7(t-6) = 10(2-s)$, si$s = 5$

Ejercicio19.8.33

$y = 0x + 5$, si$x = 1$

Contestar

$(1, 5)$

Ejercicio19.8.34

$2y = 0x - 11$, si$x = -7$

Ejercicio19.8.35

$-y = 0x + 10$, si$x = 3$

Contestar

$(3, -10)$

Ejercicio19.8.36

$-5y = 0x - 1$, si$x = 0$

Ejercicio19.8.37

$y = 0(x-1) + 6$, si$x = 1$

Contestar

$(1, 6)$

Ejercicio19.8.38

$y = 0(3x + 9) - 1$, si$x = 12$

Ejercicio19.8.39

Un examen de las velocidades ganadoras en la carrera automovilística Indianapolis 500 de 1961 a 1970 produce la ecuación $y = 1.93x + 137.60$, donde$x$ está el número de años a partir de 1960 yy es la velocidad ganadora. Se utilizaron métodos estadísticos para obtener la ecuación y, para un año determinado, la ecuación sólo da la velocidad aproximada de ganancia. Usa la ecuación$y = 1.93x + 137.60$ para encontrar la velocidad ganadora aproximada en

a. 1965
b. 1970
c. 1986
d. 1990

Contestar

(a) Aproximadamente 147 mph usando$(5, 147.25)$
(b) Aproximadamente 157 mph usando$(10, 156.9)$
(c) Aproximadamente 188 mph usando$(26, 187.78)$
(d) Aproximadamente 196 mph usando$(30, 195.5)$

? Ejercicio19.8.40

En la teoría de la electricidad, la ley de Ohm relaciona la corriente eléctrica con el voltaje por la ecuación$y = 0.00082x$, donde x está el voltaje en voltios yy es la corriente en amperios. Esta ecuación se encontró por métodos estadísticos y para un voltaje dado solo rinde un valor aproximado para la corriente. Utilice la ecuación$y = 0.00082x$para encontrar la corriente aproximada para un voltaje de

a. 6 voltios
b. 10 voltios

? Ejercicio19.8.41

Se han utilizado métodos estadísticos para obtener una relación entre el número real y el número reportado de submarinos alemanes hundidos cada mes por la Armada de Estados Unidos en la Segunda Guerra Mundial. La ecuación que expresa el número aproximado de hundimientos reales,y, para un número dado de hundimientos reportados,x, es$y = 1.04x + 0.76$. Encuentra el número aproximado de hundimientos reales de submarinos alemanes si el número reportado de hundimientos es

a. 4
b. 9
c. 10

Contestar

(a) Aproximadamente 5 hundimientos usando$(4, 4.92)$
(b) Aproximadamente 10 hundimientos usando$(9, 10.12)$
(c) Aproximadamente 11 hundimientos usando$(10, 11.16)$

? Ejercicio19.8.42

Se han utilizado métodos estadísticos para obtener una relación entre el peso del corazón (en miligramos) y el peso corporal (en miligramos) de descendencia diabética de 10 meses de edad de ratones machos cruzados. La ecuación que expresa el peso corporal aproximado para un peso cardíaco dado es$y = 0.213x - 4.44$. Encuentra el peso corporal aproximado para un peso cardíaco de

a. 210 mg
b. 245 mg

? Ejercicio19.8.43

Se han utilizado métodos estadísticos para producir la ecuación$y = 0.176x - 0.64$. Esta ecuación da el recuento aproximado de glóbulos rojos (en millones) de la sangre de un perro,y, para un volumen de células empaquetadas dado (en milímetros),x. Encuentre el recuento aproximado de glóbulos rojos para un volumen de células empaquetadas de

a. 40 mm
b. 42 mm

Contestar

(a) Aproximadamente 6.4 usando$(40, 6.4)$
(b) Aproximadamente 4.752 usando$(42, 7.752)$

Ejercicio 19.8.44

Una máquina industrial puede funcionar a diferentes velocidades. La máquina también produce artículos defectuosos, y el número de artículos defectuosos que produce parece estar relacionado con la velocidad a la que la máquina está funcionando. Los métodos estadísticos encontraron que la ecuación $y = 0.73x - 0.86$ es capaz de dar el número aproximado de artículos defectuosos, y, para una velocidad de máquina dada, x. Utilice esta ecuación para encontrar el número aproximado de artículos defectuosos para una velocidad de máquina de

a. 9
b. 12

Ejercicio 19.8.45

Una empresa informática ha encontrado, utilizando técnicas estadísticas, que existe una relación entre los puntajes de las pruebas de aptitud de los trabajadores de la línea de montaje y su productividad. Utilizando datos acumulados a lo largo de un periodo de tiempo, $y = 0.89x - 41.78$ se derivó la ecuación. El x representa una puntuación de prueba de aptitud y y el número aproximado correspondiente de artículos ensamblados por hora. Estimar el número de ítems producidos por un trabajador con una puntuación de aptitud de

a. 80
b. 95

Contestar

a) Aproximadamente 29 artículos utilizando $(80, 29.42)$
(b) Aproximadamente 43 elementos que utilizan $(95, 42.77)$

Ejercicio 19.8.46

Los químicos, haciendo uso de técnicas estadísticas, han podido expresar el peso aproximado del bromuro de potasio, W, que se disolverá en 100 gramos de agua a T grados centígrados. La ecuación que expresa esta relación es $W = 0.52T + 54.2$. Utilice esta ecuación para predecir el peso del bromuro de potasio que se disolverá en 100 gramos de agua que se calienta a una temperatura de

a. 70 grados centígrados
b. 95 grados centígrados

Ejercicio 19.8.47

El departamento de mercadotecnia de una gran empresa ha podido expresar la relación entre la demanda de un producto y su precio mediante técnicas estadísticas. El departamento encontró, al analizar estudios realizados en seis diferentes áreas del mercado, que la ecuación que da la demanda aproximada de un producto (en miles de unidades) por un precio determinado (en centavos) es $y = -14.15x + 257.11$. Encuentra el número aproximado de unidades demandadas cuando el precio es

a. \$0.12
b. \$0.15

Contestar

(a) Aproximadamente 87 unidades usando $(12, 87.31)$
(b) Aproximadamente 45 unidades usando $(15, 44.86)$

Ejercicio 19.8.48

El manejo de un programa de lectura rápida afirma que la ganancia aproximada de velocidad (en palabras por minuto) G, está relacionada con el número de semanas pasadas en su programa, W, viene dada por la ecuación $G = 26.68W - 7.44$. Predecir la ganancia aproximada de velocidad para un estudiante que ha gastado

a. 3 semanas en el programa
b. 10 semanas en el programa

Ejercicios para la revisión

Ejercicio19.8.49

Encuentra el producto. $(4x-1)(3x+5)$.

Contestar

$12x^2+17x-5$

Ejercicio19.8.50

Encuentra el producto. $(5x+2)(5x-2)$

Ejercicio19.8.51

Resuelve la ecuación$6[2(x-4)+1]=3[2(x-7)]$.

Contestar

$x=0$

Ejercicio19.8.52

Resolver la desigualdad$-3a-(a-5)\geq a+10$.

Ejercicio19.8.53

Resolver la desigualdad compuesta$-1<4y+11<27$.

Contestar

$-3<y<4$

This page titled 19.8: Ecuaciones lineales en dos variables is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.8: Linear Equations in Two Variables** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.9: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Identidad
Una ecuación que es verdadera para todos los valores aceptables de la variable se llama **identidad**. $x+3=x+3$ es una identidad.

Contradicción Las contradicciones son ecuaciones que nunca son verdaderas independientemente del valor sustituido por la variable. $x+1=x$ es una contradicción.

Ecuación condicional
Una ecuación cuya verdad está condicionada al valor seleccionado para la variable se denomina **ecuación condicional**.

Soluciones y Resolución de una Ecuación
La colección de valores que hacen que una ecuación sea verdadera se denominan las **soluciones** de la ecuación. Se dice que una ecuación se **resuelve** cuando se han encontrado todas sus soluciones.

Ecuaciones Equivalentes
Las ecuaciones que tienen precisamente la misma colección de soluciones se denominan **ecuaciones equivalentes**.
Una ecuación equivalente se puede obtener a partir de una ecuación particular aplicando la **misma** operación binaria a **ambos** lados de la ecuación, es decir,

1. sumar o restar el **mismo** número a o desde **ambos** lados de esa ecuación en particular.
2. multiplicar o dividir **ambos** lados de esa ecuación en particular por el **mismo número distinto de cero**.

Ecuación **literal**
Una ecuación literal es una ecuación que se compone de más de una variable.

Reconocer una identidad
Si, al resolver una ecuación, se eliminan todas las variables y resulta una declaración verdadera, la ecuación es una **identidad**.

Reconocer una Contradicción
Si, al resolver una ecuación, se eliminan todas las variables y resulta una declaración falsa, la ecuación es una **contradicción**.

Traducir de expresiones verbales a matemáticas
Al resolver problemas verbales es absolutamente necesario saber cómo ciertas palabras se traducen en símbolos matemáticos.

Método de cinco pasos para resolver problemas verbales

1. Que$x$ (o alguna otra letra) represente la cantidad desconocida.
2. Traducir las palabras a las matemáticas y formar una ecuación. Un diagrama puede ser útil.
3. Resuelve la ecuación.
4. Verifique la solución sustituyendo el resultado en la declaración original del problema.
5. Escribe una conclusión.

Desigualdad **lineal**
Una desigualdad lineal es una declaración matemática de que una expresión lineal es mayor o menor que otra expresión lineal.

Notación de desigualdad

$>$Estrictamente mayor que
$<$ Estrictamente menor que
$\geq$ Mayor o igual a
$\leq$ Menor que igual a

Desigualdad compuesta
Una desigualdad de la forma

$a<x<b$

se llama **desigualdad compuesta**.

Solución a una Ecuación en Dos Variables y Pares Ordenados

Un par de valores que al ser sustituidos en una ecuación en dos variables produce una declaración verdadera se denomina solución a la ecuación en dos variables. Estos valores se escriben comúnmente como un **par ordenado**. La expresión (a, b) es un par ordenado. En un par ordenado, la variable independiente se escribe primero y la variable dependiente se escribe en segundo lugar.

This page titled 19.9: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.9: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.10: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Resolver ecuaciones - Otras técnicas en la resolución de ecuaciones

Resolver las ecuaciones para los siguientes problemas.

Ejercicio19.10.1

$y+3=11$

Contestar

$y=8$

Ejercicio19.10.2

$a-7=4$

Ejercicio19.10.3

$r-1=16$

Contestar

$r=17$

Ejercicio19.10.4

$a+2=0$

Ejercicio19.10.5

$x+6=-4$

Contestar

$x=-10$

Ejercicio19.10.6

$x-5=-6$

Ejercicio19.10.7

$x+8=8$

Contestar

$x=0$

Ejercicio19.10.8

$y-4=4$

Ejercicio19.10.9

$2x = 32$

Contestar

$x = 16$

Ejercicio19.10.10

$4x = 24$

Ejercicio19.10.11

$3r = -12$

Contestar

$r = -4$

Ejercicio19.10.12

$6m = -30$

Ejercicio19.10.13

$-5x = -30$

Contestar

$x = 6$

Ejercicio19.10.14

$-8y = -72$

Ejercicio19.10.15

$-x = 6$

Contestar

$x = -6$

Ejercicio19.10.16

$-y = -10$

Ejercicio19.10.17

$3x + 7 = 19$

Contestar

$x = 4$

Ejercicio19.10.18

$6x - 1 = 29$

Ejercicio19.10.19

$4x + 2 = -2$

Contestar

$x = -1$

Ejercicio19.10.20

$6x - 5 = -29$

Ejercicio19.10.21

$8x + 6 = -10$

Contestar

$x = -2$

Ejercicio19.10.22

$9a + 5 = -22$

Ejercicio19.10.23

$\frac{m}{6} + 4 = 8$

Contestar

$m = 24$

Ejercicio19.10.24

$\frac{b}{5} - 2 = 5$

Ejercicio19.10.25

$\frac{y}{9} = 54$

Contestar

$y = 486$

Ejercicio19.10.26

$\frac{a}{-3} = -17$

Ejercicio19.10.27

$$\frac{3a}{4} = 9$$

Ejercicio19.10.28

$$\frac{4y}{5} = -12$$

Contestar

$$y = -15$$

Ejercicio19.10.29

$$\frac{r}{4} = 7$$

Ejercicio19.10.30

$$\frac{6a}{-5} = 11$$

Contestar

$$a = -\frac{55}{6}$$

Ejercicio19.10.31

$$\frac{9x}{7} = 6$$

Ejercicio19.10.32

$$\frac{c}{2} - 8 = 0$$

Contestar

$$c = 16$$

Ejercicio19.10.33

$$\frac{m}{-5} + 4 = -1$$

Ejercicio19.10.34

$$\frac{x}{7} - 15 = -11$$

Contestar

$$x = 28$$

Ejercicio19.10.35

$$\frac{3x}{4}+2=14$$

Ejercicio19.10.36

$$\frac{3r+2}{5}=-1$$

Contestar

$$r=-\frac{7}{3}$$

Ejercicio19.10.37

$$\frac{6x-1}{7}=-3$$

Ejercicio19.10.38

$$\frac{4x-3}{6}+2=-6$$

Contestar

$$x=-\frac{45}{4}$$

Ejercicio19.10.39

$$\frac{y-21}{8}=-3$$

Ejercicio19.10.40

$$4(x+2)=20$$

Contestar

$$x=3$$

Ejercicio19.10.41

$$-2(a-3)=16$$

Ejercicio19.10.42

$$-7(2a-1)=63$$

Contestar

$$a=-4$$

Ejercicio19.10.43

$3x+7=5x-21$

Ejercicio19.10.44

$-(8r+1)=33$

Contestar

$r=-\frac{17}{4}$

Ejercicio19.10.45

Resolver$I=prt$ para$t$. Encuentra el valor de$t$ cuándo$I=3500$, $P=3000$, y$r=0.05$.

Ejercicio19.10.46

Resolver$A=LW$ para$W$. Encuentra el valor de$W$ cuándo$A=26$ y$L=2$.

Contestar

$W=13$

Ejercicio19.10.47

Resolver$p=mv$ para$m$. Encuentra el valor de m cuando$p=4240$ y$v=260$.

Ejercicio19.10.48

Resolver$P=R-C$ para$R$. Encuentra el valor de$R$ cuándo$P=480$ y$C=210$.

Contestar

$R=690$

Ejercicio19.10.49

Resolver$P=\frac{nRT}{V}$ para$n$.

Ejercicio19.10.50

Resolver$y=5x+8$ para$x$.

Contestar

$x=\frac{y-8}{5}$

Ejercicio19.10.51

Resolver$3y-6x=12$ para$y$.

Ejercicio19.10.52

Resolver$4y+2x+8=0$ para$y$.

Contestar

$$y=-\frac{1}{2}x-2$$

Ejercicio19.10.53

Resolver$k=\frac{4m+6}{7}$ para$m$

Ejercicio19.10.54

Resolver$t=\frac{10a-3b}{2c}$ para$b$

Contestar

$$b=-\frac{2ct-10a}{3}$$

Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas

Para los siguientes problemas, traduzca las frases u oraciones a expresiones matemáticas o ecuaciones.

Ejercicio19.10.56

Una cantidad menos ocho.

Ejercicio19.10.57

Un número, multiplicado por cuatro más siete.

Contestar

$x(4+7)$

Ejercicio19.10.58

Negativo diez menos algún número.

Ejercicio19.10.59

Dos quintas partes de un número menos cinco.

Contestar

$$\frac{2}{5}x-5$$

Ejercicio19.10.60

Un séptimo de un número más dos novenos del número.

Ejercicio19.10.61

Tres veces un número es cuarenta.

Contestar

$3x = 40$

Ejercicio19.10.62

Dos veces una cantidad más nueve es igual a la cantidad más sesenta.

Ejercicio19.10.63

Cuatro veces un número menos cinco se divide por siete. El resultado es diez más que el número.

Contestar

$\frac{(4x-5)}{7} = x+10$

Ejercicio19.10.64

Un número se suma a sí mismo cinco veces, y ese resultado se multiplica por ocho. El resultado completo es doce.

Ejercicio19.10.65

Un número multiplicado por once más que él mismo es seis.

Contestar

$x(x+11) = 6$

Ejercicio19.10.66

Una cantidad menos tres se divide por dos más que la cantidad misma. El resultado es uno menos que la cantidad original.

Ejercicio19.10.67

Un número se divide por dos veces el número, y ocho veces el número se agrega a ese resultado. El resultado es negativo.

Contestar

$\frac{x}{2x} + 8x = -1$

Ejercicio19.10.68

Una cantidad desconocida se disminuye en seis. Este resultado se divide entonces por veinte. Diez se restan de este resultado y se obtienen dos negativos.

Ejercicio19.10.69

Uno menos que algún número se divide por cinco veces el número. El resultado es el cubo del número.

Contestar

$$\frac{x-1}{5x} = x^3$$

Ejercicio19.10.70

Nueve menos que algún número se multiplica por el número menos nueve. El resultado es el cuadrado de seis veces el número.

Aplicación II - Resolución de Problemas

Para los siguientes problemas, encuentra la solución.

Ejercicio19.10.71

Este año un artículo cuesta $106, un incremento de $10 con respecto al precio del año pasado. ¿Cuál fue el precio del año pasado?

Contestar

precio del año pasado=$96

Ejercicio19.10.72

El perímetro de un cuadrado es de 44 pulgadas. Encuentra la longitud de un lado.

Ejercicio19.10.73

El nueve por ciento de un número es 77.4. ¿Cuál es el número?

Contestar

$x = 860$

Ejercicio19.10.74

Dos enteros consecutivos suman 63. ¿Qué son?

Ejercicio19.10.75

Cuatro enteros impares consecutivos se suman a 56. ¿Qué son?

Contestar

$x = 11$
$x + 2 = 13$
$x + 4 = 15$
$x + 6 = 17$

Ejercicio19.10.76

Si se resta veintiuno de algún número y ese resultado se multiplica por dos, el resultado es treinta y ocho. ¿Cuál es el número?

Ejercicio19.10.77

Si 37% más de una cantidad es 159.1, ¿cuál es el cuantito?

Contestar

$x = 116.13139$

Ejercicio19.10.78

Una estadística está recopilando datos para ayudarla a estimar el número de carteristas en una ciudad determinada. Ella necesita108 piezas de datos y está$\frac{3}{4}$ terminada. ¿Cuántos datos ha recopilado?

Ejercicio19.10.79

El estadístico en el problema 78 tiene ocho datos cortos de$\frac{5}{6}$ hacerse. ¿Cuántos datos ha recopilado?

Contestar

82 piezas de datos

Ejercicio19.10.80

Un comercial de televisión anuncia que cierto tipo de bombilla durará, en promedio, 200 horas más que tres veces la vida de otro tipo de bombilla. Si las pruebas de consumo muestran que la bombilla anunciada dura 4700 horas, ¿cuántas horas debe durar el otro tipo de bombilla para que la afirmación del anunciante sea válida?

Desigualdades lineales en una variable

Resolver las desigualdades para los siguientes problemas.

Ejercicio19.10.81

$y + 3 < 15$

Contestar

$y < 12$

Ejercicio19.10.82

$x - 6 \geq 12$

Ejercicio19.10.83

$4x + 3 > 23$

Contestar

$x > 5$

Ejercicio19.10.84

$5x - 14 < 1$

Ejercicio19.10.85

$6a - 6 \leq -27$

Contestar

$$a \leq -\frac{7}{2}$$

Ejercicio19.10.86

$-2y \geq 14$

Ejercicio19.10.87

$-8a \leq -88$

Contestar

$$a \geq 11$$

Ejercicio19.10.88

$\frac{x}{7} > -2$

Ejercicio19.10.89

$\frac{b}{-3} \leq 4$

Contestar

$$b \geq -12$$

Ejercicio19.10.90

$\frac{2a}{7} < 6$

Ejercicio19.10.91

$\frac{16c}{3} \geq -48$

Contestar

$$c \geq -9$$

Ejercicio19.10.92

$-4c + 3 \leq 5$

Ejercicio19.10.93

$-11y + 4 > 15$

Contestar

$$y < -1$$

Ejercicio19.10.94

$3(4x-5)>-6$

Ejercicio19.10.95

$-7(8x+10)+2<-32$

Contestar

$x>-\frac{9}{14}$

Ejercicio19.10.96

$5x+4\geq 7x+16$

Ejercicio19.10.97

$-x-5<3x-11$

Contestar

$x>\frac{3}{2}$

Ejercicio19.10.98

$4(6x+1)+2\geq -3(x-1)+4$

Ejercicio19.10.99

$-(5x+6)+2x-1<3(1-4x)+11$

Contestar

$x<\frac{7}{3}$

Ejercicio19.10.100

¿Qué números satisfacen la condición: nueve menos que negativo cuatro veces un número es estrictamente mayor que uno negativo?

Ecuaciones Lineales en Dos Variables

Resolver las ecuaciones para los siguientes problemas.

Ejercicio19.10.101

$y=-5x+4$, si$x=-3$

Contestar

$(-3,19)$

Ejercicio19.10.102

$y = -10x + 11$, si$x = -1$

Ejercicio19.10.103

$3a + 2b = 14$, si$b = 4$

Contestar

$(2, 4)$

Ejercicio19.10.104

$4m + 2k = 30$, si$m = 8$

Ejercicio19.10.105

$-4r + 5s = -16$, si$s = 0$

Contestar

$(4, 0)$

Ejercicio19.10.106

$y = -2(7x - 4), if x = -1$

Ejercicio19.10.107

$-4a + 19 = 2(b + 6) - 5$, si$b = -1$

Contestar

$(\frac{7}{2}, -1)$

Ejercicio19.10.108

$6(t + 8) = -(a - 5)$, si$a = 10$

Ejercicio19.10.109

$-(a + b) = 5$, si$a = -5$

Contestar

$(-5, 0)$

Ejercicio19.10.110

$-a(a + 1) = 2b + 1$, si$a = -2$

This page titled 19.10: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.10: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.11: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Resolver las ecuaciones y desigualdades para los siguientes problemas.

Ejercicio19.11.1

$x+8=14$

Contestar

$x=6$

Ejercicio19.11.2

$6a+3=-10$

Contestar

$a=\frac{-13}{6}$

Ejercicio19.11.3

$\frac{-3a}{8}=6$

Contestar

$a=-16$

Ejercicio19.11.4

$\frac{x}{-2}+16=11$

Contestar

$x=10$

Ejercicio19.11.5

$\frac{y-9}{4}+6=3$

Contestar

$y=-3$

Ejercicio19.11.6

$5b-8=7b+12$

Contestar

$b=-10$

Ejercicio19.11.7

$3(2a+4)=2(a+3)$

Contestar

$a=-\frac{3}{2}$

Ejercicio19.11.8

$5(y+3)-(2y-1)=-5$

Contestar

$y=-7$

Ejercicio19.11.9

$\frac{-(4x+3-5x)}{3}=2$

Contestar

$x=9$

Ejercicio19.11.10

Resolver$2p-6q+1=-2$ para$p$.

Contestar

$p=\frac{6q-3}{2}$

Ejercicio19.11.11

Resolver$p=\frac{nRT}{V}$ para$T$

Contestar

$T=\frac{Vp}{nR}$

Ejercicio19.11.12

$a-8\geq 4$

Contestar

$a\geq 12$

Ejercicio19.11.13

$-3a+1<-5$

Contestar

$a > 2$

Ejercicio19.11.14

$-2(a+6) \leq -a+11$

Contestar

$a \geq -23$

Ejercicio19.11.15

$\frac{-4x-3}{3} > -9$

Contestar

$x < 6$

Traducir las frases u oraciones en expresiones matemáticas o ecuaciones para los siguientes problemas.

Ejercicio19.11.16

Tres se sumaron al doble de un número.

Contestar

$3+2a$

Ejercicio19.11.17

Ocho menos de dos tercios de un número.

Contestar

$\frac{2}{3}x-8$

Ejercicio19.11.18

Dos más de cuatro veces por número.

Contestar

$2+4x$

Ejercicio19.11.19

Se suma un número a sí mismo y este resultado se multiplica por el número original en cubos. El resultado es doce.

Contestar

$2x(x^3) = 12$

Ejercicio19.11.20

Un número se disminuye en cinco y ese resultado se divide por diez más que el número original. El resultado es seis veces el número original.

Contestar

$$\frac{x-5}{x+10}=6x$$

Resolver los siguientes problemas.

Ejercicio19.11.21

El ocho por ciento de un número es 1.2. ¿Cuál es el número?

Contestar

$x=15$

Ejercicio19.11.22

Tres enteros impares consecutivos suman 38. ¿Qué son?

Contestar

No hay tres enteros impares consecutivos que sumen 38.

Ejercicio19.11.23

Cinco más de tres veces un número es estrictamente inferior a diecisiete. ¿Cuál es el número?

Contestar

$x<4$

Ejercicio19.11.24

Resuelve$y=8x-11$ por$y$ si$x=3$, y escribe la solución como un par ordenado.

Contestar

$(3,13)$

This page titled 19.11: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.11: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b

Igualdad Propiedad de División y Multiplicación

Recordando que el signo igual de una ecuación indica que el número representado por la expresión en el lado izquierdo es el mismo que el número representado por la expresión en el lado derecho sugiere la propiedad de igualdad de división y multiplicación, que establece:

1. Podemos obtener una ecuación equivalente **dividiendo ambos lados** de la ecuación por el mismo número distinto de cero, es decir, si$c \neq 0$, entonces$a = b$ es equivalente a$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
2. Podemos obtener una ecuación equivalente **multiplicando ambos lados** de la ecuación por el mismo número distinto de cero, es decir, si$c \neq 0$, entonces$a = b$ es equivalente a$ac = bc$.

Podemos usar estos resultados para aislar x, resolviendo así la ecuación para x.

Ejemplo19.3.1

Resolviendo$ax = b$ para$x$

\ (\ begin {array} {vaciado izquierdo}
ax&=&b&a\ text {está asociado con} x\ text {por multiplicación.}\\
&&&\ text {Deshacer la asociación buceando ambos lados por} a\
\ dfrac {ax} {a} &=&\ dfrac {b} {a} {a}
\\ dfrac {\ not {a} x {a} =&\ dfrac {b} {a}\\\
1\ cdot x &=&\ dfrac {b} {a} &\ dfrac {a} {a} =1\ text {y} 1\ text {es la identidad multiplicativa.} 1\ cdot x = x
\ end {array}\)

Ejemplo19.3.2

Resolviendo$\frac{x}{a} = b$ para$x$

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
x&=&\ dfrac {b} {a} &\ text {Esta ecuación es equivalente a la primera y es resuelta por} x
\\ dfrac {x} {a} &=&b&a\ text {se asocia con} x\ text {por división. Deshacer la asociación}\\
&&&\ text {multiplicando ambos lados por} a\\
a\ cdot\ dfrac {x} {a} &=&a\ cdot b\
\ no {a}\ cdot\ dfrac {x} {\ not {a}} &=&ab\\
1\ cdot x&=&ab&\ dfrac {a} =1\ text {y} 1\ text {es el identidad multiplicativa.} 1\ cdot x = x\\
x&=&ab&\ text {Esta ecuación es equivalente a la primera y se resuelve para} x
\ end {array}\)

Resolviendo$ax = b$ y$\frac{x}{a} = b$ para$x$

Método para resolver$ax = b$ and $\frac{x}{a} = b$

Para resolver$ax = b$ por$x$, **dividir ambos lados** de la ecuación por$a$.

$\frac{x}{a} = b$Para resolver$x$, **multiplique ambos lados** de la ecuación por$a$.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo19.3.3

Resolver$5x = 35$ para$x$.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
5x&=&35&5\ text {se asocia con} x\ text {por multiplicación. Deshacer la asociación}\\
&&&\ text {dividiendo ambos lados por} 5. \\
\ dfrac {5x} {5} &=&\ dfrac {35} {5}\\
\ dfrac {\ not {5} x} {\ not {5}} &=&7\\
1\ cdot x&=&7&\ dfrac {5} {5} =1\ text {y} 1\ text {es identidad multiplicativa.} 1\ cdot x = x.\\
x&=&7
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
5 (7) &=&35&\ text {¿Es esto correcto? }\\
35&=&35&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo19.3.4

Resolver$\dfrac{x}{4} = 5$ para$x$.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {x} {4} &=&5&4\ text {está asociado con} x\ text {por división. Deshacer la asociación por}\\
&&&\ text {multiplicando ambos lados por} 4. \\
4\ cdot\ dfrac {x} {4} &=&4\ cdot 5\\
\ not {4}\ cdot\ dfrac {x} {\ not {4}} &=&4\ cdot 5\\
1\ cdot x&=&20&\ dfrac {4} {4} =1\ text {y} 1\ text {es la identidad multiplicativa.} 1\ cdot x = x.\\
x&=&20
\ fin { matriz}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {20} {4} &=&5&\ text {¿Es esto correcto? }\\
5&=&5&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo19.3.5

Resolver$\dfrac{2y}{9} = 3$ para$y$.

Método (1) (Uso de cancelación):

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {2y} {9} &=&3&9\ text {está asociado con} y\ text {por división. Deshacer la asociación por}\\
&&&\ text {multiplicando ambos lados por} 9. \\
(\ not {9}) (\ dfrac {2y} {not {9}}) &=& (9) (3)\\
2y&=&27&2\ text {está asociado con} y {por multiplicación. Deshacer la asociación}\\
&&&\ text {dividiendo ambos lados por} 2. \\
\ dfrac {not {2} y} {not {2}} &=&\ dfrac {27} {2}\\
y&=&\ dfrac {27} {2}
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {\ not {2} (\ dfrac {27} {\ not {2}})} {9} &=&3&\ text {¿Es esto correcto?} \\
\ dfrac {27} {9} &=&3&\ text {¿Es esto correcto?} \\
3&=&3&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Método (2) (Uso de reciprocales):
\ (\ begin {array} {vaciado}
\ dfrac {2y} {9} &=&3&\ text {Desde}\ dfrac {2y} {9} =\ dfrac {2} {9} y,\ dfrac {2} {9}\ text {se asocia con} y\ text {por multiplicación.}\\
&&&\ text {Entonces, Desde}\ dfrac {9} {2}\ cdot\ dfrac {2} { 9} =1\ text {, la identidad multiplicativa, podemos}\\
&&&\ text {deshacer lo asociativo multiplicando ambos lados por}\ dfrac {9} {2}\\
(\ dfrac {9} {2}) (\ dfrac {2y} {9}) &=& (\ dfrac {9} {2}) (3)\\
(\ dfrac {9} {2}\ cdot\ dfrac {2} {9}) y&=&\ dfrac {27} {2}\\
1\ cdot y&=&\ dfrac {27} {2}\\
y&=&\ dfrac {27} {2}
\ end {array}\)

Ejemplo19.3.6

Resolver la ecuación literal $\frac{4ax}{m} = 3b$ para$x$.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {4ax} {m} &=&3b&m\ text {está asociado con} x\ text {por división. Deshacer la asociación por}\\
&&&\ text {multiplicando ambos lados por} m.\\
\ not {m} (\ dfrac {4ax} {\ not {m}}) &=&m\ cdot 3b\\
4ax&=&3bm&4a\ text {está asociado con} x\ text {por multiplicación. Deshacer la}\\
&&&\ text {asociación multiplicando ambos lados por} 4a\\
\ dfrac {\ not {4a} x} {\ not {4a}} &=&\ dfrac {3bm} {4a}\
x&=&\ dfrac {3bm} {4a}
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {4a (\ dfrac {3bm} {4a})} {m} &=&3b&\ text {¿Es esto correcto? }\\
\ dfrac {\ not {4a} (\ dfrac {3bm} {\ not {4a}})} {m} &=&3b&\ text {¿Es esto correcto?} \\
\ dfrac {3b\ not {m}} {\ not {m}} &=&3b&\ text {¿Es esto correcto?} \\
3b&=&3b&\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Problema de práctica19.3.1

Resolver$6a = 42$ para$a$.

Responder

$a = 7$

Problema de práctica 19.3.2

Resolver $-12m = 16$ para m.

Responder

$m = -\frac{4}{3}$

Problema de práctica 19.3.3

Resolver $\frac{y}{8} = -2$ para y

Responder

$y = -16$

Problema de práctica 19.3.4

Resolver $6.42x = 1.09$ para x

Responder

$x = 0.17$ (redondeado a dos decimales)

Problema de práctica 19.3.5

Resolver $\frac{5k}{12} = 2$ para k.

Responder

$k = \frac{24}{5}$

Problema de práctica 19.3.6

Resolver $\frac{-ab}{2c} = 4d$ para b.

Responder

$b = \frac{-8cd}{a}$

Problema de práctica 19.3.7

Resolver $\frac{3xy}{4} = 9xh$ para y.

Responder

$y = 12h$

Problema de práctica19.3.8

Resolver$\frac{2k^2mn}{5pq}=-6n$ para$m$.

Responder

$$m=\frac{-15pq}{k^2}$$

Ejercicios

En los siguientes problemas, resolver cada una de las ecuaciones condicionales.

Ejercicio19.3.1

$3x=42$

Responder

$x=14$

Ejercicio19.3.2

$5y=75$

Ejercicio19.3.3

$6x=48$

Responder

$x=8$

Ejercicio19.3.4

$8x=56$

Ejercicio19.3.5

$4x=56$

Responder

$x=14$

Ejercicio19.3.6

$3x=93$

Ejercicio19.3.7

$5a=-80$

Responder

$a=-16$

Ejercicio19.3.8

$9m = -108$

Ejercicio19.3.9

$6p = -108$

Responder

$p = -18$

Ejercicio19.3.10

$12q = -180$

Ejercicio19.3.11

$-4a = 16$

Responder

$a = -4$

Ejercicio19.3.12

$-20x = 100$

Ejercicio19.3.13

$-6x = -42$

Responder

$x = 7$

Ejercicio19.3.14

$-8m = -40$

Ejercicio19.3.15

$-3k = 126$

Responder

$k = -42$

Ejercicio19.3.16

$-9y = 126$

? Ejercicio19.3.17

$\frac{x}{6} = 1$

Responder

$x = 6$

? Ejercicio19.3.18

$\frac{a}{5} = 6$

? Ejercicio19.3.19

$\frac{k}{7} = 6$

Responder

$k = 42$

? Ejercicio19.3.20

$\frac{x}{3} = 72$

? Ejercicio19.3.21

$\frac{x}{8} = 96$

Responder

$x = 768$

? Ejercicio19.3.22

$\frac{y}{-3} = -4$

? Ejercicio19.3.23

$\frac{m}{7} = -8$

Responder

$m = -56$

? Ejercicio19.3.24

$\frac{k}{18} = 47$

Ejercicio19.3.25

$$\frac{f}{-62} = 103$$

Responder

$$f = -6386$$

Ejercicio19.3.26

$$3.06m = 12.546$$

Ejercicio19.3.27

$$5.012k = 0.30072$$

Responder

$$k = 0.06$$

Ejercicio19.3.28

$$\frac{x}{2.19} = 5$$

Ejercicio19.3.29

$$\frac{y}{4.11} = 2.3$$

Responder

$$y = 9.453$$

Ejercicio19.3.30

$$\frac{4y}{7} = 2$$

Ejercicio19.3.31

$$\frac{3m}{10} = -1$$

Responder

$$m = \frac{-10}{3}$$

Ejercicio19.3.32

$$\frac{5k}{6} = 8$$

Ejercicio19.3.33

$\frac{8h}{-7} = -3$

Responder

$h = \frac{21}{8}$

Ejercicio19.3.34

$\frac{-16z}{21} = -4$

Ejercicio19.3.35

Resolver$pq = 7r$ para$p$

Responder

$p = \frac{7r}{q}$

Ejercicio19.3.36

Resolver$m^2n = 2s$ para$n$

Ejercicio19.3.37

Resolver$2.8ab = 5.6d$ para$b$

Responder

$b = \frac{2d}{a}$

Ejercicio19.3.38

Resolver$\frac{mnp}{2k} = 4k$ para$p$

Ejercicio19.3.39

Resolver$\frac{-8a^2b}{3c} = -5a^2$ para$b$.

Responder

$b = \frac{15c}{8}$

Ejercicio19.3.40

Resolver$\frac{3pcb}{2m} = 2b$ parapc

Ejercicio19.3.41

Resolver$\frac{8rst}{3p} = -2prs$ para$t$.

Responder

$t = -\frac{-3p^2}{4}$

Ejercicios para revisión

Ejercicio19.3.42

Simplificar$(\frac{2x^0y^0z^3}{z^2})^5$

Ejercicio19.3.43

Clasificar$10x^3 - 7x$ como monomio, binomio o trinomio. Indicar su grado y escribir el coeficiente numérico de cada ítem.

Responder

binomio; 3er grado; 10, −7

Ejercicio19.3.44

Simplificar$3a^2 - 2a + 4a(a + 2)$

Ejercicio19.3.45

Especifique el dominio de la ecuación$y = \frac{3}{7+x}$.

Responder

todos los números reales excepto −7

Ejercicio19.3.46

Resolver la ecuación condicional$x + 6 = -2$.

This page titled 19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **5.3: Solving Equations of the Form ax = b and x/a = b** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

20: Factorización de polinomios

20.1: Objetivos
20.2: Encontrar los factores de un monomio
20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio
20.4: El mayor factor común
20.5: Factorización por Agrupación
20.6: Factorización de Dos Productos Especiales
20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1
20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1
20.9: Resumen de conceptos clave
20.10: Suplemento de ejercicio
20.11: Examen de Aptitud

This page titled 20: Factorización de polinomios is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

20.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Encontrar los factores de un monomio

- ser recordado de productos de polinomios
- ser capaz de determinar un segundo factor de un polinomio dado un primer factor

Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio

- ser capaz de factorizar un monomio a partir de un polinomio

El mayor factor común

- entender más claramente el proceso de factorización
- ser capaz de determinar el mayor factor común de dos o más términos

Factorización por Agrupación

- saber factorizar un polinomio usando el método de agrupación y cuándo probar el método de agrupación

Factorización de Dos Productos Especiales

- conocer las reglas fundamentales del factoring
- ser capaz de factorizar la diferencia de dos cuadrados y trinomios cuadrados perfectos

Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1

- ser capaz de factorizar trinomios con coeficiente inicial 1
- familiarizarse con algunas pistas de factoring

Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente a 1

- ser capaz de factorizar trinomios con coeficiente principal distinto de 1

This page titled 20.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.2: Encontrar los factores de un monomio

Productos de Polinomios

Anteriormente, se estudió la multiplicación de polinomios. Nos dieron **factores** y se nos pidió encontrar su **producto**, como se muestra a continuación.

Ejemplo20.2.1

Dados los factores 4 y 8, encuentra el producto. $4 \cdot 8 = 32$. El producto es 32.

Ejemplo20.2.2

Dados los factores$6x^2$ y$2x - 7$, encontrar el producto.

$6x^2(2x - 7) = 12x^3 - 42x^2$
El producto es$12x^3 - 42x^2$.

Ejemplo20.2.3

Dados los factores$x - 2y$ y$3x + y$, encontrar el producto.

\ (\ begin {array}
(x-2y) (3x+y) &=&3x^2+xy-6xy-2y^2\\
&=&3x^3-5xy-2y^2
\ end {array}\)

El producto es$3x^2 - 5xy - 2y^2$.

Ejemplo20.2.4

Dados los factores$a + 8$ y$a + 8$, encontrar el producto.

$(a + 8)^2 = a^2 + 16a + 64$
El producto es$a^2 + 16a + 64$.

Factoring

Ahora, vamos a revertir la situación. Se nos dará el producto, e intentaremos encontrar los factores. Este proceso, que es el reverso de la multiplicación, se llama **factorización**.

Factoring

La **factorización** es el proceso de determinar los factores de un producto determinado.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo20.2.5

El número 24 es el producto, y un factor es 6. ¿Cuál es el otro factor?
Buscamos un número() tal que$6 \cdot () = 24$. Sabemos por experiencia que$() = 4$. A medida que los problemas se vuelven cada vez más complejos, es posible que nuestra experiencia no nos dé la solución directamente. Necesitamos un método para encontrar factores. Para desarrollar este método podemos usar el problema relativamente simple$6 \cdot () = 24$ como guía.
Para encontrar el número(), nos **dividiríamos**24 por6.

$$\frac{24}{6} = 4$$

El otro factor es4.

Ejemplo20.2.5

El producto es$18x^3y^4z^2$ y un factor es$9xy^2z$. ¿Cuál es el otro factor?

Sabemos que como$9xy^2z$ es un factor de$18x^3y^4z^2$, debe haber alguna cantidad) tal que$9xy^2z\cdot() = 18x^3y^4z^2$.
$18x^3y^4z^2$Dividiendo por$9xy^2z$, obtenemos:

$$\frac{18x^3y^4z^2}{9xy^2z} = 2x^2y^2z$$

Así, el otro factor es$2x^2y^2z$.

La comprobación nos convencerá de que efectivamente$2x^2y^2z$ es el factor adecuado.

\ (\ begin {array}
(2x^2y^2z) (9xy^2z) &=&18x^ {2+1} y^ {2+2} z^ {1+1}\\
&=&18x^3y^4z^2
\ end {array}\)

Deberíamos tratar de encontrar el cociente mentalmente y evitar realmente escribir el problema de la división.

Ejemplo20.2.5

El producto de$-21a^5b^n$ y$3ab^4$ es un factor. Encuentra el otro factor.

Mentalmente$-21a^5b^n$ dividiendo por$3ab^4$, obtenemos

$$\frac{-21a^5b^n}{3ab^4} = -7a^{5-1}b^{n-4} = -7a^4b^{n-4}$$

Así, el otro factor es$-7a^4b^{n-4}$.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica20.2.1

El producto es 84 y un factor es 6. ¿Cuál es el otro factor?

Contestar

14

Problema de práctica20.2.2

El producto es$14x^3y^2z^5$ y un factor es$7xyz$. ¿Cuál es el otro factor?

Contestar

$2x^2yz^4$

Ejercicios

En los siguientes problemas, la primera cantidad representa el producto y la segunda cantidad representa un factor de ese producto. Encuentra el otro factor.

Ejercicio20.2.1

$30, 6$

Contestar

5

Ejercicio20.2.2

$45, 9$

Ejercicio20.2.3

$10a, 5$

Contestar

$2a$

Ejercicio20.2.4

$16a, 8$

Ejercicio20.2.5

$21b, 7b$

Contestar

3

Ejercicio20.2.6

$15a, 5a$

Ejercicio20.2.7

$20x^3, 4$

Contestar

$5x^3$

Ejercicio20.2.8

$30y^4, 6$

Ejercicio20.2.9

$8x^4, 4x$

Contestar

$2x^3$

Ejercicio20.2.10

$16y^5, 2y$

? Ejercicio20.2.11

$6x^2y, 3x$

Contestar

$2xy$

? Ejercicio20.2.12

$9a^4b^5, 9a^4$

? Ejercicio20.2.13

$15x^2b^4c^7, 5x^2bc^6$

Contestar

$3b^3c$

? Ejercicio20.2.14

$25a^3b^2c, 5ac$

? Ejercicio20.2.15

$18x^2b^5, -2xb^4$

Contestar

$-9xb$

? Ejercicio20.2.16

$22b^8c^6d^3, -11b^8c^4$

? Ejercicio20.2.17

$-60x^5b^3f^9, -15x^2b^2f^2$

Contestar

$4x^3bf^7$

? Ejercicio20.2.18

$39x^4y^5z^{11}, 3xy^3z^{10}$

? Ejercicio20.2.19

$147a^{20}b^6c^{18}d^2, 21a^3bd$

Contestar

$7a^{17}b^5c^{18}d$

Ejercicio20.2.20

$-121a^6b^8c^{10}, 11b^2c^5$

Ejercicio20.2.21

$\frac{1}{8}x^4y^3, \frac{1}{2}xy^3$

Contestar

$\frac{1}{4}x^3$

Ejercicio20.2.22

$7x^2y^3z^2, 7x^2y^3z$

Ejercicio20.2.23

$5a^4b^7c^3d^2, 5a^4b^7c^3d$

Contestar

d

Ejercicio20.2.24

$14x^4y^3z^7, 14x^4y^3z^7$

Ejercicio20.2.25

$12a^3b^2c^8, 12a^3b^2c^8$

Contestar

1

Ejercicio20.2.26

$6(a+1)^2(a+5), 3(a+1)^2$

Ejercicio20.2.27

$8(x+y)^3(x-2y), 2(x-2y)$

Contestar

$4(x+y)^3$

Ejercicio20.2.28

$14(a-3)^6(a+4)^2, 2(a-3)^2(a+4)$

Ejercicio20.2.29

$26(x-5y)^{10}(x-3y)^{12}, -2(x-5y)^{7}(x-3y)^{7}$

Contestar

$-13(x-5y)^{3}(x-3y)^{5}$

Ejercicio20.2.30

$34(1-a)^{4}(1+a)^{8}, -17(1-a)^{4}(1+a)^{2}$

Ejercicio20.2.31

$(x+y)(x-y), x-y$

Contestar

$(x+y)$

Ejercicio20.2.32

$(a+3)(a-3), a-3$

Ejercicio20.2.33

$48x^{n+3}y^{2n-1}, 8x^{3}y^{n+5}$

Contestar

$6x^{n}y^{n-6}$

Ejercicio20.2.34

$0.0024x^{4n}y^{3n+5}z^{2}, 0.03x^{3n}y^{5}$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio20.2.35

Simplificar$(x^{4}y^{0}z^{2})^{3}$

Contestar

$x^{12}z^{6}$

Ejercicio20.2.36

Simplificar$--[-(-|6|)]$

Ejercicio20.2.37

Encuentra el producto$(2x-4)^{2}$

Contestar

$4x^{2}-16x+16$

This page titled 20.2: Encontrar los factores de un monomio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.2: Finding the factors of a Monomial** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

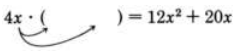
20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio

El proceso de factorización

Introducimos el proceso de factorizar un monomio a partir de un polinomio examinando un problema: Supongamos que ese $12x^2+20x$ es el producto y uno de los factores es$4x$. Para encontrar el otro factor podríamos configurar el problema de esta manera:

$4x\cdot()=12x^2+20x$

Dado que el producto$12x^2+20x$ consta de dos términos, la expresión multiplicar$4x$ debe constar de dos términos, ya que, por la propiedad distributiva



Ahora vemos que este problema es simplemente una extensión de encontrar los factores de un monomio.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {1er término:} &4x () &=&12x^2&\ text {2do término:} &4x () &=&20x\
& () &=&\ dfrac {12x^2} {4x} && () &=&\ dfrac {20x} {4x}\
& () &=&3x&=&& () &=&5\\
\ end {array}\)

Por lo tanto,$4x\cdot(3x+5)=12x^2+20x$

Por lo general, estas divisiones se pueden hacer mentalmente y los términos del factor se rellenan directamente.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo20.3.1

El producto es$3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$ y un factor esx^4. Encuentra el otro factor.

Tenemos el problema: ¿x^4tiempos “qué expresión” rinde$3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$? Matemáticamente,

$x^4\cdot()=3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$

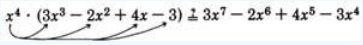
Dado que hay cuatro términos en el producto, debe haber cuatro términos dentro de los paréntesis. Para encontrar cada uno de los cuatro términos, dividiremos (mentalmente) cada término del producto porx^4. El cociente resultante será el término necesario del factor.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {1er término:} &\ dfrac {3x^7} {x^4} &=&3x^ {7-4} =3x^3&\ text {Lugar} 3x^3\ texto {en la posición 1sdt en el ()}\\
\ text {2do término:} &\ dfrac {-2x^6} {x^4} &=&-2x^2&\ text {Colocar} -2x^2\ text {en la 2da posición en la ()}\\
\ text {3er término:} &\ dfrac {4x^5} {x^4} &=&4x&\ text {Colocar} 4x\ text {en la 3ª posición en el ()}\\
\ text {4to término:} &\ dfrac {-3x^4} {x^4} &=&-3&\ text {Lugar} -3\ text {en la 4ª posición en el ()}\\
\ end {array}\)

Por lo tanto, el otro factor es$3x^3-2x^2+4x-3$.

Este resultado se puede verificar aplicando la propiedad distributiva.

$x^4\cdot(3x^3-2x^2+4x-3)=3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$. ¿Es esto correcto?



$3x^{4+3}-2x^{4+2}+4x^{4+1}=3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$ ¿Es esto correcto?

$3x^7-2x^6+4x^5-3x^4=3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$ Sí, esto es correcto.

Por lo tanto,

$x^4\cdot(3x^3-2x^2+4x-3)=3x^7-2x^6+4x^5-3x^4$

Nuevamente, si las divisiones se pueden realizar mentalmente, el proceso puede proceder muy rápido.

Ejemplo20.3.2

El producto es$10x^3y^6+15x^3y^4-5x^2y^4$ y un factor es$5x^2y^4$. Encuentra el otro factor.

$5x^2y^4\cdot()=10x^3y^6+15x^3y^4-5x^2y^4$

Dado que hay tres términos en el producto, debe haber tres términos dentro de los paréntesis. Para encontrar cada uno de estos tres términos, dividiremos cada término del producto por$5x^2y^4$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {1er término:} &\ dfrac {10x^3y^6} {5x^2y^4} &=&2xy^2&\ text {Coloque el} 2xy^2\ text {en la 1ª posición en el ()}\\
\ text {2do término:} &\ dfrac {5x^3y4} {^2y^4} &=&3x&\ text {Coloca el} 3x\ text {en la 2da posición en el ()}\\
\ text {3er término:} &\ dfrac {-5x^2y^4} {5x^2y^4} &=&-1&\ text {Coloque el} -1\ text {en la 3ª posición en la ()}
\ end {array}\)

El otro factor es$2xy^2+3x-1$, y

$5x^2y^4\cdot(2xy^2+3x-1)=10x^3y^6+15x^3y^4-5x^2y^4$

Ejemplo20.3.3

El producto es$-4a^2-b^3+2c$ y un factor es-1. Encuentra el otro factor.

$-1()=-4a^2-b^3+2c$

Dado que hay tres términos en el producto, debe haber tres términos dentro de los paréntesis. Dividiremos (mentalmente) cada término del producto por-1

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ text {1er término:} &\ dfrac {-4a^2} {-1} &=&4a^2&\ text {Lugar} 4a^2\ text {en la 1ª posición dentro del ()}\
\ texto {2do término:} &\ dfrac {-b^3} {-1} &=&b^3&\ text {Coloca} b^3\ text {en la 2da posición dentro de la ()}\\
\ text {3er término:} &\ dfrac {2c} {-1} &=&-2c&\ text {Colocar} -2c\ text {en la 3ª posición dentro de la ()}
\ end {array}\)

El otro factor es$4a^2+b^3-2c$, y

$-1(4a^2+b^3-2c)=-4a^2-b^3+2c$

Sin escribir el-1, obtenemos

$-(4a^2+b^3-2c)=-4a^2-b^3+2c$

Ejemplo20.3.4

El producto es$-3a^2b^5-15a^3b^2+9a^2b^2$ y un factor es$-3a^2b^2$. Encuentra el otro factor.

$-3a^2b^2()=-3a^2b^5-15a^3b^2+9a^2b^2$

Dividiendo mentalmente cada término del trinomio original por$-3a^2b^2$, obtenemosb^3+5a-3 como el otro factor, y

$-3a^2b^2(b^3+5a-3)=-3a^2b^5-15a^3b^2+9a^2b^2$.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica20.3.1

El producto es$3x^2-6x$ y un factor es$3x$. Encuentra el otro factor.

Contestar

$x-2$

Problema de práctica20.3.2

El producto es$5y^4+10y^3-15y^2$ y un factor es$5y^2$. Encuentra el otro factor.

Contestar

y^2+2y-3

Problema de práctica20.3.3

El producto es$4x^5y^3-8x^4y^4+16x^3y^5+24xy^7$ y un factor es$4xy^3$. Encuentra el otro factor.

Contestar

$x^4-2x^3y+4x^2y^2+6y^4$

Problema de práctica20.3.4

El producto es$-25a^4-35a^2+5$ y un factor es-5. Encuentra el otro factor.

Contestar

$5a^4+7a^2-1$

Problema de práctica20.3.5

El producto es$-a^2+b^2$ y un factor es-1. Encuentra el otro factor.

Contestar

a^2-b^2

Ejercicios

Para los siguientes problemas, la primera cantidad representa el producto y la segunda cantidad un factor. Encuentra el otro factor.

Ejercicio20.3.1

$4x+10, 2$

Contestar

$2x+5$

Ejercicio20.3.2

$6y+18, 3$

Ejercicio20.3.3

$5x+25, 5$

Contestar

$x+5$

? Ejercicio20.3.4

$16a+64,\ 8$

? Ejercicio20.3.5

$3a^2+9a, 3a$

Contestar

$a+3$

? Ejercicio20.3.6

$14b^2+16b, 2b$

? Ejercicio20.3.7

$21x^2+28x, 7x$

Contestar

$3x+4$

? Ejercicio20.3.8

$45y^2+50y, 5y$

? Ejercicio20.3.9

$18a^2-4a, 2a$

Contestar

$9a-2$

? Ejercicio20.3.10

$20a^2-12a, 4a$

? Ejercicio20.3.11

$7x^2-14x, 7x$

Contestar

$x-2$

? Ejercicio20.3.12

$6y^2-24y, 6y$

? Ejercicio20.3.13

$8a^2+4a, 4a$

Contestar

$2a+1$

? Ejercicio20.3.14

$26b^2+13b, 13b$

? Ejercicio20.3.15

$9x^2+6x+18, 6$

Contestar

$\frac{3}{2}x^2+x+3$

? Ejercicio20.3.16

$12b^2+16b+20, 4$

? Ejercicio20.3.17

$21x^2+7x-14, 7$

Contestar

$3x^2+x-2$

? Ejercicio20.3.18

$35x^2+40x-5, 5$

? Ejercicio20.3.19

$14y^2-28y+14, 14$

Contestar

y^2-2y+1

? Ejercicio20.3.20

$36a^2-16a+12, 4$

? Ejercicio20.3.21

$4y^2-10y-12, 2$

Contestar

$2y^2-5y-6$

? Ejercicio20.3.22

$6b^2 - 6b - 3, 3$

? Ejercicio20.3.23

$18x^3 + 20x, 2x$

Contestar

$9x^2 + 10$

? Ejercicio20.3.24

$40y^3 + 24y, 4y$

? Ejercicio20.3.25

$16x^3 - 12x^2, 4x^2$

Contestar

$4x - 3$

? Ejercicio20.3.26

$11x^3 - 11x + 11, 11$

? Ejercicio20.3.27

$10a^3 + 12a^2 + 16a + 8, 2$

Contestar

$5a^3 + 6a^2 + 8a + 4$

? Ejercicio20.3.28

$14b^3 + 16b^2 + 26b + 30, 2$

? Ejercicio20.3.29

$8a^3 - 4a^2 - 12a + 16, 4$

Contestar

$2a^3 - a^2 - 3a + 4$

? Ejercicio20.3.30

$25x^3 - 30x^2 + 15x - 10, 5$

? Ejercicio20.3.31

$4x^6+16x^4-16x, 4x$

Contestar

x^5+4x^3-4

? Ejercicio20.3.32

$9a^5+6a^5-18a^4+24a^2, 3a^2$

? Ejercicio20.3.33

$10x^3-35x^2, 5x^2$

Contestar

$2x-7$

? Ejercicio20.3.34

$12x^3y^5+20x^3y^2, 4x^3y^2$

? Ejercicio20.3.35

$10a^4b^3+4a^3b^4, 2a^3b^3$

Contestar

$5a+2b$

? Ejercicio20.3.36

$8a^3b^6c^8+12a^2b^7c^6-16a^2b^7c^5, 4a^2b^5c^5$

? Ejercicio20.3.37

$4x^5y^4+x^2+x, x$

Contestar

$4x^4y^4+x+1$

? Ejercicio20.3.38

$14a^5b^2-3a^4b^4+7a^3, a^3$

? Ejercicio20.3.39

$64a^5b^3c^{11}+56a^4b^4c^{10}-48a^3b^5c^9-8a^3b^2c^5, 8a^3b^2c^5$

Contestar

$8a^2bc^6+7ab^2c^5-6b^3c^4-1$

? Ejercicio20.3.40

$3h^3b^2 - 2h^6b^3 - 9h^2b + hb, hb$

? Ejercicio20.3.41

$5a + 10, -5$

Contestar

$-a - 2$

? Ejercicio20.3.42

$6b + 8, \quad -2$

? Ejercicio20.3.43

$8x^2 + 12x, -4x$

Contestar

$-2x - 3$

? Ejercicio20.3.44

$20a^2b^2 - 10a^2, -10a^2$

? Ejercicio20.3.45

$a + b, -1$

Contestar

$-a - b$

? Ejercicio20.3.46

$x + y, \quad -1$

? Ejercicio20.3.47

$a - b + c, -1$

Contestar

$-a + b - c$

? Ejercicio20.3.48

$2x + 4y - z, -1$

Ejercicio20.3.49

$-a-b-c,-1$

Contestar

$a+b+c$

Ejercicio20.3.50

$x^2-x+1,-1$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio20.3.51

¿Cuántos$4y^2$ hay adentro$24x^2y^3$?

Contestar

$6x^2y$

Ejercicio20.3.52

Encuentra el producto$(2y-3)^2$.

Ejercicio20.3.53

Resolver$2(2a-1)-a=7$.

Contestar

$a=3$

Ejercicio20.3.54

Dado que$3m^2n$ es un factor de$12m^3n^4$, encontrar el otro factor.

This page titled 20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.3: Factoring a Monomial from a Polynomial** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.4: El mayor factor común

Método de factorización

En los dos últimos tipos de problemas, conocíamos uno de los factores y pudimos determinar el otro factor a través de la división. Supongamos, ahora, se nos da el producto sin ningún factor. Nuestro problema es encontrar los factores, si es posible. Este procedimiento y los dos procedimientos anteriores se basan en la propiedad distributiva.

$$\underbrace{a(b+c)}_{\text{factors}} = \underbrace{ab+ac}_{\text{product}}$$

Utilizaremos la propiedad distributiva en reversa.

$$\underbrace{ab+ac}_{\text{product}} = \underbrace{a(b+c)}_{\text{factors}}$$

Notamos que en el producto,a es común a ambos términos. (De hecho,a es un factor común de ambos términos.) Dado que$a$ es común a ambos términos, **lo factorizaremos** y escribiremos

$a()$

Ahora necesitamos determinar qué colocar dentro de los paréntesis. Este es el procedimiento de la sección anterior. Dividir cada término del producto por el factor conocido$a$.

$$\frac{ab}{a} = b \text{ y} \frac{ac}{a} = c$$

Así,b yc son los términos requeridos del otro factor. Por lo tanto,

$$ab+ac = a(b+c)$$

Al factorizar un monomio a partir de un polinomio, buscamos factores que no solo son comunes a cada término del polinomio sino factores que tienen estas propiedades:

- Los coeficientes numéricos son los mayores coeficientes numéricos comunes.
- Las variables poseen los mayores exponentes comunes a todas las variables.

Mayor factor común

Un factor monomial que cumple con los dos requisitos anteriores se denomina el **mayor factor común** del polinomio.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo20.4.1

Factor$3x-18$

El mayor factor común es3.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
3x-18&=&3\ cdot x - 3\ cdot 6&\ text {Factor de salida} 3\\
3x-18&=&3 () &\ text {Divide cada término del producto por} 3\\
&&&\ dfrac {3x} {3} = x\ text {y}\ dfrac {-18} {3} -6\\
&&&\ texto {(Intenta realizar esta división mentalmente.} \\
3x-18&=&3 (x-6)
\ end {array}\)

Ejemplo20.4.2

Factor$9x^3+18x^2+27x$

Observe que$9x$ es el mayor factor común.

$9x^3+18x^2+27x=9x\cdot x^2+9x\cdot 2x+9x\cdot 3$. Factor hacia fuera$9x$ Dividir$9x$
$9x^3+18x^2+27x=9x()$ mentalmente en cada término del producto\)
$9x^3+18x^2+27x=9x(x^2+2x+3)$

Ejemplo20.4.3

Factor$10x^2y^3-20xy^4-35y^5$.

Observe que$5y^3$ es el mayor factor común. Facturar hacia fuera$5y^3$.

$10x^2y^3-20xy^4-35y^5=5y^3()$

$5y^3$Dividir mentalmente en cada término del producto y colocar los cocientes resultantes dentro del ().

$10x^2y^3-20xy^4-35y^5=5y^3(2x^2-4xy-7y^2)$

Ejemplo20.4.4

Factor$-12x^5+8x^3-4x^2$.

Vemos que el mayor factor común es$-4x^2$.

$-12x^5+8x^3-4x^2=-4x^2()$

$-4x^2$Dividiendo mentalmente en cada término del producto, obtenemos

$-12x^5+8x^3-4x^2=-4x^2(3x^3-2x+1$

Conjunto de práctica A

Problema de práctica20.4.1

Factor$4x-48$.

Responder

$4(x-12)$

Problema de práctica20.4.2

Factor$6y^3+24y^2+36y$

Responder

$6y(y^2+4y+6)$

Problema de práctica20.4.3

Factor$10a^5b^4-14a^4b^5-8b^6$

Responder

$2b^4(5a^5-7a^4b-4b^2$

Problema de práctica20.4.4

Factor$-14m^4+28m^2-7m$

Responder

$-7m(2m^2-4m+1$

Considera este problema: factor $Ax + Ay$. Seguramente, $Ax + Ay = A(x + y)$. Sabemos desde el comienzo de nuestro estudio del álgebra que las letras representan cantidades únicas. También sabemos que una cantidad que ocurre dentro de un conjunto de paréntesis debe considerarse como una sola cantidad. Supongamos que la letra A está representando la cantidad $(a + b)$. Entonces tenemos

$Ax + Ay = A(x + y)$
$(a + b)x + (a + b)y = (a + b)(x + y)$

Cuando observamos la expresión

$(a + b)x + (a + b)y$

notamos que $(a + b)$ es común a ambos términos. Como es común, lo factorizamos.

$(a + b)()$

Como es habitual, determinamos qué colocar dentro de los paréntesis dividiendo cada término del producto por $(a + b)$.

$\frac{(a+b)x}{(a+b)} = x \text{y} \frac{(a+b)y}{(a+b)} = y$

Se trata de un precursor del factoring que se realizará en la Sección 5.4.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo 20.4.5

Factor $(x - 7)a + (x - 7)b$.

Observe que $(x - 7)$ es el mayor factor común. Facturar hacia fuera $(x - 7)$.

$(x - 7)a + (x - 7)b = (x - 7)()$
Entonces, $\frac{(x-7)a}{(x-y)} = a$ and $\frac{(x-7)b}{(x-7)} = b$
$(x - 7)a + (x - 7)b = (x - 7)(a + b)$

Ejemplo 20.4.6

Factor $3x^2(x + 1) - 5x(x + 1)$.

Observe que x y $(x + 1)$ son comunes a ambos términos. Factorializarlos. Realizaremos esta factorización dejando $A = x(x + 1)$. Entonces tenemos

$3xA - 5A = A(3x - 5)$
Pero $A = x(x + 1)$, entonces
$3x^2(x + 1) - 5x(x + 1) = x(x + 1)(3x - 5)$

Set de práctica B

Problema de práctica 20.4.5

Factor $(y + 4)a + (y + 4)b$.

Responder

$(y + 4)(a + b)$

? Problema de práctica20.4.6

Factor$8m^3(n-4)-6m^2(n-4)$

Responder

$2m^2(n-4)(4m-3)$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, factorizar los polinomios.

? Ejercicio20.4.1

$9a+18$

Responder

$9(a+2)$

? Ejercicio20.4.2

$6a+24$

? Ejercicio20.4.3

$8b+12$

Responder

$4(2b+3)$

? Ejercicio20.4.4

$16x+12$

? Ejercicio20.4.5

$4x-6$

Responder

$2(2x-3)$

? Ejercicio20.4.6

$8x-14$

? Ejercicio20.4.7

$21y-28$

Responder

$7(3y-4)$

Ejercicio20.4.8

$16f-36$

Ejercicio20.4.9

$12x^2+18x$

Responder

$6x(2x+3)$

Ejercicio20.4.10

$10y^2+15y$

Ejercicio20.4.11

$8y^2+18$

Responder

$2(4y^2+9)$

Ejercicio20.4.12

$7x^2-21$

Ejercicio20.4.13

$3y^2-6$

Responder

$3(y^2-2)$

Ejercicio20.4.14

$2x^2-2$

Ejercicio20.4.15

$6y^2-6y$

Responder

$6y(y-1)$

Ejercicio20.4.16

ax^2-a

? Ejercicio20.4.17

by^2+b

Responder

$b(y^2+1)$

? Ejercicio20.4.18

$7by^2+14b$

? Ejercicio20.4.19

$5a^2x^2+10x$

Responder

$5x(a^2x+2)$

? Ejercicio20.4.20

$24ax^2+28a$

? Ejercicio20.4.21

$10x^2+5x-15$

Responder

$5(2x^2+x-3)$

? Ejercicio20.4.22

$12x^2-8x-16$

? Ejercicio20.4.23

$15y^3-24y+9$

Responder

$3(5y^3-8y+3)$

? Ejercicio20.4.24

ax^2+ax+a

? Ejercicio20.4.25

by^3+by^2+by+b

Responder

$b(y^3+y^2+y+1)$

Ejercicio20.4.26

$2y^2+6y+4xy$

Ejercicio20.4.27

$9x^2+6xy+4x$

Responder

$x(9x+6y+4)$

Ejercicio20.4.28

$30a^2b^2+40a^2b^2+50a^2b^2$

Ejercicio20.4.29

$13x^2y^5c-26x^2y^5c-39x^2y^5$

Responder

$13x^2y^5(-c-3)$

Ejercicio20.4.30

$-4x^2-12x-8$

Ejercicio20.4.31

$-6y^3-8y^2-14y+10$

Responder

$-2(3y^3+4y^2+7y-5)$

Ejercicio20.4.32

$Ab+Ac$

Ejercicio20.4.33

$Nx+Ny$

Contestar

$N(x+y)$

Ejercicio20.4.34

$Qx+Qy$

? Ejercicio20.4.35

$Ax - Ay$

Contestar

$A(x-y)$

? Ejercicio20.4.36

$(x+4)b+(x+4)c$

? Ejercicio20.4.37

$(x-9)a+(x-9)b$

Contestar

$(x-9)(a+b)$

? Ejercicio20.4.38

$(2x+7)a+(2x+7)b$

? Ejercicio20.4.39

$(9a-b)w-(9a-b)x$

Contestar

$(9a-b)(w-x)$

? Ejercicio20.4.40

$(5-v)X+(5-v)Y$

? Ejercicio20.4.41

$3x^5y^4-12x^3y^4+27x^5y^3-6x^2y^6$

Contestar

$3x^2y^3(x^3y-4xy+9x^3-2y^3)$

? Ejercicio20.4.42

$8a^3b^{15}+24a^2b^{14}+48a^3b^6-20a^3b^7+80a^4b^6-4a^3b^6-4a^3b^7+4a^2b$

? Ejercicio20.4.43

$-8x^3y^2-3x^3y^2+16x^4y^3+2x^2y$

Contestar

$-x^2y(11xy-16x^2y^2-2)$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio20.4.44

Una cantidad más21% más de esa cantidad es26.25. ¿Cuál es la cantidad original?

Ejercicio20.4.45

Resuelve la ecuación$6(t-1)=4(5-s)$ si$s=2$.

Contestar

$t=3$

Ejercicio20.4.46

Dado que$4a^3$ es un factor de$8a^3-12a^2$, encontrar el otro factor.

This page titled 20.4: El mayor factor común is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

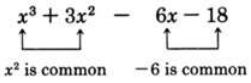
- **6.4: The Greatest Common Factor** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.5: Factorización por Agrupación

Uso de la agrupación para factorizar un polinomio

A veces un polinomio no tendrá un factor particular común a cada término. Sin embargo, todavía podemos producir una forma factorizada para el polinomio.

El polinomio no$x^3+3x^2-6x-18$ tiene un solo factor que sea común a cada término. No obstante, notamos que si **agrupamos** los dos primeros términos y los dos segundos, vemos que cada binomio resultante tiene un factor particular común a ambos términos.



Factorx^2 de los dos primeros términos, y factor-6 fuera de los dos segundos términos.

$x^2(x+3)-6(x+3)$

Ahora mira de cerca el binomio. Cada uno de los dos términos contiene el factor$x+3$.

Factorizar hacia fuera$(x+3)$.

$(x+3)(x^2-6)$ es la factorización final

$x^3+3x^2-6x-18=(x+3)(x^2-6)$

Saber cuándo probar el método de agrupación

Se nos avisa de la idea de agrupar cuando el polinomio que estamos considerando tiene **alguna** de estas cualidades:

1. ningún factor común a **todos los** términos
2. un número **par** de términos

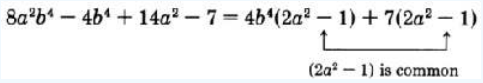
Al factorizar por agrupación, el signo ($+$o$-$) del factor que estamos sacando **generalmente** (pero no siempre) será el mismo que el signo del primer término en ese grupo.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo20.5.1

Factor$8a^2b^4-4b^4+14a^2-7$

1. Notamos que no hay ningún factor común a todos los términos.
2. Vemos que hay cuatro términos, un número par.
3. Vemos que los términos 1 y 2 tienen$+4b^4$ en común (ya que el 1er término en el grupo es$+8a^2b^4$).
4. Notamos que los términos 3º y 4º tienen$+7$ en común (ya que el 1er término en el grupo es$+14a^2$).



$8a^2b^4-4b^4+14a^2-7=(2a^2-1)(4b^4+7)$

Conjunto de práctica A

Utilice el método de agrupación para factorizar los siguientes polinomios.

Problema de práctica20.5.1

$ax+ay+bx+by$

Contestar

$(a+b)(x+y)$

? Problema de práctica20.5.2

$2am+8m+5an+20n$

Contestar

$(2m+5n)(a+4)$

? Problema de práctica20.5.3

$a^2x^3+4a^2y^3+3bx^3+12by^3$

Contestar

$(a^2+3b)(x^3+4y^3)$

? Problema de práctica20.5.4

$15mx+10nx-6my-4ny$

Contestar

$(5x-2y)(3m+2n)$

? Problema de práctica20.5.5

$40abx-24abxy-35c^2x+21c^2xy$

Contestar

$x(8ab-7c^2)(5-3y)$

? Problema de práctica20.5.6

Al factorizar el polinomio$8a^2b^4-4b^4+14a^2-78$ en el Conjunto de Muestras A, agrupamos los términos 1 y 2 y 3 y 4. ¿Podríamos haber agrupado términos 1 y 3 y 2 y 4? Prueba esto.

$8a^2b^4-4b^4+14a^2-78=$

Contestar

Sí

¿Obtenemos el mismo resultado? Si los resultados no se ven exactamente iguales, recordemos la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, utilice el método de agrupación para factorizar los polinomios. Algunos polinomios pueden no ser factorizables usando el método de agrupación.

? Ejercicio20.5.1

$2ab+3a+18b+27$

Contestar

$(2b+3)(a+9)$

Ejercicio20.5.2

$xy-7x+4y-28$

Ejercicio20.5.3

$xy+x+3y+3$

Contestar

$(y+1)(x+3)$

Ejercicio20.5.4

$mp+3mq+np+3nq$

Ejercicio20.5.5

$ar+4as+5br+20bs$

Contestar

$(a+5b)(r+4s)$

Ejercicio20.5.6

$14ax-6bx+21ay-9by$

Ejercicio20.5.7

$12mx-6bx+21ay-9by$

Contestar

$3(4mx-2bx+7ay-3by)$ No factorizable por agrupación

Ejercicio20.5.8

$36ak-8ah-27bk+6bh$

Ejercicio20.5.9

$a^2b^2+2a^2+3b^2+6$

Contestar

$(a^2+3)(b^2+2)$

Ejercicio20.5.10

$3n^2+6n+9m^3+12m$

Ejercicio20.5.11

$8y^4 - 5y^3 + 12z^2 - 10z$

Contestar

No factorizable por agrupación

Ejercicio20.5.12

$x^2 + 4x - 3y^2 + y$

Ejercicio20.5.13

$x^2 - 3x + xy - 3y$

Contestar

$(x + y)(x - 3)$

Ejercicio20.5.14

$2n^2 + 12n - 5mn - 30m$

Ejercicio20.5.15

$4pq - 7p + 3q^2 - 21$

Contestar

No factorizable por agrupación

Ejercicio20.5.16

$8x^2 + 16xy - 5x - 10y$

Ejercicio20.5.17

$12s^2 - 27s - 8st + 18t$

Contestar

$(4s - 9)(3s - 2t)$

Ejercicio20.5.18

$15x^2 - 12x - 10xy + 8y$

Ejercicio20.5.19

$a^4b^4 + 3a^5b^5 + 2a^2b^2 + 6a^3b^3$

Contestar

$a^2b^2(a^2b^2 + 2)(1 + 3ab)$

Ejercicio20.5.20

$4a^3bc - 14a^2bc^3 + 10abc^2 - 35bc^4$

Ejercicio20.5.21

$5x^2y^3z + 3x^3yw - 10y^3z^2 - 6wxyz$

Contestar

$y(5y^2z + 3xw)(x^2 - 2z)$

Ejercicio20.5.22

$a^3b^2cd + abc^2dx - a^2bxy - cx^2y$

Ejercicio20.5.23

$5m^{10}n^{17}p^3 - m^6n^7p^4 - 40m^4n^{10}qt^2 + 8pqt^2$

Contestar

$(m^6n^7p^3 - 8qt^2)(5m^4n^{10} - p)$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio20.5.24

Simplificar$(x^5y^3)(x^2y)$

Ejercicio20.5.25

Utilice la notación científica para encontrar el producto de$(3 \times 10^{-5})(2 \times 10^2)$.

Contestar

6×10^{-3}

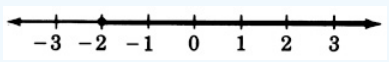
Ejercicio20.5.26

Encuentra el dominio de la ecuación$y = \dfrac{6}{x+5}$

Ejercicio20.5.27

Construir la gráfica de la desigualdad$y \geq -2$

Contestar



Ejercicio20.5.28

Factor$8a^4b^4+12a^3b^5-8a^2b^3$

This page titled 20.5: Factorización por Agrupación is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.5: Factoring by Grouping** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.6: Factorización de Dos Productos Especiales

La diferencia de dos cuadrados

Recordemos que cuando multiplicamos juntos los dos binomios$(a+b)$ y$(a-b)$, obtuvimos el productoa^2-b^2.

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Plaza Perfecta

Observe que los términosa^2 yb^2 en el producto se pueden producir por cuadratura$a$ yb, respectivamente. Un término que es el cuadrado de otro término se llama **cuadrado perfecto**. Así, ambosa^2 yb^2 son cuadrados perfectos. El signo menos entrea^2 yb^2 significa que estamos tomando la **diferencia** de los dos cuadrados.
Como sabemos eso$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, solo necesitamos darle la vuelta a la ecuación para encontrar la forma de factorización.

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

La forma de factorización dice que podemos factorizara^2-b^2, la diferencia de dos cuadrados, encontrando los términos que producen los cuadrados perfectos y sustituyendo estas cantidades en la forma de factorización.
Al usar números reales (tal como somos), no hay forma factorizada para la suma de dos cuadrados. Es decir, usando números reales,

a^2+b^2 no puede ser factorizado

Conjunto de Muestras A

Ejemplo20.6.1

Factorx^2-16. Ambosx^2 y16 son cuadrados perfectos. Los términos que, al cuadrar, producenx^2 y16 son$x$ y4, respectivamente.

Por lo tanto,

$x^2-16=(x+4)(x-4)$

Podemos comprobar nuestra factorización simplemente multiplicando.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
(x+4) (x-4) &=&x^2 - 4x + 4x - 16\\
&=&x^2 - 16
\ end {array}\)

Ejemplo20.6.2

$49a^2b^4-121$. Ambos$49a^2b^4$ y121 son cuadrados perfectos. Los términos que, al cuadrar, producen$49a^2b^4$ y121 son$7ab^2$ y 11, respectivamente. Sustituyendo estos términos en la forma de factorización obtenemos

$49a^2b^4-121=(7ab^2+121)(7ab^2-11)$

Podemos verificar nuestra facorización multiplicando

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
(7ab^2 + 121) (7ab^2 - 11) &=&49a^2b^4 - 11ab^2 + 11ab^2 - 121\\
&=&49a^2b^4 - 121
\ end {array}\)

Ejemplo20.6.3

$3x^2-27$. Esto no parece la diferencia de dos cuadrados ya que no conocemos fácilmente los términos que producen$3x^2$ y27 (. No obstante, fíjese que3 es común a ambos términos. Factor de salida 3.

$3(x^2-9)$.

Ahora vemos quex^2-9 es la diferencia de dos cuadrados. Facotring elx^2-9 que obtenemos

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
3x^2 - 27&=&3 (x^2-9)\\
&=&3 (x+3) (x-3)
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Si es posible, factorizar completamente los siguientes binomios.

? Problema de práctica20.6.1

m^2-25

Responder

$(m+5)(m-5)$

? Problema de práctica20.6.2

$36p^2-81q^2$

Responder

$9(2p-3q)(2p+3q)$

? Problema de práctica20.6.3

$49a^2=b^2c^2$

Responder

$(7a^2+bc)(7a^2-bc)$

? Problema de práctica20.6.4

$x^8y^4-100x^{12}$

Responder

$(x^4y^2+10w^6)(x^4y^2-10w^6)$

? Problema de práctica20.6.5

$3x^2-75$

Responder

$3(x+5)(x-5)$

? Problema de práctica20.6.6

$a^3b^4m-am^3n^2$

Responder

$am(ab^2+mn)(ab^2-mn)$

Reglas Fundamentales de Factoraje

Hay dos reglas fundamentales que seguimos a la hora de factorizar:

Reglas Fundamentales de Factoraje

1. Primero factorizar todos los monomios comunes.
2. Factor completamente.

Conjunto de Muestras B

Factorar cada binomio completamente.

Ejemplo20.6.4

$4a^8b-36b^5$. Factorizar el factor común$4b$.

$4b(a^8-9b^4)$.

Ahora podemos ver una diferencia de dos cuadrados, mientras que en el polinomio original no pudimos. Completaremos nuestra factorización factorizando la diferencia de dos cuadrados.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
4a^8-36b^5&=&4b (a^8-9b^4)\\
&=&4b (a^4+3b^2) (a^4-3b^2)
\ end {array}\)

Ejemplo20.6.5

$x^{16}-y^8$. Factorizar esta diferencia de dos cuadrados.

$x^{16}-y^8=(x^8+y^4)(x^8-y^4)$

Vemos una suma de dos cuadrados, y luego una diferencia de dos cuadrados.

$=(x^8+y^4)(x^4+y^2)(x^4-y^2)$
¡Factor otra vez!
$=(x^8+y^4)(x^4+y^2)(x^2+y)(x^2-y)$

Finalmente, la factorización está completa.

Este tipo de productos aparecen de vez en cuando, así que ten en cuenta que es posible que tengas que factorizar más de una vez.

Set de práctica B

Factorar cada binomio completamente.

Problema de práctica20.6.7

m^4-n^4

Responder

$(m^2+n^2)(m-n)(m+n)$

Problema de práctica20.6.8

$16y^8 - 1$

Responder

$(4y^4 + 1)(2y^2 + 1)(2y^2 - 1)$

Trinomios Cuadrados Perfectos

Recordemos el proceso de cuadratura de un binomio.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Nuestro método es	**Notamos**
Cuadrado el primer término	El primer término del producto debe ser un cuadrado perfecto.
Toma el producto de los dos términos y duplicalo.	El término medio del producto debe ser divisible por 2 (ya que se multiplica por 2).
Cuadrarse el último término.	El último término del producto debe ser un cuadrado perfecto.

Trinomios cuadrados perfectos **siempre** factorizan como el cuadrado de un binomio.

Para reconocer un trinomio cuadrado perfecto, busca las siguientes características:

1. El primer y último término son cuadrados perfectos.
2. El término medio es divisible por 2, y si dividimos el término medio por la mitad (lo contrario de doblarlo), obtendremos el producto de los términos que al cuadrar producen el primer y último término.

En otras palabras, factorizar un trinomio cuadrado perfecto equivale a encontrar los términos que, al cuadrar, producen el primer y último término del trinomio, y sustituirlo en uno de la fórmula

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

Conjunto de Muestras C

Factorizar cada trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo20.6.6

$x^2 + 6x + 9$. Esta expresión es un trinomio cuadrado perfecto. Losx^2 y9 son cuadrados perfectos.

Los términos que al cuadrar producenx^2 y9 son$x$ y3, respectivamente.

El término medio es divisible por2, y$\frac{6x}{2} = 3x$. El3x es el producto de$x$ y3, que son los términos que producen los cuadrados perfectos.

$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

Ejemplo20.6.7

$x^4 - 10x^2y^3 + 25y^6$. Esta expresión es un trinomio cuadrado perfecto. Losx^4 y$25y^6$ son ambos cuadrados perfectos. Los términos que al cuadrar producenx^4 y$25y^6$ sonx^2 y$5y^3$, respectivamente.

El término medio$-10x^2y^3$ es divisible por2. De hecho,$\frac{-10x^2y^3}{2} = -5x^2y^3$. Por lo tanto,

$x^4 - 10x^2y^3 + 25y^6 = (x^2 - 5y^3)^2$

Ejemplo20.6.8

$x^2+10x+16$. Esta expresión **no** es un trinomio cuadrado perfecto. Si bien el término medio es divisible por$2\dfrac{10x}{2}=5x$,, el 5 y no$x$ son los términos que al cuadrar producen los términos primero y último. (Esta expresión sería un trinomio cuadrado perfecto si el término medio lo fuera$8x$.)

Ejemplo20.6.9

$4a^4+32a^2b-64b^2$. Esta expresión **no** es un trinomio cuadrado perfecto ya que el último término no$-64b^2$ es un cuadrado perfecto (ya que cualquier cantidad al cuadrado es siempre positiva o cero y nunca negativa).

Por lo tanto,$4a^4+32a^2b-64b^2$ no se puede factorizar usando este método.

Set de práctica C

Factorizar, si es posible, los siguientes trinomios.

Problema de práctica20.6.9

$m^2-8m+16$

Responder

$(m-4)^2$

Problema de práctica20.6.10

$k^2+10k+25$

Responder

$(k+5)^2$

Problema de práctica20.6.11

$4a^2+12a+9$

Responder

$(2a+3)^2$

Problema de práctica20.6.12

$9x^2-24xy+16y^2$

Responder

$(3x-4y)^2$

Problema de práctica20.6.13

$2w^3z+16w^2z^2+32wz^3$

Responder

$2wz(w+4z)^2$

Problema de práctica20.6.14

$x^2+12x+49$

Responder

no es posible

Ejercicios

Para los siguientes problemas, factorizar los binomios.

Ejercicio20.6.1

a^2-9

Contestar

$(a+3)(a-3)$

Ejercicio20.6.2

a^2-25

Ejercicio20.6.3

x^2-16

Contestar

$(x+4)(x-4)$

Ejercicio20.6.4

y^2-49

Ejercicio20.6.5

a^2-100

Contestar

$(a+10)(a-10)$

Ejercicio20.6.6

b^2-36

Ejercicio20.6.7

$4a^2-64$

Contestar

$4(a+4)(a-4)$

Ejercicio20.6.8

$2b^2 - 32$

Ejercicio20.6.9

$3x^2 - 27$

Contestar

$3(x+3)(x-3)$

Ejercicio20.6.10

$5x^2 - 125$

Ejercicio20.6.11

$4a^2 - 25$

Contestar

$(2a+5)(2a-5)$

Ejercicio20.6.12

$9x^2 - 100$

Ejercicio20.6.13

$36y^2 - 25$

Contestar

$(6y+5)(6y-5)$

Ejercicio20.6.14

$121a^2 - 9$

Ejercicio20.6.15

$12a^2 - 75$

Contestar

$3(2a+5)(2a-5)$

Ejercicio20.6.16

$10y^2 - 320$

? Ejercicio20.6.17

$8y^2 - 50$

Contestar

$2(2y+5)(2y-5)$

? Ejercicio20.6.18

$a^2b^2 - 9$

? Ejercicio20.6.19

$x^2y^2 - 25$

Contestar

$(xy+5)(xy-5)$

? Ejercicio20.6.20

$x^4y^4 - 36$

? Ejercicio20.6.21

$x^4y^4 - 9a^2$

Contestar

$(x^2y^2+3a)(x^2y^2-3a)$

? Ejercicio20.6.22

$a^2b^4 - 16y^4$

? Ejercicio20.6.23

$4a^2b^2 - 9b^2$

Contestar

$b^2(2a+3)(2a-3)$

? Ejercicio20.6.24

$16x^2 - 25y^2$

? Ejercicio20.6.25

$a^2 - b^2$

Contestar

$(a+b)(a-b)$

? Ejercicio20.6.26

$a^4 - b^4$

? Ejercicio20.6.27

$x^4 - y^4$

Contestar

$(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$

? Ejercicio20.6.28

$x^8 - y^2$

? Ejercicio20.6.29

$a^8 - y^2$

Contestar

$(a^4 + y)(a^4 - y)$

? Ejercicio20.6.30

$b^6 - y^2$

? Ejercicio20.6.31

$b^6 - x^4$

Contestar

$(b^3 + x^2)(b^3 - x^2)$

? Ejercicio20.6.32

$9 - x^2$

? Ejercicio20.6.33

$25 - a^2$

Contestar

$(5 + a)(5 - a)$

? Ejercicio20.6.34

$49 - 16a^2$

? Ejercicio20.6.35

$100-36b^4$

Contestar

$4(5+3b^2)(5-3b^2)$

? Ejercicio20.6.36

$128-32x^2$

? Ejercicio20.6.37

x^4-16

Contestar

$(x^2+4)(x+2)(x-2)$

? Ejercicio20.6.38

$2ab^3-a^3b$

? Ejercicio20.6.39

a^4-b^4

Contestar

$(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

? Ejercicio20.6.40

$a^{16}-b^4$

? Ejercicio20.6.41

$x^{12}-y^{12}$

Contestar

$(x^6+x^6)(x^3+y^3)(x^3-y^3)$

? Ejercicio20.6.42

a^2c-9c

? Ejercicio20.6.43

$a^3c^2-25ac^2$

Contestar

$ac^2(a+5)(a-5)$

? Ejercicio20.6.44

$a^4b^4c^2d^2 - 36x^2y^2$

? Ejercicio20.6.45

$49x^2y^4z^6 - 64a^4b^2c^8d^{10}$

Contestar

$(7xy^2z^3 + 8a^2bc^4d^5)(7xy^2z^3 - 8a^2bc^4d^5)$

Para los siguientes problemas, factorizar, si es posible, los trinomios.

? Ejercicio20.6.46

$x^2 + 8x + 16$

? Ejercicio20.6.47

$x2 + 10x + 25$

Contestar

$(x + 5)^2$

? Ejercicio20.6.48

$a^2 + 4a + 4$

? Ejercicio20.6.49

$a^2 + 12a + 36$

Contestar

$(a + 6)^2$

? Ejercicio20.6.50

$b^2 + 18b + 81$

? Ejercicio20.6.51

$y^2 + 20y + 100$

Contestar

$(y + 10)^2$

? Ejercicio20.6.52

$c^2 + 6c + 9$

Ejercicio20.6.53

a^2-4a+4

Contestar

$(a-2)^2$

Ejercicio20.6.54

b^2-6b+9

Ejercicio20.6.55

$x^2-10x+25$

Contestar

$(x-5)^2$

Ejercicio20.6.56

$b^2-22b+121$

Ejercicio20.6.57

$a^2-24a+144$

Contestar

$(a-12)^2$

Ejercicio20.6.58

a^2+2a+1

Ejercicio20.6.59

x^2+2x+1

Contestar

$(x+1)^2$

Ejercicio20.6.60

x^2-2x+1

Ejercicio20.6.61

b^2-2b+1

Contestar

$(b-1)^2$

Ejercicio20.6.62

$4a^2+12a+9$

Ejercicio20.6.63

$9x^2+6x+1$

Contestar

$(3x+1)^2$

Ejercicio20.6.64

$4x^2+28x+49$

Ejercicio20.6.65

$16a^2-24a+9$

Contestar

$(4a-3)^2$

Ejercicio20.6.66

$25a^2-20a+4$

Ejercicio20.6.67

$9x^2+6xy+y^2$

Contestar

$(3x+y)^2$

Ejercicio20.6.68

$16x^2+24xy+9y^2$

Ejercicio20.6.69

$36a^2+60ab+25b^2$

Contestar

$(6a+5b)^2$

Ejercicio20.6.70

$4x^2-12xy+9y^2$

? Ejercicio20.6.71

$12a^2 - 60a + 75$

Contestar

$3(2a-5)^2$

? Ejercicio20.6.72

$16x^2 + 8x + 1$

? Ejercicio20.6.73

$32x^2 + 16x + 2$

Contestar

$2(4x+1)^2$

? Ejercicio20.6.74

$x^2 + x + 1$

? Ejercicio20.6.75

$4a^2 + a + 9$

Contestar

no factorizable

? Ejercicio20.6.76

$9a^2 - 21a + 49$

? Ejercicio20.6.77

$x^5 + 8x^4 + 16x^3$

Contestar

$x^3(x+4)^2$

? Ejercicio20.6.78

$12a^3b - 48a^2b^2 + 48ab^3$

EJERCICIOS PARA REVISIÓN

? Ejercicio20.6.79

Factor$(m-3)x - (m-3)y$.

Contestar

$(m-3)(x-y)$

? Ejercicio20.6.80

Factorizar$8xm+16xn+3ym+6yn$ por agrupación.

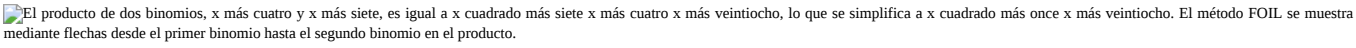
This page titled 20.6: Factorización de Dos Productos Especiales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.6: Factoring Two Special Products** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1

Método

Consideremos el producto de los dos binomios$(x+4)$ y$(x+7)$.


El producto de dos binomios, x más cuatro y x más siete, es igual a x cuadrado más siete x más cuatro x más veintiocho, lo que se simplifica a x cuadrado más once x más veintiocho. El método FOIL se muestra mediante flechas desde el primer binomio hasta el segundo binomio en el producto.

Observe que el **primer término** en el trinomio resultante proviene del producto de los primeros términos en los binomios: $x \cdot x = x^2$. El **último término** en el trinomio proviene del producto de los últimos términos en los binomios:$4 \cdot 7 = 28$. El **término medio** proviene de la adición de los productos externos e internos:$7x + 4x = 11x$. También, observe que el coeficiente del término medio es exactamente la **suma** de los últimos términos en los binomios:$4 + 7 = 11$.

El problema que nos interesa es que dado un trinomio, ¿cómo podemos encontrar los factores? Cuando el coeficiente principal (el coeficiente del término cuadrático) es 1, las observaciones que hicimos anteriormente nos llevan al siguiente método de factorización.

Método de Factoraje

1. Escribe dos conjuntos de paréntesis: () ().
2. Coloque un binomio en cada conjunto de paréntesis. El primer término de cada binomio es un factor del primer término del trinomio.
3. Determinar los segundos términos de los binomios determinando los factores del tercer término que al sumarse juntos producen el coeficiente del término medio.

Conjunto de Muestras A

Factorizar los siguientes trinomios.

Ejemplo20.7.1

$x^2 + 5x + 6$

1. Escribe dos conjuntos de paréntesis: () ().

2. Coloque los factores dex^2 en la primera posición de cada conjunto de paréntesis:
(x) (x)
3. El tercer término del trinomio es6. Buscamos dos números cuyo
(a) producto es6
(b) suma es5
Los números requeridos son3 y2. $+2$Colocar$+3$ y entre paréntesis.
$x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2)$
La factorización está completa. Verificaremos para estar seguros:

\ (\ begin {array} {ruedado}
(x+3) (x+2) &=&x^2 + 2x + 3x + 6\\
&=&x^2 + 5x + 6
\ end {array}\)

Ejemplo20.7.2

$y^2 - 2y - 24$

1. Escribe dos conjuntos de paréntesis: () ().

2. Coloque los factores dey^2 en la primera posición de cada conjunto de paréntesis:
(y) (y)

3. El tercer término del trinomio es-24. Buscamos dos números cuyo
(a) producto es-24 y
(b) suma es-2
Los números requeridos son-6 y4. $+4$Colocar-6 y entre paréntesis.
$y^2-2y-24=(y-6)(y+4)$
La factorización está completa. Lo comprobaremos para estar seguros.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
(y-6) (y+4) &=&y^2+4y-6y-24\\
&=&y^2-2y-24
\ end {array}\)

Observe que las otras combinaciones de-24 (algunas de las cuales son$-2,12;3,-8;-4,6$), no funcionan. Por ejemplo,

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
(y-2) (y+12) &=&y^2+10y-24\\
(y+3) (y-8) &=&y^2-5y-24\\
(y-4) (y+6) &=&y^2+2y-24
\ end {array}\)

En todas estas ecuaciones, los términos medios son incorrectos.

Ejemplo20.7.3

$a^2-11a+30$

1. Escribe dos conjuntos de paréntesis: () ().

2. Coloque los factores dea^2 en la primera posición de cada conjunto de paréntesis:
(a) (a)

3. El tercer término del trinomio es$+30$. Buscamos dos números cuyo:
(a) producto es30 y
(b) suma es-11.
Los números requeridos son-5 y-6. -6Colocar-5 y entre paréntesis.
$a^2-11a+30=(a-5)(a-6)$
La factorización está completa. Verificaremos para estar seguros

\ (\ begin {array} {ruedado}
(a-5) (a-6) &=&a^2 - 6a - 5a + 30\\
&=&a^2 - 11a + 30
\ end {array}\)

Ejemplo20.7.4

$3x^2-15x-42$

Antes de comenzar, recordemos la regla más básica de factorización: **factorizar primero los factores monomiales comunes.** Observe que3 es el mayor factor monomio común de **cada** término. Factorizar hacia fuera3.

$3x^2-15x-42=3(x^2-5x-14)$

Ahora podemos continuar.

1. Escribe dos conjuntos de paréntesis:3 () ().

2. Coloque los factores dex^2 en la primera posición de cada conjunto de paréntesis:
3 (x) (x)

3. El tercer término del trinomio es-14. Buscamos dos números cuyo
(a) producto es-14 y

(b) suma es-5.
Los números requeridos son-7 y2. $+2$Colocar-7 y entre paréntesis.
$3x^2-15x-42=3(x-7)(x+2)$
La factorización está completa. Lo comprobaremos para estar seguros.

\ (\ begin {array} {arrojar a la izquierda}
3 (x-7) (x+2) &=&3 (x^2+2x-7x-14)\\
&=&3 (x^2-5x-14)\\
&=&3x^2 - 15x - 42
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Factorizar, si es posible, los siguientes trinomios.

? Problema de práctica20.7.1

$k^2+8k+15$

Contestar

$(k+3)(k+5)$

? Problema de práctica20.7.2

$y^2+7y-30$

Contestar

$(y+10)(y-3)$

? Problema de práctica20.7.3

$m^2+10m+24$

Contestar

$(m+6)(m+4)$

? Problema de práctica20.7.4

$m^2-10m+16$

Contestar

$(m-8)(m-2)$

Consejos de factorización

Factorizar trinomios puede requerir algo de práctica, pero con el tiempo y la experiencia, podrás factorizar mucho más rápidamente.

Hay algunas pistas que son útiles para determinar los factores del tercer término que al agregarse arrojan el coeficiente del término medio.

Consejos de factorización

Mira el **signo** del último término**:**

a. Si el signo es positivo, sabemos que los dos factores deben tener el **mismo** signo, ya que$(+)\ (+) = (+)$ y$(-)\ (-) = (+)$. Los dos factores tendrán el mismo signo que el signo del mediano plazo.
b. Si el signo es negativo, sabemos que dos factores deben tener signos **opuestos**, ya que$(+)\ (-) = (-)$ y$(-)\ (+) = (-)$.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo20.7.5

Factor$x^2 - 7x + 12$

1. Escribe dos conjuntos de paréntesis: () ().

2. El tercer término del trinomio es$+12$. El signo es potitivo, por lo que los dos factores de12 que estamos buscando deben tener el mismo signo. Tendrán el signo del término medio. El signo del término medio es negativo, por lo que ambos factores de12 son negativos. Ellos son-12 y-1,-6 y-2, o-4 y-3. Sólo los factores-4 y se-3 suman a-7, así-4 y-3 son los factores adecuados de12 para ser utilizados.

$x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$

Set de práctica B

Factorizar, si es posible, los siguientes trinomios.

Problema de práctica20.7.5

$4k^2 + 32k + 28$

Contestar

$4(k + 7)(k + 1)$

Problema de práctica20.7.5

$3y^4 + 24y^3 + 36y^2$

Contestar

$3y^2(y + 2)(y + 6)$

Problema de práctica20.7.5

$x^2 - xy - 6y^2$

Contestar

$(x + 2y)(x - 3y)$

Problema de práctica20.7.5

$-5a^5b - 10a^4b^2 + 15a^3b^3$

Contestar

$-5a^3b(a + 3b)(a - b)$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, factorizar los trinomios cuando sea posible.

Ejercicio20.7.1

x^2+4x+3

Contestar

$(x+3)(x+1)$

Ejercicio20.7.2

x^2+6x+8

Ejercicio20.7.3

$x^2+7x+12$

Contestar

$(x+3)(x+4)$

Ejercicio20.7.4

x^2+6x+5

Ejercicio20.7.5

$y^2+8y+12$

Contestar

$(y+6)(y+2)$

Ejercicio20.7.6

y^2-5y+6

Ejercicio20.7.7

y^2-5y+4

Contestar

$(y-4)(y-1)$

Ejercicio20.7.8

a^2+a-6

Ejercicio20.7.9

a^2+3a-4

Contestar

$(a+4)(a-1)$

Ejercicio20.7.10

$x^2+4x-21$

Ejercicio20.7.11

$x^2-4x-21$

Contestar

$(x-7)(x+3)$

Ejercicio20.7.12

$x^2+7x+12$

Ejercicio20.7.13

$y^2+10y+16$

Contestar

$(y+8)(y+2)$

Ejercicio20.7.14

$x^2+6x-16$

Ejercicio20.7.15

y^2-8y+7

Contestar

$(y-7)(y-1)$

Ejercicio20.7.16

$y^2-5y-24$

Ejercicio20.7.17

a^2+a-30

Contestar

$(a+6)(a-5)$

Ejercicio20.7.18

a^2-3a+2

? Ejercicio20.7.19

$a^2 - 12a + 20$

Contestar

$(a - 10)(a - 2)$

? Ejercicio20.7.20

$y^2 - 4y - 32$

? Ejercicio20.7.21

$x^2 + 13x + 42$

Contestar

$(x + 6)(x + 7)$

? Ejercicio20.7.22

$x^2 + 2x - 35$

? Ejercicio20.7.23

$x^2 + 13x + 40$

Contestar

$(x + 5)(x + 8)$

? Ejercicio20.7.24

$y^2 + 6y - 27$

? Ejercicio20.7.25

$b^2 + 15b + 56$

Contestar

$(b + 8)(b + 7)$

? Ejercicio20.7.26

$3a^2 + 24a + 36$

(**Pista:** Siempre busque un factor común.)

? Ejercicio20.7.27

$4x^2 + 12x + 8$

Contestar

$4(x + 2)(x + 1)$

? Ejercicio20.7.28

$2a^2 - 18a + 40$

? Ejercicio20.7.29

$5y^2 - 70y + 440$

Contestar

$5(y^2 - 14y + 88)$

? Ejercicio20.7.30

$6x^2 - 54x + 48$

? Ejercicio20.7.31

$x^3 + 6x^2 + 8x$

Contestar

$x(x + 4)(x + 2)$

? Ejercicio20.7.32

$x^3 - 8x^2 + 15x$

? Ejercicio20.7.33

$x^4 + 9x^3 + 14x^2$

Contestar

$x^2(x + 7)(x + 2)$

? Ejercicio20.7.34

$2a^3 + 12a^2 + 10a$

? Ejercicio20.7.35

$4a^3 - 40a^2 + 84a$

Contestar

$4a(a - 7)(a - 3)$

? Ejercicio20.7.36

$3xm^2 + 33xm + 54x$

Ejercicio20.7.37

$2y^2n^2 - 10y^2n - 48y^2$

Contestar

$2y^2(n-8)(n+3)$

Ejercicio20.7.38

$4x^4 - 42x^3 + 144x^2$

Ejercicio20.7.39

$y^5 + 13y^4 + 42y^3$

Contestar

$y^3(y+6)(y+7)$

Ejercicio20.7.40

$4x^2a^6 - 48x^2a^5 + 252x^2a^4$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio20.7.41

Factor$6xy + 2ax - 3ay - a^2$.

Contestar

$(2x-a)(3y+a)$

Ejercicio20.7.42

Factor$8a^2 - 50$.

Ejercicio20.7.43

Factor$4x^2 + 17x - 15$.

Contestar

$(4x-3)(x+5)$

This page titled 20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1 is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.7: Factoring Trinomials with Leading Coefficient 1** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1

El método de factorización

En la última sección vimos que podríamos factorizar fácilmente trinomios de la formax^2+bx+c al encontrar los factores de la constante$c$ que se suman al coeficiente del término lineal$b$, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Factor$x^2-4x-21$
El tercer término del trinomio es-21. Buscamos dos números cuyo:
(a) producto es-21
(b) suma es-4

Los números requeridos son-7 y$+3$

$x^2-4x-21=(x-7)(x+3)$

El problema de factorizar el polinomio$ax^2+bx+c, a\neq 1$, se involucra más. Estudiaremos dos métodos para factorizar dichos polinomios. Cada método produce el mismo resultado, y debe seleccionar el método con el que se sienta más cómodo. El primer método se llama **método de ensayo y error** y requiere algunas conjeturas educadas. Examinaremos dos ejemplos (Conjuntos de Muestras A y B). Después, estudiaremos un segundo método de factorización. El segundo método se llama **método de recolección y descarte**, y requiere menos adivinación que el método de prueba y error. El Conjunto de Muestras C ilustra el uso del método de recolección y descarte.

El método de prueba y error de factorizaciónax^2+bx+c

Método de prueba y error

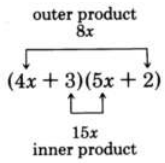
Considera el producto

$$\begin{aligned}(4x+3)(5x+2) &= 4x\cdot 5x+4x\cdot 2+3\cdot 5x+3\cdot 2\\ &= 20x^2+8x+15x+6\\ &= 20x^2+23x+6\end{aligned}$$

Examinando el trinomio$20x^2+23x+6$, podemos ver de inmediato algunos factores del primer y último término.

$20x^2$	6
$20x,\ x$	$6,\ 1$
$10x,\ 2x$	$3,\ 2$
$5x,\ 4x$	

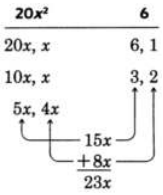
Nuestro objetivo es elegir la combinación adecuada de factores del primer y último término que arroje el término medio$23x$.
Observe que el término medio proviene de la **suma** de los productos **externos** e **internos** en la multiplicación de los dos binomios.



Este hecho nos proporciona una manera de encontrar la combinación adecuada.

Busca la combinación que cuando se **multiplica** y luego **se agrega** rinde el término medio.

La combinación adecuada que estamos buscando es

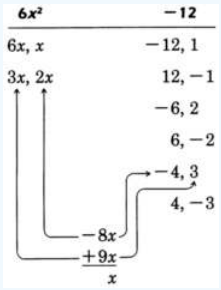


Conjunto de Muestras A

Ejemplo20.8.1

Factor$6x^2 + x - 12$

Factorial el primer y último término:



Así,$3x$ y3 se van a multiplicar,$2x$ y-4 se van a multiplicar.

\ (\ begin {array} {flaqueado a la izquierda}
6x^2 + x - 12&=& () () &\ text {Ponga los factores del término principal inmediatamente.} \\
&=& (3x) (2x) &\ text {Dado que} 3x\ text {y} 3\ text {se van a multiplicar, deben ubicarse en diferentes binomios.} \\
&=& (3x) (2x + 3) &\ text {Coloque el} -4\ text {en el conjunto restante de paréntesis.} \\
&=& (3x-4) (2x+3)\\
6x^2 + x - 12&=& (3x-4) (2x+3)
\ end {array}\)

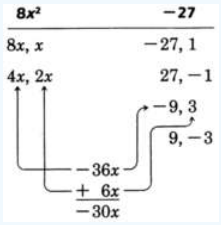
Comprobar:

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
(3x-4) (2x+3) &=&6x^2 + 9x - 8x - 12\\
&=&6x^2 + x - 12
\ end {array}\)

Ejemplo20.8.2

Factor$8x^2 - 20x - 27$

Encuentra los factores del primer y último término.



Así, los$4x$ y-9 se van a multiplicar, y$2x$ y3 se van a multiplicar.

\ (\ begin {array} {ruedado}
8x^2 - 30x - 27&=& (4x) (2x)\\

&=& (4x) (4x) (2x-9)\\
&=& (4x + 3) (2x-9)
\ end {array}\)

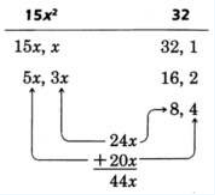
Comprobar:

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
(4x+3) (2x-9) &=&8x^2 - 36x + 6x - 27\\
&=&8x^2-30x-27
\ end {array}\)

Ejemplo20.8.3

Factor$15x^2+44x+32$

Antes de comenzar a encontrar los factores del primer y último término, observe que el término constante es$+32$. Dado que el producto es **positivo**, los dos factores que estamos buscando **deben** tener el mismo signo. Ambos deben ser positivos o ambos negativos. Ahora el término medio,$+44x$, va precedido de un signo positivo. Sabemos que el término medio viene de la **suma** de los productos externos e internos. Si estos dos números van a sumarse a un número positivo, ambos deben ser ellos mismos positivos. Si fueran negativos, su suma sería negativa. Así, podemos concluir que los dos factores de los$+32$ que estamos buscando son ambos números positivos. Esto elimina varios factores32 y disminuye nuestra cantidad de trabajo.
Factorizar el primer y último término.



Después de algunas pruebas vemos eso$5x$ y4 se van a multiplicar, y$3x$ y8 se van a multiplicar.

$15x^2+44x+32=(5x+8)(3x+4)$

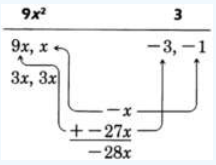
Ejemplo20.8.4

Factor$18x^2-56x+6$

Vemos que cada término es parejo, así podemos factorizar2.

$2(9x^2-28x+3)$

Observe que el término constante es positivo. Así, sabemos que los factores de 3 que estamos buscando deben tener el mismo signo. Dado que el signo del término medio es negativo, ambos factores deben ser negativos.
Factorizar el primer y último término.



No hay muchas combinaciones que probar, y nos encontramos con eso$9x$ y-3 se van a multiplicar yx y-1 se van a multiplicar.

\ (\ begin {array} {flaqueado a la izquierda}
18x^2 - 56x + 6 &=& 2 (9x^2 - 28x + 3)\\
&=&2 (9x-1) (x-3)
\ end {array}\)

Si no hubiéramos factorizado el2 primero, habríamos conseguido la factorización

$18x^2 - 56x + 6 = (9x - 1)\ (2x - 6)$
2 is common

La factorización no está completa ya que uno de los factores puede ser factorizado más.

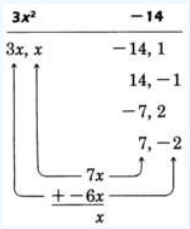
\ (\ begin {array} {flaqueado}
18x^2 - 56x + 6&=& (9x-1) (2x-6)\\
&=& (9x-1)\ cdot 2 (x-3)\\
&=&2 (9x-1) (x-3) &\ text {(Por la propiedad conmutativa de multiplicación)\}
\ end {array}\)

Los resultados son los mismos, pero es mucho más fácil factorizar un polinomio después de que todos los factores comunes se hayan factorizado primero.

Ejemplo20.8.5

Factor$3x^2 + x - 14$

No hay factores comunes. Vemos que el término constante es negativo. Así, los factores de-14 deben tener diferentes signos. Factorial el primer y último término.



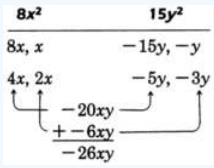
Después de algunos juicios, lo vemos$3x$ y se-2 van a multiplicar.

$3x^2 + x - 14 = (3x + 7)(x - 2)$

Ejemplo20.8.6

Factor$8x^2 - 26xy + 15y^2$.

Vemos que el término constante es positivo y que el término medio va precedido de un signo menos.
De ahí que los factores de lo$15y^2$ que estamos buscando deben ser ambos negativos.
Factorizar el primer y último término.



Después de algunas pruebas, vemos eso$4x$ y$-5y$ se van a multiplicar y$2x$ y$-3y$ se van a multiplicar.

$8x^2 - 26xy + 15y^2 = (4x - 3y)(2x - 5y)$

Conjunto de práctica A

Factorial lo siguiente, si es posible.

Problema de práctica20.8.1

$2x^2 + 13x - 7$

Responder

$(2x - 1)(x + 7)$

Problema de práctica20.8.2

$3x^2 + x - 4$

Responder

$(3x + 4)(x - 1)$

Problema de práctica20.8.3

$4a^2 - 25a - 21$

Responder

$(4a + 3)(a - 7)$

Problema de práctica20.8.4

$16b^2 - 22b - 3$

Responder

$(8b + 1)(2b - 3)$

Problema de práctica20.8.5

$10y^2 - 19y - 15$

Responder

$(5y + 3)(2y - 5)$

Problema de práctica20.8.6

$6m^3 + 40m^2 - 14m$

Responder

$2m(3m - 1)(m + 7)$

Problema de práctica20.8.7

$14p^2 + 31pq - 10q^2$

Responder

$(7p - 2q)(2p + 5q)$

Problema de práctica20.8.8

$-24w^2z^2 + 14wz^3 - 2z^4$

Responder

$-2z^2(4w - z)(3w - z)$

Problema de práctica20.8.9

$3x^2+6xy+2y^2$

Responder

no factorizable

A medida que obtienes más práctica factorizando este tipo de polinomios, te vuelves más rápido al elegir las combinaciones adecuadas. ¡Se necesita mucha práctica!
Hay un atajo que puede ayudar a elegir las combinaciones adecuadas. Este proceso no siempre funciona, pero parece ser cierto en muchos casos. Después de que hayas factorizado el primer y último término y estés empezando a buscar las combinaciones adecuadas, comienza con los factores **intermedios** y no los extremos.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo20.8.7

Factor$24x^2-41x+12$

Factorial el primer y último término.

$24x^2$	12
$24x, x$	$-12, -1$
$12x, 2x$	$-12, -1$
$8x, 3x$	$-6, -2$
$6x, 4x$	

En lugar de comenzar con el$24x, x$y$-12, -1$, elija algunos valores intermedios,$8x$y, el y$3x$, o el$6x$y$4x$, o el-6y-2, o el-4y-3.

$24x^2-41x+12=(8x-3)(3x-4)$

Set de práctica B

Problema de práctica20.8.10

Factor$48x^2+22x-15$.

Responder

$(6x+5)(8x-3)$

Problema de práctica20.8.11

Factor$54y^2+39yw-28w^2$.

Responder

$(9y-4w)(6y+7w)$

El Método de Factorización de Recoger y Descartarax^2+bx+c

Método de recolección y descarte

Considera el polinomio$6x^2+x-12$. Comenzamos por identificar$a$ yc. En este caso,$a=6$ y$c=-12$. Empezamos como lo haríamos con$a=1$.

$6x^2+x-12:\ (6x)(6x)$

Ahora, cómpule$a\cdot c$.

$a\cdot c=(6)(-12)=-72$

Encuentra los factores de-72 que se suman a1, el coeficiente de$x$, el término lineal. Los factores son9 y-8. Incluya estos factores entre paréntesis.

$6x^2+x-12:\ (6x+9)(6x-8)$

Pero hemos incluido demasiado. Debemos eliminar el excedente. Factorizar cada paréntesis.

$6x^2+x-12:\ 3(2x+3)\cdot 2(3x-4)$

Desechar los factores que se multiplican a$a=6$. En este caso,3 y2. Nos queda la factorización adecuada.

$6x^2+x-12=(2x+3)(3x-4)$

Conjunto de Muestras C

Ejemplo20.8.8

Factor$10x^2+23x-5$.

Identificar$a=10$ y$b=-5$.

$10x^2+23x-5;\ \ (10x)(10x)$
Compute

$a\cdot c=(10)(-5)=-50$
Encuentra los factores de-50 que se suman a$+23$, el coeficiente de$x$, el término lineal. Los factores son25 y-2. Coloca estos números entre paréntesis.

$10x^2+23x-5:\ (10x+25)(10x-2)$
Hemos recogido demasiado. Factorizar cada conjunto de paréntesis y eliminar el excedente.

$10x^2+23x-5:\ (5)(2x+5)\cdot(2)(5x-1)$
Desechar los factores que se multiplican a$a=10$. En este caso,5 y2.

$10x^2+23x-5=(2x+5)(5x-1)$

Ejemplo20.8.9

Factor$8x^2-30x-27$.

Identificar$a=8$ y$c=-27$.

$8x^2-30x-27:\ (8x)(8x)$
Compute

$a\cdot c=(8)(-27)=-216$
Encuentra los factores de-216 que se suman a-30, el coeficiente de$x$, el término lineal. Esto requiere un poco de reflexión. Los factores son-36 y6. Coloca estos números entre paréntesis.

$8x^2-30x-27:\ (8x-36)(8x+6)$
Hemos recogido demasiado. Factorizar cada conjunto de paréntesis y eliminar el excedente.

$8x^2-30x-27:\ (4)(2x-9)\cdot(2)(4x+3)$
Desechar los factores que se multiplican a$a=8$. En este caso,4 y2.

$8x^2-30x-27=(2x-9)(4x+3)$

Ejemplo20.8.10

Factor$18x^2-5xy-2y^2$.

Identifica$a=18$ y$c=-2$.

$18x^2-5xy-2y^2:\ (18x)(18x)$
Compute

$a\cdot c=(18)(-2)=-36$
Encuentra los factores de-36 que se suman a-5, el coeficiente dexy. En este caso,-9 y4. Coloca estos números entre paréntesis, fijando$y$ a cada uno.

$18x^2-5xy-2y^2:\ (18x-9y)(18x+4y)$
Hemos recogido demasiado. Factorizar cada conjunto de paréntesis y eliminar el excedente.

$18x^2-5xy-2y^2:\ (9)(2x-y)\cdot(2)(9x+2y)$
Desechar los factores que se multiplican a$a=18$. En este caso,9 y4.

$18x^2-5xy-2y^2=(2x-y)(9x+2y)$

Set de práctica C

Problema de práctica20.8.12

Factor$6x^2+7x-3$.

Responder

$(3x-1)(2x+3)$

Problema de práctica20.8.13

Factor$14x^2-31x-10$.

Responder

$(7x+2)(2x-5)$

Problema de práctica20.8.14

Factor$48x^2+22x-15$.

Responder

$(6x+5)(8x-3)$

Problema de práctica20.8.15

Factor$10x^2-23xw+12w^2$.

Responder

$(5x-4w)(2x-3w)$

Ejercicios

Factorizar los siguientes problemas, si es posible.

Ejercicio20.8.1

x^2+3x+2

Responder

$(x+2)(x+1)$

Ejercicio20.8.2

$x^2+7x+12$

Ejercicio20.8.3

$2x^2+7x+5$

Responder

$(2x+5)(x+1)$

Ejercicio20.8.4

$3x^2+4x+1$

Ejercicio20.8.5

$2x^2+11x+12$

Responder

$(2x+3)(x+4)$

Ejercicio20.8.6

$10x^2+33x+20$

Ejercicio20.8.7

$3x^2-x-4$

Responder

$(3x-4)(x+1)$

Ejercicio20.8.8

$3x^2+x-4$

Ejercicio20.8.9

$4x^2+8x-21$

Responder

$(2x-3)(2x+7)$

Ejercicio20.8.10

$2a^2-a-3$

Ejercicio20.8.11

$9a^2-7a+2$

Responder

no factorizable

Ejercicio20.8.12

$16a^2+16a+3$

Ejercicio20.8.13

$16y^2-26y+3$

Responder

$(8y-1)(2y-3)$

Ejercicio20.8.14

$3y^2+14y-5$

Ejercicio20.8.15

$10x^2+29x+10$

Responder

$(5x+2)(2x+5)$

Ejercicio20.8.16

$14y^2+29y-15$

Ejercicio20.8.17

$81a^2+19a+2$

Responder

no factorizable

Ejercicio20.8.18

$24x^2+34x+5$

Ejercicio20.8.19

$24x^2 - 34x + 5$

Responder

$(6x - 1)(4x - 5)$

Ejercicio20.8.20

$24x^2 - 26x - 5$

Ejercicio20.8.21

$24x^2 + 26x - 5$

Responder

$(6x - 1)(4x + 5)$

Ejercicio20.8.22

$6a^2 + 13a + 6$

Ejercicio20.8.23

$6x^2 + 5xy + y2$

Responder

$(3x + y)(2x + y)$

Ejercicio20.8.24

$6a^2 - ay - y^2$

Para los siguientes problemas, el trinomio dado ocurre al resolver el problema aplicado correspondiente. Factorizar cada trinomio. No es necesario resolver el problema.

Ejercicio20.8.25

$5r^2 - 24r - 5$

Se necesitan 5 horas para remar un bote 12 millas río abajo y luego de regreso. La corriente fluye a razón de 1 milla por hora. ¿A qué ritmo se remó el bote?

Responder

$(5r + 1)(r - 5)$

Ejercicio20.8.26

$x^2 + 5x - 84$

La longitud de un rectángulo es 5 pulgadas más que el ancho del rectángulo. Si el área del rectángulo es de 84 pulgadas cuadradas, ¿cuál es la longitud y el ancho del rectángulo?

? Ejercicio20.8.27

$x^2+24x-145$

Un cuadrado mide 12 pulgadas en cada lado. Otro cuadrado se va a dibujar alrededor de esta plaza de tal manera que el área total sea de 289 pulgadas cuadradas. ¿Cuál es la distancia desde el borde del cuadrado más pequeño hasta el borde del cuadrado más grande? (Las dos plazas tienen el mismo centro.)

Responder

$(x+29)(x-5)$

? Ejercicio20.8.28

$x^2+8x-20$

Una mujer desea construir una caja rectangular que esté abierta en la parte superior. Ella desea que tenga 4 pulgadas de alto y tenga una base rectangular cuya longitud sea tres veces la anchura. El material utilizado para la base cuesta $2 por pulgada cuadrada, y el material utilizado para los lados cuesta $1.50 por pulgada cuadrada. La mujer gastará exactamente 120 dólares en materiales. Encuentra la dimensión de la caja (longitud de la base, ancho de la base y altura).

Para los siguientes problemas, factorizar los trinomios si es posible.

? Ejercicio20.8.29

$16x^2-8xy-3y^2$

Responder

$(4x+y)(4x-3y)$

? Ejercicio20.8.30

$6a^2+7ab+2b^2$

? Ejercicio20.8.31

$12a^2+7ab+12b^2$

Responder

no factorizable

? Ejercicio20.8.32

$9x^2+18xy+8y^2$

? Ejercicio20.8.33

$8a^2+10ab-6b^2$

Responder

$2(4a^2+5ab-3b^2)$

Ejercicio20.8.34

$12a^2+54a-90$

Ejercicio20.8.35

$12b^4+30b^2a+12a^2$

Responder

$6(2b^2+a)(b^2+2a)$

Ejercicio20.8.36

$30a^4b^4-3a^2b^2-6c^2$

Ejercicio20.8.37

$3a^6-3a^3b^2-18b^4$

Responder

$3(a^3+2b^2)(a^3-3b^2)$

Ejercicio20.8.38

$20a^2b^2+2abc^2-6a^2c^4$

Ejercicio20.8.39

$14a^2z^2-40a^3z^2-46a^4z^2r$

Responder

$2a^2z^2(7-20a-23a^2)$ or $-2a^2z^2(23a^2+20a-7)$

Ejercicios para revisión

Ejercicio20.8.40

Simplificar$(a^3b^6)^4$

Ejercicio20.8.41

Encuentra el producto$x^2(x-3)(x+4)$

Responder

$x^4+x^3-12x^2$

Ejercicio20.8.42

Encuentra el producto$(5m-3n)^2$

Ejercicio20.8.43

Resuelve la ecuación$5(2x-1)-4(x+7)=0$.

Responder

$$x=\frac{11}{2}$$

Ejercicio20.8.44

Factor$x^5-8x^4+7x^3$

This page titled 20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1 is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.8: Factoring Trinomials with Leading Coefficient Other Than 1** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.9: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Factoring

La factorización es el proceso de determinar los factores de algún producto. El factorización es el reverso de la multiplicación.

Mayor factor común

El **mayor factor común** de un polinomio es el factor que es común a cada término del polinomio y también es tal que

1. El coeficiente numérico es el mayor número común a cada término.
2. Las variables poseen los mayores exponentes que son comunes a todas las variables.

Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio

SiA es el mayor factor común de$Ax + Ay$, entonces

$Ax + Ay = A(x + y)$

Factorización por Agrupación

Estamos alertados de la idea de **factorizar agrupando** cuando el polinomio estamos considerando

1. No tiene factor común a todos los términos.
2. Tiene un número par de términos.

\ (\ begin {alineado}
\ underbrackets {A x+a y} _ {A\ text {es común}} +\ underbrackets {B x+b y} _ {B\ text {es común}} &=\ underbrackets {A (x+y) +B (x+y)} _ {x+y\ text {es común}}\\
& =(x+y) (A+B)
\ fin {alineado}\)

Productos especiales

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
a^2 - b^2&=& (a+b) (a-b)\\
a^2+2ab+b^2&=& (a+b) ^2\\
a^2-2ab+b^2&=& (a-b) ^2
\ end {array}\)

Regla Fundamental de Factoraje

1. Primero factorizar todos los monomios comunes.
2. Factorizar completamente.

Factorización de Trinomios

Un método para factorizar un trinomio es enumerar todos los pares de factores tanto del primer como del último término y luego elegir la combinación que cuando se multiplica y luego se agrega produce el término medio.

This page titled 20.9: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.9: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.10: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Encontrar los factores de un monomio

Para los siguientes problemas, la primera cantidad representa el producto y la segunda cantidad representa un factor. Encuentra el otro factor.

Ejercicio20.10.1

$32a^4b, 2b$

Contestar

$16a^4$

Ejercicio20.10.2

$35x^3y^2, 7x^3$

Ejercicio20.10.3

$44a^2b^2c, 11b^2$

Contestar

$4a^2c$

Ejercicio20.10.4

$50m^3n^5p^4q, 10m^3q$

Ejercicio20.10.5

$51(a+1)^2(b+3)^4, 3(a+1)$

Contestar

$17(a+1)(b+3)^4$

Ejercicio20.10.6

$-26(x+2y)^3(x-y)^2, -13(x-y)$

Ejercicio20.10.7

$-8x^5y^4(x+y)^4(x+3y)^3, -2x(x+y)(x+3y)$

Contestar

$4x^4y^4(x+y)^3(x+3y)^2$

? Ejercicio20.10.8

$-(6a-5b)^{10}(7a-b)^{8}(a+3b)^{7}, -(6a-5b)^{7}(7a-b)^{7}(a+3b)^{7}$

? Ejercicio20.10.9

$12x^{n+6}y^{2n-5}, -3x^{n+1}y^{n+3}$

Contestar

$-4x^{5}y^{n-8}$

? Ejercicio20.10.10

$-400a^{3n+10}b^{n-6}c^{4n+7}, 20a^{2n+8}c^{2n-1}$

? Ejercicio20.10.11

$16x-32, 16$

Contestar

$(x-2)$

? Ejercicio20.10.12

$35a-45, 513$

? Ejercicio20.10.13

$24a^{2}-6a, 6a$

Contestar

$4a-1$

? Ejercicio20.10.14

$88x^{4}-33x^{3}+44x^{2}+55x, 11x$

? Ejercicio20.10.15

$9y^{3}-27y^{2}+36y, -3y$

Contestar

$-3y^{2}+9y-12$

? Ejercicio20.10.16

$4m^{6}-16m^{4}+16m^{2}, 4m$

? Ejercicio20.10.17

$-5x^4y^3+10x^3y^2-15x^2y^2, -5x^2y^2$

Contestar

$x^2y-2x+3$

? Ejercicio20.10.18

$-21a^5b^6c^4(a+2)^3+35a^5bc^5(a+2)^4, -7a^4b(a+2)^2$

? Ejercicio20.10.19

$-x-2y-c^2, -1$

Contestar

$x+2y+c^2$

? Ejercicio20.10.20

$a+3b, -1$

Factorizar un monomio a partir de un polinomio ([link]) - El factor común más grande ([link])

Para los siguientes problemas, factorizar los polinomios.

? Ejercicio20.10.21

$8a+4$

Contestar

$4(2a+1)$

? Ejercicio20.10.22

$10x+10$

? Ejercicio20.10.23

$3y^2+27y$

Contestar

$3y(y+9)$

? Ejercicio20.10.24

$6a^2b^2+18a^2$

? Ejercicio20.10.25

$21(x+5)+9$

Contestar

$3(7x+38)$

Ejercicio20.10.26

$14(2a+1)+35$

Ejercicio20.10.27

ma^3-m

Contestar

$m(a^3-1)$

Ejercicio20.10.28

$15y^3-24y+24$

Ejercicio20.10.29

$r^2(r+1)^3-3r(r+1)^2+r+1$

Contestar

$(r+1)[r^2(r+1)^2-3r(r+1)+1]$

Ejercicio20.10.30

$Pa+Pb+Pc$

Ejercicio20.10.31

$(10-3x)(2+x)+3(10-3x)(7+x)$

Contestar

$(10-3x)(23+4x)$

Factorización por Agrupación

Para los siguientes problemas, utilice el método de agrupación para factorizar los polinomios. Algunos pueden no ser factorizables.

Ejercicio20.10.32

$4ax+x+4ay+y$

Ejercicio20.10.33

$xy+4x-3y-12$

Contestar

$(x-3)(y+4)$

Ejercicio20.10.34

$2ab-8b-3ab-12a$

Ejercicio20.10.35

$a^2-7a+ab-7b$

Contestar

$(a+b)(a-7)$

Ejercicio20.10.36

$m^2+5m+nm+5n$

Ejercicio20.10.37

$r^2+rs-r-s$

Contestar

$(r-1)(r+s)$

Ejercicio20.10.38

$8a^2bc+20a^2bc+10a^3b^3c+25a^3b^3$

Ejercicio20.10.39

$a(a+6)-(a+6)+a(a-4)-(a-4)$

Contestar

$2(a+1)(a-1)$

Ejercicio20.10.40

$a(2x+7)-4(2x+7)+a(x-10)-4(x-10)$

Factorización de Dos Productos Especiales - Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder distinto de 1

Para los siguientes problemas, factorizar los polinomios, si es posible.

Ejercicio20.10.41

m^2-36

Contestar

$(m+6)(m-6)$

Ejercicio20.10.42

r^2-81

Ejercicio20.10.43

$a^2+8a+16$

Contestar

$(a+4)^2$

Ejercicio20.10.44

$c^2+10c+25$

Ejercicio20.10.45

m^2+m+1

Contestar

no factorizable

Ejercicio20.10.46

r^2-r-6

Ejercicio20.10.47

$a^2+9a+20$

Contestar

$(a+5)(a+4)$

Ejercicio20.10.48

$s^2+9s+18$

Ejercicio20.10.49

$x^2+14x+40$

Contestar

$(x+10)(x+4)$

Ejercicio20.10.50

$a^2-12a+36$

Ejercicio20.10.51

$n^2-14n+49$

Contestar

$(n-7)^2$

? Ejercicio20.10.52

a^2+6a+5

? Ejercicio20.10.53

$a^2-9a+20$

Contestar

$(a-5)(a-4)$

? Ejercicio20.10.54

$6x^2+5x+1$

? Ejercicio20.10.55

$4a^2-9a-9$

Contestar

$(4a+3)(a-3)$

? Ejercicio20.10.56

$4x^2+7x+3$

? Ejercicio20.10.57

$42a^2+5a-2$

Contestar

$(6a-1)(7a+2)$

? Ejercicio20.10.58

$30y^2+7y-15$

? Ejercicio20.10.59

$56m^2+26m+6$

Contestar

$2(28m^2+13m+3)$

? Ejercicio20.10.60

$27r^2-33r-4$

Ejercicio20.10.61

$4x^2+4xy-3y^2$

Contestar

$(2x+3y)(2x-y)$

Ejercicio20.10.62

$25a^2+25ab+6b^2$

Ejercicio20.10.63

$2x^2+6x-20$

Contestar

$2(x-2)(x+5)$

Ejercicio20.10.64

$-2y^2+4y+48$

Ejercicio20.10.65

x^3+3x^2-4x

Contestar

$x(x+4)(x-1)$

Ejercicio20.10.66

$3y^4-27y^3+24y^2$

Ejercicio20.10.67

$15a^2b^2-ab-2b$

Contestar

$b(15a^2b-a-2)$

Ejercicio20.10.68

$4x^3-16x^2+16x$

Ejercicio20.10.69

$18a^2-6a+\frac{1}{2}$

Contestar

$(6a-1)(3a-\frac{1}{2})$

? Ejercicio20.10.70

$a^4+16a^2b+16b^2$

? Ejercicio20.10.71

$4x^2-12xy+9y^2$

Contestar

$(2x-3y)^2$

? Ejercicio20.10.72

$49b^4-84b^2+36$

? Ejercicio20.10.73

$r^6s^8+6r^3s^4p^2q^6+9p^4q^{12}$

Contestar

$(r^3s^4+3p^2q^6)^2$

? Ejercicio20.10.74

$a^4-2a^2b-15b^2$

? Ejercicio20.10.75

$81a^8b^{12}c^{10}-25x^{20}y^{18}$

Contestar

$(9a^4b^6c^5+5x^{10}y^9)(9a^4b^6c^5-5x^{10}y^9)$

This page titled 20.10: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.10: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

20.11: Examen de Aptitud

Ejercicio20.11.1

El producto es$27a^3+9a^2+9a$ y un factor es$3a$. Encuentra el otro factor.

Contestar

$9a^2+3a+3$

Ejercicio20.11.2

El producto es$15x^{n+5}y^{3n-2}$. Encuentra el otro factor.

Contestar

$5x^n y^{2n-3}$

Para los siguientes problemas, factorizar, si es posible, los polinomios.

Ejercicio20.11.3

$-14x^2y^4b-28x^2y^3b-42x^2y^2$

Contestar

$-14x^2y^2(y^2b+2yb+3)$

Ejercicio20.11.4

$(y+2)a+(y+2)c$

Contestar

$(a+c)(y+2)$

Ejercicio20.11.5

$6x^2y^2z+5x^2y^3-12xyz-10xy^2$

Contestar

$xy(xy-2)(6z+5y)$

Ejercicio20.11.6

$4a^2-16c^2$

Contestar

$4(a+2c)(a-2c)$

Ejercicio20.11.7

$m^4 - n^4$

Contestar

$(m^2 + n^2)(m + n)(m - n)$

Ejercicio20.11.8

$b^2 + 8b + 16$

Contestar

$(b + 4)^2$

Ejercicio20.11.9

$9y^2 - 30y + 25$

Contestar

$(3y - 5)^2$

Ejercicio20.11.10

$x^2 + 5x - 15$

Contestar

no factorizable

Ejercicio20.11.11

$x^2 - x - 30$

Contestar

$(x - 6)(x + 5)$

Ejercicio20.11.12

$4x^6 - 36x^4 + 80x^2$

Contestar

$4x^2(x^2 - 5)(x + 2)(x - 2)$

Ejercicio20.11.13

$9x^2 + 25x - 6$

Contestar

$(9x - 2)(x + 3)$

This page titled 20.11: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **6.11: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables

21.1: Objetivos
21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable
21.3: Trazando puntos en el plano
21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables
21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea
21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción
21.7: Encontrar la ecuación de una línea
21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables
21.9: Resumen de conceptos clave
21.10: Suplemento de ejercicio
21.11: Examen de Aptitud

This page titled 21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

21.1: Objetivos

Después de completar el capítulo, debes

Graficando Ecuaciones Lineales y Desigualdades en una Variable

- comprender el concepto de una gráfica y la relación entre ejes, sistemas de coordenadas y dimensión
- ser capaz de construir gráficas unidimensionales

Trazado de puntos en el plano

- estar familiarizado con el avión
- saber lo que se entiende por las coordenadas de un punto
- ser capaz de trazar puntos en el plano

Graficando Ecuaciones Lineales en Dos Variables

- ser capaz de relacionar soluciones a una ecuación lineal con líneas
- conocer la forma general de una ecuación lineal
- ser capaz de construir la gráfica de una línea usando el método intercept
- ser capaz de distinguir, por sus ecuaciones, líneas inclinadas, horizontales y verticales

La forma pendiente-interceptación de una línea

- estar más familiarizado con la forma general de una línea
- ser capaz de reconocer la forma pendiente-intercepción de una línea
- ser capaz de interpretar la pendiente e intercepción de una línea
- poder usar la fórmula de pendiente para encontrar la pendiente de una línea

Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción

- ser capaz de utilizar la pendiente e interceptar para construir la gráfica de una línea

Encontrar la ecuación de una línea

- ser capaz de encontrar la ecuación de línea usando la forma pendiente-intercepción o la forma punto-pendiente de una línea

Graficando Desigualdades Lineales en Dos Variables

- ser capaz de localizar soluciones inecalidades lineales en dos variables utilizando técnicas gráficas

This page titled 21.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable

Gráficas

Hasta el momento en nuestro estudio del álgebra, hemos desarrollado y utilizado varios métodos para obtener soluciones a ecuaciones lineales tanto en una como en dos variables. Muy a menudo es útil obtener una imagen de las soluciones a una ecuación. Estas imágenes se llaman **gráficas** y pueden revelar información que puede no ser evidente solo a partir de la ecuación.

La Gráfica de una Ecuación

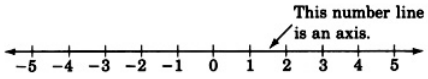
La representación geométrica (imagen) de las soluciones a una ecuación se llama la **gráfica** de la ecuación.

Ejes, sistemas de coordenadas y cotas

Axis

La estructura básica de la gráfica es el **eje**. Es con respecto al eje donde se localizan todas las soluciones a una ecuación. El tipo de eje más fundamental es la **recta numérica**.

La línea numérica es un eje



Tenemos las siguientes reglas generales respecto a los ejes.

Número de variables y número de ejes

- Una ecuación en una variable requiere un eje.
- Una ecuación en dos variables requiere dos ejes.
- Una ecuación en tres variables requiere tres ejes.
- ... Una ecuación en nn variables requiere nn ejes.

Siempre dibujaremos un eje como línea recta, y si se requiere más de un eje, los dibujaremos para que todos sean mutuamente perpendiculares (las líneas que forman los ejes estarán en ángulos de 90° entre sí).

Sistema de coordenadas

Un sistema de ejes construidos para graficar una ecuación se llama **sistema de coordenadas**.

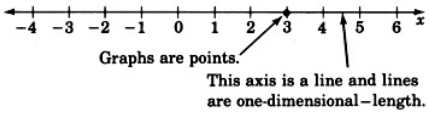
La Frase, Graficando una Ecuación La frase **que grafica una ecuación** se usa con frecuencia y debe interpretarse como que significa ubicar geométricamente las soluciones a una ecuación.

Relacionar el número de variables y el número de ejes

No empezaremos realmente a graficar ecuaciones hasta la Sección 7.3, pero en los siguientes ejemplos, **relacionaremos** el número de variables en una ecuación con el número de ejes en el sistema de coordenadas.

1. Gráficas unidimensionales:

- Si queremos graficar la ecuación$5x+2=17$, necesitaríamos construir un sistema de coordenadas que consista en un solo eje (una sola línea numérica) ya que la ecuación consiste en una sola variable. Etiquetamos el eje con la variable que aparece en la ecuación.

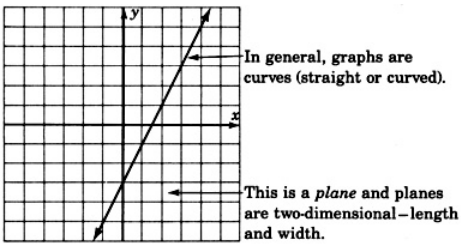


- Podríamos interpretar una ecuación en una variable como dar información en un espacio unidimensional. Dado que vivimos en el espacio tridimensional, el espacio unidimensional puede ser difícil de imaginar. Los objetos en el espacio unidimensional

solo tendrían longitud, sin ancho ni profundidad.

2. Gráficas bidimensionales:

Para graficar una ecuación en dos variables como$y = 2x - 3y$, necesitaríamos construir un sistema de coordenadas consistente en dos líneas numéricas mutuamente perpendiculares **(ejes).** Llamamos **origen** a la intersección de los dos ejes y la etiquetamos con un 0. Los dos ejes son simplemente líneas numéricas; uno dibujado horizontalmente, otro dibujado verticalmente.

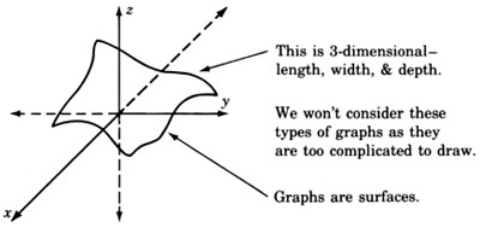


Recordemos que una ecuación en dos variables requiere de una solución para ser un par de números. Las soluciones se pueden escribir como pares ordenados(x, y). Ya que la ecuación$y = 2x - 3$ involucra las variables$x$ yy, etiquetamos un eje$x$ y el otro eje$y$. En matemáticas, se acostumbra etiquetar el eje horizontal con la variable independiente y el eje vertical con la variable dependiente.

Podríamos interpretar ecuaciones en dos variables como dar información en el espacio bidimensional. Los objetos en el espacio bidimensional tendrían longitud y anchura, pero no profundidad.

3. Gráficas tridimensionales:

Una ecuación en tres variables, tales como$3x^2 - 4y^2 + 5z = 0$, requiere tres ejes mutuamente perpendiculares, uno para cada variable. Construiríamos el siguiente sistema de coordenadas y gráfica.



Podríamos interpretar ecuaciones en tres variables como información sobre el espacio tridimensional.

4. Gráficas cuatridimensionales

Para graficar una ecuación en cuatro variables, tales como$3x - 2y + 8x - 5w = -7$, requeriría cuatro líneas numéricas mutuamente perpendiculares. Estas gráficas se dejan a la imaginación.

Podríamos interpretar ecuaciones en cuatro variables como dar información en el espacio de cuatro dimensiones. Los objetos de cuatro dimensiones tendrían longitud, anchura, profundidad y alguna otra dimensión.

Agujeros Negros

Estos otros espacios son difíciles de imaginar para nosotros, pero la existencia de “agujeros negros” hace que la posibilidad de otros universos de una, dos, cuatro o n dimensiones no sea del todo improbable. Aunque puede ser difícil para nosotros personas “3-D” viajar en otro espacio dimensional, ¡al menos podríamos estar bastante seguros de que nuestras matemáticas seguirían funcionando (ya que no se restringe a solo tres dimensiones)!

Graficar en una dimensión

Graficar una ecuación lineal en una variable implica resolver la ecuación, luego ubicar la solución en el eje (línea numérica) y marcar un punto en esta ubicación. Hemos observado que las gráficas pueden revelar información que puede no ser evidente a partir de la ecuación original. Las gráficas de ecuaciones lineales en una variable no arrojan mucha, si la hay, información, sino que sirven como base para gráficas de mayor dimensión (gráficas de dos variables y tres variables).

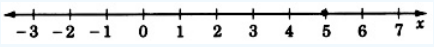
Conjunto de Muestras A

Ejemplo21.2.1

Grafica la ecuación$3x-5=10$.

Resolver la ecuaciónx y construir un eje. Como solo hay una variable, necesitamos un solo eje. Etiquete el eje$x$.

\ (\ begin {alineado}
3x-5&=&10\\
3x&=&15\
x&=&5
\ end {alineado}\)

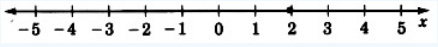


Ejemplo21.2.2

Grafica la ecuación$3x+4+7x-1+8=31$.

Resolviendo la ecuación que obtenemos,

\ (\ begin {alineado}
10x+11&=&31\\
10x&+&20\
x&=&2
\ end {alineado}\)



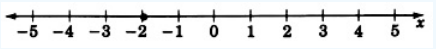
Conjunto de práctica A

Problema de práctica21.2.1

Graficar la ecuación$4x+1=-7$

Contestar

$x=-2$



Conjunto de Muestras B

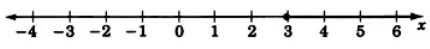
Ejemplo21.2.3

Grafica la desigualdad lineal$4x/ge12$.

Se procede resolviendo la desigualdad.

\ (\ begin {alineado}
4x&\ ge&12&\ text {Divide cada lado por} 4\\
x&\ ge&3
\ end {alineado}\)

Como sabemos, cualquier valor mayor o igual a 3 satisfará la desigualdad original. De ahí que tengamos infinitamente muchas soluciones y, así, infinitamente muchos puntos para marcar en nuestra gráfica.



El **círculo cerrado** a 3 significa que 3 se incluye como solución. Todos los puntos que comienzan en 3 y en la dirección de la flecha son soluciones.

Ejemplo21.2.4

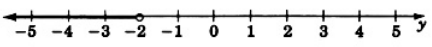
Grafica la desigualdad lineal$-2y-1>3$.

Primero resolvemos la desigualdad.

\ (\ begin {aligned}
-2y-1& > &3\\
-2y& > &4\\
y& < &-2&\ text {El símbolo de desigualdad invertió dirección porque dividimos por} -2
\ end {alineado}\)

Así, todos los números estrictamente menores que-2 satisfarán la desigualdad y, por lo tanto, son soluciones.

Dado que-2 en sí mismo **no** se debe incluir como solución, dibujamos un **círculo abierto** en-2. Las soluciones están a la izquierda de-2 por lo que dibujamos una flecha apuntando a la izquierda de-2 para denotar la región de soluciones.



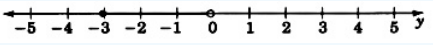
Ejemplo21.2.5

Grafica la desigualdad$-2\le y+1<1$.

Reconocemos esta desigualdad como una **desigualdad compuesta y la** resolvemos restando 1 de las tres partes.

\ (\ begin {alineado}
-2\ le y+1 < 1\\
-3\ le y < 0
\ end {alineado}\)

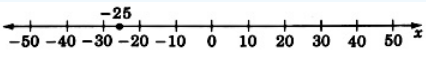
Así, la solución son todos los números entre −3 y 0, más precisamente, todos los números mayores o iguales a −3 pero estrictamente menores que 0.



Ejemplo21.2.6

Grafica la ecuación lineal$5x=-125$.

La solución es$x=-25$. Escalando el eje por unidades de5 más que1, obtenemos



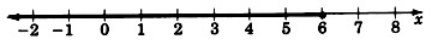
Set de práctica B

Problema de práctica21.2.2

Graficar la desigualdad$3x\le 18$

Contestar

$x\le 6$

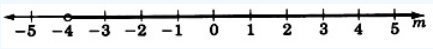


? Problema de práctica21.2.3

Grafica la desigualdad$-3m+1<13$.

Contestar

$m>-4$

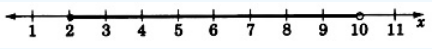


? Problema de práctica21.2.4

Grafica la desigualdad$-3\le x-5<5$.

Contestar

$2\le x<10$

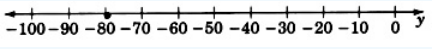


? Problema de práctica21.2.5

Grafica la ecuación lineal$-6y=480$.

Contestar

$y=-80$



Ejercicios

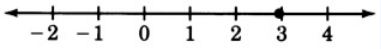
Para los problemas 1 - 25, graficar las ecuaciones lineales y las desigualdades.

? Ejercicio21.2.1

$4x+7=19$

Contestar

$x=3$



Ejercicio21.2.2

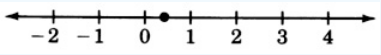
$8x - 1 = 7$

Ejercicio21.2.3

$2x + 3 = 4$

Contestar

$x = \frac{1}{2}$



Ejercicio21.2.4

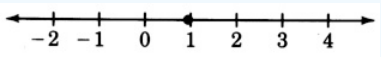
$x + 3 = 15$

Ejercicio21.2.5

$6y + 3 = y + 8$

Contestar

$y = 1$



Ejercicio21.2.6

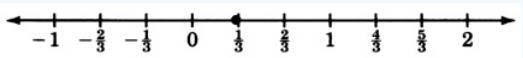
$2x = 0$

Ejercicio21.2.7

$4 + 1 - 4 = 3z$

Contestar

$z = \frac{1}{3}$



Ejercicio21.2.8

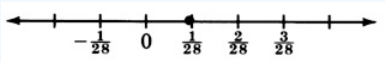
$x + \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$

Ejercicio21.2.9

$7r = \frac{1}{4}$

Responder

$r = \frac{1}{28}$



Ejercicio21.2.10

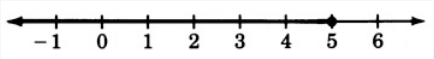
$2x - 6 = \frac{2}{5}$

Ejercicio21.2.11

$x + 7 \leq 12$

Responder

$x \leq 5$



Ejercicio21.2.12

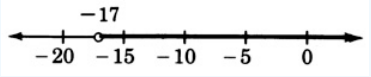
$y - 5 < 3$

Ejercicio21.2.13

$x + 19 > 2$

Responder

$x > -17$



https://math.libretexts.org/@go/page/127751

Ejercicio21.2.14

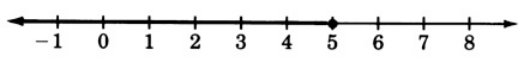
$z+5>11$

Ejercicio21.2.15

$3m-7\leq 8$

Responder

$m\leq 5$



Ejercicio21.2.16

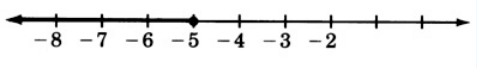
$-5t\geq 10$

Ejercicio21.2.17

$-8x-6\geq 34$

Responder

$x\leq -5$



Ejercicio21.2.18

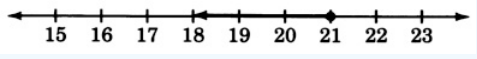
$\frac{x}{4}<2$

Ejercicio21.2.19

$\frac{y}{7}\leq 3$

Responder

$y\leq 21$



Ejercicio21.2.20

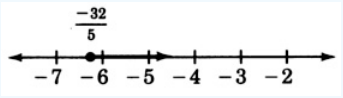
$$\frac{2y}{9} \geq 4$$

Ejercicio21.2.21

$$\frac{-5y}{8} \leq 4$$

Responder

$$y \geq -\frac{32}{5}$$



Ejercicio21.2.22

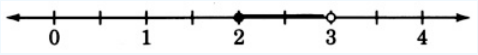
$$\frac{-6a}{7} < -4$$

Ejercicio21.2.23

$$-1 \leq x - 3 < 0$$

Responder

$$2 \leq x < 3$$



Ejercicio21.2.24

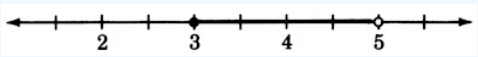
$$6 \leq x + 4 \leq 7$$

Ejercicio21.2.25

$$-12 < -2x - 2 \leq -8$$

Responder

$$3 \leq x < 5$$



Ejercicios para revisión

Ejercicio21.2.26

Simplificar$(3x^8y^2)^3$.

Ejercicio21.2.27

Enumerar, en su caso, los factores comunes en la expresión$10x^4-15x^2+5x^6$.

Responder

$5x^2$

Ejercicio21.2.28

Resolver la desigualdad$-4(x+3)<-3x+1$.

Ejercicio21.2.29

Resuelve la ecuación$y=-5x+8$ si$x=-2$.

Responder

$(-2,18)$

Ejercicio21.2.30

Resuelve la ecuación$2y=5(3x+7)$ si$x=-1$.

This page titled 21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.2: Graphing Linear Equations and Inequalities in One Variable** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.3: Trazando puntos en el plano

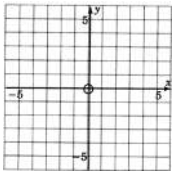
El avión

Pares Pedidos

Ahora nos interesa estudiar gráficas de ecuaciones lineales en dos variables. Sabemos que las soluciones a ecuaciones en dos variables consisten en un par de valores, un valor por cada variable. Hemos llamado a estos pares de valores **pares ordenados.** Ya que tenemos un par de valores para graficar, debemos tener un par de ejes (líneas numéricas) sobre los que se puedan ubicar los valores.

Origen

Dibujamos los ejes para que sean perpendiculares entre sí y para que se crucen entre sí en sus 0's, a este punto se le llama **origen.**



Sistema de **coordenadas rectangulares**

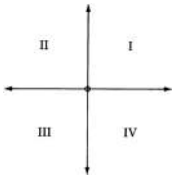
Estas dos líneas forman lo que se llama un **sistema de coordenadas rectangulares.** También determinan un avión.

xy-avión

Un **plano** es una superficie plana, y un resultado de la geometría establece que a través de dos líneas de intersección cualesquiera (los ejes) se puede pasar exactamente un plano (superficie plana). Si estamos tratando con una ecuación lineal en las dos variables$x$ yy, a veces decimos que estamos graficando la ecuación usando un sistema de coordenadas rectangulares, o que estamos graficando la ecuación en elxy plano.

Cuadrante

Observe que los dos ejes de coordenadas que se cruzan dividen el plano en cuatro regiones iguales. Dado que hay cuatro regiones, llamamos a cada una un **cuadrante** y las numeramos en sentido contrario a las agujas del reloj usando números romanos.



Recordemos que cuando estudiamos por primera vez la recta numéricaobservamos lo siguiente:

Para cada número real existe un punto único en la recta numérica, y para cada punto de la recta numérica podemos asociar un número real único.

Tenemos una situación similar para el avión.

Para cada par ordenado$(a,\ b)$, existe un punto único en el plano, y a cada punto del plano podemos asociar un par ordenado único$(a,\ b)$ de números reales.

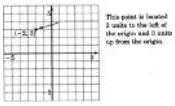
Coordenadas de un punto

Coordenadas de un punto

Los números en un par ordenado que están asociados a un punto en particular se denominan las **coordenadas del punto.** El **primer número** del par ordenado expresa la distancia horizontal del punto y la dirección (izquierda o derecha) desde el origen. El **segundo número** expresa la distancia vertical del punto y la dirección (arriba o abajo) desde el origen.

Las coordenadas determinan la distancia y la dirección

Un **número positivo** significa una dirección hacia la **derecha o hacia arriba**. Un **número negativo** significa una dirección hacia la **izquierda o hacia abajo**.



Puntos de trazado

Dado que los puntos y los pares ordenados están tan estrechamente relacionados, los dos términos a veces se usan indistintamente. Las siguientes dos frases tienen el mismo significado:

1. Trazar el punto$(a,\ b)$.
2. Trazar el par ordenado$(a,\ b)$.

Trazado de un punto

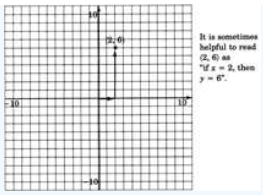
Ambas frases significan: Localizar, en el plano, el punto asociado al par ordenado$(a,\ b)$ y dibujar una marca en esa posición.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo21.3.1

Trazar el par ordenado$(2,\ 6)$.

Comenzamos en el origen. El primer número del par ordenado, 2, nos dice que movemos 2 unidades a la derecha ($+2$significa 2 unidades a la derecha) El segundo número en el par ordenado, 6, nos dice que movemos 6 unidades hacia arriba ($+6$significa 6 unidades hacia arriba).



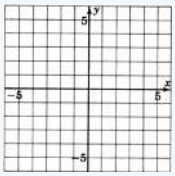
A veces es útil leer$(2, 6)$ como "si$x = 2$, entonces$y = 6$.

Conjunto de práctica A

? Problema de práctica21.3.1

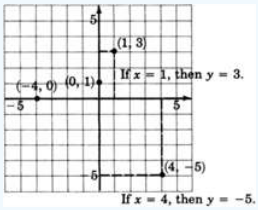
Trazar los pares ordenados.

$(1,\ 3),\ (4,\ -5),\ (0,\ 1),\ (-4,\ 0)$.



Contestar

(Observe que las líneas punteadas en la gráfica son solo para ilustración y no deben incluirse al trazar puntos).

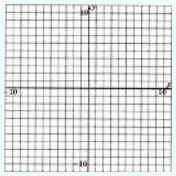


Ejercicios

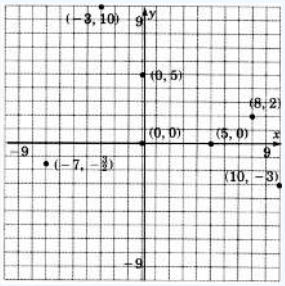
? Ejercicio21.3.1

Trazar los siguientes pares ordenados. (No dibujar las flechas como en el Conjunto de Práctica A.)

$(8,\ 2),\ (10,\ -3),\ (-3,\ 10),\ (0,\ 5),\ (5,\ 0),\ (0,\ 0),\ (-7,\ -\frac{3}{2})$.

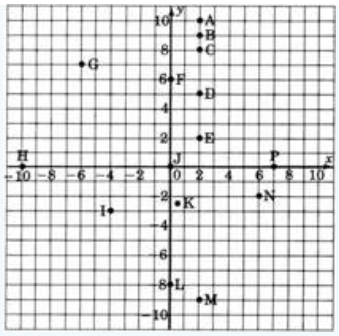


Contestar



? Ejercicio21.3.2

Con la mayor precisión posible, indique las coordenadas de los puntos que se hayan trazado en la siguiente gráfica.



Ejercicio21.3.3

Usando notación de pares ordenados, ¿cuáles son las coordenadas del origen?

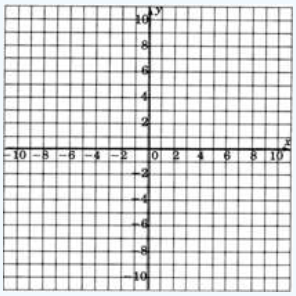
Contestar

Las coordenadas del origen son$(0,0)$.

Ejercicio21.3.4

Sabemos que las soluciones a ecuaciones lineales en dos variables se pueden expresar como pares ordenados. De ahí que las soluciones se puedan representar como puntos en el plano. Considera la ecuación lineal$y=2x-1$. Encuentre al menos diez soluciones a esta ecuación eligiendo$x$ -valores entre-4 y5 y calculando los valores y correspondientes. Trazar estas soluciones en el sistema de coordenadas a continuación. Rellena la tabla para ayudarte a realizar un seguimiento de los pares ordenados.

x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
y	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-



Teniendo en cuenta que hay infinitamente muchas soluciones de pares ordenados para$y=2x-1$, especular sobre la estructura geométrica de la gráfica de todas las soluciones. Complete la siguiente declaración:

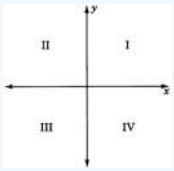
El nombre del tipo de estructura geométrica de la gráfica de todas las soluciones a la ecuación lineal
$y=2x-1$ parece ser _____.

¿Dónde cruza esta figura el eje y? ¿Este número aparece en la ecuación$y=2x-1$?

Coloca tu lápiz en cualquier punto de la figura (es posible que tengas que conectar los puntos para ver la figura con claridad). Mueve tu lápiz exactamente una unidad hacia la derecha (horizontalmente). Para volver a la figura, debes mover tu lápiz ya sea hacia arriba o hacia abajo un número determinado de unidades. ¿Cuántas unidades debes moverte verticalmente para volver a la figura, y ves este número en la ecuación$y=2x-1$?

Ejercicio21.3.5

Considera elxy -avión.



Completar la tabla escribiendo las desigualdades apropiadas.

I	II	III	IV
$x>0$	$x<0$	x	x
$y>0$	y	y	y

En los siguientes problemas, las gráficas de puntos se denominan **diagramas de dispersión** y frecuentemente son utilizadas por los estadísticos para determinar si existe una relación entre las dos variables en consideración. El primer componente del par ordenado se llama la **variable de entrada** y el segundo componente se llama la **variable de salida**. Construye los diagramas de dispersión. Determinar si parece existir una relación entre las dos variables bajo consideración haciendo las siguientes observaciones: Puede existir una relación si

a. a medida que aumenta una variable, la otra variable aumenta
b. a medida que aumenta una variable, la otra variable disminuye

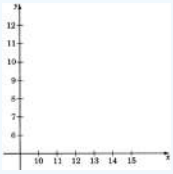
Contestar

I	II	III	IV
$x > 0$	$x < 0$	$x < 0$	$x > 0$
$y > 0$	$y > 0$	$y < 0$	$y < 0$

Ejercicio21.3.6

Un psicólogo, al estudiar los efectos de un placebo en los trabajadores de la línea de montaje en un sitio industrial en particular, señaló el tiempo que tardó en ensamblar un determinado artículo antes de que se le diera el placebo al sujeto,x, y el tiempo que tardó en ensamblar un artículo similar después de que al sujeto se le diera el placebo,y. Los datos del psicólogo son

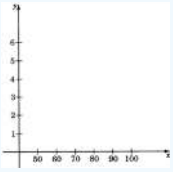
x	y
10	8
12	9
11	9
10	7
14	11
15	12
13	10



Ejercicio21.3.7

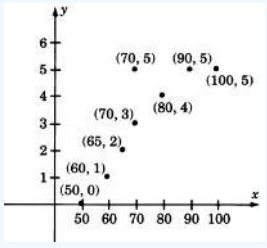
Los siguientes datos se obtuvieron en un estudio de ingeniería sobre la relación entre la cantidad de presión utilizada para formar una pieza de maquinaria$x$, y el número de piezas defectuosas de maquinaria producidas,y.

x	y
50	0
60	1
65	2
70	3
80	4
70	5
90	5
100	5



Contestar

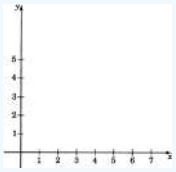
Sí, sí parece haber una relación.



Ejercicio21.3.8

Los siguientes datos representan el número de días de trabajo perdidos por año, x, por los empleados de una compañía de seguros y el número de minutos que llegan tarde del almuerzo, y.

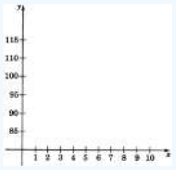
x	y
1	3
6	4
2	2
2	3
3	1
1	4
4	4
6	3
5	2
6	1



Ejercicio21.3.9

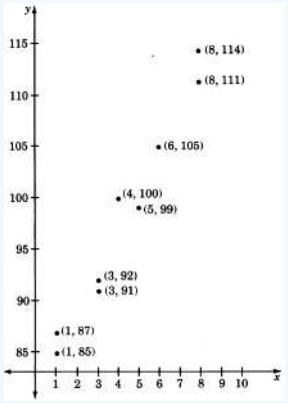
Un fabricante de equipo dental cuenta con los siguientes datos sobre el costo unitario (en dólares), y, de un artículo en particular y el número de unidades, x, fabricadas para cada pedido.

x	y
1	85
3	92
5	99
3	91
4	100
1	87
6	105
8	111
8	114



Contestar

Sí, sí parece haber una relación.



Ejercicios para la revisión

Ejercicio21.3.10

Simplificar$(\frac{18x^5y^6}{9x^2y^4})^5$

Ejercicio21.3.11

Suministrar la palabra faltante. An es una declaración de que dos expresiones algebraicas son iguales.

Contestar

ecuación

Ejercicio21.3.12

Simplifica la expresión$5xy(xy-2x+3y)-2xy(3xy-4x)-15xy^2$.

Ejercicio21.3.13

Identificar la ecuación$x+2=x+1$ como una identidad, una contradicción o una ecuación condicional.

Contestar

contradicción

Ejercicio21.3.14

Suministrar la frase que falta. Un sistema de ejes construidos para graficar una ecuación se llama

This page titled 21.3: Trazando puntos en el plano is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.3: Plotting Points in the Plane** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

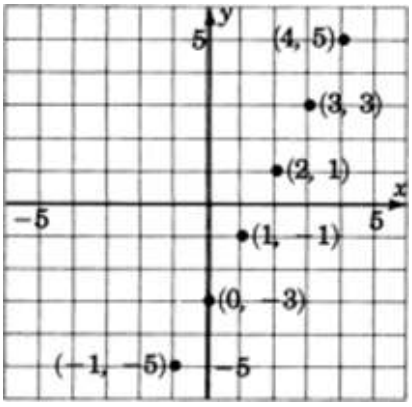
21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables

Soluciones y Líneas

Sabemos que las soluciones a ecuaciones lineales en dos variables se pueden expresar como pares ordenados. De ahí que las soluciones se puedan representar por punto en el plano. También sabemos que la frase “graficar la ecuación” significa ubicar la solución a la ecuación dada en el plano. Considera la ecuación$y-2x=-3$. Gráficaremos seis soluciones (pares ordenados) a esta ecuación en el sistema de coordenadas a continuación. Encontraremos las soluciones eligiendo$x$ -valores (de-1 a$+4$), sustituyéndolos en la ecuación$y-2x=-3$, y luego resolviendo para obtener los$y$ valores f correspondientes. Podemos realizar un seguimiento de los pares ordenados usando una tabla.

$y-2x=-3$

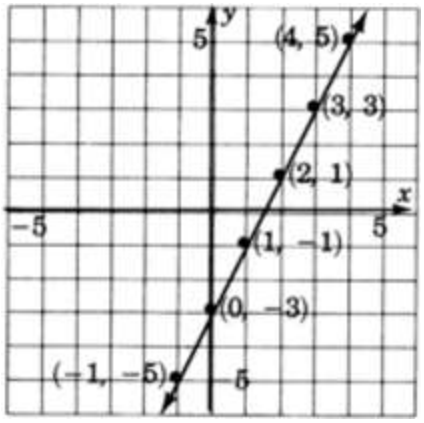
Si$x=$	**Entonces$y=$**	**Pares Pedidos**
−1	−5	(−1, −5)
0	−3	(0, −3)
1	−1	(1, −1)
2	1	(2, 1)
3	3	(3, 3)
4	5	(4, 5)



Hemos trazado sólo seis soluciones a la ecuación$y-2x=-3$. Hay, como sabemos, infinitamente muchas soluciones. Al observar los seis puntos que hemos trazado, podemos especular sobre la ubicación de todos los demás puntos. Los seis puntos que trazamos parecen estar en línea recta. Esto nos llevaría a creer que todos los demás puntos (soluciones) también se encuentran en esa misma línea. En efecto, esto es cierto. De hecho, esta es precisamente la razón por la que las ecuaciones de primer grado se denominan ecuaciones **lineales**.

Las ecuaciones lineales producen líneas rectas

Línea
↕
Lineal



Forma general de una ecuación lineal

Forma general de una ecuación lineal en dos variables

Existe una forma estándar en la que se escriben ecuaciones lineales en dos variables. Supongamos que$a, b,$ yc son números reales y eso$a$ yb no pueden ser ambos cero a la vez. Luego, la ecuación lineal en dos variables

$ax + by = c$

se dice que está en **forma general.**

Debemos estipular eso$a$ yb no podemos ambos igualar cero a la vez, pues si lo fueran habríamos

$0x + 0y = c$

$0 = c$

Esta afirmación es cierta sólo si$c = 0$. Sic fuera a ser cualquier otro número, obtendríamos una declaración falsa.

Ahora, tenemos lo siguiente:

La gráfica de todos los pares ordenados que resuelven una ecuación lineal en dos variables produce una línea recta.

Esto implica,

La gráfica de una ecuación lineal en dos variables es una línea recta.

De estas declaraciones podemos concluir,

Si un par ordenado es una solución a una ecuaciones lineales en dos variables, entonces se encuentra en la gráfica de la ecuación.

Además,

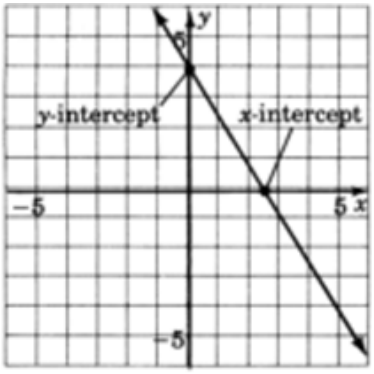
Cualquier punto (pares ordenados) que se encuentre en la gráfica de una ecuación lineal en dos variables es una solución a esa ecuación.

El método de interceptación de gráficos

Cuando queremos graficar una ecuación lineal, ciertamente no es práctico graficar infinitamente muchos puntos. Dado que una línea recta está determinada por solo dos puntos, solo necesitamos encontrar dos soluciones a la ecuación (aunque un tercer punto es útil como comprobación).

Intercepta

Cuando se da una ecuación lineal en dos variables en general desde,$ax + by = c$, a menudo los dos puntos más convenientes (soluciones) a fino se llaman **Interceptos:** estos son los puntos en los que la línea intercepta los ejes de coordenadas. Por supuesto, una línea horizontal o vertical intercepta solo un eje, por lo que este método no aplica. Las líneas horizontales y verticales se reconocen fácilmente ya que contienen solo **una** variable. (Ver Conjunto de Muestras C.)



y-Interceptar

El punto en el que la línea cruza el$y$ eje -se llama la **y-intercepción**. Elx -valor en este punto es cero (ya que el punto no está ni a la izquierda ni a la derecha del origen).

x-Interceptar

El punto en el que la línea cruza el$x$ eje -se llama\(**x\) -intercept** y el$y$ -value en ese punto es cero. Lay -intercepción se puede encontrar sustituyendo el valor0 para$x$ en la ecuación y resolviendo para$y$. Lax -intercepción se puede encontrar sustituyendo el valor0 para$y$ en la ecuación y resolviendo para$x$.

Método de **intercepción**

Como estamos graficando una ecuación al encontrar las intercepciones, llamamos a este método el método de **intercepción**

Conjunto de Muestras A

Grafica las siguientes ecuaciones usando el método de intercepción.

Ejemplo21.4.1

$y-2x=-3$

Para encontrar la$y$ -intercepción, vamos$x=0$ y$y=b$.

\ (\ begin {alineado}
b - 2 (0) &=-3\\
b-0&=-3\\
b&=-3
\ end {alineado}\)

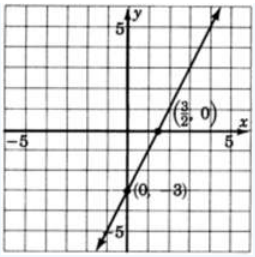
Así, tenemos el punto$(0,3)$. Entonces si$x=0, y=b=-3$.

Para encontrar la$x$ -intercepción, vamos$y=0$ y$x=a$.

\ (\ begin {alineado}
0-2a&=-3\\
-2a&=-3&\ text {Dividir por} -2\\
a&=\ dfrac {-3} {-2}\\
a&=\ dfrac {3} {2}
\ end {alineado}\)

Así, tenemos el punto$(\frac{3}{2},0)$. Entonces, si$x=a=\frac{3}{2}, y=0$.

Construye un sistema de coordenadas, traza estos dos puntos y dibuja una línea a través de ellos. Hay que tener en cuenta que cada punto de esta línea es una solución a la ecuación$y-2x=-3$.



Ejemplo21.4.2

$-2x+3y=3$

Para encontrar la$y$ -intercepción, vamos$x=0$ y$y=b$.

\ (\ begin {alineado}
-2 (0) + 3b&=3\\
0 + 3b&=3\\
3b&=3\\ b&=3\\
b&=1
\ end {alineado}\)

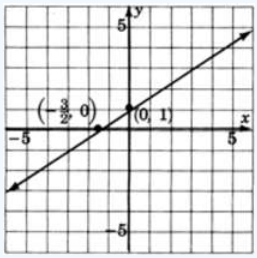
Así, tenemos el punto$(0,1)$. Entonces, si$x=0, y=b=1$.

Para encontrar la$x$ -intercepción, vamos$y=0$ y$x=a$.

\ (\ begin {alineado}
-2a + 3 (0) &=3\\
-2a+0&=3\\
-2a&=3\\
a&=\ dfrac {3} {-2}\\
a&=-\ dfrac {3} {2}
\ end {alineado}\)

Así, tenemos el punto$(-\frac{3}{2},0)$. Entonces, si$x=a=-\frac{3}{2}, y=0$.

Construye un sistema de coordenadas, traza estos dos puntos y dibuja una línea a través de ellos. Tenga en cuenta que todas las soluciones a la ecuación$-2x+3y=3$ están precisamente en esta línea.



Ejemplo21.4.3

$4x+y=5$

Para encontrar la$y$ -intercepción, vamos$x=0$ y$y=b$.

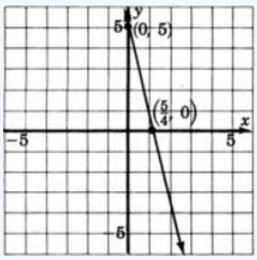
\ (\ begin {alineado}
4 (0) + b&=5\\
0+b&=5\\
b&=5
\ end {alineado}\)

Así, tenemos el punto$(0, 5)$. Entonces, si$x = 0, y = b = 5$.

Para encontrar la$x$ -intercepción, vamos$y = 0$ y$x = a$.

\ (\ comenzar {alineado}
4a+0&=5\\
4a&=5\\
a&=\ dfrac {5} {4}
\ final {alineado}\)

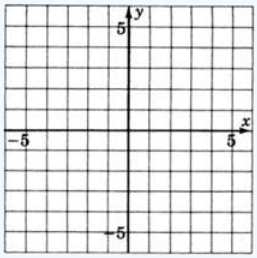
Construye un sistema de coordenadas, traza estos dos puntos y dibuja una línea a través de ellos.



Conjunto de práctica A

? Problema de práctica21.4.1

Gráfica$3x + y = 3$ usando el método de intercepción.



Contestar

Cuando$x = 0, y = 3$; cuando$y = 0, x = 1$

Graficar usando dos o más puntos cualesquiera

Las gráficas que hemos construido hasta ahora se han hecho encontrando dos puntos particulares, los interceptos. En realidad, dos puntos **cualesquiera** servirán. Elegimos usar las intercepciones porque suelen ser las más fáciles de trabajar con ellas. En el siguiente ejemplo, vamos a graficar dos ecuaciones usando puntos distintos a las intercepciones. Usaremos tres puntos, el punto extra que sirve como cheque.

Conjunto de Muestras B

✓ Ejemplo21.4.4

$x - 3y = -10$

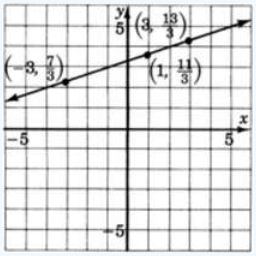
Podemos encontrar tres puntos eligiendo tres$x$ -valores y calculando para encontrar los$y$ -valores correspondientes. Pondremos nuestros resultados en una tabla para facilitar la lectura.

Ya que vamos a elegir$x$ -valores y luego computar para encontrar los$y$ -valores correspondientes, será para nuestra ventaja resolver la ecuación dada para$y$.

\ (\ begin {alineado}
x-3y&=-10&\ text {Restar} x\ texto {de ambos lados.} \\
-3y&=-x-10&\ text {Divide ambos lados por} -3\
y&=\ dfrac {1} {3} x +\ dfrac {10} {3}
\ end {alineado}\)

x	y	(x, y)
1	Si $x = 1$, entonces $y = \frac{1}{3}(1) + \frac{10}{3} = \frac{1}{3} + \frac{10}{3} = \frac{11}{3}$	$(1, \frac{11}{3})$
-3	Si $x = -3$, entonces $y = \frac{1}{3}(-3) + \frac{10}{3} = -1 + \frac{10}{3} = \frac{7}{3}$	$(-3, \frac{7}{3})$
3	Si $x = 3$, entonces $y = \frac{1}{3}(3) + \frac{10}{3} = 1 + \frac{10}{3} = \frac{13}{3}$	$(3, \frac{13}{3})$

Así, tenemos los tres pares ordenados (puntos),$(1, \frac{11}{3}), (-3, \frac{7}{3}), (3, \frac{13}{3})$. Si lo deseamos, podemos cambiar las fracciones impropias a números mixtos. $(1, 3\frac{2}{3}), (-3, 2\frac{1}{3}), (3, 4\frac{1}{3})$



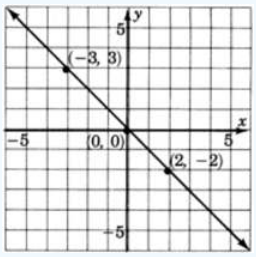
Ejemplo21.4.5

$4x + 4y = 0$

Resolvemos para$y$.

\ (4y = -4x\\
y = -x\)

x	y	(x, y)
0	0	$(0, 0)$
2	-2	$(2, -2)$
-3	3	$(-3, 3)$



Observe que las$y$ intercepciones$x$ y son el mismo punto. Por lo tanto, el método de intercepción no proporciona suficiente información para construir esta gráfica.

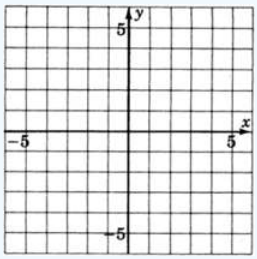
Cuando se da una ecuación en la forma general$ax + by = c$, generalmente el enfoque más eficiente para construir la gráfica es usar el método de intercepción, cuando funciona.

Set de práctica B

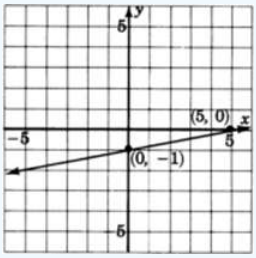
Grafica las siguientes ecuaciones.

? Problema de práctica21.4.2

$x - 5y = 5$

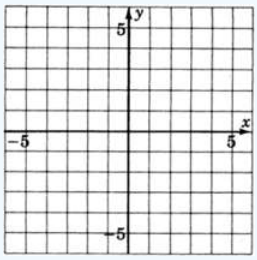


Contestar

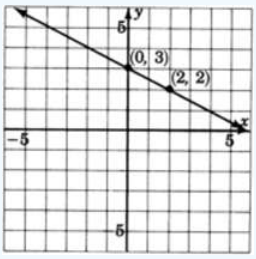


? Problema de práctica21.4.3

$x + 2y = 6$

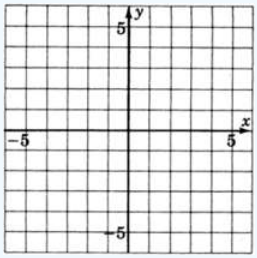


Contestar



Problema de práctica21.4.4

$2x + y = 1$



Contestar

Una gráfica de una línea que pasa por dos puntos con coordenadas cero, uno y uno, uno negativo.

Líneas inclinadas, horizontales y verticales

En todas las gráficas que hemos observado hasta el momento, las líneas han sido inclinadas. Este siempre será el caso cuando **ambas** variables aparezcan en la ecuación. Si solo aparece una variable en la ecuación, entonces la línea será vertical u horizontal. Para ver por qué, consideremos un caso específico:

Usando la forma general de una línea$ax + by = c$,, podemos producir una ecuación con exactamente una variable eligiendo $a = 0, b = 5$, y$c = 15$. La ecuación$ax + by = c$ entonces se convierte en

$0x + 5y = 15$

Ya que$0 \cdot (\text{Any Number}) = 0$, el término$0x$ es0 para cualquier número que se elija para$x$.

Por lo tanto,

$0x + 5y = 15$

se convierte$0 + 5y = 15$.

Pero,0 es la identidad aditiva y$0 + 5y = 5y$.

$5y = 15$.

Entonces, resolviendo para$y$ obtenemos:

$y = 3$

Esta es una ecuación en la que aparece exactamente una variable.

Esto significa que independientemente del número que elijamos$x$, el$y$ valor -correspondiente es3. Dado que el$y$ -valor es siempre el mismo a medida que nos movemos de izquierda a derecha a través de los$x$ -valores, la altura de la línea por encima$x$ del eje -siempre es la misma (en este caso, 3 unidades). Este tipo de línea debe ser horizontal.

Un argumento similar al anterior mostrará que si la única variable que aparece es$x$, podemos esperar obtener una línea vertical.

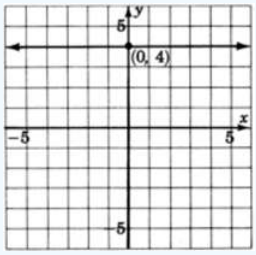
Conjunto de Muestras C

Ejemplo21.4.6

Gráfica$y = 4$.
La única variable que aparece es$y$. Independientemente del$x$ -valor que elijamos, el$y$ -valor es siempre4. Todos los puntos con un$y$ -valor de4 satisfacer la ecuación. Así obtenemos una4 unidad de línea horizontal por encima del$x$ eje -eje.

x	y	$(x,\ y)$
-3	4	$(-3,\ 4)$

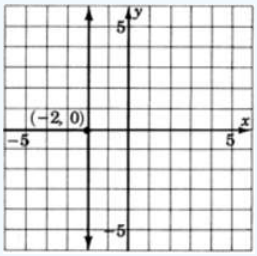
-2	4	$(-2,\ 4)$
-1	4	$(-1,\ 4)$
0	4	$(0,\ 4)$
1	4	$(1,\ 4)$
2	4	$(2,\ 4)$
3	4	$(3,\ 4)$
4	4	$(4,\ 4)$



Ejemplo21.4.7

Gráfica$x = -2$.
La única variable que aparece es$x$. Independientemente del$y$ -valor que elijamos, el$x$ -valor siempre lo será-2. Así, obtenemos una línea vertical dos unidades a la izquierda del$y$ eje -eje.

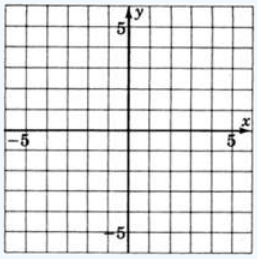
x	y	(x, y)
-2	-4	$(-2,\ -4)$
-2	-3	$(-2,\ -3)$
-2	-2	$(-2,\ -2)$
-2	-1	$(-2,\ -1)$
-2	0	$(-2,\ 0)$
-2	1	$(-2,\ 1)$
-2	2	$(-2,\ 0)$
-2	3	$(-2,\ 3)$
-2	4	$(-2,\ 4)$



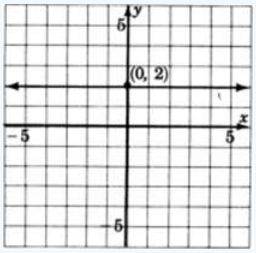
Set de práctica C

Problema de práctica21.4.5

Gráfica$y = 2$.

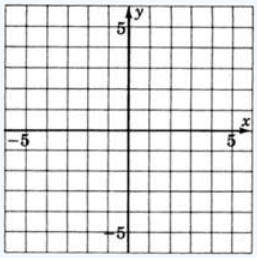


Contestar

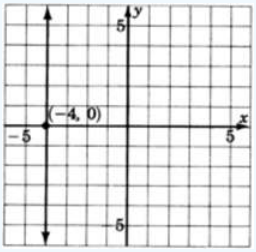


Problema de práctica21.4.6

Gráfica$x = -4$.



Contestar



Resumiendo nuestros resultados podemos hacer las siguientes observaciones:

1. Cuando una ecuación lineal en dos variables se escribe en la forma$ax + by = c$, decimos que está escrita en **forma general**.
2. Para graficar una ecuación en forma general a veces es conveniente utilizar el método de intercepción.
3. Una ecuación lineal en la que aparecen ambas variables se graficará como una línea inclinada.
4. Una ecuación lineal en la que solo aparece una variable se graficará como una línea vertical u horizontal.

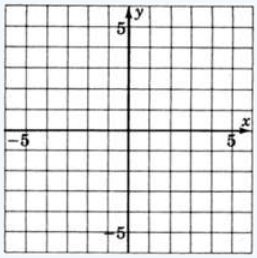
$x = a$ gráficas como una línea vertical que a pasa por el x eje.
$y = b$ gráficas como una línea horizontal que b pasa por el y eje.

Ejercicios

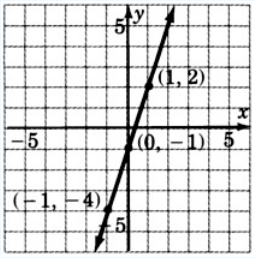
Para los siguientes problemas, grafica las ecuaciones.

Ejercicio21.4.1

$-3x + y = -1$

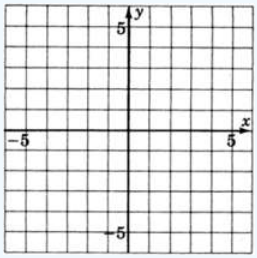


Contestar



Ejercicio21.4.2

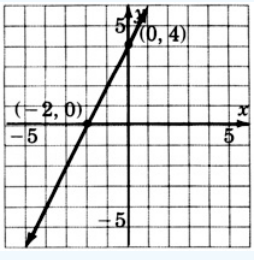
$3x - 2y = 6$



Ejercicio21.4.3

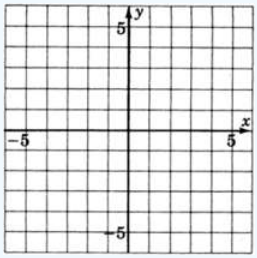
$-2x + y = 4$

Contestar



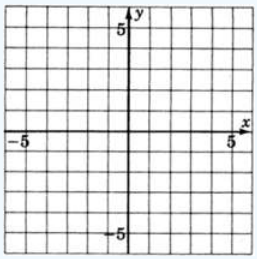
Ejercicio21.4.4

$x - 3y = 5$

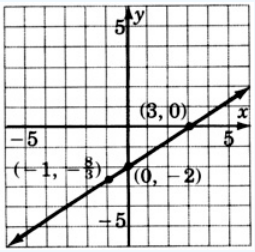


Ejercicio21.4.5

$2x - 3y = 6$

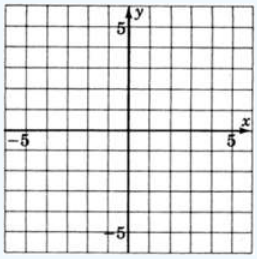


Contestar



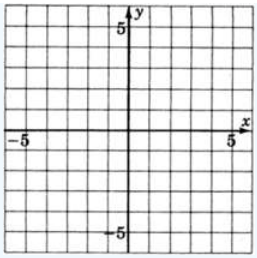
Ejercicio21.4.6

$2x + 5y = 10$

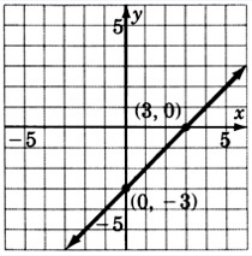


Ejercicio21.4.7

$3(x - y) = 9$

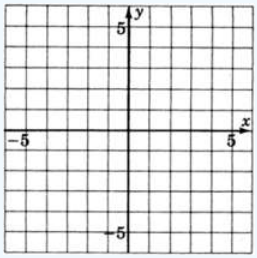


Contestar



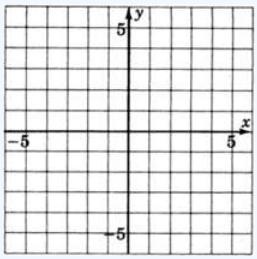
Ejercicio21.4.8

$-2x+3y=-12$

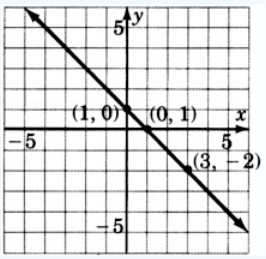


Ejercicio21.4.9

$y+x=1$

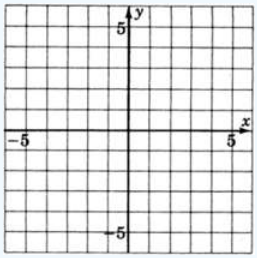


Contestar



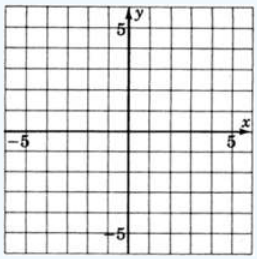
Ejercicio21.4.10

$4y - x - 12 = 0$

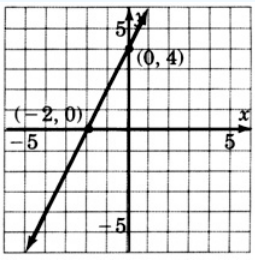


Ejercicio21.4.11

$2x - y + 4 = 0$

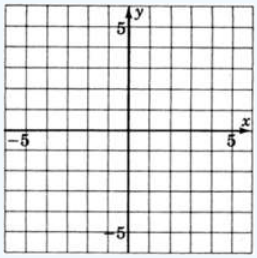


Contestar



Ejercicio21.4.12

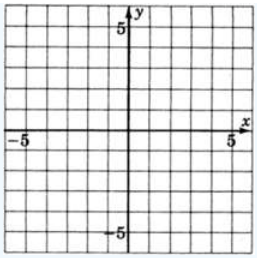
$-2x + 5y = 0$



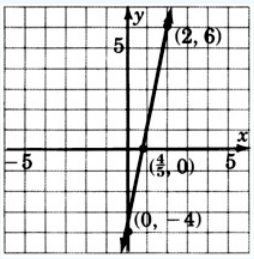
Ejercicio21.4.13

$y - 5x + 4 = 0$

https://math.libretexts.org/@go/page/127753

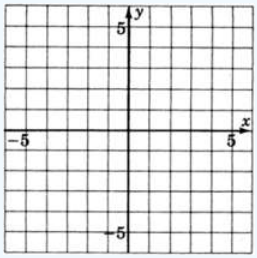


Contestar



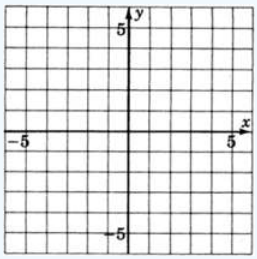
Ejercicio21.4.14

$0x + y = 3$

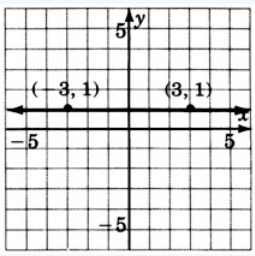


Ejercicio21.4.15

$0x + 2y = 2$

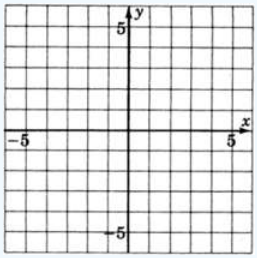


Contestar



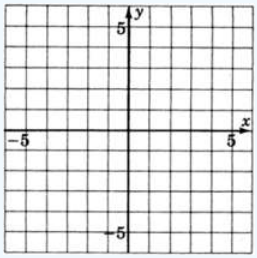
Ejercicio21.4.16

$0x + \frac{1}{4}y = 1$

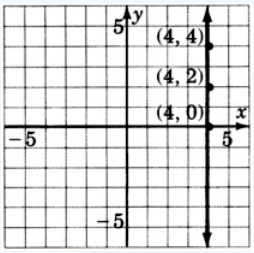


Ejercicio21.4.17

$4x + 0y = 16$

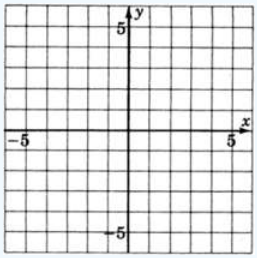


Contestar



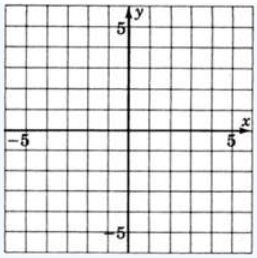
Ejercicio21.4.18

$\frac{1}{2}x + 0y = -1$



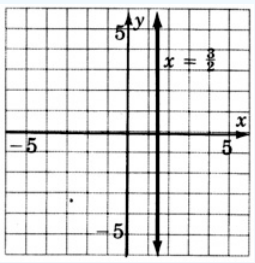
Ejercicio21.4.19

$\frac{2}{3}x + 0y = 1$



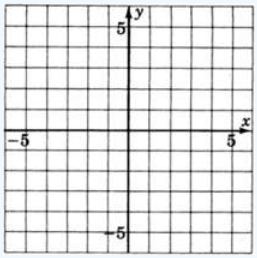
Contestar

$x = \frac{3}{2}$



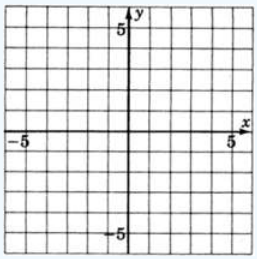
? Ejercicio21.4.20

$y = 3$



? Ejercicio21.4.21

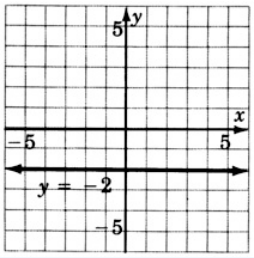
$y = -2$



Contestar

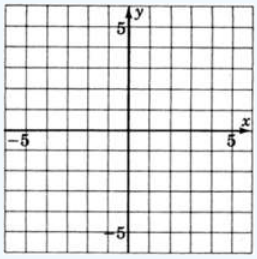
$y = -2$

https://math.libretexts.org/@go/page/127753



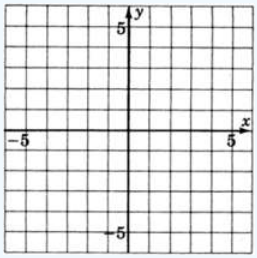
Ejercicio21.4.22

$-4y = 20$

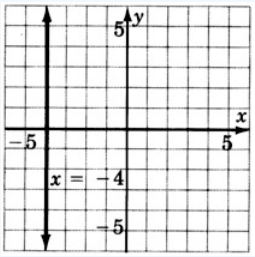


Ejercicio21.4.23

$x = -4$



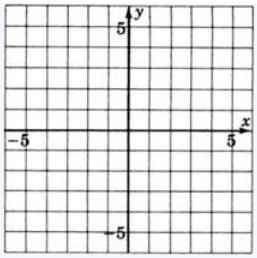
Contestar



Ejercicio21.4.24

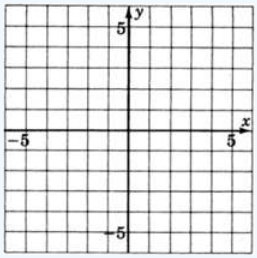
$-3x = -9$

https://math.libretexts.org/@go/page/127753

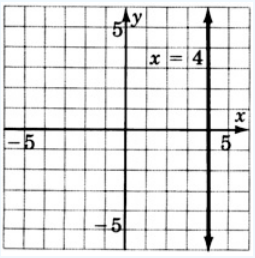


Ejercicio21.4.25

$-x+4=0$

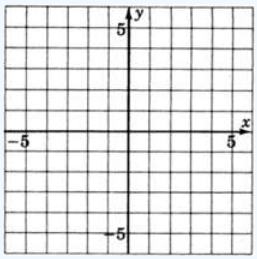


Contestar



Ejercicio21.4.26

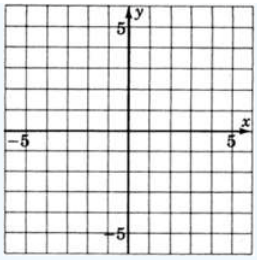
Construir la gráfica de todos los puntos que tienen coordenadas$(a,\ a)$, es decir, para cada punto, los$y$ valores$x$ y son los mismos.



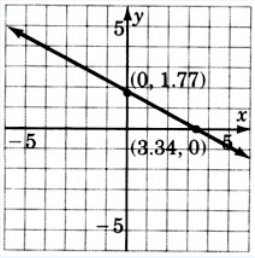
Ejercicio21.4.27

$2.53x+4.77y=8.45$

https://math.libretexts.org/@go/page/127753

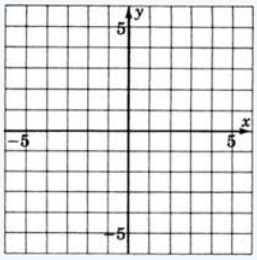


Contestar



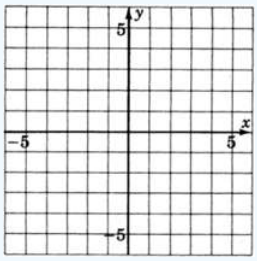
Ejercicio21.4.28

$1.96x + 2.05y = 6.55$

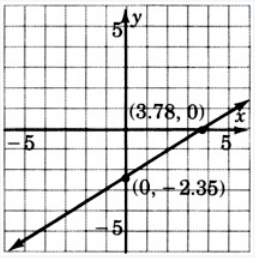


Ejercicio21.4.29

$4.1x - 6.6y = 15.5$

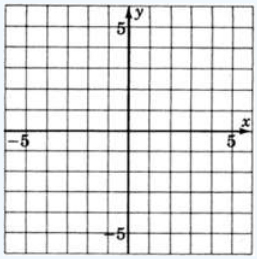


Contestar



? Ejercicio21.4.30

$626.01x - 506.73y = 2443.50$



Ejercicios para la revisión

? Ejercicio21.4.31

Nombra la propiedad de números reales que haga$4 + x = x + 4$ una declaración verdadera.

Contestar

propiedad conmutativa de adición

? Ejercicio21.4.32

Suministrar la palabra faltante. El valor absoluto de un número$a$, denotado$|a|$, es el de$a$ a0 en la recta numérica.

? Ejercicio21.4.33

Encuentra el producto$(3x + 2)(x - 7)$.

Contestar

$3x^2 - 19x - 14$

? Ejercicio21.4.34

Resolver la ecuación$3[3(x - 2) + 4x] - 24 = 0$

? Ejercicio21.4.35

Suministrar la palabra faltante. Los ejes de coordenadas dividen el plano en cuatro regiones iguales llamadas.

Contestar

cuadrantes

This page titled 21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.4: Graphing Linear Equations in Two Variables** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea

La forma general de una línea

Hemos visto que la forma general de una ecuación lineal en dos variables es ax+por=c (Sección 7.4). Cuando esta ecuación se resuelve para y, la forma resultante se llama la forma pendiente-intercepción. Vamos a generar esta nueva forma.

\ (\ begin {alineado}
ax + por &=c&\ text {Restar} hacha\ texto {de ambos lados.}\\
por &= -ax + c&\ text {Divide ambos lados por} b
\\\ dfrac {por} {b} &=\ dfrac {-ax} {b} +\ dfrac {c} {b}
\\ dfrac {\ no b} y} {\ not {b}} &=\ dfrac {-ax} {b} +\ dfrac {c} { b}\\
y&=\ dfrac {-ax} {b} +\ dfrac {c} {b}\\
\ final {alineado}\)

Esta ecuación es de la forma$y = mx + b$ si reemplazamos$\frac{-a}{b}$ con$m$ y constante$\frac{c}{b}$ con$b$. (**Nota** El hecho de que dejemos$b = \frac{c}{b}$ es lamentable y ocurre por las letras que hemos optado por usar en la forma general. La letra$b$ aparece en ambos lados del signo igual y puede no representar el mismo valor en absoluto. Este problema es una de las convenciones históricas y, afortunadamente, no ocurre muy a menudo).

Los siguientes ejemplos ilustran este procedimiento.

Ejemplo21.5.1

Resolver$3x + 2y = 6$ para$y$.

\ (\ begin {alineado}
3x + 2y&= 6&\ text {Restar} 3x\ texto {de ambos lados}\\
2y&= -3x + 6&\ text {Divide ambos lados por} 2\\
y &= -\ dfrac {3} {2} x + 3
\ end {alineado}\)

La ecuación es de la forma$y = mx + b$. En este caso,$m = -\frac{3}{2}$ y$b = 3$.

Ejemplo21.5.2

Resolver$-15x + 5y = 20$ para$y$.

\ (\ comenzar {alineado}
-15x + 5y&=20\\
5y&=15x + 20\\
y&=3x+4
\ final {alineado}\)

Esta ecuación es de la forma$y = mx + b$. En este caso,$m = 3$ y$b = 4$.

Ejemplo21.5.3

Resolver$4x - y = 0$ para$y$.

\ (\ begin {alineado}
4x-y&=0\\
-y&=-4x\\
y&=4x
\ end {alineado}\)

Esta ecuación es de la forma$y = mx + b$. En este caso,$m = 4$ y$b = 0$. Observe que podemos escribir$y = 4x$ como$y = 4x + 0$

La forma pendiente-interceptación de una línea

La forma pendiente-intersección de una línea$y = mx + b$

Se dice que una ecuación lineal en dos variables escritas en la forma$y = mx + b$ está en **forma de pendiente-intercepción.**

Conjunto de Muestras A

Las siguientes ecuaciones **están** en forma de pendiente-intersección:

Ejemplo21.5.4

$y = 6x - 7$. En este caso$m = 6$ y$b = -7$

Ejemplo21.5.5

$y = -2x + 9$. En este caso$m = -2$ y$b = 9$

Ejemplo21.5.6

$y = \frac{1}{5}x + 4.8$. En este caso$m = \frac{1}{5}$ y$b = 4.8$

Ejemplo21.5.7

$y = 7x$. En este caso$m = 7$ y$b = 0$ ya que podemos escribir$y = 7x$ como$y = 7x + 0$.

Las siguientes ecuaciones **no están** en forma de pendiente-intersección.

Ejemplo21.5.8

$2y = 4x - 1$. El coeficiente de$y$ es2. Para estar en forma pendiente-intercepción, el coeficiente de$y$ debe ser1.

Ejemplo21.5.9

$y + 4x = 5$. La ecuación no está resuelta para$y$. ELx yy aparecen en el mismo lado del signo igual.

Ejemplo21.5.10

$y + 1 = 2x$. La ecuación no se resuelve para$y$

Conjunto de práctica A

Las siguientes ecuaciones están en forma de pendiente-intercepción. En cada caso, especifique la pendiente yy -interceptar.

Problema de práctica21.5.1

$y = 2x + 7; m = ?, b = ?$

Contestar

$m = 2, b = 7$

Problema de práctica21.5.2

$y = -4x + 2; m = ?, b = ?$

Contestar

$m = -4, b = 2$

Problema de práctica21.5.3

$y = -5x - 1; m = ?, b = ?$

Contestar

$m = -5, b = -1$

Problema de práctica21.5.4

$y = \frac{2}{3}x - 10; m = ?, b = ?$

Contestar

$m = \frac{2}{3}, b = -10$

Problema de práctica21.5.5

$y = \frac{-5}{8}x + \frac{1}{2}; m = ?, b = ?$

Contestar

$m = \frac{-5}{8}, b = \frac{1}{2}$

Problema de práctica21.5.6

$y = -3x; m = ?, b = ?$

Contestar

$m = -3, b = 0$

Pendiente e Intercepción

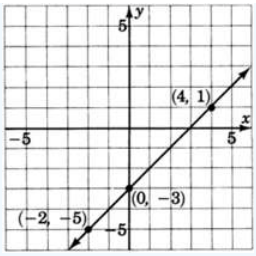
Cuando la ecuación de una línea se escribe en forma de pendiente-intercepción, se pueden ver dos propiedades importantes de la línea: la **pendiente** y la **intercepción**. Veamos estas dos propiedades graficando varias líneas y observándolas cuidadosamente.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo21.5.11

Grafica la línea$y = x - 3$.

x	y	$(x,\ y)$
0	-3	$(0,\ -3)$
4	1	$(4,\ \ 1)$
-2	-5	$(-2,\ \ -5)$



Mirando cuidadosamente esta línea, conteste las siguientes dos preguntas.

¿En qué número esta línea cruza el eje y? ¿Ves este número en la ecuación?

La línea cruza el eje y en -3.

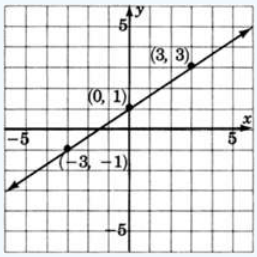
Coloca tu lápiz en cualquier punto de la línea. Mueve tu lápiz exactamente *una* unidad horizontalmente hacia la derecha. Ahora bien, ¿cuántas unidades hacia arriba o hacia abajo debes mover tu lápiz para volver a la línea? ¿Ves este número en la ecuación?

Después de mover horizontalmente una unidad a la derecha, debemos mover exactamente una unidad vertical hacia arriba. Este número es el coeficiente de$x$.

Ejemplo21.5.12

Grafica la línea$y = \frac{2}{3}x + 1$

x	y	$(x,\ y)$
0	1	$(0,\ \ 1)$
3	3	$(3,\ \ 3)$
-3	-1	$(-3,\ \ -1)$



Mirando cuidadosamente esta línea, conteste las siguientes dos preguntas.

¿En qué número esta línea cruza el$y$ eje -eje? ¿Ves este número en la ecuación?

La línea cruza el$y$ eje -en$+1$.

Coloca tu lápiz en cualquier punto de la línea. Mueve tu lápiz exactamente *una* unidad horizontalmente hacia la derecha. Ahora bien, ¿cuántas unidades hacia arriba o hacia abajo debes mover tu lápiz para volver a la línea? ¿Ves este número en la ecuación?

Después de mover horizontalmente una unidad a la derecha, debemos mover exactamente la$\frac{2}{3}$ unidad hacia arriba. Este número es el coeficiente de$x$.

Set de práctica B

Problema de práctica21.5.7

Grafica la líneay $= -3x + 4$

x	y	$(x,\ y)$
0	-	-
3	-	-
2	-	-

Mirando cuidadosamente esta línea, conteste las siguientes dos preguntas.

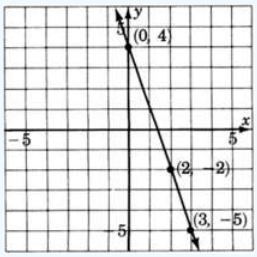
¿En qué número cruza la línea ely eje -eje? ¿Ves este número en la ecuación?

Contestar

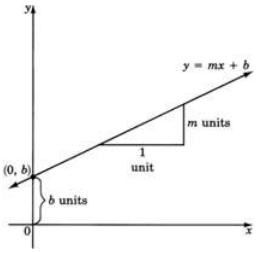
La línea cruza elyeje -en$+4$. Después de mover horizontalmente la1 unidad hacia la derecha, debemos mover exactamente 3 las unidades hacia abajo.

Coloca tu lápiz en cualquier punto de la línea. Mueve tu lápiz exactamente **una** unidad horizontalmente hacia la derecha. Ahora bien, ¿cuántas unidades hacia arriba o hacia abajo debes mover tu lápiz para volver a la línea? ¿Ves este número en la ecuación?

Contestar



En las gráficas construidas en el Conjunto de Muestras B y el Conjunto de Práctica B, cada ecuación tenía la forma$y = mx + b$. Podemos responder las mismas preguntas usando esta forma de la ecuación (mostrada en el diagrama).



y-Interceptar

¿En qué número cruza la línea ely eje -eje? ¿Ves este número en la ecuación?

Contestar

En cada caso, la línea cruza ely eje -en la constanteb. El númerob es el número en el que la línea cruza ely eje -y se llama la y -intercepción. El par ordenado correspondiente a la$y$ -intercepción es$(0,\ b)$.

Coloca tu lápiz en cualquier punto de la línea. Mueve tu lápiz exactamente **una** unidad horizontalmente hacia la derecha. Ahora bien, ¿cuántas unidades hacia arriba o hacia abajo debes mover tu lápiz para volver a la línea? ¿Ves este número en la ecuación?

Contestar

Para volver a la línea, debemos mover nuestro lápiz exactamente unidades$m$ verticales.

Talud

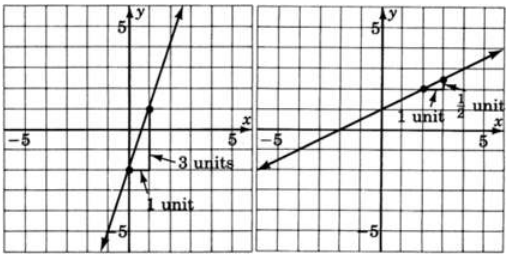
El número$m$ es el coeficiente de la variable$x$. El número$m$ se llama **pendiente** de la línea y es el número de unidades que$y$ cambia cuando$x$ se incrementa por1 unidad. Por lo tanto, si$x$ cambia por1 unidad,y cambia por$m$ unidades.
Dado que la ecuación$y = mx + b$ contiene tanto la pendiente de la línea como la$y$ intersección, llamamos a la forma$y = mx + b$ la forma **pendiente-intercepción**.

La forma pendiente-intersección de la ecuación de una línea

La forma pendiente-intercepción de una línea recta es$y = mx + b$
La pendiente de la línea es$m$, y la$y$ -intercepción es el punto$(0\ ,\ b)$.

La Pendiente es una Medida de la Inclinación de una Línea

La palabra **pendiente** es realmente bastante apropiada. Nos da una medida de la pendiente de la línea. Considera dos líneas, una con pendiente$\frac{1}{2}$ y la otra con pendiente3. La línea con pendiente3 es más pronunciada que la línea con pendiente$\frac{1}{2}$. Imagina que tu lápiz se coloca en cualquier punto de las líneas. Hacemos un incremento de1 -unidad en el$x$ -valor moviendo el lápiz **una** unidad hacia la derecha. Para volver a una línea solo necesitamos movernos verticalmente$\frac{1}{2}$ unidad, mientras que para volver a la otra línea necesitamos mover3 unidades verticalmente.



Conjunto de Muestras C

Encuentra la pendiente y la intersección y de las siguientes líneas.

Ejemplo$21.5.13$

$y = 2x + 7$

La línea está en forma de pendiente-intercepción$y = mx + b$. La pendiente es$m$, el coeficiente de$x$. Por lo tanto,$m = 2$. Ely -intercepto es el punto$(0,\ b)$. Ya que$b = 7$, la$y$ -intercepción es$(0,\ 7)$.

Pendiente:2

y-interceptar:$(0,\ 7)$

Ejemplo$21.5.14$

$y = -4x + 1$

La línea está en forma de pendiente-intercepción$y = mx + b$. La pendiente es$m$, el coeficiente de$x$. Por lo tanto,$m = -4$. Ely -intercepto es el punto$(0,\ b)$. Ya que$b = 1$, la$y$ -intercepción es$(0,\ 1)$.

Pendiente:-4

y-interceptar:$(0,\ 1)$

Ejemplo21.5.15

$3x+2y=5$.

Esta ecuación está escrita en forma general. Podemos poner la ecuación en forma de pendiente-intercepción resolviendo para$y$.

\ (\ begin {alineado}
3x+2y&=5\\
2y&=-3x+5\
y&=-\ dfrac {3} {2} x +\ dfrac {5} {2}
\ end {alineado}\)

Ahora la ecuación está en forma de pendiente-intercepción.

Pendiente:$-\dfrac{3}{2}$

y-interceptar:$(0,\ \dfrac{5}{2})$

Set de práctica C

Problema de práctica21.5.8

Encuentra la pendiente yy -intercepción de la línea$2x+5y=15$.

Contestar

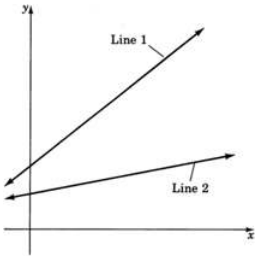
Resolviendo para$y$ nosotros conseguimos$y=\dfrac{-2}{5}x+3$. Ahora$m=\dfrac{-2}{5}$ y$b=3$.

La fórmula para la pendiente de una línea

Hemos observado que la pendiente es una medida de la inclinación de una línea. Deseamos desarrollar una fórmula para medir esta pendiente.

Parece razonable desarrollar una fórmula de pendiente que produzca los siguientes resultados:

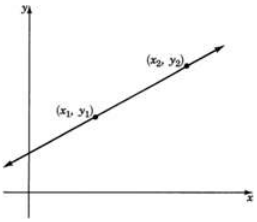
Inclinación de la1 > pendiente de línea de la línea 2.



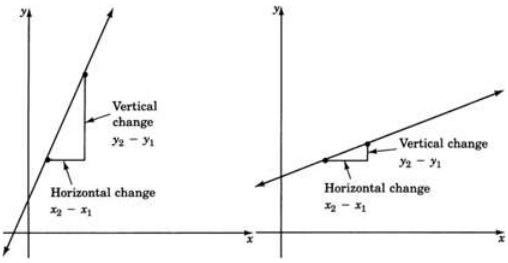
Considera una línea en la que seleccionamos dos puntos cualesquiera. Denotaremos estos puntos con los pares ordenados$(x_1,\ y_1\ )$ y$(x_2,\ y_2\ )$. Los subíndices nos ayudan a identificar los puntos.

(x_1, y_1)es el primer punto. El subíndice1 indica el primer punto.

(x_2, y_2)es el segundo punto. El subíndice2 indica el segundo punto.



La diferencia de$x$ valores nos$(x_2 - x_1)$ da el cambio horizontal, y la diferencia de$y$ valores nos$(y_2 - y_1)$ da el cambio vertical. Si la línea es muy empinada, entonces al ir del primer punto al segundo punto, esperaríamos un gran cambio vertical en comparación con el cambio horizontal. Si la línea no es muy empinada, entonces al ir del primer punto al segundo punto, esperaríamos un pequeño cambio vertical en comparación con el cambio horizontal.



Estamos comparando cambios. Vemos que estamos comparando:

\ (\ begin {alineado}
\ text {El cambio vertical} &\ text {a} &\ text {el cambio horizontal}\\
\ text {El cambio en} y&\ text {a} &\ text {el cambio en} x\
y_1-y_1&\ text {a} &x_2-x_1
\ end {alineado}\)

Esto es una comparación y por lo tanto es una **relación**. Las relaciones se pueden expresar como fracciones. Así, una medida de la inclinación de una línea se puede expresar como una relación.

La pendiente de una línea se define como la relación

$$\text{Slope } = \frac{\text{change in } y}{\text{change in } x}$$

Matemáticamente, podemos escribir estos cambios como

$$\text{Slope } = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Encontrar la pendiente de una línea

La pendiente de una línea no vertical que pasa por los puntos(x_1, y_1) y(x_2, y_2) se encuentra mediante la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Conjunto de Muestras D

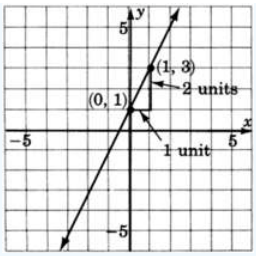
Para los dos puntos dados, encuentra la pendiente de la línea que pasa por ellos.

Ejemplo21.5.16

$(0, 1)$y$(1, 3)$.

Mirando de izquierda a derecha en la línea podemos(x_1, y_1) elegir ser$(0, 1)$, y(x_2, y_2) ser$(1, 3)$. Entonces,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$$



Esta línea tiene pendiente2. Parece bastante empinado. Cuando la pendiente se escribe en forma de fracción,$2 = \frac{2}{1}$, podemos ver, recordando la fórmula de pendiente, que a medida que$x$ cambia1 unidad a la derecha (debido a la$+1$)y cambia2 unidades hacia arriba (debido a la$+2$.

$$m = \frac{\text{change in } y}{\text{change in } x} = \frac{2}{1}.$$

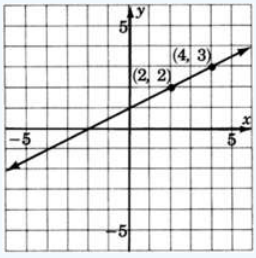
Observe que a medida que miramos de izquierda a derecha, la línea sube.

Ejemplo21.5.17

$(2, 2)$y$(4, 3)$.

Mirando de izquierda a derecha en la línea podemos(x_1, y_1) elegir ser$(2, 2)$, y(x_2, y_2) ser$(4, 3)$. Entonces,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-2}{4-2} = \frac{1}{2}$$



Esta línea tiene pendiente$\frac{1}{2}$. Así, a medida que$x$ cambia2 unidades a la derecha (debido a la$+2$,y cambia1 unidad hacia arriba (debido a la$+1$).

$$m = \frac{\text{change in } y}{\text{change in } x} = \frac{1}{2}.$$

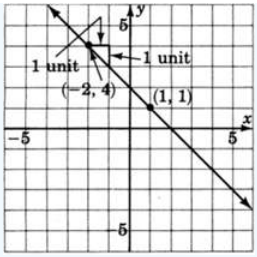
Observe que en los ejemplos 16 y 17, ambas líneas tienen pendientes positivas,$+2$ y$+\frac{1}{2}$, y ambas líneas **se elevan** a medida que miramos de izquierda a derecha.

Ejemplo21.5.18

$(-2, 4)$y$(1, 1)$.

Mirando de izquierda a derecha en la línea podemos(x_1, y_1) elegir ser$(-2, 4)$, y(x_2, y_2) ser$(1, 1)$. Entonces,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-4}{1-(-2)} = \frac{-3}{1+2} = \frac{-3}{3} = -1$$



Esta línea tiene pendiente-1.

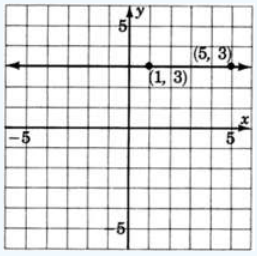
Cuando la pendiente se escribe en forma de fracción,$m = -1 = \dfrac{-1}{+1}$, podemos ver que a medida que$x$ cambia1 unidad a la derecha (debido a la$+1$,y cambia1 unidad hacia abajo (debido a la-1).

Observe también que esta línea tiene una pendiente negativa y disminuye a medida que miramos de izquierda a derecha.

Ejemplo21.5.19

$(1, 3)$y$(5, 3)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-3}{5-1} = \frac{0}{4} = 0$$

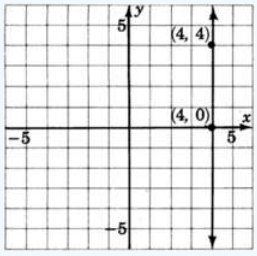


Esta línea tiene0 pendiente. Esto quiere decir que **no** tiene subida y, por lo tanto, es una línea horizontal. Esto no quiere decir que la línea no tenga pendiente, sin embargo.

Ejemplo21.5.20

$(4, 4)$y$(4, 0)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-4}{4-4} = \frac{-4}{0}$$



Dado que la división por0 es indefinida, decimos que las líneas verticales tienen pendiente indefinida. Como no hay un número real que represente la pendiente de esta línea, a veces decimos que las líneas verticales tienen **pendiente indefinida**, o **ninguna pendiente**.

Set de Práctica D

Problema de práctica21.5.9

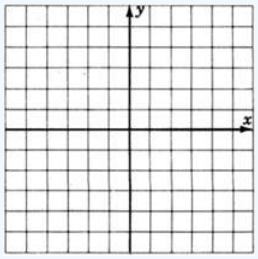
Encuentra la pendiente de la línea que pasa por$(2, 1)$ y$(6, 3)$. Grafica esta línea en la gráfica del problema 2 a continuación.

Contestar

$$m = \frac{3-1}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Problema de práctica21.5.10

Encuentra la pendiente de la línea que pasa por$(3, 4)$ y$(5, 5)$. Grafica esta línea.



Contestar

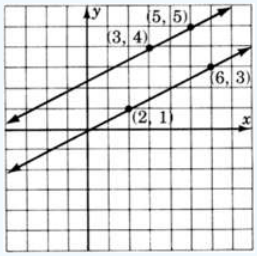
La línea tiene pendiente$\frac{1}{2}$

Problema de práctica21.5.11

Compara las líneas de los siguientes problemas. ¿Las líneas parecen cruzarse? ¿Cómo se llama cuando las líneas no se encuentran (paralelas o intersectadas)? Compara sus pendientes. Hacer una declaración sobre el estado de estas líneas y sus pendientes.

Contestar

Las líneas parecen ser paralelas. Las líneas paralelas tienen la misma pendiente, y las líneas que tienen la misma pendiente son paralelas



Antes de intentar algunos problemas, resumimos lo que hemos observado.

- La ecuación$y = mx + b$ se llama la forma pendiente-intersección de la ecuación de una línea. El número$m$ es la pendiente de la línea y el punto$(0, b)$ es la$y$ -intercepción.
- La pendiente,m, de una línea se define como la inclinación de la línea, y es el número de unidades que$y$ cambia cuando$x$ cambia de1 unidad.
- La fórmula para encontrar la pendiente de una línea a través de dos puntos dados(x_1, y_1) y(x_2, y_2) es:
  - $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- La fracción$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ representa el\ dfrac {\ text {cambio en} y} {\ text {cambio en} x}

- Al observar una gráfica de izquierda a derecha, las líneas con pendiente positiva suben y las líneas con pendiente negativa disminuyen.
- Las líneas paralelas tienen la misma pendiente.
- Las líneas horizontales tienen pendiente 0.
- Las líneas verticales tienen pendiente indefinida (o ninguna pendiente).

Ejercicios

Para los siguientes problemas, determinar la pendiente y la intersección en y de las líneas.

? Ejercicio21.5.1

$y = 3x + 4$

Contestar

pendiente =3;y -intercept=$(0, 4)$

? Ejercicio21.5.2

$y = 2x + 9$

? Ejercicio21.5.3

$y = 9x + 1$

Contestar

pendiente =9;y -intercept=$(0, 1)$

? Ejercicio21.5.4

$y = 7x + 10$

? Ejercicio21.5.5

$y = -4x + 5$

Contestar

pendiente =-4;y -intercept=$(0, 5)$

? Ejercicio21.5.6

$y = -2x + 8$

? Ejercicio21.5.7

$y = -6x - 1$

Contestar

pendiente =-6;y -intercept=$(0, -1)$

? Ejercicio21.5.8

$y = -x - 6$

? Ejercicio21.5.9

$y = -x + 2$

Contestar

pendiente $= -1; y$ -intercept$= (0, 2)$

? Ejercicio21.5.10

$2y = 4x + 8$

? Ejercicio21.5.11

$4y = 16x + 20$

Contestar

pendiente $= 4; y$ -intercept$= (0, 5)$

? Ejercicio21.5.12

$-5y = 15x + 55$

? Ejercicio21.5.13

$-3y = 12x - 27$

Contestar

pendiente $= -4; y$ -intercept$= (0, 9)$

? Ejercicio21.5.14

$y = \frac{3}{5} - 8$

? Ejercicio21.5.15

$y = \frac{2}{7} - 12$

Contestar

pendiente $= \frac{2}{7}; y$ -intercept$= (0, -12)$

? Ejercicio21.5.16

$y = \frac{-1}{8}x + \frac{2}{3}$

? Ejercicio21.5.17

$y = \frac{-4}{5} - \frac{4}{7}$

Contestar

pendiente $= -\frac{4}{5}$; y -intercept$= (0, -\frac{4}{7})$

? Ejercicio21.5.18

$-3y = 5x + 8$

? Ejercicio21.5.19

$-10y = -12x + 1$

Contestar

pendiente $= \frac{6}{5}$; y -intercept$= (0, -\frac{1}{10})$

? Ejercicio21.5.20

$-y = x + 1$

? Ejercicio21.5.21

$-y = -x + 3$

Contestar

pendiente $= 1$; y -intercept$= (0, -3)$

? Ejercicio21.5.22

$3x - y = 7$

? Ejercicio21.5.23

$5x + 3y = 6$

Contestar

pendiente $= -\frac{5}{3}$; y -intercept$= (0, 2)$

? Ejercicio21.5.24

$-6x - 7y = -12$

? Ejercicio21.5.25

$-x + 4y = -1$

Contestar

pendiente $=\frac{1}{4}$; y -intercept=$(0, -\frac{1}{4})$

Para los siguientes problemas, encuentra la pendiente de la línea a través de los pares de puntos.

Ejercicio21.5.26

$(1, 6), (4, 9)$

Ejercicio21.5.27

$(1, 3), (4, 7)$

Contestar

$m = \frac{4}{3}$

Ejercicio21.5.28

$(3, 5), (4, 7)$

Ejercicio21.5.29

$(6, 1), (2, 8)$

Contestar

$m = -\frac{7}{4}$

Ejercicio21.5.30

$(0, 5), (2, -6)$

Ejercicio21.5.31

$(-2, 1), (0, 5)$

Contestar

$m = 2$

Ejercicio21.5.32

$(3, -9), (5, 1)$

Ejercicio21.5.33

$(4, -6), (-2, 1)$

Contestar

$m = -\frac{7}{6}$

Ejercicio21.5.34

$(-5, 4), (-1, 0)$

Ejercicio21.5.35

$(-3, 2), (-4, 6)$

Contestar

$m = -4$

Ejercicio21.5.36

$(9, 12), (6, 0)$

Ejercicio21.5.37

$(0, 0), (6, 6)$

Contestar

$m = 1$

Ejercicio21.5.38

$(-2, \ -6), \ (-4, -1)$

Ejercicio21.5.39

$(-1, -7), (-2, -9)$

Contestar

$m = 2$

Ejercicio21.5.40

$(-6, -6), (-5, -4)$

Ejercicio21.5.41

$(-1, 0), (-2, -2)$

Contestar

$m = 2$

Ejercicio21.5.42

$(-4, -2), (0, 0)$

Ejercicio21.5.43

$(2,3),(10,3)$

Contestar

$m=0$(línea horizontal$y=3$)

Ejercicio21.5.44

Hacer una declaración sobre las pendientes de las líneas paralelas.

Ejercicio21.5.45

$(4,-2),(4,7)$

Ejercicio21.5.46

$(8,-1),(8,3)$

Contestar

Sin pendiente (línea vertical en$x=8$)

Ejercicio21.5.47

$(4,2),(6,2)$

Ejercicio21.5.48

$(5,-6),(9,-6)$

Contestar

$m=0$(línea horizontal en$y=-6$)

Ejercicio21.5.49

¿Las líneas con pendiente positiva suben o bajan a medida que miramos de izquierda a derecha?

Ejercicio21.5.50

¿Las líneas con pendiente negativa suben o bajan a medida que miramos de izquierda a derecha?

Contestar

declinar

Para los siguientes problemas, determinar la pendiente y la intersección en y de las líneas. Redondear a dos decimales.

Ejercicio21.5.51

$3.8x+12.1y=4.26$

Contestar

pendienta=-0.31

y−intercept=$(0, 0.35)$

Ejercicio21.5.52

$8.09x + 5.57y = -1.42$

Ejercicio21.5.53

$10.813x - 17.0y = -45.99$

Contestar

pendienta=0.64

y−intercept=$(0, 2.71)$

Ejercicio21.5.54

$-6.003x - 92.388y = 0.008$

Para los siguientes problemas, encuentra la pendiente de la línea a través de los pares de puntos. Redondear a dos decimales.

Ejercicio21.5.55

$(5.56, 9.37), (2.16, 4.90)$

Contestar

$m = 1.31$

Ejercicio21.5.56

$(33.1, 8.9), (42.7, -1.06)$

Ejercicio21.5.57

$(155.89, 227.61), (157.04, 227.61)$

Contestar

$m = 0$(línea horizontal en$y = 227.61$)

Ejercicio21.5.58

$(0.00426, -0.00404), (-0.00191, -0.00404)$

Ejercicio21.5.59

$(88.81, -23.19), (88.81, -26.87)$

Contestar

Sin pendiente (línea vertical$x = 88.81$)

? Ejercicio21.5.60

$(-0.0000567, -0.0000567), (-0.00765, 0.00764)$

Ejercicios para la revisión

? Ejercicio21.5.61

Simplificar$(x^2y^3w^4)^0$.

Contestar

$1 \text{si} xyw \neq 0$

? Ejercicio21.5.62

Resuelve la ecuación$3x - 4(2 - x) - 3(x - 2) + 4 = 0$.

? Ejercicio21.5.63

Cuando cuatro veces un número se divide por cinco, y ese resultado se disminuye en ocho, el resultado es cero. ¿Cuál es el número original?

Contestar

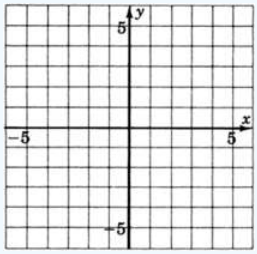
10

? Ejercicio21.5.64

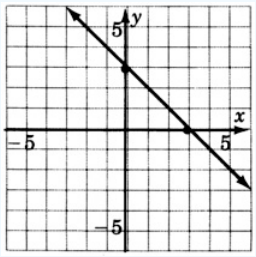
Resolver$-3y + 10 = x + 2$ si$x = -4$.

? Ejercicio21.5.65

Grafica la ecuación lineal$x + y = 3$.



Contestar



This page titled 21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.5: The Slope-Intercept Form of a Line** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción

Uso de la pendiente y la intercepción para graficar una línea

Cuando se da una ecuación lineal en la **forma general**,$ax+by=c$, observamos que un enfoque gráfico eficiente fue el método de intercepción. Dejamos$x=0$ y calculamos el valor correspondiente de$y$, luego let$y=0$ y calculamos el valor correspondiente de$x$.

Cuando una ecuación se escribe en la **forma pendiente-intercepción**$y=mx+b$,, también hay formas eficientes de construir la gráfica. Una forma, pero menos eficiente, es elegir dos o tres$x$ valores y calcular para encontrar los$y$ valores correspondientes. Sin embargo, los cálculos son tediosos, consumen mucho tiempo y pueden generar errores. Otra forma, el método que se indica a continuación, hace uso de la pendiente y la$y$ -intercepción para graficar la línea. Es rápido, sencillo y no implica cálculos.

Método de graficación

1. Trazar la$y$ -intercepción$(0,\ b)$.
2. Determinar otro punto usando la pendiente m.
3. Dibuja una línea a través de los dos puntos.

Recordemos que definimos la pendiente$m$ como la relación$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$. El numeradory_2-y_1 representa el número de unidades que$y$ cambia y el denominadorx_2-x_1 representa el número de unidades que$x$ cambia. Supongamos$m=pq$. Entonces$p$ es el número de unidades que$y$ cambia yq es el número de unidades que$x$ cambia. Dado que estos cambios ocurren simultáneamente, comience con su lápiz en la$y$ -intercepción, mueva$p$ las unidades en la dirección vertical apropiada y luego mueva$q$ las unidades en la dirección horizontal apropiada. Marcar un punto en esta ubicación.

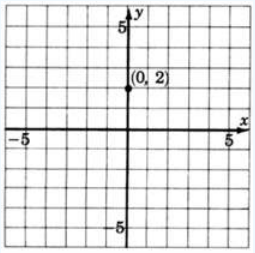
Conjunto de Muestras A

Grafica las siguientes líneas.

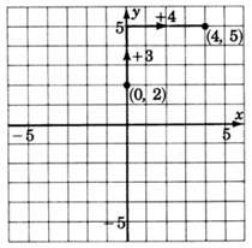
Ejemplo21.6.1

$y=\dfrac{3}{4}x+2$

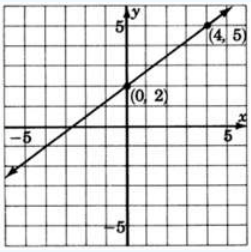
1. Ely -intercepto es el punto$(0,2)$. Así, la línea cruza las2 unidades$y$ del eje por encima del origen. Marcar un punto en$(0,2)$.



2. La pendiente,m, es$\dfrac{3}{4}$. Esto significa que si empezamos en algún punto de la línea y movemos nuestras3 unidades de lápiz hacia arriba y luego4 las unidades a la derecha, volveremos a estar en la línea. Empezar en un punto conocido, la$y$ -intercepción$(0,\ 2)$. Mueva3 las unidades hacia arriba, luego mueva4 las unidades a la derecha. Marcar un punto en esta ubicación. (Tenga en cuenta también que\ dfrac {3} {4} =\ dfrac {-3} {-4}\). Esto significa que si empezamos en algún punto de la línea y movemos nuestras3 unidades de lápiz **hacia abajo** y4 las unidades a la **izquierda**, volveremos a estar en la línea. Tenga en cuenta también eso$\dfrac{3}{4}=\dfrac{\frac{3}{4}}{1}$. Esto significa que si empezamos en algún punto de la línea y nos movemos a la1 unidad derecha, tendremos que subir$\dfrac{3}{4}$ unidad para volver a la línea.)



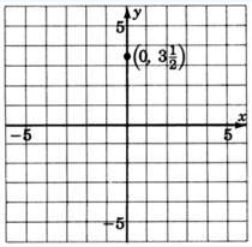
3. Dibuja una línea a través de ambos puntos.



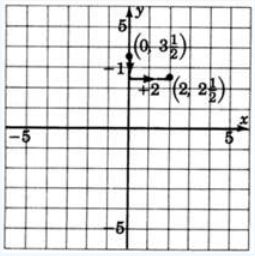
Ejemplo21.6.2

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

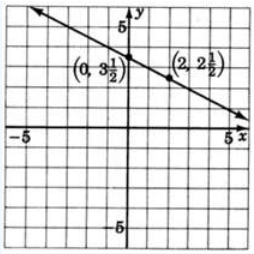
1. Ely -intercepto es el punto$(0, \frac{7}{2})$. Así, la línea cruza las$\frac{7}{2}$ unidades$y$ del eje por encima del origen. Marcar un punto$(0, \frac{7}{2})$, o$(0, 3\frac{1}{2})$.



2. La pendiente,m, es$-\frac{1}{2}$. Podemos escribir$-\frac{1}{2}$ como$\frac{-1}{2}$. Así, partimos en un punto conocido, la$y$ -intercepción$(0, 3\frac{1}{2})$, nos desplazamos **hacia abajo** una unidad (debido a la-1), luego movemos2 las unidades a la derecha. Marcar un punto en esta ubicación.



3. Dibuja una línea a través de ambos puntos.

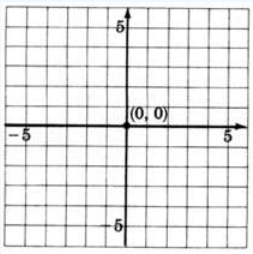


Ejemplo21.6.3

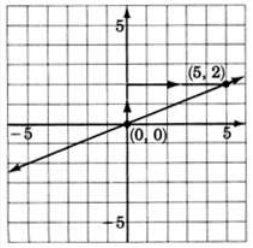
$y = \frac{2}{5}x$

1. Podemos poner esta ecuación en pendiente-intercepción explícita escribiéndola como$y = \frac{2}{5}x + 0$.

Ely -intercepto está en el punto$(0, 0)$, el origen. Esta línea va justo por el origen.



2. La pendiente,m, es$\frac{2}{5}$. Comenzando por el origen, subimos2 unidades, luego nos movemos a las5 unidades correctas. Marcar un punto en esta ubicación.

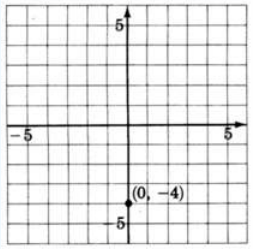


3. Dibuja una línea a través de los dos puntos.

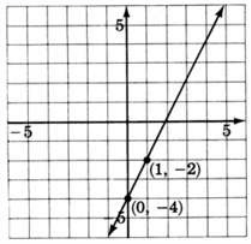
Ejemplo21.6.4

$y = 2x - 4$

1. Ely -intercepto es el punto$(0, -4)$. Así, la línea cruza las4 unidades$y$ del eje por debajo del origen. Marcar un punto en $(0, -4)$.



2. La pendiente,m, es2. Si escribimos la pendiente como una fracción$2 = \frac{2}{1}$,, podemos leer cómo hacer los cambios. Comience en el punto conocido$(0, -4)$, mueva hacia arriba2 las unidades, luego mueva la1 unidad derecha. Marcar un punto en esta ubicación.



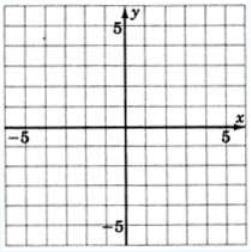
3. Dibuja una línea a través de los dos puntos.

Conjunto de práctica A

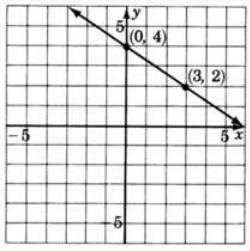
Utilice la$y$ -intercepción y la pendiente para graficar cada línea.

? Problema de práctica21.6.1

$y = \frac{-2}{3} + 4$

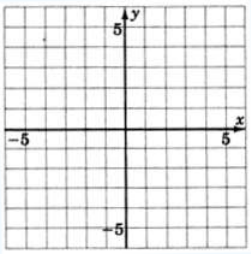


Responder

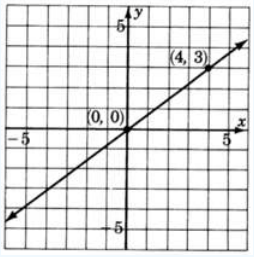


? Problema de práctica21.6.2

$y = \frac{3}{4}x$



Responder

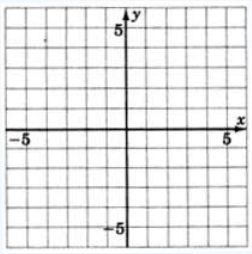


Ejercicios

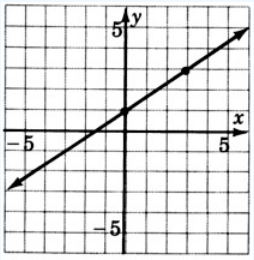
Para los siguientes problemas, grafica las ecuaciones.

Ejercicio21.6.1

$y = \frac{2}{3} + 1$

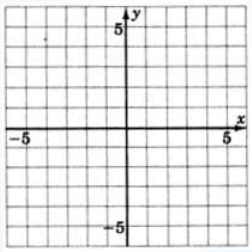


Responder



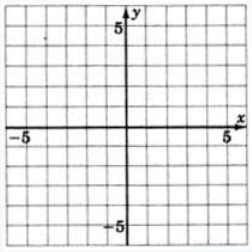
Ejercicio21.6.2

$y = \frac{1}{4}x - 2$

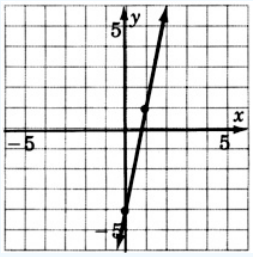


Ejercicio21.6.3

$y = 5x - 4$

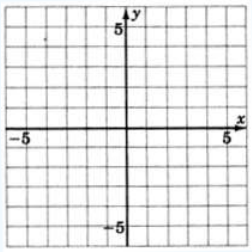


Responder



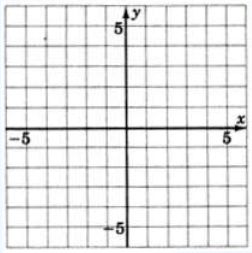
Ejercicio21.6.4

$y = -\frac{6}{5} - 3$

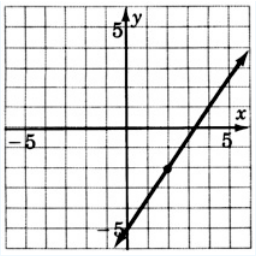


Ejercicio21.6.5

$y = \frac{3}{2} - 5$

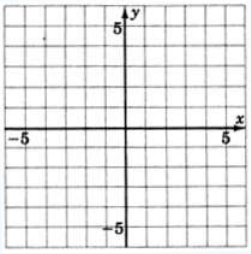


Responder



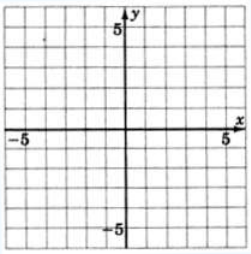
Ejercicio21.6.6

$y = \frac{1}{5}x + 2$

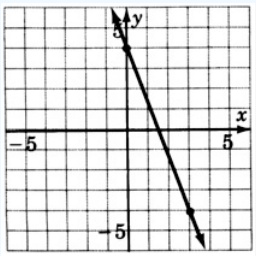


Ejercicio21.6.7

$y = -\frac{8}{3} + 4$

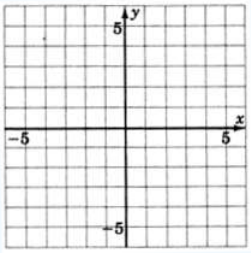


Responder



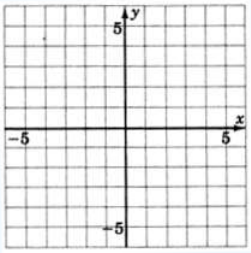
Ejercicio21.6.8

$y = -\frac{10}{3} + 6$

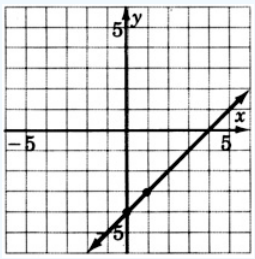


Ejercicio21.6.9

$y = 1x - 4$

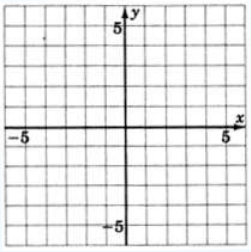


Responder



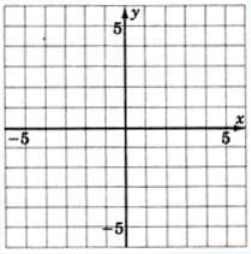
Ejercicio21.6.10

$y = -2x + 1$

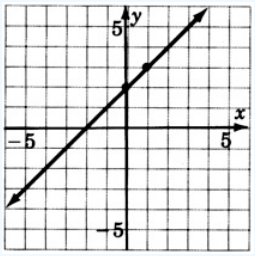


Ejercicio21.6.11

$y = x + 2$

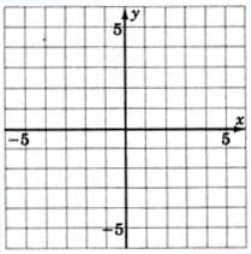


Responder



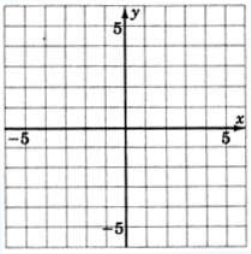
Ejercicio21.6.12

$y = \frac{3}{5}x$



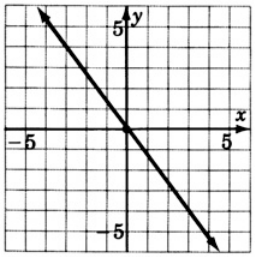
Ejercicio21.6.13

$y = -\frac{4}{3}$



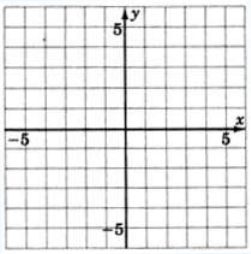
Responder

https://math.libretexts.org/@go/page/127755



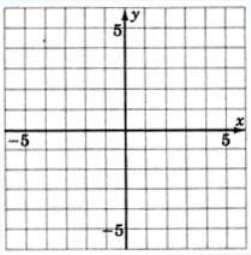
Ejercicio21.6.14

$y = x$

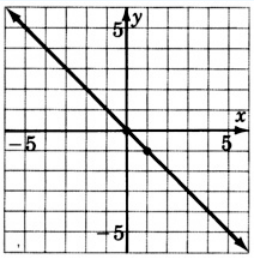


Ejercicio21.6.15

$y = -x$

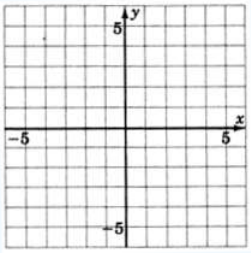


Responder



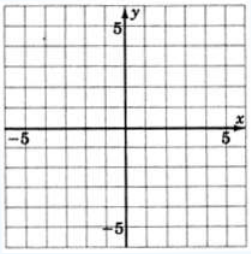
Ejercicio21.6.16

$3y - 2x = -3$

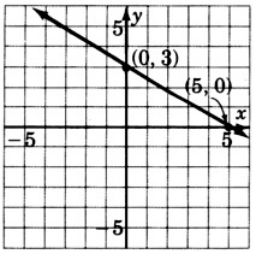


? Ejercicio21.6.17

$6x + 10y = 30$

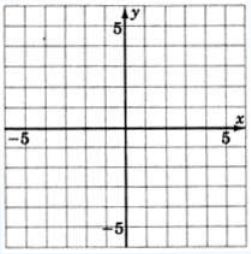


Responder



? Ejercicio21.6.18

$x + y = 0$



Ejercicios para revisión

? Ejercicio21.6.19

Resolver la desigualdad$2 - 4x \geq x - 3$

Responder

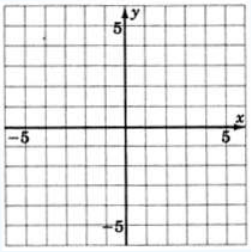
$x \leq 1$

Ejercicio21.6.20

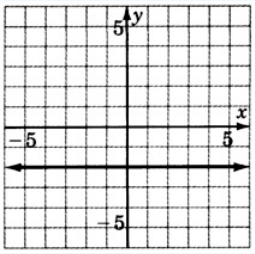
Graficar la desigualdad$y + 3 > 1$.

Ejercicio21.6.21

Grafica la ecuación$y = -2$.



Responder



Ejercicio21.6.22

Determinar la pendiente yy -intercepción de la línea$-4y - 3x = 16$.

Ejercicio21.6.23

Encuentra la pendiente de la línea que pasa por los puntos$(-1,\ 5)$ y$(2,\ 3)$.

Responder

$$m = \frac{-2}{3}$$

This page titled 21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.6: Graphing Equations in Slope-Intercept Form** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.7: Encontrar la ecuación de una línea

Las formas de pendiente-intercepción y punto-pendiente

En los apartados anteriores se nos ha dado una ecuación y hemos construido la línea a la que corresponde. Ahora, sin embargo, supongamos que se nos da alguna información geométrica sobre la línea y deseamos construir la ecuación correspondiente. Deseamos encontrar la ecuación de una línea.

Sabemos que la fórmula para la pendiente de una línea es$m - \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Podemos encontrar la ecuación de una línea usando la fórmula de pendiente de cualquiera de dos maneras:

1

Si se nos da la pendiente$m$, y **cualquier** punto(x_1, y_1) de la línea, podemos sustituir esta información en la fórmula para pendiente.
Dejar(x_1, y_1) ser el punto conocido en la línea y dejar(x, y) ser cualquier otro punto en la línea. Entonces

\ (\ begin {aligned}
m&=\ dfrac {y-y_1} {x-x_1} &\ text {Multiplicar ambos lados por} x - x_1\\
m (x-x_1) & =(x-x_1)\ cdot\ dfrac {y-y_1} {x-x_1}\\
m (x-x_1) &=y-y_1&\ text {Por conveniencia, vamos a reescribir la ecuación.}\\
y-y_1&=m (x-x_1)
\ end {alineado}\)

Dado que esta ecuación se derivó usando un punto y la pendiente de una línea, se llama la forma **punto-pendiente** de una línea.

2

Si se nos da la pendiente,m,y -interceptar$(0, b)$,, podemos sustituir esta información en la fórmula para pendiente.
$(0, b)$Sea la$y$ -intercepción y (x, y) sea cualquier otro punto de la línea. Entonces,

\ (\ begin {aligned}
m&=\ dfrac {y-b} {x-0}\\
m&=\ dfrac {y-b} {x} &\ text {Multiplica ambos lados por} x\
m\ cdot x&=\ not {x}\ cdot\ dfrac {y-b} {\ not {x}}\\
mx&=y-b&\ text {Resolver para} y\\
mx+b&=y&\ text {Para mayor comodidad, nosotros voy a reescribir esta ecuación}\\
y&=mx+b
\ end {alineado}\)

Dado que esta ecuación se derivó usando la pendiente y la intercepción, se llamó la forma **pendiente-intercepción** de una línea.

Resumimos estas dos derivaciones de la siguiente manera.

Formas de la Ecuación de una Línea

Podemos encontrar la ecuación de una línea si se nos da alguno de los siguientes conjuntos de información:

La pendiente,m, y la$y$ -intercepción$(0, b)$,, sustituyendo estos valores en:

$y = mx + b$

Esta es la forma pendiente-intercepción.

La pendiente$m$, y cualquier punto(x_1, y_1), sustituyendo estos valores en

$y - y_1 = m(x - x_1)$

Esta es la forma punto-pendiente.

Observe que ambas formas se basan en conocer la pendiente. Si nos dan dos puntos en la línea aún podemos encontrar la ecuación de la línea que pasa a través de ellos encontrando primero la pendiente de la línea, luego usando la forma de punto-pendiente.

Se acostumbra utilizar ya sea la forma pendiente-intercepción o la forma general para la forma final de la línea. Utilizaremos la forma pendiente-intercepción como forma final.

Conjunto de Muestras A

Encuentra la ecuación de la línea usando la información dada.

Ejemplo21.7.1

$m = 6, y$ -interceptar$(0, 4)$

Ya que nos dan la pendiente y la$y$ -intercepción, usaremos la forma pendiente-intercepción. $m = 6, b = 4$.

$y = mx + b$
$y = 6x + 4$

Ejemplo21.7.2

$m = -\frac{3}{4}, y$ -interceptar$(0, \frac{1}{8})$

Ya que nos dan la pendiente y la$y$ -intercepción, usaremos la forma pendiente-intercepción. $m = \frac{-3}{4}$,

$b = \frac{1}{8}$
$y = mx + b$
$y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$

Ejemplo21.7.3

$m = 2$, el punto$(4, 3)$.

Como se nos da la pendiente y algún punto, usaremos la forma punto-pendiente.

$y - y_1 = m(x - x_1)$. Déjalo(x_1, y_1) ser$(4, 3)$.
$y - 3 = 2(x - 4)$ Ponga esta ecuación en forma de pendiente-intercepción resolviendo para$y$.
$y - 3 = 2x - 8$
$y = 2x - 5$

Ejemplo21.7.4

$m = -5$, el punto$(-3, 0)$

Escribe la ecuación en forma de pendiente-intercepción.

Como se nos da la pendiente y algún punto, usaremos la forma punto-pendiente.

\ (\ begin {alineado}
y-y_1&=m (x-x_1) &\ text {Dejar} (x_1, y_1)\ texto {ser} (-3,0)\\
y-0&=-5 [x- (-3)]\
y&=-5 (x+3) &\ text {Resolver para} y\\
y&=-5x-15
\ end {alineado}\)

Ejemplo21.7.5

$m = -1$, el punto$(0, 7)$.

Escribe la ecuación en forma de pendiente-intercepción.

Se nos da la pendiente y un punto, pero una observación cuidadosa revela que este punto es en realidad la$y$ -intercepción. Así, usaremos la forma pendiente-intercepción. Si no hubiéramos visto este punto era la$y$ -intercepción habríamos procedido con la forma punto-pendiente. Esto crearía un poco más de trabajo, pero aún así daría el mismo resultado.

Forma de Inclinación de Inclinación:

\ (\ begin {alineado}
y&=mx + b\\
y&= -1x + 7\\
y&= -x + 7
\ end {alineado}\)

Forma de punto-pendiente:

\ (\ begin {alineado}
y-y_1&=m (x-x_1)\\
y-7&=-1 (x-0)\\
y-7&=-x\
y&=-x+7
\ end {alineado}\)

Ejemplo21.7.6

Los dos puntos$(4, 1)$ y$(3, 5)$.

Escribe la ecuación en forma de pendiente-intercepción.

Ya que nos dan dos puntos, primero encontraremos la pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{3 - 4} = \frac{4}{-1} = -4$$

Ahora, tenemos la pendiente y dos puntos, podemos usar cualquiera de los puntos y la forma punto-pendiente.

Usando$(4, 1)$

\ (\ begin {alineado}
y-y_1&=m (x-x_1)\\
y-1&=-4 (x-4)\\
y&=-4x+17
\ end {alineado}\)

Usando$(3, 5)$

\ (\ begin {alineado}
y-y_1&=m (x-x_1)\\
y-5&=-4 (x-3)\\
y-5&=-4x + 12\\
y&=-4x+17
\ end {alineado}\)

Podemos ver que el uso de cualquiera da el mismo resultado.

Conjunto de práctica A

Encuentra la ecuación de cada línea dada la siguiente información. Utilice la forma pendiente-intercepción como la forma final de la ecuación.

? Problema de práctica21.7.1

$m = 5, y$ -interceptar$(0, 8)$.

Contestar

$y = 5x + 8$

? Problema de práctica21.7.2

$m = -8, y$ -interceptar$(0, 3)$.

Contestar

$y = -8x + 3$

? Problema de práctica21.7.3

$m = 2, y$ -interceptar$(0, -7)$.

Contestar

$y = 2x - 7$

? Problema de práctica21.7.4

$m = 1, y$ -interceptar$(0, -1)$.

Contestar

$y = x - 1$

? Problema de práctica21.7.5

$m = -1, y$ -interceptar$(0, -10)$.

Contestar

$y = -x - 10$

? Problema de práctica21.7.6

$m = 4$, el punto$(5, 2)$.

Contestar

$y = 4x - 18$

? Problema de práctica21.7.7

$m = -6$, el punto$(-1, 0)$.

Contestar

$y = -6x - 6$

Problema de práctica21.7.8

$m = -1$, el punto$(-5, -5)$.

Contestar

$y = -x - 10$

Problema de práctica21.7.9

Los dos puntos$(4, 1)$ y$(6, 5)$

Contestar

$y = 2x - 7$

Problema de práctica21.7.10

Los dos puntos$(-7, -1)$ y$(-4, 8)$.

Contestar

$y = 3x + 20$

Conjunto de Muestras B

Ejemplo21.7.7

Encuentra la ecuación de la línea que pasa por el punto$(4, -7)$ que tiene pendiente0.

Se nos da la pendiente y algún punto, así que usaremos la forma punto-pendiente. Con$m = 0$ y$x_1, y_1)$ como$(4, -7)$, tenemos:

\ (\ begin {alineado}
y-y_1 &= m (x-x_1)\\
y- (-7) &=0 (x-4)\\
y+7&=0\\
y&=-7
\ end {alineado}\)

Esta es una línea horizontal

Ejemplo21.7.8

Encuentra la ecuación de la línea que pasa por el punto$(1, 3)$ dado que la línea es vertical.

Dado que la línea es vertical, la pendiente no existe. Por lo tanto, no podemos usar ni la forma pendiente-intercepción ni la forma punto-pendiente. Debemos recordar lo que sabemos de las líneas verticales. La ecuación de esta línea es simplemente $x = 1$.

Set de práctica B

Problema de práctica21.7.11

Encuentra la ecuación de la línea que pasa por el punto$(2, 9)$ que tiene pendiente0.

Contestar

$y = 9$

Problema de práctica21.7.12

Encuentra la ecuación de la línea que pasa por el punto$(-1, 6)$ dado que la línea es vertical.

Contestar

$x = -1$

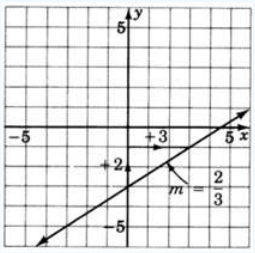
Conjunto de Muestras C

Ejemplo21.7.1

Al leer solo de la gráfica, determinar la ecuación de la línea.

La pendiente de la línea es$\frac{2}{3}$, y la línea cruza el$y$ eje -en el punto$(0, -3)$. Usando el formulario pendiente-intercepción obtenemos:

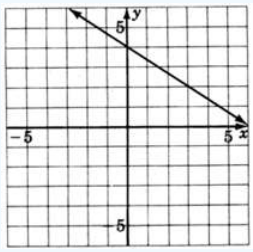
$y = \frac{2}{3}x - 3$



Set de práctica C

Problema de práctica21.7.13

Al leer solo de la gráfica, determinar la ecuación de la línea.



Contestar

$y = \frac{-2}{3}x + 4$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, escriba la ecuación de la línea usando la información dada en forma de pendiente-intercepción.

Ejercicio21.7.1

$m = 3$,y -interceptar$(0, 4)$

Contestar

$y = 3x + 4$

Ejercicio21.7.2

$m = 2, y$ -interceptar$(0, 5)$

Ejercicio21.7.3

$m = 8, y$ -interceptar$(0, 1)$

Contestar

$y = 8x + 1$

Ejercicio21.7.4

$m = 5, y$ -interceptar$(0, -3)$

Ejercicio21.7.5

$m = -6, y$ -interceptar$(0, -1)$

Contestar

$y = -6x - 1$

Ejercicio21.7.6

$m = -4, y$ -interceptar$(0, 0)$

Ejercicio21.7.7

$m = -\frac{3}{2}, y$ -interceptar$(0, 0)$

Contestar

$y = -\frac{3}{2}x$

Ejercicio21.7.8

$m = 3, (1, 4)$

Ejercicio21.7.9

$m = 1, (3, 8)$

Contestar

$y = x + 5$

Ejercicio21.7.10

$m = 2, (1, 4)$

Ejercicio21.7.11

$m = 8, (4, 0)$

Contestar

$y = 8x - 32$

Ejercicio21.7.12

$m = -3, (3, 0)$

Ejercicio21.7.13

$m = -1, (6, 0)$

Contestar

$y = -x + 6$

Ejercicio21.7.14

$m = -6, (0, 0)$

Ejercicio21.7.15

$m = -2, (0, 1)$

Contestar

$y = -2x + 1$

Ejercicio21.7.16

$(0, 0), (3, 2)$

Ejercicio21.7.17

$(0, 0),\ (5, 8)$

Contestar

$y = \frac{8}{5}x$

Ejercicio21.7.18

$(4, 1), (6, 3)$

Ejercicio21.7.19

$(2, 5), (1, 4)$

Contestar

$y = x + 3$

? Ejercicio21.7.20

$(5,-3),(6,2)$

? Ejercicio21.7.21

$(2,3),(5,3)$

Contestar

$y=3$(línea horizontal)

? Ejercicio21.7.22

$(-1,5),(4,5)$

? Ejercicio21.7.23

$(4,1),(4,2)$

Contestar

$x=4$(línea vertical)

? Ejercicio21.7.24

$(2,7),(2,8)$

? Ejercicio21.7.25

$(3,3),(5,5)$

Contestar

$y=x$

? Ejercicio21.7.26

$(0,0),(1,1)$

? Ejercicio21.7.27

$(-2,4),(3,-5)$

Contestar

$y=-\frac{9}{5}x+\frac{2}{5}$

? Ejercicio21.7.28

$(1,6),(-1,-6)$

Ejercicio21.7.29

$(14, 12), (-9, -11)$

Contestar

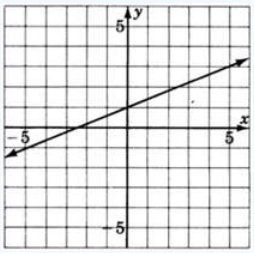
$y = x - 2$

Ejercicio21.7.30

$(0, -4), (5, 0)$

Para los siguientes problemas, lea solo de la gráfica y determine la ecuación de las líneas.

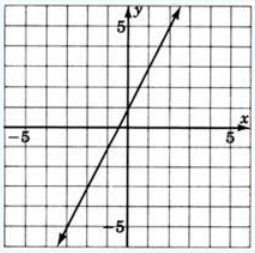
Ejercicio21.7.31



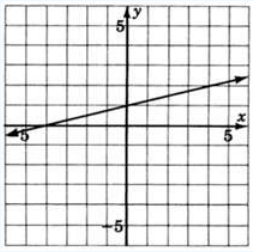
Contestar

$y = \frac{2}{5}x + 1$

Ejercicio21.7.32



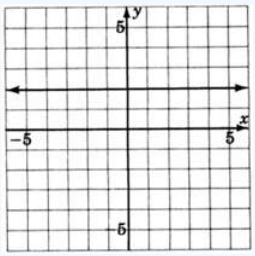
Ejercicio21.7.33



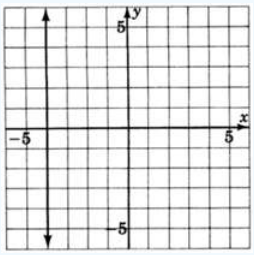
Contestar

$y = \frac{1}{4}x + 1$

Ejercicio21.7.34



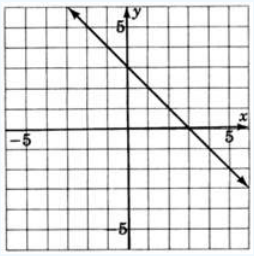
Ejercicio21.7.35



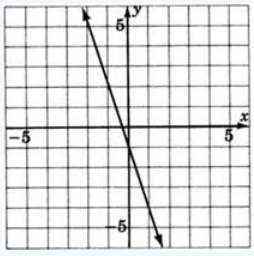
Contestar

$x = -4$

Ejercicio21.7.36



Ejercicio21.7.37



Contestar

$y = -3x - 1$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio21.7.38

Graficar la ecuación$x - 3 = 0$

Ejercicio21.7.39

Suministrar la palabra faltante. El punto en el que una línea cruza el$y$ eje -se llama ____

Contestar

y-interceptar

Ejercicio21.7.40

Suministrar la palabra faltante. El ____ de una línea es una medida de la inclinación de la línea.

Ejercicio21.7.41

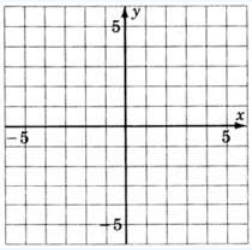
Encuentra la pendiente de la línea que pasa por los puntos$(4, 0)$ y$(-2, -6)$.

Contestar

$m = 1$

Ejercicio21.7.42

Graficar la ecuación$3y = 2x + 3$



This page titled 21.7: Encontrar la ecuación de una línea is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.7: Finding the Equation of a Line** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables

Ubicación de Soluciones

En nuestro estudio de ecuaciones lineales en dos variables, observamos que **todas las** soluciones a la ecuación, y solo las soluciones a la ecuación, se ubicaron en la gráfica de la ecuación. Ahora queremos determinar la ubicación de las soluciones a las desigualdades lineales en dos variables. Las desigualdades lineales en dos variables son desigualdades de las formas:

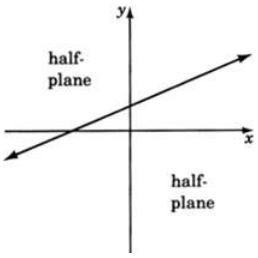
\ (\ comenzar {alineado}
hacha + por\ le c & ax + por\ ge c\\
ax + por < c & ax + by > c
\ end {alineado}\)

Half-Planos

Una línea recta dibujada a través del plano divide el plano en dos **medios planos**

Línea límite

La línea recta se llama la **línea límite.**



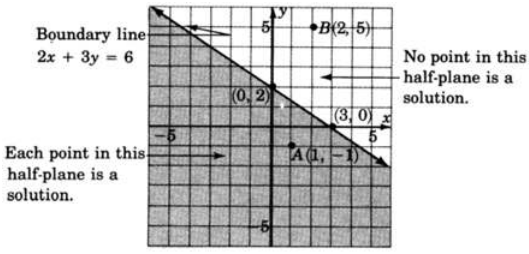
Solución a una desigualdad en dos variables

Recordemos que al trabajar con ecuaciones lineales en dos variables, observamos que los pares ordenados que producían declaraciones verdaderas cuando se sustituían en una ecuación se llamaban soluciones a esa ecuación. Podemos hacer una declaración similar para las desigualdades en dos variables. Decimos que una desigualdad en dos variables tiene una solución cuando se ha encontrado un par de valores tal que cuando estos valores se sustituyen en la desigualdad resulta una declaración verdadera.

La ubicación de las soluciones en el plano

Al igual que con las ecuaciones, las soluciones a las desigualdades lineales tienen ubicaciones particulares en el plano. Todas las soluciones a una desigualdad lineal en dos variables se ubican en uno y solo en un semiplano completo. Por ejemplo, considere la desigualdad

$2x + 3y \leq 6$



Todas las soluciones a la desigualdad$2x + 3y \leq 6$ se encuentran en el semiplano sombreado.

Point$A(1, -1)$ es una solución ya que:

\ (\ comenzar {alineado}
2x + 3y\ le 6\\
2 (1) + 3 (-1)\ le 6? \\
2 - 3\ le 6?
-1\ le 6. \ text {Verdadero.}
\ end {alineado}\)

$B(2,5)$El punto no es una solución ya que:

\ (\ comenzar {alineado}
2x + 3y\ le 6\\
2 (2) + 3 (5)\ le 6? \\
4 + 15\ le 6?
19\ le 6. \ text {Falso}
\ end {alineado}\)

Método de Graficar

El método de graficar desigualdades lineales en dos variables es el siguiente:

1. Grafique la línea límite (considere la desigualdad como una ecuación, es decir, reemplace el signo de desigualdad por un signo igual).
   a. Si la desigualdad es$\leq$ o$\geq$, dibuje la línea límite **sólida**. Esto significa que los puntos en la línea son soluciones y forman parte de la gráfica.
   b. Si la desigualdad es$<$ o$>$, dibuje la línea límite **punteada**. Esto significa que los puntos en la línea **no** son soluciones y **no** forman parte de la gráfica.
2. Determine qué medio plano sombrear eligiendo un punto de prueba.
   a. Si, cuando se sustituye, el punto de prueba produce una declaración verdadera, sombree el medio plano que lo contiene.
   b. Si, cuando se sustituye, el punto de prueba produce una declaración falsa, sombree el medio plano en el lado opuesto de la línea límite.

Conjunto de Muestras A

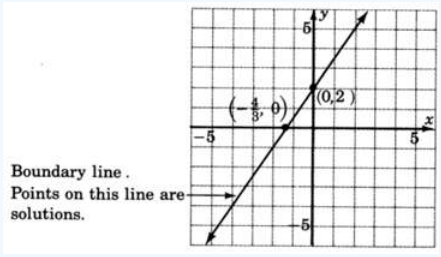
Ejemplo21.8.1

Gráfica$3x-2y\geq -4$.

1. Grafica la línea límite. La desigualdad es$\geq$ así que trazaremos la línea **sólida**. Considerar la desigualdad como una ecuación.

$3x-2y=-4$

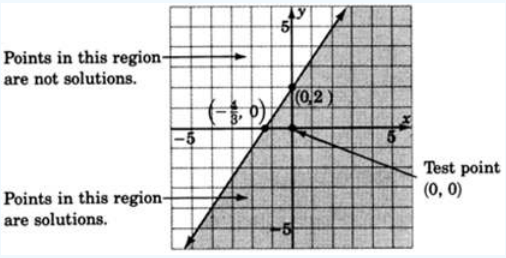
x	y	$(x,\ y)$
0 $\frac{-4}{3}$	2 0	$(0,\ 2)$ $(frac-43,\ 0)$



2. Elija un punto de prueba. El más fácil es$(0,0)$. Sustituir$(0,0)$ a la desigualdad original.

\ (\ begin {array} {Flashleft}
3x - 2y\ ge -4\\
3 (0) - 2 (0)\ ge -4? \\
0 - 0\ ge -4?
0\ ge -4. \ text {Verdadero}
\ end {array}\)

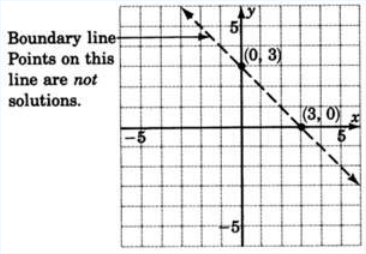
Sombra el medio plano que contiene$(0, 0)$.



Ejemplo21.8.2

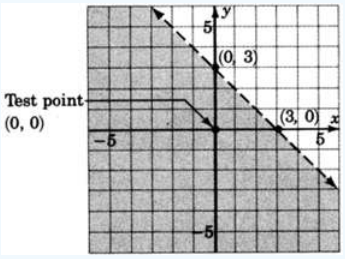
Gráfica$x + y - 3 < 0$

1. Grafica la línea límite:$x + y - 3 = 0$. La desigualdad es$<$ así que dibujaremos la línea **punteada.**



2. Elija un punto de prueba, digamos$(0, 0)$.

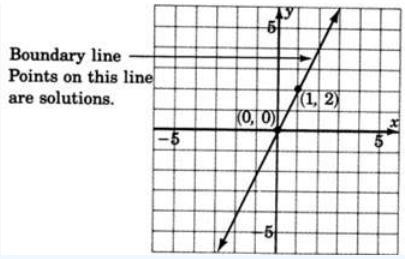
\ (\ begin {array} {Flashleft}
x + y - 3 < 0\\
0 + 0 - 3 < 0? \\
-3 < 0. \ text {Verdadero}
\ end {array}\)



Ejemplo21.8.3

Gráfica$y \leq 2x$.

1. Grafica la línea límite$y = 2x$. La desigualdad es$\leq$, así vamos a trazar la línea **sólida**.



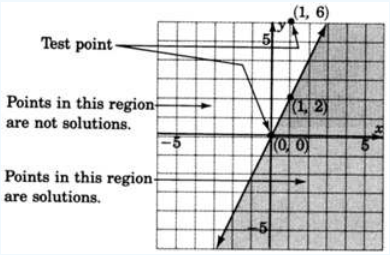
2. Elija un punto de prueba, digamos$(0, 0)$.

\ (\ begin {array} {Flashleft}
y\ le 2x\\
0\ le 2 (0)? \\
0\ le 0. \ text {Verdadero}
\ end {array}\)

Sombra el medio plano que contiene$(0, 0)$. ¡No podemos! $(0, 0)$está justo en la línea! Escoge otro punto de prueba, digamos $(1, 6)$.

\ (\ begin {array} {Flashleft}
y\ le 2x\\
6\ le 2 (1)\\
6\ le 2. \ text {Falso}
\ end {array}\)

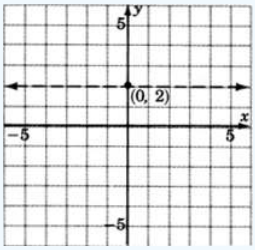
Sombra el medio plano en el lado opuesto de la línea de límite.



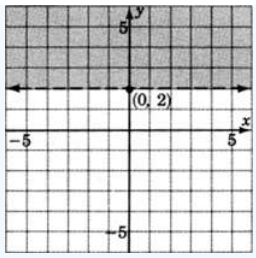
Ejemplo21.8.4

Gráficay> 2.

1. Grafica la línea límitey$= 2$. La desigualdad es$>$ así que dibujaremos la línea **punteada.**



2. Realmente no necesitamos un punto de prueba. ¿Dónde estáy> 2? ¡**Por encima** de la líneay$= 2$! Cualquier punto por encima de la línea tiene claramente unay coordenada -mayor que2

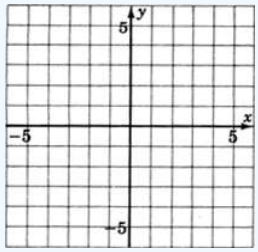


Conjunto de práctica A

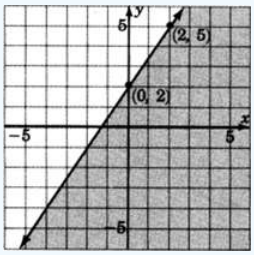
Resolver las siguientes desigualdades graficando.

? Problema de práctica21.8.1

$-3x+2y \leq 4$

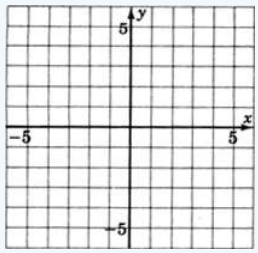


Responder



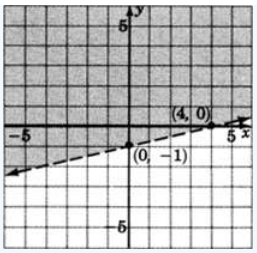
? Problema de práctica21.8.2

$x-4y<4$



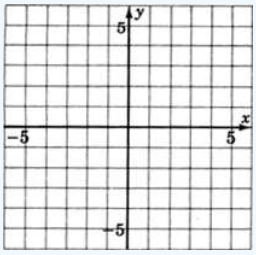
Responder

https://math.libretexts.org/@go/page/127757

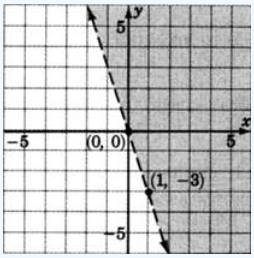


Problema de práctica21.8.3

$3x + y > 0$

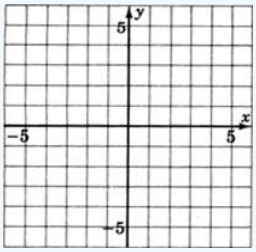


Responder

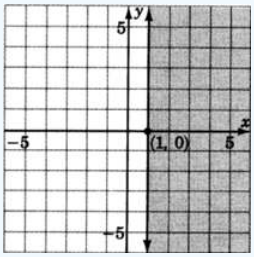


Problema de práctica21.8.4

$x \geq 1$



Responder



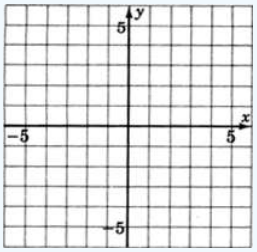
https://math.libretexts.org/@go/page/127757

Ejercicios

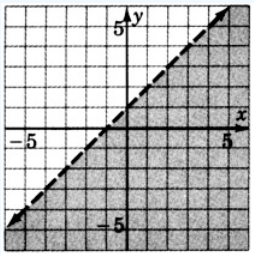
Resolver las desigualdades graficando.

Ejercicio21.8.1

$y < x + 1$

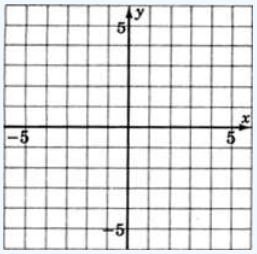


Responder



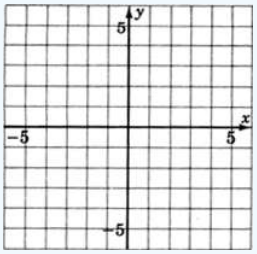
Ejercicio21.8.2

$x + y \leq 1$

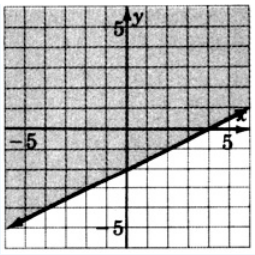


Ejercicio21.8.3

$-x + 2y + 4 \geq 0$

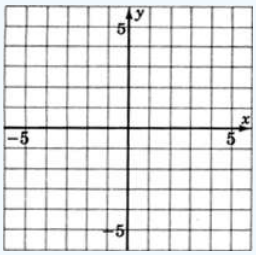


Responder



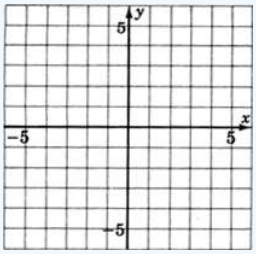
? Ejercicio21.8.4

$-x+5y-10<0$

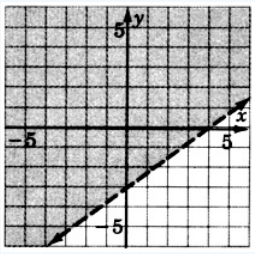


? Ejercicio21.8.5

$-3x+4y>-12$

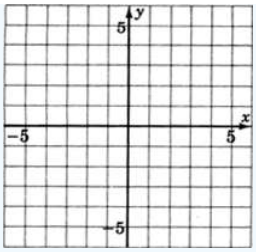


Responder



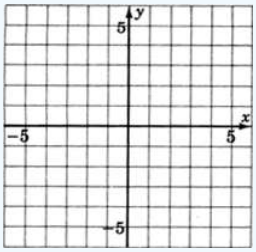
? Ejercicio21.8.6

$2x+5y-15\geq 0$

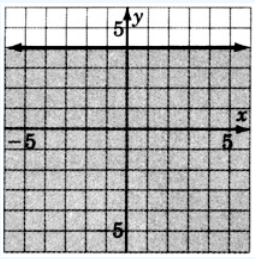


Ejercicio21.8.7

$y \leq 4$

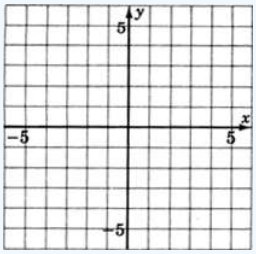


Responder



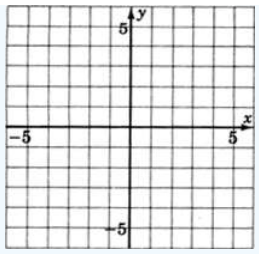
Ejercicio21.8.8

$x \geq 2$

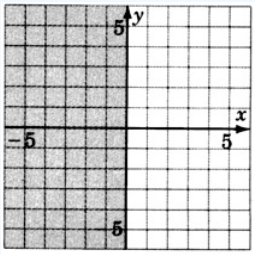


Ejercicio21.8.9

$x \leq 0$

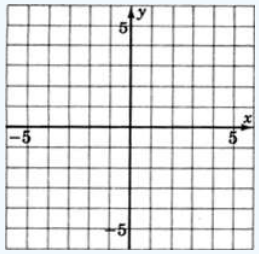


Responder



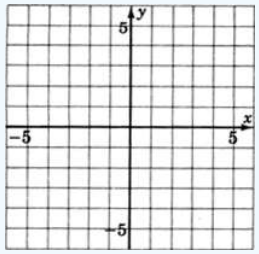
Ejercicio21.8.10

$x - y < 0$

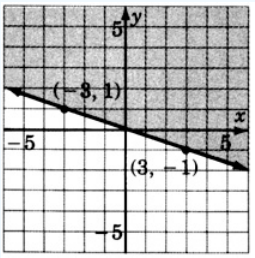


Ejercicio21.8.11

$x + 3y \geq 0$

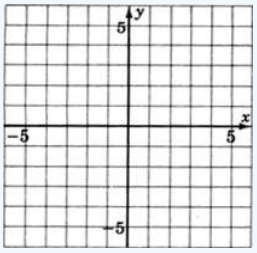


Responder



Ejercicio21.8.12

$-2x+4y>0$

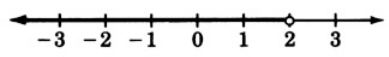


Ejercicios para revisión

Ejercicio21.8.13

Grafica la desigualdad$-3x+5\geq -1$.

Responder



Ejercicio21.8.14

Suministrar la palabra faltante. La representación geométrica (imagen) de las soluciones a una ecuación se llama la de la ecuación.

Ejercicio21.8.15

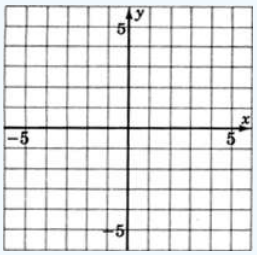
Suministrar el denominador:$m=\dfrac{y_2-y_1}{?}$

Responder

$m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Ejercicio21.8.16

Grafica la ecuación$y=-3x+2$.



https://math.libretexts.org/@go/page/127757

Ejercicio21.8.17

Escribe la ecuación de la línea que tiene pendiente4 y pasa por el punto$(-1,\ 2)$.

Responder

$y = 4x + 6$

This page titled 21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.8: Graphing Linear Inequalities in Two Variables** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.9: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Gráfica de una función

La representación geométrica (imagen) de las soluciones a una ecuación se llama la **gráfica** de la ecuación.

Axis

Un **eje** es la estructura más básica de una gráfica. En matemáticas, la recta numérica se utiliza como eje.

Número de variables y número de ejes

Una ecuación en una variable requiere un eje	Una dimensión
Una ecuación en dos variables requiere de dos ejes.	Dos dimensiones
Una ecuación en tres variables requiere tres ejes.	Tres dimensiones.
Una ecuación en$n$ variables requiere$n$ ejes	n-dimensiones.

Sistema de coordenadas

Un sistema de ejes que se construye para graficar una ecuación se llama **sistema de coordenadas**.

Graficar una ecuación

La frase **que representa una ecuación** se interpreta como el significado de ubicar geométricamente las soluciones a esa ecuación.

Usos de una Gráfica

Una gráfica puede revelar información que puede no ser evidente a partir de la ecuación.

Sistema de coordenadas rectangularesxy -Plano

Se construye un **sistema de coordenadas rectangulares** colocando dos líneas numéricas en ángulos de 90º. Estas líneas forman un plano al que se le conoce como elxy plano.

Pares y Puntos Ordenados

Para cada par ordenado(a, b), existe un punto único en el plano, y para cada punto del plano podemos asociar un par ordenado único(a, b) de números reales.

Gráficas de Ecuaciones Lineales

Cuando se grafica, una ecuación lineal produce una línea recta.

Forma general de una ecuación lineal en dos variables

La **forma general** de una ecuación lineal en dos variables es$ax + by = c$, donde$a$ y no$b$ son ambas0.

Gráficos, pares ordenados, soluciones y líneas

La gráfica de todos los pares ordenados que resuelven una ecuación lineal en dos variables produce una línea recta.
La gráfica de una ecuación lineal en dos variables es una línea recta.
Si un par ordenado es una solución a una ecuación lineal en dos variables, entonces se encuentra en la gráfica de la ecuación.
Cualquier punto (par ordenado) que se encuentre en la gráfica de una ecuación lineal en dos variables es una solución a esa ecuación.

Interceptar

Una **intercepción** es un punto donde una línea intercepta un eje de coordenadas.

Método de Intercepción

El **método de intercepción** es un método de graficar una ecuación lineal en dos variables encontrando las intercepciones, es decir, encontrando los puntos donde la línea cruza el$x$ eje -eje y el$y$ -eje.

Líneas inclinadas, verticales y horizontales

Una ecuación en la que aparezcan ambas variables se graficará como una línea **inclinada**.
Una ecuación lineal en la que solo aparece una variable se graficará como una línea **vertical** u **horizontal**.
$x = a$gráficas como una línea vertical que$a$ pasa por el$x$ eje.
$y = b$gráficas como una línea horizontal que$b$ pasa por el$y$ eje.

Pendiente de una Línea

La pendiente de una línea es una medida de la inclinación de la línea. Si(x_1, y_1) y(x_2, y_2) son dos puntos cualesquiera en una línea, la pendiente de la línea que pasa por estos puntos se puede encontrar usando la fórmula de pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{vertical change}}{\text{horizontal change}}$$

Pendiente y Subida y Declinación

Moviéndose de izquierda a derecha, las líneas con pendiente positiva se elevan y las líneas con pendiente negativa declinan.

Graficar una ecuación dada en forma de pendiente-intercepción

Una ecuación escrita en forma de pendiente-intercepción puede ser graficada por

1. Trazando la$y$ -intercepción$(0, b)$.
2. Determinar otro punto usando la pendiente,m.
3. Dibujando una línea a través de estos dos puntos.

Formas de Ecuaciones de Líneas

Forma general:$ax + by + c$

Forma Inclinación-Intercepción:$y = mx + b$
Para utilizar esta forma, se necesita la pendiente y la$y$ -intercepción

Forma Punto-Pendiente:$y - y_1 = m(x - x_1)$
Para utilizar esta forma, se necesita la pendiente y un punto, o dos puntos.

Medias Planas y Líneas de Límite

Una línea recta dibujada a través del plano divide el plano en dos **medios planos**. La línea recta se llama **línea límite**.

Solución a una desigualdad en dos variables

Una solución a una desigualdad en dos variables es un par de valores que producen una declaración verdadera cuando se sustituyen en la desigualdad.

Ubicación de Soluciones a Desigualdades en Dos Variables

Todas las soluciones a una desigualdad lineal en dos variables se ubican en uno, y solo uno, medio plano.

This page titled 21.9: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.9: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.10: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Graficando Ecuaciones Lineales y Desigualdades en una Variable

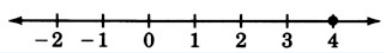
Para los siguientes problemas, graficar las ecuaciones y desigualdades.

Ejercicio21.10.1

$6x - 18 = 6$

Responder

$x = 4$



Ejercicio21.10.2

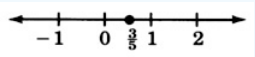
$4x - 3 = -7$

Ejercicio21.10.3

$5x - 1 = 2$

Responder

$x = \frac{3}{5}$



Ejercicio21.10.4

$10x - 16 < 4$

Ejercicio21.10.5

$-2y + 1 \leq 5$

Responder

$y \geq -2$

Ejercicio21.10.6

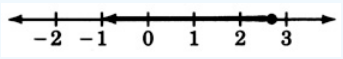
$$\frac{-7a}{12} \geq 2$$

Ejercicio21.10.7

$$3x + 4 \leq 12$$

Responder

$$x \leq \frac{8}{3}$$



Ejercicio21.10.8

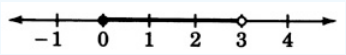
$$-16 \leq 5x - 1 \leq -11$$

Ejercicio21.10.9

$$0 < -3y + 9 \leq 9$$

Responder

$$0 \leq y < 3$$



Ejercicio21.10.10

$$\frac{-5c}{2} + 1 = 7$$

Ploteo de puntos en el plano

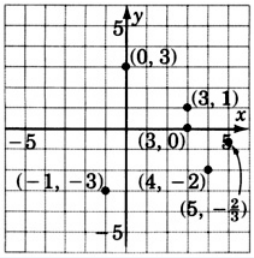
Ejercicio21.10.11

Dibuja un sistema de coordenadas y traza los siguientes pares ordenados.

$$(3,1), (4,-2), (-1,-3), (0,3), (3,0), (5,-\frac{2}{3})$$

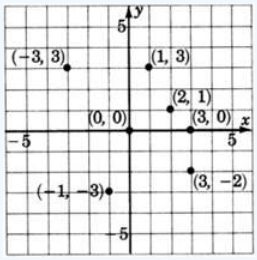
Responder

https://math.libretexts.org/@go/page/127759



Ejercicio21.10.12

Con la mayor precisión posible, declarar las coordenadas de los puntos que se han trazado en la gráfica.



Graficando Ecuaciones Lineales en Dos Variables

Ejercicio21.10.13

¿Cuál es la estructura geométrica de la gráfica de todas las soluciones a la ecuación lineal$y = 4x - 9$?

Responder

una línea recta

Graficar ecuaciones lineales en dos variables - Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción

Para los siguientes problemas, grafica las ecuaciones.

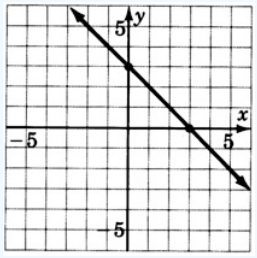
Ejercicio21.10.14

$y - x = 2$

Ejercicio21.10.15

$y + x - 3 = 0$

Responder



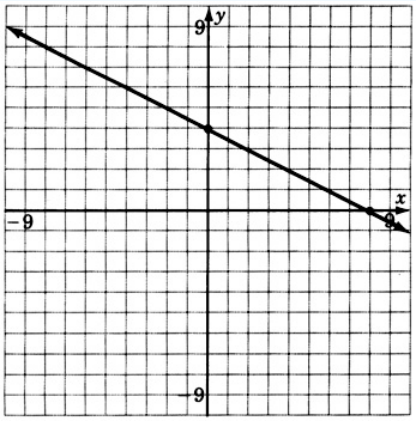
Ejercicio21.10.16

$-2x+3y=-6$

Ejercicio21.10.17

$2y+x-8=0$

Responder



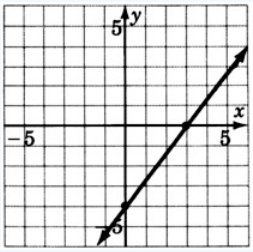
Ejercicio21.10.18

$4(x-y)=12$

Ejercicio21.10.19

$3y-4x+12=0$

Responder



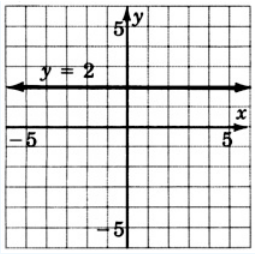
Ejercicio21.10.20

$y=-3$

Ejercicio21.10.21

$y-2=0$

Responder



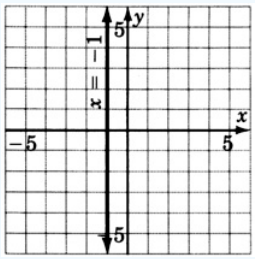
Ejercicio21.10.22

$x = 4$

Ejercicio21.10.23

$x + 1 = 0$

Responder



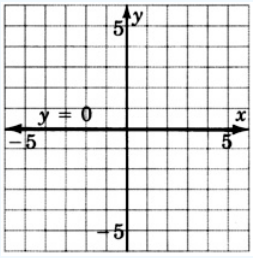
Ejercicio21.10.24

$x = 0$

Ejercicio21.10.25

$y = 0$

Responder



La forma de pendiente-interceptación de una línea

Ejercicio21.10.26

Escribe la forma pendiente-intercepción de una línea recta.

Ejercicio21.10.27

La pendiente de una línea recta es un ____ de la inclinación de la línea.

Responder

medir

Ejercicio21.10.28

Escribe la fórmula para la pendiente de una línea que pasa por los puntos(x_1, y_1) y(x_2, y_2).

Para los siguientes problemas, determinar la pendiente y la intercepción y de las líneas.

Ejercicio21.10.29

$y = 4x + 10$

Responder

pendiente:4

y-interceptar:$(0, 10)$

Ejercicio21.10.30

$y = 3x - 11$

Ejercicio21.10.31

$y = 9x - 1$

Responder

pendiente:9

y-interceptar:$(0, -1)$

Ejercicio21.10.32

$y = -x + 2$

Ejercicio21.10.33

$y = -5x - 4$

Responder

pendiente:-5

y-interceptar:$(0, -4)$

Ejercicio21.10.34

$y = x$

? Ejercicio21.10.35

$y = -6x$

Responder

pendiente:-6

y-interceptar:$(0, 0)$

? Ejercicio21.10.36

$3y = 4x + 9$

? Ejercicio21.10.37

$4y = 5x + 1$

Responder

pendiente:$\frac{5}{4}$

y-interceptar:$(0, \frac{1}{4})$

? Ejercicio21.10.38

$2y = 9x$

? Ejercicio21.10.39

$5y + 4x = 6$

Responder

pendiente:$-\frac{4}{5}$

y-interceptar:$(0, \frac{6}{5})$

? Ejercicio21.10.40

$7y + 3x = 10$

? Ejercicio21.10.41

$6y - 12x = 24$

Responder

pendiente:2

y-interceptar:$(0, 4)$

? Ejercicio21.10.42

$5y - 10x - 15 = 0$

? Ejercicio21.10.43

$3y + 3x = 1$

Responder

pendiente:-1

y-interceptar:$(0, \frac{1}{3})$

? Ejercicio21.10.44

$7y + 2x = 0$

? Ejercicio21.10.45

$y = 4$

Responder

pendiente:0

y-interceptar:$(0, 4)$

Para los siguientes problemas, encuentra la pendiente, si existe, de la línea a través de los pares de puntos dados.

? Ejercicio21.10.46

$(5, 2), (6, 3)$

? Ejercicio21.10.47

$(8, -2), (10, -6)$

Responder

pendiente:-2

? Ejercicio21.10.48

$(0, 5), (3, 4)$

? Ejercicio21.10.49

$(1, -4), (3, 3)$

Responder

pendiente:$\frac{7}{2}$

? Ejercicio21.10.50

$(0,0),(-8,-5)$

? Ejercicio21.10.51

$(-6,1),(-2,7)$

Responder

pendiente: $\frac{3}{2}$

? Ejercicio21.10.52

$(-3,-2),(-4,-5)$

? Ejercicio21.10.53

$(4,7),(4,-2)$

Responder

Sin Talud

? Ejercicio21.10.54

$(-3,1),(4,1)$

? Ejercicio21.10.55

$(\frac{1}{3},\frac{3}{4}),(\frac{2}{9},-\frac{5}{6})$

Responder

pendiente: $\frac{57}{4}$

? Ejercicio21.10.56

Moviéndose de izquierda a derecha, las líneas con pendiente suben mientras que las líneas con pendiente disminuyen.

? Ejercicio21.10.57

Compara las pendientes de las líneas paralelas.

Responder

Las pendientes de las líneas paralelas son iguales.

Encontrar la ecuación de una línea

Para los siguientes problemas, escriba la ecuación de la línea utilizando la información dada. Escribe la ecuación en forma de pendiente-intercepción.

? Ejercicio21.10.58

Slope=4,y -intercept=5

? Ejercicio21.10.59

Slope=3,y -intercept=-6

Responder

$y = 3x - 6$

? Ejercicio21.10.60

Slope=1,y -intercept=8

? Ejercicio21.10.61

Slope=1,y -intercept=-2

Responder

$y = x - 2$

? Ejercicio21.10.62

Slope=-5,y -intercept=1

? Ejercicio21.10.63

Slope=-11,y -intercept=-4

Responder

$y = -11x - 4$

? Ejercicio21.10.64

Slope=2,y -intercept=0

? Ejercicio21.10.65

Slope=-1,y -intercept=0

Responder

$y = -x$

? Ejercicio21.10.66

$m = 3, (4, 1)$

? Ejercicio21.10.67

$m = 2, (1, 5)$

Responder

$y = 2x + 3$

? Ejercicio21.10.68

$m = 6, (5, -2)$

? Ejercicio21.10.69

$m = -5, (2, -3)$

Responder

$y = -5x + 7$

? Ejercicio21.10.70

$m = -9, (-4, -7)$

? Ejercicio21.10.71

$m = -2, (0, 2)$

Contestar

$y = -2x + 2$

? Ejercicio21.10.72

$m = -1, (2, 0)$

? Ejercicio21.10.73

$(2, 3), (3, 5)$

Contestar

$y = 2x - 1$

? Ejercicio21.10.74

$(4, 4), (5, 1)$

? Ejercicio21.10.75

$(6, 1), (5, 3)$

Contestar

$y = -2x + 13$

Ejercicio21.10.76

$(8,6),(7,2)$

Ejercicio21.10.77

$(-3,1),(2,3)$

Contestar

$$y=\frac{2}{5}x+\frac{11}{5}$$

Ejercicio21.10.78

$(-1,4),(-2,-4)$

Ejercicio21.10.79

$(0,-5),(6,-1)$

Contestar

$$y=\frac{2}{3}x-5$$

Ejercicio21.10.80

$(2,1),(6,1)$

Ejercicio21.10.81

$(-5,7),(-2,7)$

Contestar

$y=7$(pendiente cero)

Ejercicio21.10.82

$(4,1),(4,3)$

Ejercicio21.10.83

$(-1,-1),(-1,5)$

Contestar

$x=-1$ (sin pendiente)

Ejercicio21.10.84

$(0,4),(0,-3)$

Ejercicio21.10.85

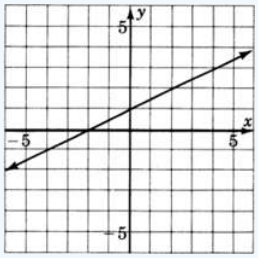
$(0, 2), (1, 0)$

Contestar

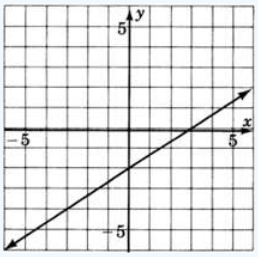
$y = -2x + 2$

Para los siguientes problemas, leyendo sólo de la gráfica, determinar la ecuación de la línea.

Ejercicio21.10.86



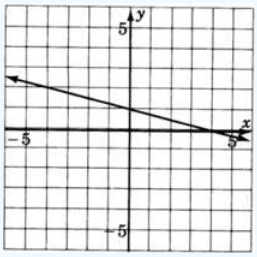
Ejercicio21.10.87



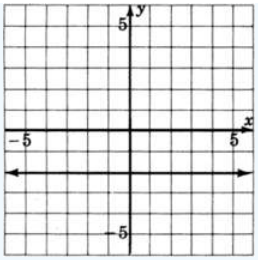
Contestar

$y = \frac{2}{3}x - 2$

Ejercicio21.10.88



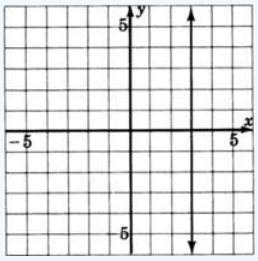
Ejercicio21.10.89



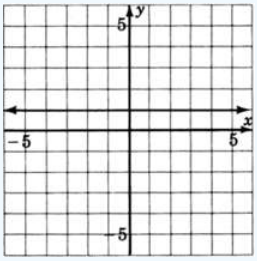
Contestar

$y = -2$

? Ejercicio21.10.90



? Ejercicio21.10.91



Contestar

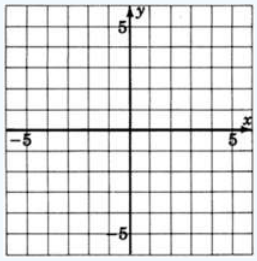
$y = 1$

Graficando Desigualdades Lineales en Dos Variables

Para los siguientes problemas, grafica las desigualdades.

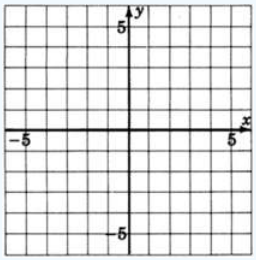
? Ejercicio21.10.92

$y \leq x + 2$

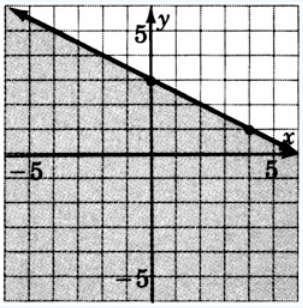


Ejercicio21.10.93

$y < -\frac{1}{2} + 3$

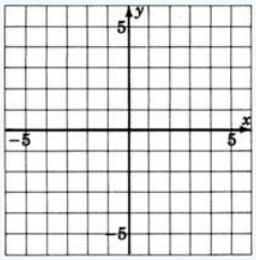


Contestar



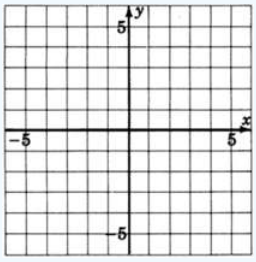
Ejercicio21.10.94

$y > \frac{1}{3}x - 3$

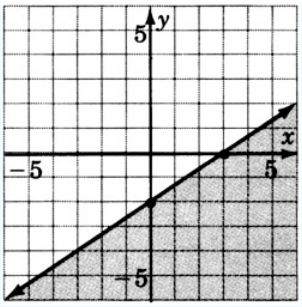


Ejercicio21.10.95

$-2x + 3y \leq -6$

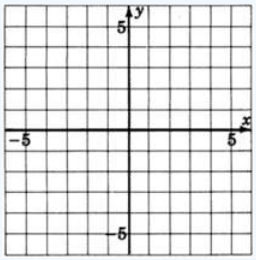


Contestar



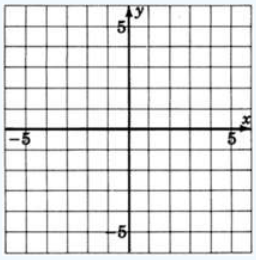
Ejercicio21.10.96

$2x + 5y \geq 20$

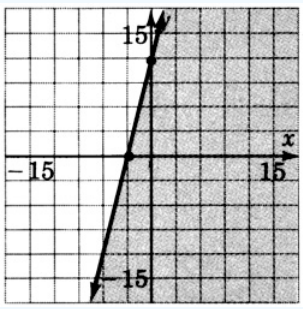


Ejercicio21.10.97

$4x - y + 12 > 0$

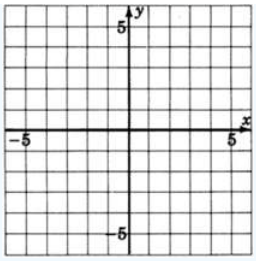


Contestar



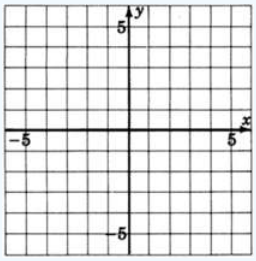
Ejercicio21.10.98

$y \geq -2$

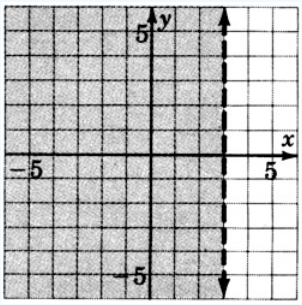


? Ejercicio21.10.99

$x < 3$

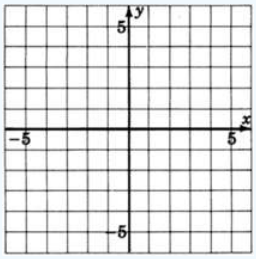


Contestar



? Ejercicio21.10.100

$y \leq 0$



This page titled 21.10: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.10: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

21.11: Examen de Aptitud

Examen de competencia

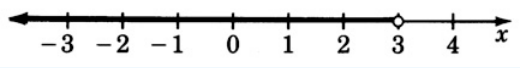
Para los siguientes problemas, construir un sistema de coordenadas y graficar la desigualdad.

Ejercicio21.11.1

$-6x+4>-14$

Contestar

$x<3$

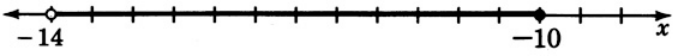


Ejercicio21.11.2

$-8<x+6\leq -4$

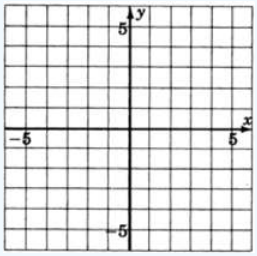
Contestar

$-14<x\leq -10$

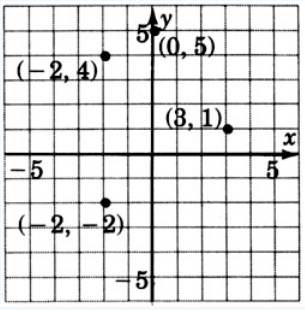


Ejercicio21.11.3

Trazar los pares ordenados$(3,1),(-2,4),(0,5),(-2,-2)$

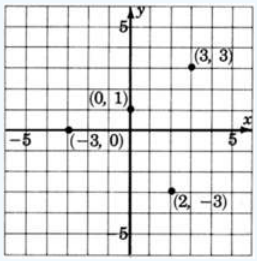


Contestar



Ejercicio21.11.4

Con la mayor precisión posible, etiquetar las coordenadas de los puntos que se hayan trazado en la gráfica.



Contestar

$(0,1),(3,3),(-3,0),(2,-3)$

Ejercicio21.11.5

¿Cuál es la estructura geométrica de la gráfica de todas las soluciones a la ecuación$2y+3x=-4$?

Contestar

línea recta

Ejercicio21.11.6

¿En qué forma se encuentra la ecuación lineal en dos variables$ax+by=c$?

Contestar

forma general

Ejercicio21.11.7

¿En qué forma se encuentra la ecuación lineal en dos variables$y=mx+b$?

Contestar

pendiente-intercepción

Ejercicio21.11.8

Si un par ordenado es una solución a una ecuación lineal en dos variables, ¿dónde se encuentra geométricamente?

Contestar

Se encuentra en la línea.

Ejercicio21.11.9

Considera la gráfica de$y=\frac{2}{7}x+16$. Si tuviéramos que colocar nuestro lápiz en algún punto de la línea y luego moverlo horizontalmente7 unidades hacia la derecha, ¿cuántas unidades y en qué dirección tendríamos que mover nuestro lápiz para volver a la línea?

Contestar

2unidades arriba

Para los siguientes problemas, encuentre la pendiente, si existe, de la línea que contiene los siguientes puntos.

Ejercicio21.11.10

$(-6, -1)$ y $(0, 8)$

Contestar

$\frac{3}{2}$

Ejercicio21.11.11

$(-2, -8)$ y $(-2, 10)$

Contestar

sin pendiente; línea vertical en$x = -2$

Ejercicio21.11.12

Determinar la pendiente yy −intercept de la línea$3y + 2x + 1 = 0$.

Contestar

pendiente $= -\frac{2}{3}$,y -intercepción es$(0, -\frac{1}{3})$

Ejercicio21.11.13

Al mirar una gráfica de izquierda a derecha, ¿suben o bajan las líneas con pendiente positiva?

Contestar

subir

Para los siguientes problemas, encuentre la ecuación de la línea utilizando la información proporcionada. Escribe la ecuación en forma de pendiente-intercepción

Ejercicio21.11.14

Pendiente $= 4$,y -intercepción $= -3$.

Contestar

$y = 4x - 3$

Ejercicio21.11.15

Pendiente $= -\frac{3}{2}$,y -intercepción $= \frac{4}{3}$.

Contestar

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{4}{3}$

Ejercicio21.11.16

Pendiente $=\frac{2}{3}$, pasa a través$(-1, 2)$

Contestar

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$

Ejercicio21.11.17

Pendiente $=7$, pasa a través$(0, 0)$

Contestar

$$y = 7x$$

Ejercicio21.11.18

Pasa por los puntos$(5, 2)$ y$(2, 1)$.

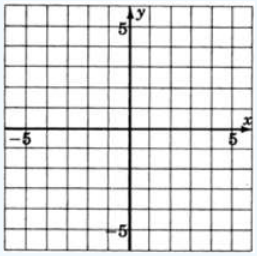
Contestar

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

Para los siguientes problemas, graficar la ecuación de desigualdad.

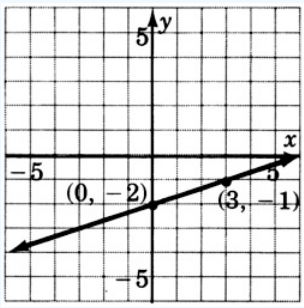
Ejercicio21.11.19

$$y = \frac{1}{3}x - 2$$



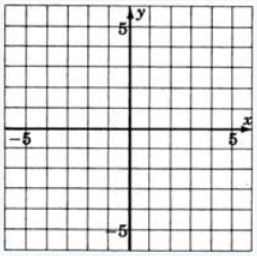
Contestar

$$y = \frac{1}{3}x - 2$$

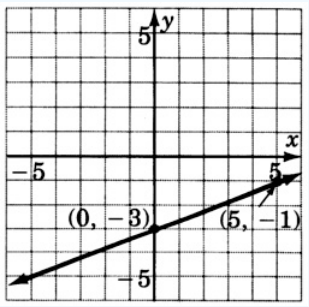


Ejercicio21.11.20

$5y - 2x + 15 = 0$

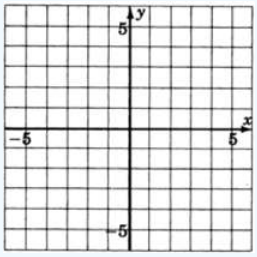


Contestar



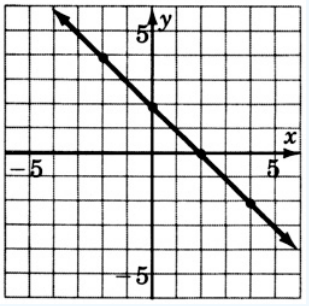
Ejercicio21.11.21

$4(x + y) = 8$



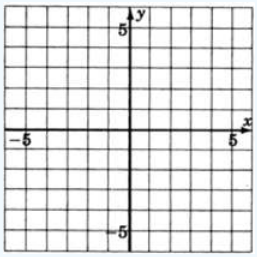
Contestar

$4(x + y) = 8$

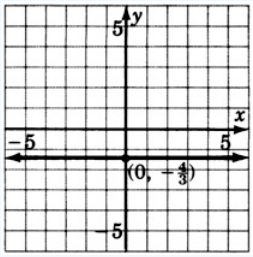


Ejercicio21.11.22

$\frac{3}{2}y+2=0$

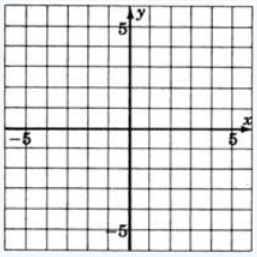


Contestar



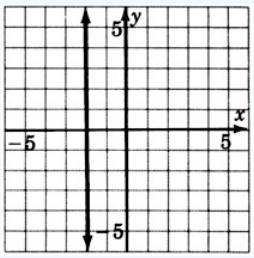
Ejercicio21.11.23

$x=-2$



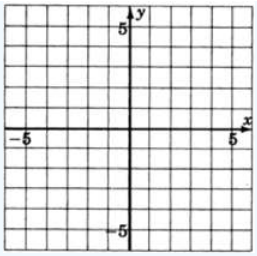
Contestar

$x=-2$

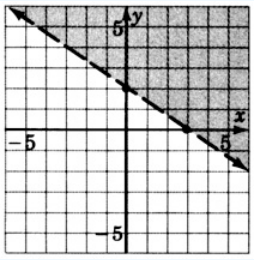


Ejercicio21.11.24

$2x+3y>6$

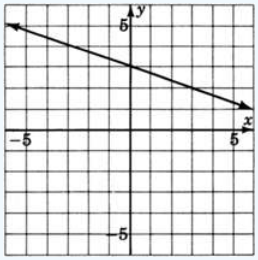


Contestar



? Ejercicio21.11.25

Al leer solo de la gráfica, determinar la ecuación de la línea.



Contestar

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$

This page titled 21.11: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **7.11: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

22: Expresiones racionales

22.1: Objetivos
22.2: Expresiones racionales
22.3: Reducción de expresiones racionales
22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales
22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD
22.6: Sumando y restando expresiones racionales
22.7: Ecuaciones racionales
22.8: Aplicaciones
22.9: Expresiones racionales Complejas
22.10: Dividir polinomios
22.11: Resumen de conceptos clave
22.12: Suplemento de ejercicio
22.13: Examen de Competencia

This page titled 22: Expresiones racionales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

22.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Expresiones racionales

- ser capaz de reconocer una expresión racional
- estar familiarizado con la igualdad y las propiedades negativas de las fracciones

Reducción de expresiones racionales

- comprender y ser capaz de utilizar el proceso de reducción de expresiones racionales

Multiplicar y dividir expresiones racionales

- ser capaz de multiplicar y dividir expresiones racionales

Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD

- entender y ser capaz de utilizar el proceso de construcción de expresiones racionales y saber por qué muchas veces es necesario construirlas
- poder encontrar la pantalla LCD de una o más expresiones

Sumando y restando expresiones racionales

- estar familiarizado con la regla básica para sumar y restar expresiones racionales
- ser capaz de sumar y restar fracciones con el mismo y con diferentes denominadores

Ecuaciones Racionales

- ser capaz de identificar ecuaciones racionales
- entender y ser capaz de utilizar el método de resolución de expresiones racionales
- ser capaz de reconocer soluciones extrañas

Aplicaciones

- ser capaz de utilizar el método de cinco pasos para resolver diversos problemas aplicados

Expresiones racionales complejas

- ser capaz de distinguir entre fracciones simples y complejas
- ser capaz de simplificar fracciones complejas usando el método combine-divide y el método LCD-Multiply-Divide

Polinomios Dividiendo

- ser capaz de dividir un polinomio por un monomio
- entender el proceso y ser capaz de dividir un polinomio por un polinomio

This page titled 22.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.2: Expresiones racionales

Expresiones racionales

En aritmética, se observa que una fracción es un cociente de dos números enteros. La expresión $\frac{a}{b}$, donde a y b son cualesquiera dos números enteros y $b \neq 0$, se llama fracción. El número superior, a, se llama numerador, y el número inferior b,, se llama denominador.

Fracción Algebraica Simple

Definimos una fracción algebraica simple de manera similar. En lugar de restringirnos sólo a números, utilizamos polinomios para el numerador y denominador. Otro término para una fracción algebraica simple es una **expresión racional**. Una expresión racional es una expresión de la forma $\frac{P}{Q}$, donde P y Q son ambos polinomios y Q nunca representa el polinomio cero.

Expresión Racional

Una **expresión racional** es una expresión algebraica que se puede escribir como el cociente de dos polinomios.

Los ejemplos 1—4 son expresiones racionales:

Ejemplo 22.2.1

$\frac{x+9}{x-7}$ es una expresión racional: P es $x+9$ y Q es $x-7$.

Ejemplo 22.2.2

$\frac{x^3+5x^2-12x+1}{x^4-10}$ es una expresión racional. P es $x^3+5x^2-12x+1$ y Q es x^4-10

Ejemplo 22.2.3

$\frac{3}{8}$ es una expresión racional: P es 3 y Q es 8.

Ejemplo 22.2.4

$4x-5$ es una expresión racional ya que se $4x-5$ puede escribir como $\frac{4x-5}{1}$: P es $4x-5$ y Q es 1.

Ejemplo 22.2.5

$\frac{\sqrt{5x^2-8}}{2x-1}$ **no** es una expresión racional ya que no $\sqrt{5x^2-8}$ es un polinomio.

En la expresión racional $\frac{P}{Q}$, P se llama numerador y Q se llama denominador.

Dominio de una expresión racional

Dado que la división por cero no está definida, debemos tener cuidado de anotar los valores para los que es válida la expresión racional. La colección de valores para la que se define la expresión racional se denomina **dominio** de la expresión racional. (Recordemos nuestro estudio del dominio de una ecuación en la Sección 4.8.)

Encontrar el dominio de una expresión racional

Para encontrar el dominio de una expresión racional debemos preguntarnos: “¿Qué valores, si los hay, de la variable harán que el denominador sea cero?” Para encontrar estos valores, establecemos el denominador igual a cero y resolvemos. Si se obtienen valores de producción cero, no se incluyen en el dominio. Todos los demás números reales están incluidos en el dominio (a menos que algunos hayan sido excluidos por razones situacionales particulares).

Propiedad de factor cero

A veces para encontrar el dominio de una expresión racional, es necesario factorial el denominador y usar la **propiedad de factor cero** de los números reales.

Propiedad de factor cero

Si dos números reales$a$ yb se multiplican juntos y el producto resultante es0, entonces al menos uno de los factores debe ser cero, es decir, cualquiera$a = 0, b = 0$, o ambos$a = 0$ y$b = 0$.

Los siguientes ejemplos ilustran el uso de la propiedad de factor cero.

Ejemplo22.2.6

¿Qué valor producirá cero en la expresión$4x$? Por la propiedad de factor cero, si$4x = 0$, entonces$x = 0$.

Ejemplo22.2.7

¿Qué valor producirá cero en la expresión$8(x - 6)$? Por la propiedad de factor cero, si$8(x - 6) = 0$, entonces:

\ (\ comenzar {alineado}
x-6&=0\\
x&=0
\ end {alineado}\)

Así,$8(x - 6) = 0$ cuando$x = 6$.

Ejemplo22.2.8

¿Qué valor (es) producirá cero en la expresión$(x - 3)(x + 5)$? Por la propiedad de factor cero, si$(x - 3)(x + 5) = 0$, entonces:

\ (\ begin {alineado}
x-3&=0&\ text {o} &x+5&=0\\
x&=3&&&x&=-5
\ end {alineado}\)

Así,$(x - 3)(x + 5) = 0$ cuando$x = 3$ o$x = -5$.

Ejemplo22.2.9

¿Qué valor (es) producirá cero en la expresión$x^2 + 6x + 8$? Debemos factorizar$x^2 + 6x + 8$ para ponerlo en la forma de propiedad de factor cero.

$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$

Ahora,$(x + 2)(x + 4) = 0$ cuando

\ (\ begin {alineado}
x+2&=0&\ text {o} &x+4&=0\\
x&=-2&&&x&=-4
\ end {alineado}\)

Así,$x^2 + 6x + 8 = 0$ cuando$x = -2$ o$x = -4$.

Ejemplo22.2.10

¿Qué valor (es) producirá cero en la expresión$6x^2-19x-7$? Debemos factorizar$6x^2-19x-7$ para ponerlo en la forma de propiedad de factor cero.

$6x^2-19x-7=(3x+1)(2x-7)$

Ahora,$(3x+1)(2x-7)=0$ cuando

\ (\ begin {alineado}
3x+1&=0&\ text {o} &2x-7&=0\\
3x&=-1&&&2x&=7
\ end {alineado}\)

Por lo tanto,$6x^2-19x-7=0$ cuando$x=\dfrac{-1}{3}$ o$\dfrac{7}{2}$

Conjunto de Muestras A

Encuentra el dominio de las siguientes expresiones.

Ejemplo22.2.11

$$\frac{5}{x-1}$$

El dominio es la colección de todos los números reales excepto1. No se incluye uno, por si$x=1$, división por cero resultados.

Ejemplo22.2.12

$$\frac{3a}{2a-8}$$

Si establecemos$2a-8$ igual a cero, nos encontramos con eso$a=4$.

\ (\ begin {alineado}
2a - 8 &=0\\
2a &= 8\\
a &=4
\ end {alineado}\)

Por lo tanto, 4 debe ser excluido del dominio ya que producirá división por cero. El dominio es la colección de todos los números reales excepto 4.

Ejemplo22.2.13

$$\frac{5x-1}{(x+2)(x-6)}.$$

Ajuste$(x+2)(x-6)=0$, nos encontramos con eso$x=-2$ y$x=6$. Ambos valores producen división por cero y deben ser excluidos del dominio. El dominio es la colección de todos los números reales excepto-2 y6.

Ejemplo22.2.14

$$\frac{9}{(x^2-2x-15}.$$

Ajuste$x^2-2x-15=0$, obtenemos:

\ (\ begin {alineado}
(x+3) (x-5) &=0\\

x&=-3, 5
\ end {alineado}\)

Así,$x = -3$ y$x = 5$ producir división por cero y deben ser excluidos del dominio. El dominio es la colección de todos los números reales excepto-3 y5.

Ejemplo22.2.15

$$\frac{2x^2+x-7}{x(x-1)(x-3)(x+10)}$$

Ajuste$x(x-1)(x-3)(x+10) = 0$, obtenemos$x = 0, 1, 3, -10$. Estos números deben ser excluidos del dominio. El dominio es la colección de todos los números reales excepto$0, 1, 3, -10$.

Ejemplo22.2.16

$$\frac{8b+7}{(2b+1)(3b-2)}.$$

Ajuste$(2b+1)(3b-2) = 0$, obtenemos$b = -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$. El dominio es la colección de todos los números reales excepto$-\frac{1}{2}$ y$\frac{2}{3}$.

Ejemplo22.2.17

$$\frac{4x-5}{x^2+1}.$$

Nox se excluye ningún valor de ya que para cualquier elección de$x$, el denominador nunca es cero. El dominio es la colección de todos los números reales.

Ejemplo22.2.18

$$\frac{x-9}{6}$$

Nox se excluye ningún valor de ya que para cualquier elección de$x$, el denominador nunca es cero. El dominio es la colección de todos los números reales.

Conjunto de práctica A

Encuentra el dominio de cada una de las siguientes expresiones racionales.

Problema de práctica22.2.1

$$\frac{2}{x-7}$$

Contestar

7

Problema de práctica22.2.2

$$\frac{5x}{x(x+4)}$$

Contestar

$0, -4$

Problema de práctica22.2.3

$$\frac{2x+1}{(x+2)(1-x)}$$

Contestar

$-2,\ 1$

Problema de práctica22.2.4

$$\frac{5a+2}{a^2+6a+8}$$

Contestar

$-2,\ -4$

Problema de práctica22.2.5

$$\frac{12y}{3y^2-2y-8}$$

Contestar

$(-\frac{4}{3}, 2)$

Problema de práctica22.2.6

$$\frac{2m-5}{m^2+3}$$

Contestar

Todos los números reales comprenden el dominio.

Problema de práctica22.2.7

$$\frac{k^2-4}{5}$$

Contestar

Todos los números reales comprenden el dominio.

La propiedad de igualdad de las fracciones

Por nuestra experiencia con la aritmética, podemos recordar la propiedad de igualdad de las fracciones. a, b, c, dDejen ser números reales tales que$b \neq 0$ y$d \neq 0$.

Propiedad de Igualdad de Fracciones

Si$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces$ad = bc$.

Si$ad = bc$, entonces$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Dos fracciones son iguales cuando sus productos cruzados son iguales.

Vemos esta propiedad en los siguientes ejemplos:

Ejemplo22.2.18

$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$, ya que$2\cdot 12\ =3\cdot 8$.

Ejemplo22.2.19

$\frac{5y}{2}=\frac{15y^2}{6y}$, desde$5y\cdot 6y=2\cdot 15y^2$ y$30y^2=30y^2$.

Ejemplo22.2.20

Dado que$9a\cdot 4=18a\cdot 2$, $\frac{9a}{18a}=\frac{2}{4}$

La propiedad negativa de las fracciones

Una propiedad útil de las fracciones es la **propiedad negativa de las fracciones**.

Propiedad Negativa de Fracciones

El signo negativo de una fracción se puede colocar:

- frente a la fracción$-\frac{a}{b}$,

- en el numerador de la fracción$\frac{-a}{b}$,

- en el denominador de la fracción$\frac{a}{-b}$,

Las tres fracciones tendrán el mismo valor, es decir,

$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$

La propiedad negativa de las fracciones se ilustra por las fracciones

$-\frac{3}{4}=\frac{-3}{4}=\frac{3}{-4}$

Para ver esto, considere$-\frac{3}{4}=\frac{-3}{4}$. ¿Es esto correcto?

Por la propiedad de igualdad de fracciones,$-(3\cdot 4)=-13$ y$-3\cdot 4=-12$. Así,$-\frac{3}{4}=\frac{-3}{4}$. Convénzate de que las otras dos fracciones son iguales también.

Esta misma propiedad es válida para expresiones racionales y signos negativos. Esta propiedad suele ser bastante útil para simplificar una expresión racional (como deberemos hacer en secciones posteriores).

Si bien el numerador o denominador de una fracción o de una fracción misma es precedido inmediatamente por un signo negativo, suele ser más conveniente colocar el signo negativo en el numerador para operaciones posteriores.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo22.2.21

$\frac{x}{-4}$se escribe mejor como$\frac{-x}{4}$

Ejemplo22.2.21

$-\frac{y}{9}$ se escribe mejor como $\frac{-y}{9}$

Ejemplo22.2.21

$-\frac{x-4}{2x-5}$ podría escribirse como $\frac{-(x-4)}{2x-5}$, que luego cedería $\frac{-x+4}{2x-5}$

Ejemplo22.2.21

$\frac{-5}{-10-x}$. Facturar nuestro -1 desde el denominador.

$\frac{-5}{-(10+x)}$ Un negativo dividido por un negativo es un positivo

$\frac{5}{10+x}$

Ejemplo22.2.21

$-\frac{3}{7-x}$. Reescribe esto.

$\frac{-3}{7-x}$ Factor fuera -1 del denominador.

$\frac{-3}{-(-7+x)}$ Un negativo dividido por un negativo es positivo.

$\frac{3}{-7+x}$ Reescribir.

$\frac{3}{x-7}$

Esta expresión parece menos engorrosa que la original (menos signos menos).

Set de práctica B

Rellena el término que falta.

Problema de práctica22.2.8

$-\frac{5}{y-2}=\frac{?}{y-2}$

Contestar

-5

Problema de práctica22.2.9

$-\frac{a+2}{-a+3}=\frac{?}{a-3}$

Contestar

$a+2$

Problema de práctica22.2.10

$$-\frac{8}{5-y}=\frac{?}{y-5}$$

Contestar

8

Ejercicios

Para los siguientes problemas, encuentra el dominio de cada una de las expresiones racionales.

Ejercicio22.2.1

$$\frac{6}{x-4}$$

Contestar

$x \neq 4$

Ejercicio22.2.2

$$\frac{-3}{x-8}$$

Ejercicio22.2.3

$$\frac{-11x}{x+1}$$

Contestar

$x \neq -1$

Ejercicio22.2.4

$$\frac{x+10}{x+4}$$

Ejercicio22.2.5

$$\frac{x-1}{x^2-4}$$

Contestar

$x \neq -2, 2$

Ejercicio22.2.6

$$\frac{x+7}{x^2-9}$$

Ejercicio22.2.7

$$\frac{-x+4}{x^2-36}$$

Contestar

$x \neq -6,\ 6$

Ejercicio22.2.8

$$\frac{-a+5}{a(a-5)}$$

Ejercicio22.2.9

$$\frac{2b}{b(b+6)}$$

Contestar

$b \neq 0, -6$

Ejercicio22.2.10

$$\frac{3b+1}{b(b-4)(b+5)}$$

Ejercicio22.2.11

$$\frac{3x+4}{x(x-10)(x+1)}$$

Contestar

$x \neq 0, 10, -1$

Ejercicio22.2.12

$$\frac{-2x}{x^2(4-x)}$$

Ejercicio22.2.13

$$\frac{6a}{a^3(a-5)(7-a)}$$

Contestar

$x \neq 0, 5, 7$

Ejercicio22.2.14

$$\frac{-5}{a^2+6a+8}$$

Ejercicio22.2.15

$$\frac{-8}{b^2-4b+3}$$

Contestar

$b \neq 1, 3$

Ejercicio22.2.16

$$\frac{x-1}{x^2-9x+2}$$

Ejercicio22.2.17

$$\frac{y-9}{y^2-y-20}$$

Contestar

$y \neq 5, -4$

Ejercicio22.2.18

$$\frac{y-6}{2y^2-3y-2}$$

Ejercicio22.2.19

$$\frac{2x+7}{6x^3+x^2-2x}$$

Contestar

$x \neq 0, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}$

Ejercicio22.2.20

$$\frac{-x+4}{x^3-8x^2+12x}$$

Para los siguientes problemas, mostrar que las fracciones son equivalentes.

Ejercicio22.2.21

$\frac{-3}{5}$y$-\frac{3}{5}$

Contestar

$(-3)5 = -15, -(3 \cdot 5) = -15$

Ejercicio22.2.22

$\frac{-2}{7}$y$-\frac{2}{7}$

Ejercicio22.2.23

$-\frac{1}{4}$y$\frac{-1}{4}$

Contestar

$-(1\cdot 4)=-4, 4(-1)=-4$

Ejercicio22.2.24

$\frac{-2}{3}$y$-\frac{2}{3}$

Ejercicio22.2.25

$\frac{-9}{10}$y$\frac{9}{-10}$

Contestar

$(-9)(-10)=90$y$(9)(10)=90$

Para los siguientes problemas, llene el término que falta.

Ejercicio22.2.26

$-\frac{4}{x-1}=\frac{?}{x-1}$

Ejercicio22.2.27

$-\frac{2}{x+7}=\frac{?}{x+7}$

Contestar

-2

Ejercicio22.2.28

$-\frac{3x+4}{2x-1}=\frac{?}{2x-1}$

Ejercicio22.2.29

$-\frac{2x+7}{5x-1}=\frac{?}{5x-1}$

Contestar

$-2x-7$

Ejercicio22.2.30

$$-\frac{x-2}{6x-1}=\frac{?}{6x-1}$$

Ejercicio22.2.31

$$-\frac{x-4}{2x-3}=\frac{?}{2x-3}$$

Contestar

$-x+4$

Ejercicio22.2.32

$$-\frac{x+5}{-x-3}=\frac{?}{x+3}$$

Ejercicio22.2.33

$$-\frac{a+1}{-a-6}=\frac{?}{a+6}$$

Contestar

$a+1$

Ejercicio22.2.34

$$\frac{x-7}{-x+2}=\frac{?}{x-2}$$

Ejercicio22.2.35

$$\frac{y+10}{-y-6}=\frac{?}{y+6}$$

Contestar

$-y-10$

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.2.36

Escribe$(\frac{15x^{-3}y^4}{5x^2y^{-7}})^2$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio22.2.37

Resolver la desigualdad compuesta$1\le 6x-5<13$

Contestar

$1\le x<3$

? Ejercicio22.2.38

Factor$8x^2 - 18x - 5$.

? Ejercicio22.2.39

Factor$x^2 - 12x + 36$

Contestar

$(x - 6)^2$

? Ejercicio22.2.40

Suministrar la palabra faltante. La frase “graficar una ecuación” se interpreta como que significa “ubicar geométricamente el ____ a una ecuación”.

This page titled 22.2: Expresiones racionales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.2: Rational Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.3: Reducción de expresiones racionales

La lógica detrás del proceso

Cuando se trabaja con expresiones racionales, a menudo es mejor escribirlas de la forma más simple posible. Por ejemplo, la expresión racional

$$\frac{x^2-4}{x^2-6x+8}$$

se puede reducir a la expresión más simple $\frac{x+2}{x-4}$ para todos x excepto $x=2,4$.

De nuestra discusión sobre la igualdad de fracciones en la Sección 8.2, sabemos que $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ cuando $ad=bc$. Este hecho nos permite deducir eso, si $k\neq 0$, $\frac{ak}{bk}=\frac{a}{b}$, desde $akb=abk$ (recordemos la propiedad conmutativa de la multiplicación). Pero este hecho significa que si un factor (en este caso, k) es común tanto al numerador como al denominador de una fracción, podemos eliminarlo sin cambiar el valor de la fracción.

$$\frac{ak}{bk}=\frac{a\cancel{k}}{b\cancel{k}}=\frac{a}{b}$$

Cancelación

El proceso de eliminación de factores comunes comúnmente se llama **cancelación**.

Ejemplo 22.3.1

$\frac{16}{40}$ se puede reducir a $\frac{2}{5}$.

Proceso:

$$\frac{16}{40}=\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 5}$$

Eliminar los tres factores de 1; $\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{2}$.

$$\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 5}=\frac{2}{5}$$

Observe que en $\frac{2}{5}$, no hay factor común al numerador y denominador.

Ejemplo 22.3.2

$\frac{111}{148}$ se puede reducir a $\frac{3}{4}$. Proceso:

$$\frac{111}{148}=\frac{3\cdot 37}{4\cdot 37}$$

Eliminar el factor de 1; $\frac{37}{37}$.

$$\frac{3\cdot \cancel{37}}{4\cdot \cancel{37}}.$$

$$\frac{3}{4}$$

Observe que en $\frac{3}{4}$, no hay otro factor común al numerador y denominador.

Ejemplo22.3.3

$\frac{3}{9}$se puede reducir a$\frac{1}{3}$. Proceso:

$\frac{3}{9}=\frac{3\cdot 1}{3\cdot 3}$.

Eliminar el factor de$1;\frac{3}{3}$.

$\frac{\cancel{3}\cdot 1}{\cancel{3}\cdot 3}=\frac{1}{3}$

Observe que en no$\frac{1}{3}$ hay factor común al numerador y denominador.

Ejemplo22.3.4

$\frac{5}{7}$no se puede reducir ya que no hay factores comunes al numerador y denominador.

Los problemas 1, 2 y 3 mostrados anteriormente podrían reducirse todos. El proceso en cada reducción incluyó los siguientes pasos:

1. Se factorizaron tanto el numerador como el denominador.
2. Se anotaron factores que eran comunes tanto al numerador como al denominador y se eliminaron dividiéndolos.

Sabemos que podemos dividir ambos lados de una ecuación por el mismo número distinto de cero, pero ¿por qué deberíamos poder dividir tanto el numerador como el denominador de una fracción por el mismo número distinto de cero? La razón es que cualquier número distinto de cero dividido por sí mismo es 1, y que si un número se multiplica por 1, se deja sin cambios.

Considera la fracción$\frac{6}{24}$. Multiplique esta fracción por1. Esto está escrito$\frac{6}{24}\cdot 1$. Pero1 se puede reescribir como$\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}}$.

$$\frac{6}{24}\cdot\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}}=\frac{6\cdot\frac{1}{6}}{24\cdot\frac{1}{6}}=\frac{1}{4}\ .$$

La respuesta,$\frac{1}{4}$, es la forma reducida. Observe que en no$\frac{1}{4}$ hay factor común tanto al numerador como al denominador. Este razonamiento proporciona justificación para la siguiente regla.

Cancelación

Multiplicar o dividir el numerador y denominador por el mismo número distinto de cero no cambia el valor de una fracción.

El Proceso

Ahora podemos exponer un proceso para reducir una expresión racional.

Reduciendo una Expresión Racional

1. Factorizar completamente el numerador y el denominador.
2. Dividir el numerador y denominador por todos los factores que tengan en común, es decir, eliminar todos los factores de 1.

Términos reducidos a los más bajos

Se dice que una expresión racional se **reduce a términos más bajos** cuando el numerador y el denominador **no** tienen factores en común.

Conjunto de Muestras A

Reducir las siguientes expresiones racionales.

Ejemplo22.3.5

$\frac{15x}{20x}$Factor.

$\frac{15x}{20x} = \frac{5 \cdot 3 \cdot x}{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x}$. Los factores que son comunes tanto al numerador como al denominador son5 yx. Dividir cada uno por $5x$.

$$\frac{\cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{x}}{\cancel{5} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{x}} = \frac{3}{4}, x \neq 0 .$$

Es útil trazar una línea a través de los factores divididos.

Ejemplo22.3.6

$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 8}$. Factor.

$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x-4)}$. El factor que es común tanto al numerador como al denominador es$x-2$. Dividir cada uno por$x-2$.

$$\frac{(x+2)\ \cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x-4)} = \frac{x+2}{x-4}, x \neq 2, 4 .$$

La expresión$\frac{x-2}{x-4}$ es la forma reducida ya que no hay factores comunes tanto al numerador como al denominador. Si bien hay un$x$ en ambos, es un **término común**, no un **factor común**, y por lo tanto no se puede dividir.

PRECAUCIÓN - Este es un error común: ¡$\frac{x-2}{x-4} = \frac{\cancel{x}-2}{\cancel{x}-4} = \frac{2}{3}$ es **incorrecto!**

Ejemplo22.3.7

$\frac{a+2b}{6a+12b}$. Factor.

$$\frac{a+2b}{6(a+2b)} = \frac{\cancel{a+2b}}{6\ \cancel{(a+2b)}} = \frac{1}{6}, a \neq -2b .$$

Dado que$a+2b$ es un factor común tanto para el numerador como para el denominador, dividimos ambos por$a+2b$. Ya que $\frac{(a+2b)}{(a+2b)} = 1$, nos metemos$1$ en el numerador.

A veces podemos reducir una expresión racional mediante el uso de la regla de división de exponentes.

Ejemplo22.3.8

$\frac{8x^2y^5}{4xy^2}$. Factorizar y usar la regla$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

$\frac{8x^2y^5}{4xy^2} = \frac{2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2}x^{2-1}y^{5-2}$

$= 2xy^3, x \neq 0, y \neq 0$

Ejemplo22.3.9

$\frac{-10x^3a(x^2-36)}{2x^3-10x^2-12x}$. Factor.

\ (\ begin {alineado}
\ dfrac {-10x^3a (x^2-36)} {2x^3-10x^2-12x} &=\ dfrac {-5\ cdot 2x^3a (x+6) (x-6)} {2x (x^2 - 5x - 6)}\\
&=\ dfrac {-5\ cdot 2x^3a (x+6) (x-6)} {2x (x-6) (x+1)}\\
&=\ dfrac {-5\ cdot\ cancel {2} x^ {\ cancel {3}} a (x+6) (x-6)} {\ cancelar {2}\ cancelar {x}\ cancelar {(x-6) } (x+1)}\\
&=\ dfrac {-5x^2a (x+6)} {x-1}, x\ not = -1, 6
\ end {alineado}\)

Ejemplo22.3.10

$\frac{x^2-x-12}{-x^2+2x+8}$. Ya que es más conveniente tener los términos principales de un polinomio positivo, factor fuera-1 del denominador.

$\frac{x^2-x-12}{-(x^2-2x-8)}$. Reescribe esto.

$-\frac{x^2-x-12}{x^2-2x-8}$. Factor

$-\frac{\cancel{(x-4)}(x+3)}{\cancel{(x-4)}(x+2)}$

$-\frac{x+3}{x+2} = \frac{-(x+3)}{x+2} = \frac{-x-3}{x+2}, x \neq -2, 4$

Ejemplo22.3.11

$\frac{a-b}{b-a}$. El numerador y el denominador tienen los mismos términos pero ocurren con signos opuestos. Factor-1 desde el denominador.

$\frac{a-b}{-(-b+a)} = \frac{a-b}{-(a-b)} = -\frac{\cancel{a-b}}{\cancel{a-b}} = -1, a \neq b$

Conjunto de práctica A

Reducir cada una de las siguientes fracciones a términos más bajos.

Problema de práctica22.3.1

$\frac{30y}{35y}$

Contestar

$\frac{6}{7}$

? Problema de práctica22.3.2

$$\frac{x^2-9}{x^2+5x+6}$$

Contestar

$\frac{x-3}{x+2}$

? Problema de práctica22.3.3

$$\frac{x+2b}{4x+8b}$$

Contestar

$\frac{1}{4}$

? Problema de práctica22.3.4

$$\frac{18a^3b^5c^7}{3ab^3c^5}$$

Contestar

$6a^2b^2c^2$

? Problema de práctica22.3.5

$$\frac{-3a^4+75a^2}{2a^3-16a^2+30a}$$

Contestar

$\frac{-3a(a+5)}{2(a-3)}$

? Problema de práctica22.3.6

$$\frac{x^2-5x+4}{-x^2+12x-32}$$

Contestar

$\frac{-x+1}{x-8}$

Problema de práctica22.3.7

$$\frac{2x-y}{y-2x}$$

Contestar

-1

Ejercicios

Para los siguientes problemas, reducir cada expresión racional a los términos más bajos.

Ejercicio22.3.1

$$\frac{6}{3x-12}$$

Contestar

$$\frac{2}{(x-4)}$$

Ejercicio22.3.2

$$\frac{8}{4a-16}$$

Ejercicio22.3.3

$$\frac{9}{3y-21}$$

Contestar

$$\frac{3}{(y-7)}$$

Ejercicio22.3.4

$$\frac{10}{5x-5}$$

Ejercicio22.3.5

$$\frac{7}{7x-14}$$

Contestar

$$\frac{1}{(x-2)}$$

Ejercicio22.3.6

$$\frac{6}{6x-18}$$

Ejercicio22.3.7

$$\frac{2y^2}{8y}$$

Contestar

$$\frac{1}{4}y$$

Ejercicio22.3.8

$$\frac{4x^3}{2x}$$

Ejercicio22.3.9

$$\frac{16a^2b^3}{2ab^2}$$

Contestar

$$8ab$$

Ejercicio22.3.10

$$\frac{20a^4b^4}{4ab^2}$$

Ejercicio22.3.11

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x+5)}$$

Contestar

$$\frac{x-2}{x+5}$$

Ejercicio22.3.12

$$\frac{(y-1)(y-7)}{(y-1)(y+6)}$$

Ejercicio22.3.13

$$\frac{(a+6)(a-5)}{(a-5)(a+2)}$$

Contestar

$$\frac{a+6}{a+2}$$

Ejercicio22.3.14

$$\frac{(m-3)(m-1)}{(m-1)(m+4)}$$

Ejercicio22.3.15

$$\frac{(y-2)(y-3)}{(y-3)(y-2)}$$

Contestar

1

Ejercicio22.3.16

$$\frac{(x+7)(x+8)}{(x+8)(x+7)}$$

Ejercicio22.3.17

$$\frac{-12x^2(x+4)}{4x}$$

Contestar

$-3x(x+4)$

Ejercicio22.3.18

$$\frac{-3a^4(a-1)(a+5)}{-2a^3(a-1)(a+9)}$$

Ejercicio22.3.19

$$\frac{6x^2y^5(x-1)(x+4)}{-2xy(x+4)}$$

Contestar

$-3xy^4(x-1)$

Ejercicio22.3.20

$$\frac{22a^4b^6c^7(a+2)(a-7)}{4c(a+2)(a-5)}$$

Ejercicio22.3.21

$$\frac{(x+10)^3}{x+10}$$

Contestar

$(x+10)^2$

Ejercicio22.3.22

$$\frac{(y-6)^7}{y-6}$$

Ejercicio22.3.23

$$\frac{(x-8)^2(x+6)^4}{(x-8)(x+6)}$$

Contestar

$$(x-8)(x+6)^3$$

Ejercicio22.3.24

$$\frac{(y-2)^6(y-1)^4}{(y-2)^3(y-1)^2}$$

Contestar

$$(y-2)^3(y-1)^2$$

Ejercicio22.3.25

$$\frac{(x+10)^5(x-6)^3}{(x-6)(x+10)^2}$$

Ejercicio22.3.26

$$\frac{(a+6)^2(a-7)^6}{(a+6)^5(a-7)^2}$$

Contestar

$$\frac{(a-7)^4}{(a+6)^3}$$

Ejercicio22.3.27

$$\frac{(m+7)^4(m-8)^5}{(m+7)^7(m-8)^2}$$

Ejercicio22.3.28

$$\frac{(a+2)(a-1)^3}{(a+1)(a-1)}$$

Contestar

$$\frac{(a+2)(a-1)^2}{(a+1)}$$

Ejercicio22.3.29

$$\frac{(b+6)(b-2)^4}{(b-1)(b-2)}$$

Ejercicio22.3.30

$$\frac{8(x+2)^3(x-5)^6}{2(x+2)(x-5)^2}$$

Contestar

$$4(x+2)^2(x-5)^4$$

Ejercicio22.3.31

$$\frac{14(x-4)^3(x-10)^6}{-7(x-4)^2(x-10)^2}$$

Ejercicio22.3.32

$$\frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-15}$$

Ejercicio22.3.33

$$\frac{x^2-10x+21}{x^2-6x-7}$$

Contestar

$$\frac{(x-3)}{(x+1)}$$

Ejercicio22.3.34

$$\frac{x^2+10x+24}{x^2+6x}$$

Ejercicio22.3.35

$$\frac{x^2+9x+14}{x^2+7x}$$

Contestar

$$\frac{(x+2)}{x}$$

Ejercicio22.3.36

$$\frac{6b^2-b}{6b^2+11b-2}$$

Ejercicio22.3.37

$$\frac{3b^2+10b+3}{3b^2+7b+2}$$

Contestar

$$\frac{b+3}{b+2}$$

Ejercicio22.3.38

$$\frac{4b^2-1}{2b^2+5b-3}$$

Ejercicio22.3.39

$$\frac{16a^2-9}{4a^2-a-3}$$

Contestar

$$\frac{(4a-3)}{(a-1)}$$

Ejercicio22.3.40

$$\frac{20x^2+28xy+9y^2}{4x^2+4xy+y^2}$$

Para los siguientes problemas, reducir cada expresión racional si es posible. De no ser posible, declarar la respuesta en los términos más bajos.

Ejercicio22.3.41

$$\frac{x+3}{x+4}$$

Contestar

$$\frac{(x+3)}{(x+4)}$$

Ejercicio22.3.42

$$\frac{a+7}{a-1}$$

Ejercicio22.3.43

$$\frac{3a+6}{3}$$

Contestar

$$a+2$$

Ejercicio22.3.44

$$\frac{4x+12}{4}$$

Ejercicio22.3.45

$$\frac{5a-5}{-5}$$

Contestar

$-(a-1)$ o $-a+1$

Ejercicio22.3.46

$$\frac{6b-6}{-3}$$

Ejercicio22.3.47

$$\frac{8x-16}{-4}$$

Contestar

$-2(x-2)$

Ejercicio22.3.48

$$\frac{4x-7}{-7}$$

Ejercicio22.3.49

$$\frac{-3x+10}{10}$$

Contestar

$$\frac{-3x+10}{10}$$

Ejercicio22.3.50

$$\frac{x-2}{2-x}$$

Ejercicio22.3.51

$$\frac{a-3}{3-a}$$

Contestar

-1

Ejercicio22.3.52

$$\frac{x^3 - x}{x}$$

Ejercicio22.3.53

$$\frac{y^4 - y}{y}$$

Contestar

$y^3 - 1$

Ejercicio22.3.54

$$\frac{a^5 - a^2}{a}$$

Ejercicio22.3.55

$$\frac{a^6 - a^4}{a^3}$$

Contestar

$a(a+1)(a-1)$

Ejercicio22.3.56

$$\frac{4b^2 + 3b}{b}$$

Ejercicio22.3.57

$$\frac{2a^3 + 5a}{a}$$

Contestar

$2a^2 + 5$

Ejercicio22.3.58

$$\frac{a}{a^3 + a}$$

Ejercicio22.3.59

$$\frac{x^4}{x^5 - 3x}$$

Contestar

$$\frac{x^3}{x^4 - 3}$$

Ejercicio22.3.60

$$\frac{-a}{-a^2-a}$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.3.61

Escribe$\left(\frac{4^4a^8b^{10}}{4^2a^6b^2}\right)^{-1}$ para que solo aparezcan exponenetes positivos.

Contestar

$$\frac{1}{16a^2b^8}$$

Ejercicio22.3.62

Factory^4-16

Ejercicio22.3.63

Factor$10x^2-17x+3$

Contestar

$(5x-1)(2x-3)$

Ejercicio22.3.64

Suministrar la palabra faltante. Se dice que una ecuación expresada en la forma$ax+by=c$ se expresa en forma ____.

Ejercicio22.3.65

Encuentra el dominio de la expresión racional:$\frac{2}{x^2-3x-18}$

Contestar

$x\neq -3,6$

This page titled 22.3: Reducción de expresiones racionales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.3: Reducing Rational Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales

Multiplicación de expresiones racionales

Las expresiones racionales se multiplican juntas de la misma manera que las fracciones aritméticas se multiplican juntas. Para multiplicar números racionales, hacemos lo siguiente:

Método para multiplicar números racionales

1. Reduzca cada fracción a los términos más bajos.
2. Multiplique los numeradores juntos.
3. Multiplique los denominadores juntos.

Las expresiones racionales se multiplican juntas usando exactamente los mismos tres pasos. Dado que las expresiones racionales tienden a ser más largas que las fracciones aritméticas, podemos simplificar el proceso de multiplicación agregando un paso más.

Método para multiplicar expresiones racionales

1. Factorizar todos los numeradores y denominadores.
2. Reducir a términos más bajos primero dividiendo todos los factores comunes. (Es perfectamente legítimo cancelar el numerador de una fracción con el denominador de otra.)
3. Multiplicar numeradores juntos.
4. Multiplicar denominadores. A menudo es conveniente, pero no necesario, dejar denominadores en forma factorizada.

Conjunto de Muestras A

Realiza las siguientes multiplicaciones.

Ejemplo22.4.1

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 1}{4\cdot 2}=\frac{3}{8}$$

Ejemplo22.4.2

$$\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{6}=\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{9}\cdot\frac{1}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{4\cdot 1}{9\cdot 3}=\frac{4}{27}$$

Ejemplo22.4.3

$$\frac{3x}{5y}\cdot\frac{7}{12y}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}x}{5y}\cdot\frac{7}{\underset{4}{\cancel{12}}y}=\frac{x\cdot 7}{5y\cdot 4y}=\frac{7x}{20y^2}$$

Ejemplo22.4.4

$\frac{x+4}{x-2}\cdot\frac{x+7}{x+4}$ Dividir el factor común$x+4$.

$\frac{\cancel{x+4}}{x-2}\cdot\frac{x+7}{\cancel{x+4}}$ Multiplique los numeradores y denominadores juntos.

$\frac{x+7}{x-2}$

Ejemplo22.4.5

$\frac{x^2+x-6}{x^2-4x+3} \cdot \frac{x^2-2x-3}{x^2+4x-12}$. Factor.

$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x-1)} \cdot \frac{(x-3)(x+1)}{(x+6)(x-2)}$. Dividir los factores comunes$x-2$ y$x-3$.

$\frac{(x+3)\ (x-2)}{(x-3)(x-1)} \cdot \frac{(x-3)(x+1)}{(x+6)\ (x-2)}$ Multiplicar.

$\frac{(x+3)(x+1)}{(x-1)(x+6)}$ o $\frac{(x62+4x+3}{(x-1)(x+6)}$ o $\frac{(x^2+4x+3}{x^2+5x-6}$

Cada una de estas tres formas es una forma aceptable de la misma respuesta.

Ejemplo22.4.6

$\frac{2x+6}{6x-16} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-x-12}$. Factor.

$\frac{2(x+3)}{8(x-2)} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-4)(x+3)}$. Dividir los factores comunes$2, x+3$ y$x-2$.

$\frac{2\ (x+3)}{8\ (x-2)} \cdot \frac{(x+2)\ (x-2)}{(x+3)(x-4)}$ Multiplicar.

$\frac{x+2}{4(x-4)}$ o $\frac{x+2}{4x-16}$

Ambas formas son formas aceptables de la misma respuesta.

Ejemplo22.4.7

$3x^2 \cdot \frac{x+7}{x-5}$. Reescribir$3x^2$ como$\frac{3x^2}{1}$.

$\frac{3x^2}{1} \cdot \frac{x+7}{x-5}$. Multiplicar.

$\frac{3x^2(x+7)}{x-5}$

Ejemplo22.4.8

$(x-3) \cdot \frac{4x-9}{x^2-6x+9}$

$\frac{(x-3)}{1} \cdot \frac{4x-9}{(x-3)(x-3)}$

$\frac{4x-9}{x-3}$

Ejemplo22.4.9

$\frac{-x^2-3x-2}{x^2+8x+15} \cdot \frac{4x+20}{x^2+2x}$. Factor$-1$ desde el primer numerador.

$\frac{-(x^2+3x+2)}{x^2+8x+15} \cdot \frac{4x+20}{x^2+2}$. Factor.

$\frac{-(x+1)\,(x+2)}{(x+3)\,(x+5)} \cdot \frac{4\,(x+5)}{x\,(x+2)}$ Multiplicar.

$\frac{-4(x+1)}{x(x+3)} = \frac{-4x-1}{x(x+3)}$ o $\frac{-4x-1}{x^2+3x}$

Conjunto de práctica A

Realiza cada multiplicación.

? Problema de práctica22.4.1

$\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{7}$

Contestar

$\frac{10}{7}$

? Problema de práctica22.4.2

$\frac{a^3}{b^2c^2} \cdot \frac{c^5}{a^5}$

Contestar

$\frac{c^3}{a^2b^2}$

? Problema de práctica22.4.3

$\frac{y-1}{y^2+1} \cdot \frac{y+1}{y^2-1}$

Contestar

$\frac{1}{y^2+1}$

? Problema de práctica22.4.4

$\frac{x^2-x-12}{x^2+7x+6} \cdot \frac{x^2-4x-5}{x^2-9x+20}$

Contestar

$\frac{x+3}{x+6}$

? Problema de práctica22.4.5

$\frac{x^2+6x+8}{x^2-6x+8} \cdot \frac{x^2-2x-8}{x^2+2x-8}$

Contestar

$$\frac{(x+2)^2}{(x-2)^2}$$

División de expresiones racionales

Para dividir una expresión racional por otra, primero invertimos el divisor y luego multiplicamos las dos expresiones. Simbólicamente, si dejamos$P, Q, R,$ yS representamos polinomios, podemos escribir

$$\frac{P}{Q} \div \frac{R}{S} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{S}{R} = \frac{P \cdot S}{Q \cdot R} \tag{22.4.1}$$

Conjunto de Muestras B

Realizar las siguientes divisiones.

Ejemplo22.4.10

$\frac{6x^2}{5a} \div \frac{2x}{10a^3}$ Invertir el divisor y multiplicar

$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}\cancel{x^2}}{\cancel{5}\cancel{a}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{10}}\cancel{a^3}}{\cancel{2}\cancel{x}} = \frac{3x \cdot 2a^2}{1} = 6a^2x$

Ejemplo22.4.11

$\frac{x^2+3x-10}{2x-2} \div \frac{x^2+9x+20}{x^2+3x-4}$ Invertir y Multiplicar.

$\frac{x^2+3x-10}{2x-2} \cdot \frac{x^2+3x-4}{x^2+9x+20}$. Factor

$\frac{\cancel{(x+5)}\cancel{(x-2)}}{2\ \cancel{(x-2)}} \cdot \frac{\cancel{(x+4)}\ \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x+5)}\ \cancel{(x+4)}}$

$\frac{x-2}{2}$

Ejemplo22.4.12

$(4x+7) \div \frac{12x+21}{x-2}$. Escribir$4x+7$ como$\frac{4x+7}{1}$.

$\frac{4x+7}{1} \div \frac{12x+21}{x-2}$ Invertir y multiplicar.

$\frac{4x+7}{1} \div \frac{x-2}{12x+21}$. Factor.

$\frac{\cancel{4x+7}}{1} \cdot \frac{x-2}{3\ \cancel{(4x+7)}} = \frac{x-2}{3}$

Set de práctica B

Realizar cada división.

Problema de práctica22.4.6

$$\frac{8m^2n}{3a^5b^2} \div \frac{2m}{15a^7b^2}$$

Contestar

$20a^2mn$

Problema de práctica22.4.7

$$\frac{x^2-4}{x^2+x-6} \div \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+3}$$

Contestar

$$\frac{x+1}{x-1}$$

Problema de práctica22.4.8

$$\frac{6a^2+17a+12}{3a+2} \div (2a+3)$$

Contestar

$$\frac{3a+4}{3a+2}$$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, realizar la multiplicación y divisiones.

Ejercicio22.4.1

$$\frac{4a^3}{5b} \cdot \frac{3b}{2a}$$

Contestar

$$\frac{6a^2}{5}$$

Ejercicio22.4.2

$$\frac{9x^4}{4y^3} \cdot \frac{10y}{x^2}$$

Ejercicio22.4.3

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}$$

Contestar

1

Ejercicio22.4.4

$$\frac{2x}{5y} \cdot \frac{5y}{2x}$$

Ejercicio22.4.5

$$\frac{12a^3}{7} \cdot \frac{28}{15a}$$

Contestar

$$\frac{16a^2}{5}$$

Ejercicio22.4.6

$$\frac{39m^4}{16} \cdot \frac{4}{13m^2}$$

Ejercicio22.4.7

$$\frac{18x^6}{7} \cdot \frac{1}{4x^2}$$

Contestar

$$\frac{9x^4}{14}$$

Ejercicio22.4.8

$$\frac{34a^6}{21} \cdot \frac{42}{17a^5}$$

Ejercicio22.4.9

$$\frac{16x^6y^3}{15x^2} \cdot \frac{25x}{4y}$$

Contestar

$$\frac{20x^5y^2}{3}$$

Ejercicio22.4.10

$$\frac{27a^7b^4}{39b} \cdot \frac{13a^4b^2}{16a^5}$$

Ejercicio22.4.11

$$\frac{10x^2y^3}{7y^5} \cdot \frac{49y}{15x^6}$$

Contestar

$$\frac{14}{3x^4y}$$

Ejercicio22.4.12

$$\frac{22m^3n^4}{11m^6n} \cdot \frac{33mn}{4mn^3}$$

Ejercicio22.4.13

$$\frac{-10p^2q}{7a^3b^2} \cdot \frac{21a^5b^3}{2p}$$

Contestar

$$-15a^2bpq$$

Ejercicio22.4.14

$$\frac{-25m^4n^3}{14r^3s^3} \cdot \frac{21rs^4}{10mn}$$

Ejercicio22.4.15

$$\frac{9}{a} \div \frac{3}{a^2}$$

Contestar

$$3a$$

Ejercicio22.4.16

$$\frac{10}{b^2} \div \frac{4}{b^3}$$

Ejercicio22.4.17

$$\frac{21a^4}{5b^2} \div \frac{14a}{15b^3}$$

Contestar

$$\frac{9a^3b}{2}$$

Ejercicio22.4.18

$$\frac{42x^5}{16y^4} \div \frac{21x^4}{8y^3}$$

Ejercicio22.4.19

$$\frac{39x^2y^2}{55p^2} \div \frac{13x^3y}{15p^6}$$

Contestar

$$\frac{9p^4y}{11x}$$

Ejercicio22.4.20

$$\frac{14mn^3}{25n^6} \div \frac{6a^2}{15x^2}$$

Contestar

$$\frac{-6b^3x}{y^4}$$

Ejercicio22.4.21

$$\frac{24p^3q}{9mn^3} \div \frac{10pq}{-21n^2}$$

Ejercicio22.4.22

$$\frac{x+8}{x+1} \cdot \frac{x+2}{x+8}$$

Contestar

$$\frac{x+2}{x+1}$$

Ejercicio22.4.23

$$\frac{x+10}{x-4} \cdot \frac{x-4}{x-1}$$

Ejercicio22.4.24

$$\frac{2x+5}{x+8} \cdot \frac{x+8}{x-2}$$

Contestar

$$\frac{2x+5}{x-2}$$

Ejercicio22.4.25

$$\frac{y+2}{2y-1} \cdot \frac{2y-1}{y-2}$$

Ejercicio22.4.26

$$\frac{x-5}{x-1} \div \frac{x-5}{4}$$

Contestar

$$\frac{4}{x-1}$$

Ejercicio22.4.27

$$\frac{x}{x-4} \div \frac{2x}{5x+1}$$

Ejercicio22.4.28

$$\frac{a+2b}{a-1} \div \frac{4a+8b}{3a-3}$$

Contestar

$$\frac{3}{4}$$

Ejercicio22.4.29

$$\frac{6m+2}{m-1} \div \frac{4m-4}{m-1}$$

Ejercicio22.4.30

$$x^3 \cdot \frac{4ab}{x}$$

Contestar

$$4abx^2$$

Ejercicio22.4.31

$$y^4 \cdot \frac{3x^2}{y^2}$$

Ejercicio22.4.32

$$2a^5 \div \frac{6a^2}{4b}$$

Contestar

$$\frac{4a^3b}{3}$$

Ejercicio22.4.33

$$16x^2y^3 \div \frac{10xy}{3}$$

Ejercicio22.4.34

$$21m^4n^2 \div \frac{3mn^2}{7n}$$

Contestar

$49m^3n$

Ejercicio22.4.35

$(x+8)\cdot\dfrac{x+2}{x+8}$

Ejercicio22.4.36

$(x-2)\cdot\dfrac{x-1}{x-2}$

Contestar

$x-1$

Ejercicio22.4.37

$(a-6)^3\cdot\dfrac{(a+2)^2}{a-6}$

Ejercicio22.4.38

$(b+1)^4\cdot\dfrac{(b-7)^3}{b+1}$

Contestar

$(b+1)^3(b-7)^3$

Ejercicio22.4.39

$(b^2+2)^3\cdot\dfrac{b-3}{(b^2+2)^2}$

Ejercicio22.4.40

$(x^3-7)^4\cdot\dfrac{x^2-1}{(x^3-7)^2}$

Contestar

$(x^3-7)^2(x+1)(x-1)$

Ejercicio22.4.41

$(x-5)\div\dfrac{x-5}{x-2}$

Ejercicio22.4.42

$(y-2)\div\dfrac{y-2}{y-1}$

Contestar

$(y-1)$

Ejercicio22.4.43

$(y+6)^3 \div \dfrac{(y+6)^2}{y-6}$

Ejercicio22.4.44

$(a-2b)^4 \div \dfrac{(a-2b)^2}{a+b}$

Contestar

$(a-2b)^2(a+b)$

Ejercicio22.4.45

$\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-4x+3} \cdot \dfrac{x^2-2x-3}{2x+2}$

Ejercicio22.4.46

$\dfrac{6x-42}{x^2-2x-3} \cdot \dfrac{x^2-1}{x-7}$

Contestar

$\dfrac{6(x-1)}{(x-3)}$

Ejercicio22.4.47

$\dfrac{3a+3b}{a^2-4a-5} \div \dfrac{9a+9b}{a^2-3a-10}$

Ejercicio22.4.48

$\dfrac{a^2-4a-12}{a^2-9} \div \dfrac{a^2-5a-6}{a^2+6a+9}$

Contestar

$\dfrac{(a+2)(a+3)}{(a-3)(a+1)}$

Ejercicio22.4.49

$\dfrac{b^2-5b+6}{b^2-b-2} \cdot \dfrac{b^2-2b-3}{b^2-9b+20}$

Ejercicio22.4.50

$$\frac{m^2-4m+3}{m^2+5m-6}\cdot\frac{m^2+4m-12}{m^2-5m+6}$$

Contestar

1

Ejercicio22.4.51

$$\frac{r^2+7r+10}{r^2-2r-8}\div\frac{r^2+6r+5}{r^2-3r-4}$$

Ejercicio22.4.52

$$\frac{2a^2+7a+3}{3a^2-5a-2}\cdot\frac{a^2-5a+6}{a^2+2a-3}$$

Contestar

$$\frac{(2a+1)(a-6)(a+1)}{(3a+1)(a-1)(a-2)}$$

Ejercicio22.4.53

$$\frac{6x^2+x-2}{2x^2+7x-4}\cdot\frac{x^2+2x-12}{3x^2-4x-4}$$

Ejercicio22.4.54

$$\frac{x^3y-x^2y^2}{x^2y-y^2}\cdot\frac{x^2-y}{x-xy}$$

Contestar

$$\frac{x(x-y)}{1-y}$$

Ejercicio22.4.55

$$\frac{4a^3b-4a^2b^2}{15a-10}\cdot\frac{3a-2}{4ab-2b^2}$$

Ejercicio22.4.56

$$\frac{x+3}{x-4}\cdot\frac{x-4}{x+1}\cdot\frac{x-2}{x+3}$$

Contestar

$$\frac{x-2}{x+1}$$

? Ejercicio22.4.57

$$\frac{x-7}{x+8}\cdot\frac{x+1}{x-7}\cdot\frac{x+8}{x-2}$$

? Ejercicio22.4.58

$$\frac{2a-b}{a+b}\cdot\frac{a+3b}{a-5b}\cdot\frac{a-5b}{2a-b}$$

Contestar

$$\frac{a+3b}{a+b}$$

? Ejercicio22.4.59

$$\frac{3a(a+1)^2}{a-5}\cdot\frac{6(a-5)^2}{5a+5}\cdot\frac{15a+30}{4a-20}$$

? Ejercicio22.4.60

$$\frac{-3a^2}{4b}\cdot\frac{-8b^3}{15a}$$

Contestar

$$\frac{2ab^2}{5}$$

? Ejercicio22.4.61

$$\frac{-6x^3}{5y^2}\cdot\frac{20y}{-2x}$$

? Ejercicio22.4.62

$$\frac{-8x^2y^3}{-5x}\div\frac{4}{-15xy}$$

Contestar

$$-6x^2y^4$$

? Ejercicio22.4.63

$$\frac{-4a^3}{3b}\div\frac{2a}{6b^2}$$

? Ejercicio22.4.64

$$\frac{-3a-3}{2a+2}\cdot\frac{a^2-3a+2}{a^2-5a-6}$$

Contestar

$$\frac{-3(a-2)(a-1)}{2(a-6)(a+1)}$$

Ejercicio22.4.65

$$\frac{x^2-x-2}{x^2-3x-4} \cdot \frac{-x^2+2x+3}{-4x-8}$$

Ejercicio22.4.66

$$\frac{-5x-10}{x^2-4x+3} \cdot \frac{x^2+4x+1}{x^2+x-2}$$

Contestar

$$\frac{-5(x^2+4x+1)}{(x-3)(x-1)^2}$$

Ejercicio22.4.67

$$\frac{-a^2-2a+15}{-6a-12} \div \frac{a^2-2a-8}{-2a-10}$$

Ejercicio22.4.68

$$\frac{-b^2-5b+14}{3b-6} \div \frac{-b^2-9b-14}{-b+8}$$

Contestar

$$\frac{-(b-8)}{3(b+2)}$$

Ejercicio22.4.69

$$\frac{3a+6}{4a-24} \cdot \frac{6-a}{3a+15}$$

Ejercicio22.4.70

$$\frac{4x+12}{x-7} \cdot \frac{7-x}{2x-2}$$

Contestar

$$\frac{-2(x+3)}{(x+1)}$$

Ejercicio22.4.71

$$\frac{-2x-2}{b^2+b-6} \cdot \frac{-b+2}{b+5}$$

? Ejercicio22.4.72

$$\frac{3x^2-6x-9}{2x^2-6x-4} \div \frac{3x^2-5x-2}{6x^2-7x-3}$$

Contestar

$$\frac{3(x-3)(x+1)(2x-3)}{2(x^2-3x-2)(x-2)}$$

? Ejercicio22.4.73

$$\frac{-2b^2-2b+4}{8b^2-28b-16} \div \frac{b^2-2b+1}{2b^2-5b-3}$$

? Ejercicio22.4.74

$$\frac{x^2+4x+3}{x^2+5x+4} \div (x+3)$$

Contestar

$$\frac{(x+4)(x-1)}{(x+3)(x^2-4x-3)}$$

? Ejercicio22.4.75

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \div (x-3)$$

? Ejercicio22.4.76

$$\frac{3x^2-21x+18}{x^2+5x+6} \div (x+2)$$

Contestar

$$\frac{3(x-6)(x-1)}{(x+2)^2(x+3)}$$

Ejercicios para revisión

? Ejercicio22.4.77

Si$a<0$, entonces$|a|=$.

? Ejercicio22.4.78

Clasificar el polinomio$4xy+2y$ como monomio, binomio o trinomio. Exponer su grado y escribir el coeficiente numérico de cada término.

Contestar

binomio; 2; 4, 2

? Ejercicio22.4.79

Encuentra el producto:$y^2(2y-1)(2y+1)$

? Ejercicio22.4.80

Traducir la frase “cuatro menos de dos veces algún número es dos más que el número” en una ecuación.

Contestar

$2x-4=x+2$

? Ejercicio22.4.81

Reducir la fracción$\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

This page titled 22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.4: Multiplying and Dividing Rational Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD

El Proceso

Recordemos, de la Sección 8.2 la propiedad de igualdad de fracciones.

Propiedad de Igualdad de Fracciones

Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $ad=bc$.

Utilizando el hecho de que $1=\frac{b}{b}, b\neq 0$, y esa 1 es la identidad multiplicativa, se deduce que si $\frac{P}{Q}$ es una expresión racional, entonces

$$\frac{P}{Q}\cdot\frac{b}{b}=\frac{Pb}{Qb}, b\neq 0$$

Esta ecuación afirma que una expresión racional puede transformarse en una expresión racional equivalente multiplicando tanto el numerador como el denominador por el mismo número distinto de cero.

Proceso de Construcción de Expresiones Racionales

Este proceso es conocido como el proceso de **construcción de expresiones racionales** y es exactamente lo contrario de reducir expresiones racionales. El proceso se muestra en estos ejemplos:

Ejemplo 22.5.1

$\frac{3}{4}$ se puede construir $\frac{12}{16}$ desde:

$$\frac{3}{4}\cdot 1=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{4}=\frac{3\cdot 4}{4\cdot 4}=\frac{12}{16}$$

Ejemplo 22.5.2

$\frac{-4}{5}$ se puede construir $\frac{-8}{10}$ desde

$$\frac{-4}{5}\cdot 1=\frac{-4}{5}\cdot\frac{2}{2}=\frac{-4\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{-8}{10}$$

Ejemplo 22.5.3

$\frac{3}{7}$ se puede construir $\frac{3xy}{7xy}$ desde

$$\frac{3}{7}\cdot 1=\frac{3}{7}\cdot\frac{xy}{xy}=\frac{3xy}{7xy}$$

Ejemplo 22.5.4

$\frac{4a}{3b}$ se puede construir $\frac{4a^2(a+1)}{3ab(a+1)}$ desde:

$$\frac{4a}{3b}\cdot 1=\frac{4a}{3b}\cdot\frac{a(a+1)}{a(a+1)}=\frac{4a^2(a+1)}{3ab(a+1)}\ .$$

Supongamos que se nos da una expresión racional $\frac{P}{Q}$ y deseamos construirla en una expresión racional con denominador Qb^2, es decir,

$$\frac{P}{Q} \rightarrow \frac{?}{Qb^2}$$

Ya que cambiamos el denominador, ciertamente debemos cambiar el numerador de la misma manera. Para determinar cómo cambiar el numerador necesitamos saber cómo se cambió el denominador. Dado que una expresión racional se construye en otra expresión equivalente por multiplicación por 1, el primer denominador debe haber sido multiplicado por alguna cantidad. Observación de

$$\frac{P}{Q} \rightarrow \frac{?}{Qb^2}$$

nos dice que Q se multiplicó por b^2. De ahí que debemos multiplicar el numerador P por b^2. Así

$$\frac{P}{Q} \rightarrow \frac{Pb^2}{Qb^2}$$

Muy a menudo una simple comparación del denominador original con el nuevo denominador nos dirá el factor que se está utilizando. Sin embargo, habrá momentos en que el factor no esté claro por simple observación. Necesitamos un método para encontrar el factor.

Observe los siguientes ejemplos; luego intente especular sobre el método.

Ejemplo 22.5.5

$$\frac{3}{4} = \frac{?}{20}$$

El denominador original 4 se multiplicó por 5 para dar 20. ¿Qué proceso aritmético dará 5 usando 4 y 20?

Ejemplo 22.5.6

$$\frac{9}{10} = \frac{?}{10y}$$

El denominador original 10 se multiplicó por y para rendir $10y$.

Ejemplo 22.5.7

$$dfrac{-6xy}{2a^3b} = \frac{?}{16a^5b^3}$$

El denominador original $2a^3b$ se multiplicó por $8a^2b^2$ para dar $16a^5b^3$

Ejemplo 22.5.8

$$\frac{5ax}{(a+1)^2} = \frac{?}{4(a+1)^2(a-2)}$$

Para determinar la cantidad por la que se multiplicó el denominador original para dar el nuevo denominador, preguntamos: "¿Por qué multiplicé el denominador original para obtener el nuevo denominador?" Encontramos este factor dividiendo el denominador original en el nuevo denominador.

Es precisamente esta cantidad por la que multiplicamos el numerador para construir la expresión racional.

Conjunto de Muestras A

Determinar **N** en cada uno de los siguientes problemas.

Ejemplo22.5.9

$$\frac{8}{3}=\frac{N}{15}$$

El denominador original es3 y el nuevo denominador es15. Divide el denominador original en el nuevo denominador y multiplica el numerador8 por este resultado. $15\div 3=5$ Entonces,$8\cdot 5=40$. Entonces,

$$\frac{8}{3}=\frac{40}{15}\text{ y}N=40.$$

Verificar reduciendo$\dfrac{40}{15}$

Ejemplo22.5.10

$$\frac{2x}{5b^2y}=\frac{N}{20b^5y^4}$$

El denominador original es$5b^2y$ y el nuevo denominador es$20b^5y^4$. Divide el denominador original en el nuevo denominador y multiplica el numerador$2x$ por este resultado.

$$\frac{20b^5y^4}{5b^2y}=4b^3y^3$$

Entonces,$2x\cdot 4b^3y^3=8b^3xy^3$. Así,

$$\frac{2x}{5b^2y}=\frac{8b^3xy^3}{20b^5y^4}\text{ y}N=8b^3xy^3.$$

Ejemplo22.5.11

$$\frac{-6a}{a+2}=\frac{N}{(a+2)(a-7)}$$

El nuevo denominador dividido por el denominador original es

$$\frac{(a+2)(a-7)}{a+2}=a-7$$

Multiplicar$-6a$ por$a-7$.

$$-6a(a-7)=-6a^2+42a$$

$$\frac{-6a}{a+2}=\frac{-6a^2+42a}{(a+2)(a-7)}\text{ y}N=-6a^2+42a$$

Ejemplo22.5.12

$$\frac{-3(a-1)}{a-4}=\frac{N}{a^2-16}.$$

El nuevo denominador dividido por el denominador original es

$$\frac{a^2-16}{a-4}=\frac{(a+4)\ \cancel{(a-4)}}{\cancel{a-4}}$$

Multiplicar$-3(a-1)$ por$a+4$

$$-3(a-1)(a+4)=-3(a^2+3a-4)$$

$$=-3a^2-9a+12$$

$$\frac{-3(a-1)}{a-4}=\frac{-3a^2-9a+12}{a^2-16}\text{ y}N=-3a^2-9a+12$$

Ejemplo22.5.13

\ (\ begin {array} {flushleft}
7x&=\ dfrac {N} {x^2y^3} &\ text {Escribir} 7x\ text {as}\ dfrac {7x} {1}\
\ dfrac {7x} {1} &=\ dfrac {N} {x^2y^3} &\ text {Ahora podemos ver claramente eso el denominador original}\\
&& 1\ text {se multiplicó por} x^2y^3. \ text {Necesitamos multiplicar el}\\
&&\ text {numerador} 7x\ text {por} x^2y^3\\
7x&=\ dfrac {7x\ cdot x^2y^3} {x^2y^3}
\ end {array}\)

$7x = \dfrac{7x^3y^3}{x^2y^3}$ and $N = 7x^3y^3$

Ejemplo22.5.14

\ (\ begin {array} {flushleft}
\ dfrac {5x} {x+3} &=\ dfrac {5x^2-20x} {N} &\ text {El mismo proceso funciona en este caso. Divide el original}\\
&&\ text {numerador} 5x\ text {en el nuevo numerador} 5x^2 - 20x\
\ dfrac {5x^2 - 20x} {5x} &=\ dfrac {\ cancel {5x} (x-4)} {\ cancel {5x}}\\
&=x-4\
\ end {array}\)

$(x+3)(x-4)$ Multiply the denominator by $x-4$

$\dfrac{5x}{x+3} = \dfrac{5x^2-20}{(x+3)(x-4)}$ and $N = 5x^2-20$

Ejemplo22.5.15

\ (\ begin {array} {flushleft}
\ dfrac {4x} {3-x} &=\ dfrac {N} {x-3} &\ text {Los dos denominadores tienen casi los mismos términos; cada uno tiene}\\
&&\ text {El signo opuesto. Factor} -1\ texto {del denominador original}\\
3-x &= -1 (-3+x)\\
&=- (x-3)\\
\ end {array}\)

$\dfrac{4x}{3-x} = \dfrac{4x}{-(x-3)} = \dfrac{-4x}{x-3}$ and $N = -4x$

Es importante señalar que **factorizamos** -1 a partir del denominador original. **No lo** multiplicamos por -1. Si hubiéramos multiplicado sólo el denominador por -1 habríamos tenido que multiplicar el numerador por -1 también.

Conjunto de práctica A

Determinar **N**.

Problema de práctica22.5.1

$\dfrac{3}{8} = \dfrac{N}{48}$

Responder

$N = 18$

Problema de práctica22.5.2

$$\frac{9a}{5b} = \frac{N}{35b^2x^3}$$

Responder

$$N = 63abx^3$$

Problema de práctica22.5.3

$$\frac{-2y}{y-1} = \frac{N}{y^2-1}$$

Responder

$$N = -2y^2 - 2y$$

Problema de práctica22.5.4

$$\frac{a+7}{a-5} = \frac{N}{a^2-3a-10}$$

Responder

$$N = a^2 + 9a + 14$$

Problema de práctica22.5.5

$$4a = \frac{N}{6a^3(a-1)}$$

Responder

$$N = 24a^4(a-1)$$

Problema de práctica22.5.6

$$-2x = \frac{N}{8x^3y^3z^5}$$

Responder

$$N = -16x^4y^3z^5$$

Problema de práctica22.5.7

$$\frac{6ab}{b+3} = \frac{N}{b^2+6b+9}$$

Responder

$$N = 6ab^2 + 18ab$$

Problema de práctica22.5.8

$$\frac{3m}{m+5} = \frac{3m^2-18m}{N}$$

Responder

$N = m^2 - m - 30$

? Problema de práctica22.5.9

$$\frac{-2r^2}{r-3} = \frac{-2r^3 + 8r^2}{N}$$

Responder

$N = r^2 - 7r + 12$

? Problema de práctica22.5.10

$$\frac{-8ab^2}{a-4} = \frac{N}{4-a}$$

Responder

$N = 8ab^2$

La razón para construir expresiones racionales

Construyendo expresiones racionales

Normalmente, cuando escribimos una expresión racional, la escribimos en forma reducida. La razón para construir expresiones racionales es hacer que la suma y resta de expresiones racionales sea conveniente (más simple).

Para sumar o restar dos o más expresiones racionales **deben** tener el **mismo denominador**.

Construir expresiones racionales nos permite transformar fracciones en fracciones con los mismos denominadores (que luego podemos sumar o restar). El nuevo denominador más conveniente es el **mínimo común denominador** (LCD) de las fracciones dadas.

El mínimo denominador común (LCD)

En aritmética, el **mínimo denominador común** es la menor (menor) cantidad en la que se dividirá cada uno de los denominadores dados sin un resto. Para expresiones algebraicas, la LCD es el polinomio de **menor grado** divisible por cada denominador. A continuación se muestran algunos ejemplos.

✓ Ejemplo22.5.16

$\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12}$

El LCD es 12 ya que 12 es el número más pequeño en el que 4, 6 y 12 dividirán sin un resto.

✓ Ejemplo22.5.17

$\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}$

El LCD es 24 ya que 24 es el número más pequeño en el que 3, 6, 8 y 12 dividirán sin un resto.

✓ Ejemplo22.5.18

$\frac{2}{x}, \frac{3}{x^2}$

El LCD esx^2 ya quex^2 es la cantidad más pequeña que$x$ yx^2 se dividirá en sin un resto.

Ejemplo22.5.19

$\frac{5a}{6a^2b}, \frac{3a}{8ab^3}$

El LCD es$24a^2b^3$ ya que$24a^2b^3$ es la cantidad más pequeña que$6a^2b$ y$8ab^3$ se dividirá en sin un resto.

Ejemplo22.5.20

$\frac{2y}{y-6}, \frac{4y^2}{(y-6)^3}, \frac{y}{y-1}$

El LCD es$(y-6)^3(y-1)$ ya que$(y-6)^3 \cdot (y-1)$ es la cantidad más pequeña que$y-6, (y-6)^3$, y$y-1$ se dividirá en sin un resto

Ahora propondremos y demostraremos un método para obtener la LCD.

Método para la obtención de la pantalla LCD

1. Factorial cada denominador. Usa exponentes para factores repetidos. Por lo general, no es necesario factorizar las cantidades numéricas.
2. Anote cada factor **diferente** que aparezca. Si un factor aparece más de una vez, use solo el factor con el exponente más alto.
3. El LCD es producto de los factores escritos en el paso 2.

Conjunto de Muestras B

Encuentra la pantalla LCD

Ejemplo22.5.21

$\frac{1}{x}, \frac{3}{x^3}, \frac{2}{4y}$

1. Los denominadores ya están factorizados.

2. Tenga en cuenta que$x$ aparece como$x$ yx^3. Utilice sólo el$x$ con el exponenente más alto,x^3. El término$4y$ aparece, por lo que también debemos usar$4y$.

3. El LCD es$4x^3y$.

Ejemplo22.5.22

$\frac{5}{(x-1)^2}, \frac{2x}{(x-1)(x-4)}, \frac{-5x}{x^2-4x+2}$

1. Solo es necesario tener en cuenta el tercer denominador:

$x^2-3x+2=(x-2)(x-1)$

Ahora los tres denoinadores son$(x-1)^2, (x-1)(x-4)$, y$(x-2)(x-1)$.

2. Tenga en cuenta que$x-1$ aparece como$(x-1)^2, x-1$, y$x-1$. Utilice sólo el$x-1$ con el exponente más alto,$(x-1)^2$. También aparecen son$x-4$ y$x-2$.

3. El LCD es$(x-1)^2(x-4)(x-2)$.

Ejemplo22.5.23

$\frac{-1}{6a^4}, \frac{3}{4a^3b}, \frac{1}{3a^3(b+5)}$

1. Los denominadores ya están factorizados.
2. Podemos ver que el LCD de los números $6, 4,$ y 3 es 12. También necesitamos $a^4, b,$ y $b+5$.
3. El LCD es $12a^4b(b+5)$.

Ejemplo 22.5.24

$\frac{9}{x}, \frac{4}{8y}$

1. Los denominadores ya están factorizados.
2. $x, 8y$.
3. El LCD es $8xy$.

Set de práctica B

Encuentra la pantalla LCD.

Problema de práctica 22.5.11

$\frac{3}{x^2}, \frac{4}{x^5}, \frac{-6}{xy}$

Responder

x^5y

Problema de práctica 22.5.12

$\frac{x+1}{x-4}, \frac{x-7}{(x-4)^2}, \frac{-6}{x+1}$

Responder

$(x-4)^2(x+1)$

Problema de práctica 22.5.13

$\frac{2}{m-6}, \frac{-5n}{(m+1)^2(m-2)}, \frac{-3x}{x^2-6x+9}$

Responder

$(m-6)(m+1)^2(m-2)^3$

Problema de práctica 22.5.14

$\frac{1}{x^2-1}, \frac{2}{x^2-2x-3}, \frac{-3x}{x^2-6x+9}$

Responder

$(x+1)(x-1)(x-3)^2$

Problema de práctica22.5.15

$$\frac{3}{4y^2-8y}, \frac{8}{y^2-4y+4}, \frac{10y-1}{3y^3-6y^2}$$

Responder

$12y^2(y-2)^2$

Conjunto de Muestras C

Cambiar las expresiones racionales dadas en expresiones racionales que tengan el mismo denominador.

Ejemplo22.5.25

\ (\ begin {array} {flushleft}
\ dfrac {3} {x^2},\ dfrac {4} {x} &\ text {La pantalla LCD, por inspección, es} x^2\ text {. Reescribe cada expresión con}\\
&x^2\ text {como el nuevo denominador.}\\
\ dfrac {?} {x^2},\ dfrac {?} {x^2} &\ text {Determinar los numeradores. En}\ dfrac {3} {x^2}\ text {, el denominador no era}\\
&\ text {cambiado así que no necesitamos cambiar el numerador}\\
&\ text {En la segunda fracción, el denominador original era} x\
\ dfrac {3} {x^2},\ dfrac {?} {x^2} &\ text {Podemos ver que} x\ text {debe ser multiplicado por} x\ text {para construirlo a} x^2\\
&\ text {Así que también debemos multiplicar el numerador} 4\ text {por} x\ text {. Así,} 4\ cdot x = 4x. \
\ dfrac {3} {x^2},\ dfrac {4x} {x^2}
\ end {array}\)

Ejemplo22.5.26

\ (\ begin {array} {flushleft}
\ dfrac {4b} {b-1},\ dfrac {-2b} {b+3} &\ text {Por inspección, la pantalla LCD es} (b-1) (b+3)\\
\ dfrac {?} {(b-1) (b+3)},\ dfrac {?} {(b-1) (b+3)} &\ text {El denominador de la primera expresión racional se ha multiplicado}\\
&\ text {por} b + 3\ text {, así que el numerador} 4b\ text {debe multiplicarse por} b + 3. \\
4b (b + 3) = 4b^2 + 12b\
\ dfrac {4b^2 + 12b} {(b-1) (b+3)},\ dfrac {?} {(b-1) (b+3)} &\ text {El denominador de la segunda expresión racional se ha multiplicado}\\
&\ text {por} b-1\ text {, así que el numerador} -2b\ text {debe multiplicarse por} b-1. \\
-2b (b-1) = -2b^2 + 2b\\
\ dfrac {4b^2 + 12b} {(b-1) (b+3)},\ dfrac {-2b^2 + 2b} {(b-1) (b+3)}
\ end {array}\)

Ejemplo22.5.27

\ (\ begin {array} {flushleft}
\ dfrac {6x} {x^2 - 8x + 15},\ dfrac {-2x^2} {x^2 - 7x + 12} &\ text {Primero encontramos la LCD. Factor.} \
\ dfrac {6x} {(x-3) (x-5)},\ dfrac {-2x^2} {(x-3) (x-4)} &\ text {La LCD es} (x-3) (x-5) (x-4)\ text {. Reescribe cada una de estas}\\
&\ texto {fracciones con nuevo denominador} (x-3) (x-5) (x-4)\\
\ dfrac {?} {(x-3) (x-5) (x-4)},\ dfrac {?} {(x-3) (x-5) (x-4)} &\ text {Al comparar el denominador de la primera fracción con la LCD}\\
&\ text {vemos que debemos multiplicar el numerador} 6x\ text {por} x-4\\
6x (x-4) = 6x^2-24x\
\ dfrac {6x^2 - 24x} {(x-3) (x-5) (x-5) (4)},\ dfrac {?} {(x-3) (x-5) (x-4)} &\ text {Al comparar el denominador de la segunda

fracción con la LCD},
&\ text {vemos que debemos multiplicar el numerador} -2x^2\ text {por} x - 5\
-2x^2 (x-5) = -2x^3 + 10x^2\
\ dfrac {6x^2 - 24x} {(x-3) (x-5) (x-4)},\ dfrac {-2x^3 + 10x^2 } {(x-3) (x-5) (x-4)}
\ end {array}\)

Estos ejemplos se han hecho paso a paso e incluyen explicaciones. Esto hace que el proceso parezca bastante largo. En la práctica, sin embargo, el proceso es mucho más rápido.

Ejemplo22.5.28

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ dfrac {6ab} {a^2-5a+4},\ dfrac {a+b} {a^2-8a+16}
\\ dfrac {6ab} {(a-1) (a-4)},\ dfrac {a+b} {(a-4) ^2} &\ texto {LCD} = (a-1) (a-4) ^2\\
\ dfrac {6ab (a-4)} {(a-1) (a-4) ^2},\ dfrac {(a+b) (a-1)} {(a-1) (a-4) ^2}
\ end {array}\)

Ejemplo22.5.29

\ (\ begin {array} {lavado-izquierda}
\ dfrac {x+1} {x^3 + 3x^2},\ dfrac {2x} {x^3 - 4x},\ dfrac {x-4} {x^2 - 4x + 4}\
\ dfrac {x+1} {x^2 (x + 3)},\ dfrac {2x} {x (x+2) (x-2)},\ dfrac {x-4} {(x-2) ^2} &\ texto {LCD} = x^2 (x+3) (x+2) (x-2) ^2\
\ dfrac {(x+1) (x+2) (x+2) (x-2) ^2} {x^2 (x+3) (x+2) (x-2) ^2},\ dfrac {2x^2 (x+3) (x-2)} {x^2 (x+3) (x+2) (x-2) ^2},\ dfrac {x^2 (x+3) (x+2) (x-4)} {x^2 (x+3) (x+2) (x-2) ^2}
\ end {array}\)

Set de práctica C

Cambiar las expresiones racionales dadas en expresiones racionales con los mismos denominadores.

Problema de práctica22.5.16

$$\frac{4}{x^3}, \frac{7}{x^5}$$

Responder

$$\frac{4x^2}{x^5}, \frac{7}{x^5}$$

Problema de práctica22.5.17

$$\frac{2x}{x+6}, \frac{x}{x-1}$$

Responder

$$\frac{2x(x-1)}{(x+6)(x-1)}, \frac{x(x+6)}{(x+6)(x-1)}$$

Problema de práctica22.5.18

$$\frac{-3}{b^2-b}, \frac{4b}{b^2-1}$$

Responder

$$\frac{-3(b+1)}{b(b-1)(b+1)}, \frac{4b^2}{b(b-1)(b+1)}$$

? Problema de práctica22.5.19

$$\frac{8}{x^2-x-6}, \frac{-1}{x^2+x-2}$$

Responder

$$\frac{8(x-1)}{(x-3)(x+2)(x-1)}, \frac{-1(x-3)}{(x-3)(x+2)(x-1)}$$

? Problema de práctica22.5.20

$$\frac{10x}{x^2+8x+16}, \frac{5x}{x^2-16}$$

Responder

$$\frac{10x(x-4)}{(x+4)^2(x-4)}, \frac{5x(x+4)}{(x+4)^2(x-4)}$$

? Problema de práctica22.5.21

$$\frac{-2ab^2}{a^3-6a^2}, \frac{6b}{a^4-2a^3}, \frac{-2a}{a^2-4a+4}$$

Responder

$$\frac{2^2b^2(a-2)^2}{a^3(a-6)(a-2)^2}, \frac{6b(a-6)(a-2)}{a^3(a-6)(a-2)^2}, \frac{-2a^4(a-6)}{a^3(a-6)(a-2)^2}$$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, reemplace N por la cantidad adecuada.

? Ejercicio22.5.1

$$\frac{3}{x} = \frac{N}{x^3}$$

Responder

$3x^2$

? Ejercicio22.5.2

$$\frac{4}{a} = \frac{N}{a^2}$$

? Ejercicio22.5.3

$$\frac{-2}{x} = \frac{N}{xy}$$

Responder

$-2y$

Ejercicio22.5.4

$$\frac{-7}{m} = \frac{N}{ms}$$

Ejercicio22.5.5

$$\frac{6a}{5} = \frac{N}{10b}$$

Responder

$12ab$

Ejercicio22.5.6

$$\frac{a}{3z} = \frac{N}{12z}$$

Ejercicio22.5.7

$$\frac{x^2}{4y^2} = \frac{N}{20y^4}$$

Responder

$5x^2y^2$

Ejercicio22.5.8

$$\frac{b^3}{6a} = \frac{N}{18a^5}$$

Ejercicio22.5.9

$$\frac{-4a}{5x^2y} = \frac{N}{15x^3y^3}$$

Responder

$-12axy^2$

Ejercicio22.5.10

$$\frac{-10z}{7a^3b} = \frac{N}{21a^4b^5}$$

Ejercicio22.5.11

$$\frac{8x^2y}{5a^3} = \frac{N}{25a^3x^2}$$

Responder

$40x^4y$

Ejercicio22.5.12

$$\frac{2}{a^2} = \frac{N}{a^2(a-1)}$$

Ejercicio22.5.13

$$\frac{5}{x^3} = \frac{N}{x^3(x-2)}$$

Responder

$5(x-2)$

Ejercicio22.5.14

$$\frac{2a}{b^2} = \frac{N}{b^3-b}$$

Ejercicio22.5.15

$$\frac{4x}{a} = \frac{N}{a^4-4a^2}$$

Contestar

$4ax(a+2)(a-2)$

Ejercicio22.5.16

$$\frac{6b^3}{5a} = \frac{N}{10a^2-30a}$$

Ejercicio22.5.17

$$\frac{4x}{3b} = \frac{N}{3b^5-15b}$$

Contestar

$4x(b^4-5)$

Ejercicio22.5.18

$$\frac{2m}{m-1} = \frac{N}{(m-1)(m+2)}$$

Ejercicio22.5.19

$$\frac{3s}{s+12} = \frac{N}{(s+12)(s-7)}$$

Contestar

$3s(s-7)$

? Ejercicio22.5.20

$$\frac{a+1}{a-3}=\frac{N}{(a-3)(a-4)}$$

? Ejercicio22.5.21

$$\frac{a+2}{a-2}=\frac{N}{(a-2)(a-4)}$$

Contestar

$(a+2)(a-4)$

? Ejercicio22.5.22

$$\frac{b+7}{b-6}=\frac{N}{(b-6)(b+6)}$$

? Ejercicio22.5.23

$$\frac{5m}{2m+1}=\frac{N}{(2m+1)(m-2)}$$

Contestar

$5m(m-2)$

? Ejercicio22.5.24

$$\frac{4}{a+6}=\frac{N}{a^2+5a-6}$$

? Ejercicio22.5.25

$$\frac{9}{b-2}=\frac{N}{b^2-6b+8}$$

Contestar

$9(b-4)$

? Ejercicio22.5.26

$$\frac{3b}{b-3}=\frac{N}{b^2-11b+24}$$

? Ejercicio22.5.27

$$\frac{-2x}{x-7}=\frac{N}{x^2-4x-21}$$

Contestar

$-2x(x+3)$

Ejercicio22.5.28

$$\frac{-6m}{m+6} = \frac{N}{m^2+10m+24}$$

Ejercicio22.5.29

$$\frac{4y}{y+1} = \frac{N}{y^2+9y+8}$$

Contestar

$4y(y+8)$

Ejercicio22.5.30

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{N}{x^2-4}$$

Ejercicio22.5.31

$$\frac{y-3}{y+3} = \frac{N}{y^2-9}$$

Contestar

$(y-3)^2$

Ejercicio22.5.32

$$\frac{a+5}{a-5} = \frac{N}{a^2-25}$$

Contestar

$(z-4)^2$

Ejercicio22.5.33

$$\frac{4}{2a+1} = \frac{N}{2a^2-5a-3}$$

Ejercicio22.5.34

$$\frac{1}{3b-1} = \frac{N}{3b^2+11b-4}$$

Contestar

$b+4$

Ejercicio22.5.35

$$\frac{a+2}{2a-1} = \frac{N}{2a^2+9a-5}$$

Ejercicio22.5.36

$$\frac{-3}{4x+3} = \frac{N}{4x^2-13x-12}$$

Contestar

$-3(x-4)$

Ejercicio22.5.37

$$\frac{b+2}{3b-1} = \frac{N}{6b^2+7b-3}$$

Ejercicio22.5.38

$$\frac{x-1}{4x-5} = \frac{N}{12x^2-11x-5}$$

Contestar

$(x-1)(3x+1)$

Ejercicio22.5.39

$$\frac{3}{x+2} = \frac{3x-21}{N}$$

Ejercicio22.5.40

$$\frac{4}{y+6} = \frac{4y+8}{N}$$

Contestar

$(y+6)(y+2)$

Ejercicio22.5.41

$$\frac{-6}{a-1} = \frac{-6a-18}{N}$$

Ejercicio22.5.42

$$\frac{-8a}{a+3} = \frac{-8a^2-40a}{N}$$

Contestar

$(a+3)(a+5)$

Ejercicio22.5.43

$$\frac{y+1}{y-8} = \frac{y^2-2y-3}{N}$$

Ejercicio22.5.44

$$\frac{x-4}{x+9}=\frac{x^2+x-20}{N}$$

Contestar

$(x+9)(x+5)$

Ejercicio22.5.45

$$\frac{3x}{2-x}=\frac{N}{x-2}$$

Ejercicio22.5.46

$$\frac{7a}{5-a}=\frac{N}{a-5}$$

Contestar

$-7a$

Ejercicio22.5.47

$$\frac{-m+1}{3-m}=\frac{N}{m-3}$$

Ejercicio22.5.48

$$\frac{k+6}{10-k}=\frac{N}{k-10}$$

Contestar

$-k-6$

Ejercicio22.5.49

$$\frac{2}{a^2}=\frac{N}{a^2(a-1)}$$

Para los siguientes problemas, convertir las expresiones racionales dadas en expresiones racionales que tengan los mismos denominadores.

Ejercicio22.5.50

$\frac{2}{a}, \frac{3}{a^4}$

Ejercicio22.5.51

$\frac{5}{b^2}, \frac{4}{b^3}$

Contestar

$\frac{5b}{b^3}, \frac{4}{b^3}$

Ejercicio22.5.52

$\frac{8}{z}, \frac{3}{4z^3}$

Ejercicio22.5.53

$\frac{9}{x^2}, \frac{1}{4x}$

Contestar

$\frac{36}{4x^2}, \frac{x}{4x^2}$

Ejercicio22.5.54

$\frac{2}{a+3}, \frac{4}{a+1}$

Ejercicio22.5.55

$\frac{2}{x+5}, \frac{4}{x-5}$

Contestar

$\frac{2(x-5)}{(x+5)(x-5)}, \frac{4(x+5)}{(x+5)(x-5)}$

Ejercicio22.5.56

$\frac{1}{x-7}, \frac{4}{x-1}$

Ejercicio22.5.57

$\frac{10}{y+2}, \frac{1}{y+8}$

Contestar

$\frac{10(y+8)}{(y+2)(y+8)}, \frac{y+2}{(y+2)(y+8)}$

Ejercicio22.5.58

$\frac{4}{a^2}, \frac{a}{a+4}$

? Ejercicio22.5.59

$\frac{-3}{b^2}, \frac{b^2}{b+5}$

Contestar

$\frac{-3(b+5)}{b^2(b+5)}, \frac{b^4}{b^2(b+5)}$

? Ejercicio22.5.60

$\frac{-6}{b-1}, \frac{5b}{4b}$

? Ejercicio22.5.61

$\frac{10a}{a-6}, \frac{2}{a^2-6a}$

Contestar

$\frac{10a^2}{a(a-6)}, \frac{2}{a(a-6)}$

? Ejercicio22.5.62

$\frac{4}{x^2+2x}, \frac{1}{x^2-4}$

? Ejercicio22.5.63

$\frac{x+1}{x^2-x-6}, \frac{x+4}{x^2+x-2}$

Contestar

$\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+2)(x-3)}, \frac{(x+4)(x-3)}{(x-1)(x+2)(x-3)}$

? Ejercicio22.5.64

$\frac{x-5}{x^2-9x+20}, \frac{4}{x^2-3x-10}$

? Ejercicio22.5.65

$\frac{-4}{b^2+5b-6}, \frac{b+6}{b^2-1}$

Contestar

$\frac{-4(b+1)}{(b+1)(b-1)(b+6)}, \frac{(b+6)^2}{(b+1)(b-1)(b+6)}$

Ejercicio22.5.66

$$\frac{b+2}{b^2+6b+8}, \frac{b-1}{b^2+8b+12}$$

Ejercicio22.5.67

$$\frac{x+7}{x^2-2x-3}, \frac{x+3}{x^2-6x-7}$$

Contestar

$$\frac{(x+7)(x-7)}{(x+1)(x-3)(x-7)}, \frac{(x+3)(x-3)}{(x+1)(x-3)(x-7)}$$

Ejercicio22.5.68

$$\frac{2}{a^2+a}, \frac{a+3}{a^2-1}$$

Ejercicio22.5.69

$$\frac{x-2}{x^2+7x+6}, \frac{2x}{x^2+4x-12}$$

Contestar

$$\frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-2)(x+6)}, \frac{2x(x+1)}{(x+1)(x-2)(x+6)}$$

Ejercicio22.5.70

$$\frac{x-2}{2x^2+5x-3}, \frac{x-1}{5x^2+16x+3}$$

Ejercicio22.5.71

$$\frac{2}{x-5}, \frac{-3}{5-x}$$

Contestar

$$\frac{2}{x-5}, \frac{3}{x-5}$$

Ejercicio22.5.72

$$\frac{4}{a-6}, \frac{-5}{6-a}$$

Ejercicio22.5.73

$$\frac{6}{2-x}, \frac{5}{x-2}$$

Contestar

$$\frac{-6}{x-2}, \frac{5}{x-2}$$

Ejercicio22.5.74

$$\frac{k}{5-k}, \frac{3k}{k-5}$$

Ejercicio22.5.75

$$\frac{2m}{m-8}, \frac{7}{8-m}$$

Contestar

$$\frac{2m}{m-8}, \frac{-7}{m-8}$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.5.76

Factor$m^2x^3+mx^2+mx$

Ejercicio22.5.77

Factor$y^2-10y+21$

Contestar

$(y-7)(y-3)$

Ejercicio22.5.78

Escribe la ecuación de la línea que pasa por los puntos (1, 1) y (4, −2). Expresar la ecuación en forma de pendiente-intercepción.

Ejercicio22.5.79

Reducir$\frac{y^2-y-6}{y-3}$

Contestar

$y+2$

Ejercicio22.5.80

Encuentra el cociente. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-x-6} \div \frac{x^2+2x-15}{x^2+2x}$

This page titled 22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.5: Building Rational Expressions and the LCD** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.6: Sumando y restando expresiones racionales

Regla básica

Ahora estamos en condiciones de estudiar el proceso de sumar y restar expresiones racionales. Existe una regla de lo más básica a la que debemos adherirnos estrictamente si queremos sumar o restar convenientemente expresiones racionales.

> *Para sumar o restar convenientemente expresiones racionales, deben tener los mismos denominadores.*

Así, para sumar o restar convenientemente dos o más expresiones racionales, debemos asegurarnos de que todas tengan el mismo denominador. El denominador que es más conveniente es el LCD.

Fracciones con el mismo denominador

La regla para sumar y restar expresiones racionales

Para sumar (o restar) dos o más expresiones racionales con los mismos denominadores, sumar (o restar) los numeradores y colocar el resultado sobre la LCD. Reducir si es necesario. Simbólicamente,

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$
$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Tenga en cuenta que combinamos **solo** los numeradores.

Conjunto de Muestras A

Sumar o restar las siguientes expresiones racionales.

Ejemplo22.6.1

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {3} {6} &&\ text {Los denominadores son los mismos. Añadir los numeradores.} \\
\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {3} {6} &=\ dfrac {1+3} {6} =\ dfrac {4} {6} &\ text {Reducir}\
\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {3} {6} &=\ dfrac {2} {3}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.2

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {5} {x} +\ dfrac {8} {x} &\ text {Los denominadores son los mismos. Añadir los numeradores}\\
\ dfrac {5} {x} +\ dfrac {5+8} {x} =\ dfrac {13} {x}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.3

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {2ab} {y^2w} -\ dfrac {5b} {y^2w} &\ text {Los denominadores son los mismos. Restar los numeradores}\\
\ dfrac {2ab} {y^2w} -\ dfrac {5b} {y^2w} =\ dfrac {2ab - 5b} {y^2w}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.4

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3x^2 + x + 2} {x-7} +\ dfrac {x^2 - 4x + 1} {x-7} &\ text {Los denominadores son los mismos. Añadir los numeradores}\\
\ dfrac {3x^2 + x + 2} {x-7} +\ dfrac {x^2 - 4x + 1} {x-7} &=\ dfrac {3x^2 + x + 2 + x^2 - 4x + 1} {x-7}\\
&=\ dfrac {4x^2 - 3x + 3} {x-7}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.5

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {5y + 3} {2y - 5} -\ dfrac {2y + 4} {2y - 5} &&\ text {Los denominadores son los mismos. Restar los numeradores.}\\
&&\ text {Pero ten cuidado de restar todo el numerador. ¡Usa paréntesis!} \\
\ dfrac {5y + 3} {2y - 5} -\ dfrac {2y + 4} {2y - 5} &=\ dfrac {5y + 3 - (2y + 4)} {2y - 5}\\
& =\ dfrac {5y + 3 - 2y - 4} {2y - 5}\\
& =\ dfrac {3y - 1} {2y - 5}
\ end {array}\)

Note: $\dfrac{5y+3}{2y-5}-\dfrac{2y+4}{2y-5}$

The term $-\dfrac{2y+4}{2y-5}$ could be written as

$+\dfrac{-(2y+4)}{2y-5}=\dfrac{-2y-4}{2y-5}$

Nota

Un error común es escribir:

$-\dfrac{2y+4}{2y-5}$como$\dfrac{-2y+4}{2y-5}$

Esto **no** es correcto, ya que el signo negativo no se está aplicando a todo el numerador

Ejemplo22.6.6

$\dfrac{3x^2+4x+5}{(x+6)(x-2)}+\dfrac{2x^2+x+6}{x^2+4x-12}-\dfrac{x^2-4x-6}{x^2+4x-12}$

Facturar los denominadores para determinar si son los mismos:

$\dfrac{3x^2+4x+5}{(x+6)(x-2)}+\dfrac{2x^2+x+6}{(x+6)(x-2)}-\dfrac{x^2-4x-6}{(x+6)(x-2)}$

Los denominadores son los mismos. Combina los numeradores teniendo cuidado de anotar el signo negativo.

$\dfrac{3x^2+4x+5+2x^2+x+6-(x^2-4x+6)}{(x+6)(x-2)}$

$\dfrac{3x^2+4x+5+2x^2+x+6-x^2+4x+6}{(x+6)(x-2)}$

$\dfrac{4x^2+9x+17}{(x+6)(x-2)}$

Conjunto de práctica A

Sumar o restar las siguientes expresiones racionales.

Problema de práctica22.6.1

$$\frac{4}{9}+\frac{2}{9}$$

Contestar

$$\frac{2}{3}$$

Problema de práctica22.6.2

$$\frac{3}{b}+\frac{2}{b}$$

Contestar

$$\frac{5}{b}$$

Problema de práctica22.6.3

$$\frac{5x}{2y^2}-\frac{3x}{2y^2}$$

Contestar

$$\frac{x}{y^2}$$

Problema de práctica22.6.4

$$\frac{x+y}{x-y}+\frac{2x+3y}{x-y}$$

Contestar

$$\frac{3x+4y}{x-y}$$

Problema de práctica22.6.5

$$\frac{4x^2-x+4}{3x+10}-\frac{x^2+2x+5}{3x+10}$$

Contestar

$$\frac{3x^2-3x-1}{3x+10}$$

Problema de práctica22.6.6

$$\frac{x(x+1)}{x(2x+3)}+\frac{3x^2-x+7}{2x^2+3x}$$

Contestar

$$\frac{4x^2+7}{x(2x+3)}$$

Problema de práctica22.6.7

$$\frac{4x+3}{x^2-x-6}-\frac{8x-4}{(x+2)(x-3)}$$

Contestar

$$\frac{-4x+7}{(x+2)(x-3)}$$

Problema de práctica22.6.8

$$\frac{5a^2+a-4}{2a(a-6)}+\frac{2a^2+3a+4}{2a^2-12a}+\frac{a^2+2}{2a^2-12a}$$

Contestar

$$\frac{4a^2+2a+1}{a(a-6)}$$

Problema de práctica22.6.9

$$\frac{8x^2+x-1}{x^2-6x+8}+\frac{2x^2+3x}{x^2-6x+8}-\frac{5x^2+3x-4}{(x-4)(x-2)}$$

Contestar

$$\frac{5x^2+x+3}{(x-4)(x-2)}$$

Fracciones con diferentes denominadores

Conjunto de Muestras B

Sumar o restar las siguientes expresiones racionales.

Ejemplo22.6.7

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {4a} {3y} +\ dfrac {2a} {8y^2}. &\ text {Los denominadores no son los mismos. Encuentra la pantalla LCD. Por inspección, el LCD es} 9y^2\\
&\ text {El denominador de la primera expresión racional se ha multiplicado por} 3y\\
\ dfrac {?} {9y^2} +\ dfrac {2a} {9y^2} &\ text {así se debe multiplicar el numerador por} 3y\\
4a\ cdot 3y = 12ay\
\ dfrac {12ay} {9y^2} +\ dfrac {2a} {9y^2} &\ text {Los denominadores son ahora los mismos. Añadir los numeradores.} \\
\ dfrac {12ay + 2a} {9y^2}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.8

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3b} {b + 2} +\ dfrac {5b} {b-3} &\ text {Los denominadores no son los mismos. El LCD es} (b + 2) (b-3)\\
\ dfrac {?} {(b+2) (b-3)} +\ dfrac {?} {(b+2) (b-3)} &\ text {El denominador de la primera expresión racional se ha multiplicado por} b-3,\\
&\ text {así que el numerador debe multiplicarse por} b-3. \\

3b (b-3)\\
\ dfrac {3b (b-3)} {(b+2) (b-3)} +\ dfrac {?} {(b+2) (b-3)} &\ text {El denominador de la segunda expresión racional se ha multiplicado por} b + 2,\\
&\ text {por lo que el numerador debe multiplicarse por} b + 2. \\
5b (b + 2). \\
\ dfrac {3b (b-3)} {(b+2) (b-3)} +\ dfrac {5b (b+2)} {(b+2) (b-3)} &\ text {Los denominadores son ahora los mismos. Añadir los numeradores.}
\ end {array}\)

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3b (b-3) + 5b (b + 2)} {(b-3) (b+2)} &=\ dfrac {3b^2 - 9b + 5b^2 + 10b} {(b-3) (b+2)}
& =\ dfrac {8b^2 + b} {(b-3) (b+2)}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.9

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {x+3} {x-1} +\ dfrac {x-2} {4x + 4} &\ text {Los denominadores no son iguales}\\
&\ text {Encuentra la pantalla LCD}
\\ dfrac {x + 3} {x-1} +\ dfrac {x - 2} {4 (x+1)} &\ texto {El LCD es} (x + 1) (x - 1)\\
\ dfrac {?} {4 (x+1) (x-1)} +\ dfrac {?} {4 (x+1) (x-1)} &\ text {El denominador de la primera expresión racional se ha multiplicado por} 4 (x+1)\\
&\ text {el numerador debe multiplicarse por} 4 (x+1)\\
4 (x + 3) (x+1)
\\ dfrac {4 (x+3) (x+1)} {4 (x+1) (x-1)} +\ frac {?} {4 (x+1) (x-1)} &\ text {El denominador de la segunda expresión racional se ha multiplicado por} (x-1)\\
&\ text {así el numerador debe multiplicarse por} x-1\\
(x-1) (x-2)
\\ dfrac {4 (x+3) (x+1)} {4 (x+1) (x-1)} +\ dfrac {(-1) (x-2)} {4 (x+1) (x-2)} &\ text {El denominador ahora son los mismos.}
\\
&\ text {Agrega los numeradores}\\
\ dfrac {4 (x+3) (x+1) + (x-1) (x-2)} {4 (x+1) (x-1)}\
\ dfrac {4 (x^2 + 4x + 3) + x^2 - 3x + 2} {4 (x + 1) (x-1)}
\ end {array}\)

$$\frac{4x^2+16x+12+x^2-3x+2}{4(x+1)(x-1)}=\frac{5x^2+13x+14}{4(x+1)(x-1)}$$

Ejemplo22.6.10

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {x+5} {x^2 - 7x + 12} +\ dfrac {3x - 1} {x^2 - 2x - 3} &\ text {Determina la pantalla LCD}\\
\ dfrac {x+5} {(x-4) (x-3)} +\ dfrac {3x - 1} {(x-3) (x+1) (x+1))} &\ text {El LCD es} (x-4) (x-3) (x+1)\
\\ dfrac {?} {(x-4) (x-3) (x+1)} +\ dfrac {?} {(x-4) (x-3) (x+1)} &\ text {El primer numerador debe ser multiplicado por} x + 1\ texto {y el segundo por} x-4\\
\ dfrac {(x+5) (x+1)} {(x-4) (x-3) (x+1)} +\ dfrac {(3x - 1) (x - 4)} {(x-4) (x-3) (x+1)} &\ text {Los denominadores son ahora los mismos. Agregar los numeradores}\\
\ dfrac {(x+5) (x+1) + (3x-1) (x-4)} {(x-4) (x-3) (x+1)}\
\ dfrac {x^2 + 6x + 5 = 3x^2 + -13x + 4} {(x-4) (x-3) (x+1)}\
\ dfrac {4x^2 - 7x + 9} {(x-4) (x-3) (x+1)}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.11

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {a+4} {a^2 + 5a + 6} -\ dfrac {a-4} {a^2 - 5a - 24} &\ text {Determinar la pantalla LCD}
\\\ dfrac {a+4} {(a+3) (a+3) (a+2)} -\ dfrac {a-4} {(a+3)} &\ text {El LCD es} (a+3) (a+2) (a-8)\\
\ dfrac {?} {(a+3) (a+2) (a-8)} -\ dfrac {?} {(a+3) (a+2) (a-8)} &\ text {El primer numerador debe ser multiplicado por} a-8\ text {y el segundo por} a+2. \
\ dfrac {(a+4) (a-8)} {(a+3) (a+2) (a-8)} -\ dfrac {(a-4) (a+2)} {(a+3) (a+2) (a-8)} &\ text {Los denominadores son ahora los mismos. Restar los numeradores.} \\
\ dfrac {(a+4) (a-8) - (a-4) (a+2)} {(a+3) (a+2) (a-8)}\
\ dfrac {a^2 - 4a - 32 - (a^2 - 2a - 8)} {(a+3) (a+2) (a-8)}\
\ dfrac {a^2 - 4a - 32 - a^^2 + 2a + 8} {(a+3) (a+2) (a-8)}\
\\ dfrac {-2a-24} {(a+3) (a+2) (a-8)} &\ text {Factor} -2\ texto {del numerador.} \
\ dfrac {-2 (a+12)} {(a+3) (a+2) (a-8)}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.12

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3x} {7-x} +\ dfrac {5x} {x-7} &&\ text {Los denominadores son casi los mismos. Se diferencian solo en signo}\\
&&\ text {Nuestra técnica es factorial} -1\ text {de uno de ellos}\
\\ dfrac {3x} {7-x} =\ dfrac {3x} {- (x-7)} &=\ dfrac {-3x} {x-7}\
\ dfrac {3x} {7-x} +\ dfrac {5x} {x-7} &=\ dfrac {-3x} {x-7} +\ dfrac {5x} {x-7}\\
&=\ dfrac {-3x + 5x} {x-7}\\
&=\ dfrac {2x} {x-7}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Sumar o restar las siguientes expresiones racionales.

Problema de práctica22.6.10

$$\frac{3x}{4a^2}+\frac{5x}{12a^3}$$

Contestar

$$\frac{9ax+5x}{12a^3}$$

Problema de práctica22.6.11

$$\frac{5b}{b+1}+\frac{3b}{b-2}$$

Contestar

$$\frac{8b^2-7b}{(b+1)(b-2)}$$

Problema de práctica22.6.12

$$\frac{a-7}{a+2}+\frac{a-2}{a+3}$$

Contestar

$$\frac{2a^2-4a-25}{(a+2)(a+3)}$$

Problema de práctica22.6.13

$$\frac{4x+1}{x+3}-\frac{x+5}{x-3}$$

Contestar

$$\frac{3x^2-19x-18}{(x+3)(x-3)}$$

Problema de práctica22.6.14

$$\frac{2y-3}{y}+\frac{3y+1}{y+4}$$

Contestar

$$\frac{5y^2+6y-12}{y(y+4)}$$

Problema de práctica22.6.15

$$\frac{a-7}{a^2-3a+2}+\frac{a+2}{a^2-6a+8}$$

Contestar

$$\frac{2a^2-10a+26}{(a-2)(a-1)(a-4)}$$

Problema de práctica22.6.16

$$\frac{6}{b^2+6b+9}-\frac{2}{b^2+4b+4}$$

Contestar

$$\frac{4b^2+12b+6}{(b+3)^2(b+2)^2}$$

Problema de práctica22.6.17

$$\frac{x}{x+4}-\frac{x-2}{3x-3}$$

Contestar

$$\frac{2x^2-5x+8}{3(x+4)(x-2)}$$

Problema de práctica22.6.18

$$\frac{5x}{4-x}+\frac{7x}{x-4}$$

Contestar

$$\frac{2x}{x-4}$$

Conjunto de Muestras C

Combina las siguientes expresiones racionales.

Ejemplo22.6.13

\ (\ begin {array} {vaciado izquierdo}
3 +\ dfrac {7} {x-1} &\ text {Reescribe la expresión}\\
\ dfrac {3} {1} +\ dfrac {7} {x-1} &\ text {La pantalla es} x-1\
\ dfrac {3 (x-1)} {x-1} +\ dfrac {7} {x-1} +\ dfrac {7} {-1} =\ dfrac {3x-3} {x-1} +\ dfrac {7} {x-1} &=\ dfrac {3x-3+7} {x-1}\\
&= \ dfrac {3x + 4} {x-1}
\ end {array}\)

Ejemplo22.6.14

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
3y + 4 -\ dfrac {y^2 - y +3} {y-6} &\ text {Reescribe la expresión.} \\
\ dfrac {3y + 4} {1} -\ dfrac {y^2 - y + 3} {y - 6} &\ text {La pantalla es} y-6\
\ dfrac {(3y+4) (y-6)} {y-6} -\ dfrac {y^-y+3} {y-6} &=\ dfrac {(3y+4) (y-6) - (y^2 - y +3)} {y-6}\\
&=\ dfrac {3y^2 - 14y - 24 - y^2 + y - 3} {y-6}\\
&=\ dfrac {2y^2 - 13y - 27} {y-6}
\ end {array}\)

Set de práctica C

Problema de práctica22.6.19

Simplificar$8+\frac{3}{x-6}$

Contestar

$$\frac{8x-45}{x-6}$$

Problema de práctica22.6.20

Simplificar$2a-5-\frac{a^2+2a-1}{a+3}$

Contestar

$$\frac{a^2-a-14}{a+3}$$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, sumar o restar las expresiones racionales.

Ejercicio22.6.1

$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$

Contestar

$\frac{1}{2}$

Ejercicio22.6.2

$\frac{1}{9}+\frac{4}{9}$

Ejercicio22.6.3

$\frac{7}{10}-\frac{2}{5}$

Contestar

$\frac{3}{10}$

Ejercicio22.6.4

$\frac{3}{4}-\frac{5}{12}$

Ejercicio22.6.5

$\frac{3}{4x}+\frac{5}{4x}$

Contestar

$\frac{2}{x}$

Ejercicio22.6.6

$\frac{2}{7y}+\frac{3}{7y}$

Ejercicio22.6.7

$\frac{6y}{5x}+\frac{8y}{5x}$

Contestar

$\frac{14y}{5x}$

? Ejercicio22.6.8

$$\frac{9a}{7b}+\frac{3a}{7b}$$

? Ejercicio22.6.9

$$\frac{15n}{2m}-\frac{6n}{2m}$$

Contestar

$$\frac{9n}{2m}$$

? Ejercicio22.6.10

$$\frac{8p}{11q}-\frac{3p}{11q}$$

? Ejercicio22.6.11

$$\frac{y+4}{y-6}+\frac{y+8}{y-6}$$

Contestar

$$\frac{2y+12}{y-6}$$

? Ejercicio22.6.12

$$\frac{y-1}{y+4}+\frac{y+7}{y+4}$$

? Ejercicio22.6.13

$$\frac{a+6}{a-1}+\frac{3a+5}{a-1}$$

Contestar

$$\frac{4a+11}{a-1}$$

? Ejercicio22.6.14

$$\frac{5a+1}{a+7}+\frac{2a-6}{a+7}$$

? Ejercicio22.6.15

$$\frac{x+1}{5x}+\frac{x+3}{5x}$$

Contestar

$$\frac{2x+4}{5x}$$

Ejercicio22.6.16

$$\frac{a-6}{a+2}+\frac{a-2}{a+2}$$

Ejercicio22.6.17

$$\frac{b+1}{b-3}+\frac{b+2}{b-3}$$

Contestar

$$\frac{2b+3}{b-3}$$

Ejercicio22.6.18

$$\frac{a+2}{a-5}-\frac{a+3}{a-5}$$

Ejercicio22.6.19

$$\frac{b+7}{b-6}-\frac{b-1}{b-6}$$

Contestar

$$\frac{8}{b-6}$$

Ejercicio22.6.20

$$\frac{2b+3}{b+1}-\frac{b-4}{b+1}$$

Ejercicio22.6.21

$$\frac{3y+4}{y+8}-\frac{2y-5}{y+8}$$

Contestar

$$\frac{y+9}{y+8}$$

Ejercicio22.6.22

$$\frac{2a-7}{a-9}+\frac{3a+5}{a-9}$$

Ejercicio22.6.23

$$\frac{8x-1}{x+2}-\frac{15x+7}{x+2}$$

Contestar

$$\frac{-7x-8}{x+2}$$

Ejercicio22.6.24

$$\frac{7}{2x^2}+\frac{1}{6x^3}$$

Ejercicio22.6.25

$$\frac{2}{3x}+\frac{4}{6x^2}$$

Contestar

$$\frac{2(x+1)}{3x^2}$$

Ejercicio22.6.26

$$\frac{5}{6y^3}-\frac{2}{18y^5}$$

Ejercicio22.6.27

$$\frac{2}{5a^2}-\frac{1}{10a^3}$$

Contestar

$$\frac{4a-1}{10a^3}$$

Ejercicio22.6.28

$$\frac{3}{x+1}+\frac{5}{x-2}$$

Ejercicio22.6.29

$$\frac{4}{x-6}+\frac{1}{x-1}$$

Contestar

$$\frac{5(x-2)}{(x-6)(x-1)}$$

Ejercicio22.6.30

$$\frac{2a}{a+1}-\frac{3a}{a+4}$$

? Ejercicio22.6.31

$$\frac{6y}{y+4}+\frac{2y}{y+3}$$

Contestar

$$\frac{2y(4y+13)}{(y+4)(y+3)}$$

? Ejercicio22.6.32

$$\frac{x-1}{x-3}+\frac{x+4}{x-4}$$

? Ejercicio22.6.33

$$\frac{x+2}{x-5}+\frac{x-1}{x+2}$$

Contestar

$$\frac{2x^2-2x+9}{(x-5)(x+2)}$$

? Ejercicio22.6.34

$$\frac{a+3}{a-3}-\frac{a+2}{a-2}$$

? Ejercicio22.6.35

$$\frac{y+1}{y-1}-\frac{y+4}{y-4}$$

Contestar

$$\frac{-6y}{(y-1)(y-4)}$$

? Ejercicio22.6.36

$$\frac{x-1}{(x+2)(x-3)}+\frac{x+4}{x-3}$$

? Ejercicio22.6.37

$$\frac{y+2}{(y+1)(y+6)}+\frac{y-2}{y+6}$$

Contestar

$$\frac{y^2}{(y+1)(y+6)}$$

Ejercicio22.6.38

$$\frac{2a+1}{(a+3)(a-3)} - \frac{a+2}{a+3}$$

Ejercicio22.6.39

$$\frac{3a+5}{(a+4)(a-1)} - \frac{2a-1}{a-1}$$

Contestar

$$\frac{-2a^2-4a+9}{(a+4)(a-1)}$$

Ejercicio22.6.40

$$\frac{2x}{x^2-3x+2} + \frac{3}{x-2}$$

Ejercicio22.6.41

$$\frac{4a}{a^2-2a-3} + \frac{3}{a+1}$$

Contestar

$$\frac{7a-9}{(a+1)(a-3)}$$

Ejercicio22.6.42

$$\frac{3y}{y^2-7y+12} - \frac{y^2}{y-3}$$

Ejercicio22.6.43

$$\frac{x-1}{x^2+6x+8} + \frac{x+3}{x^2+2x-8}$$

Contestar

$$\frac{2(x^2+x+4)}{(x+2)(x-2)(x+4)}$$

Ejercicio22.6.44

$$\frac{a-4}{a^2+2a-3} + \frac{a+2}{a^2+3a-4}$$

Ejercicio22.6.45

$$\frac{x-1}{x^2+6x+8} + \frac{x+3}{x^2+2x-8}$$

Contestar

$$\frac{2(x^2+x+4)}{(x+2)(x-2)(x+4)}$$

Ejercicio22.6.46

$$\frac{a-4}{a^2+2a-3}+\frac{a+2}{a^2+3a-4}$$

Ejercicio22.6.47

$$\frac{b-3}{b^2+9b+20}+\frac{b+4}{b^2+b-12}$$

Contestar

$$\frac{2b^2+3b+29}{(b-3)(b+4)(b+5)}$$

Ejercicio22.6.48

$$\frac{y-1}{y^2+4y-12}-\frac{y+3}{y^2+6y-16}$$

Ejercicio22.6.49

$$\frac{x+3}{x^2+9x+13}-\frac{x-5}{x^2-4}$$

Contestar

$$\frac{-x+29}{(x-2)(x+2)(x+7)}$$

Ejercicio22.6.50

$$\frac{x-1}{x^2-4x+3}+\frac{x+3}{x^2-5x+6}+\frac{2x}{x^2-3x+2}$$

Ejercicio22.6.51

$$\frac{4x}{x^2+6x+8}+\frac{3}{x^2+x-6}+\frac{x-1}{x^2+x-12}$$

Contestar

$$\frac{5x^4-3x^3-34x^2+34x-60}{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x+4)}$$

Ejercicio22.6.52

$$\frac{y+2}{y^2-1}+\frac{y-3}{y^2-3y-4}-\frac{y+3}{y^2-5y+4}$$

? Ejercicio22.6.53

$$\frac{a-2}{a^2-9a+18}+\frac{a-2}{a^2-4a-12}-\frac{a-2}{a^2-a-6}$$

Contestar

$$\frac{(a+5)(a-2)}{(a+2)(a-3)(a-6)}$$

? Ejercicio22.6.54

$$\frac{y-2}{y^2+6y}+\frac{y+4}{y^2+5y-6}$$

? Ejercicio22.6.55

$$\frac{a+1}{a^3+3a^2}-\frac{a+6}{a^2-a}$$

Contestar

$$\frac{-a^3-8a^2-18a-1}{a^2(a+3)(a-1)}$$

? Ejercicio22.6.56

$$\frac{4}{3b^2-12b}-\frac{2}{6b^2-6b}$$

? Ejercicio22.6.57

$$\frac{3}{2x^5-4x^4}+\frac{-2}{8x^3+24x^2}$$

Contestar

$$\frac{-x^3+2x^2+6x+18}{4x^4(x-2)(x+3)}$$

? Ejercicio22.6.58

$$\frac{x+2}{12x^3}+\frac{x+1}{4x^2+8x-12}-\frac{x+3}{16x^2-32x+16}$$

? Ejercicio22.6.59

$$\frac{2x}{x^2-9}-\frac{x+1}{4x^2-12x}-\frac{x-4}{8x^3}$$

Contestar

$$\frac{14x^4-9x^3-2x^2+9x-36}{8x^3(x+3)(x-3)}$$

? Ejercicio22.6.60

$$4+\frac{3}{x+2}$$

? Ejercicio22.6.61

$$8+\frac{2}{x+6}$$

Contestar

$$\frac{8x+50}{x+6}$$

? Ejercicio22.6.62

$$1+\frac{4}{x-7}$$

? Ejercicio22.6.63

$$3+\frac{5}{x-6}$$

Contestar

$$\frac{3x-13}{x-6}$$

? Ejercicio22.6.64

$$-2+\frac{4x}{x+5}$$

? Ejercicio22.6.65

$$-1+\frac{3a}{a-1}$$

Contestar

$$\frac{2a+1}{a-1}$$

? Ejercicio22.6.66

$$6-\frac{4y}{y+2}$$

? Ejercicio22.6.67

$$2x+\frac{x^2-4}{x+1}$$

Contestar

$$\frac{3x^2+2x-4}{x+1}$$

Ejercicio22.6.68

$$-3y+\frac{4y^2+2y-5}{y+3}$$

Ejercicio22.6.69

$$x+2+\frac{x^2+4}{x-1}$$

Contestar

$$\frac{2x^2+x+2}{x-1}$$

Ejercicio22.6.70

$$b+6+\frac{2b+5}{b-2}$$

Ejercicio22.6.71

$$\frac{3x-1}{x-4}-8$$

Contestar

$$\frac{-5x+31}{x-4}$$

Ejercicio22.6.72

$$\frac{4y+5}{y+1}-9$$

Ejercicio22.6.73

$$\frac{2y^2+11y-1}{y+4}-3y$$

Contestar

$$\frac{-(y^2+y+1)}{y+4}$$

Ejercicio22.6.74

$$\frac{5y^2-2y+1}{y^2+y-6}-2$$

Ejercicio22.6.75

$$\frac{4a^3+2a^2+a-1}{a^2+11a+28}+3a$$

Contestar

$$\frac{7a^3+35a^2+85a-1}{(a+7)(a+4)}$$

Ejercicio22.6.76

$$\frac{2x}{1-x}+\frac{6x}{x-1}$$

Ejercicio22.6.77

$$\frac{5m}{6-m}+\frac{3m}{m-6}$$

Contestar

$$\frac{-2m}{m-6}$$

Ejercicio22.6.78

$$\frac{-a+7}{8-3a}+\frac{2a+1}{3a-8}$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.6.79

Simplificar$(x^3y^2z^5)^6(x^2yz)^2$

Contestar

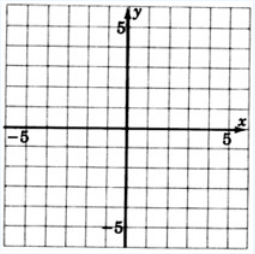
$x^{22}y^{14}z^{32}$

Ejercicio22.6.80

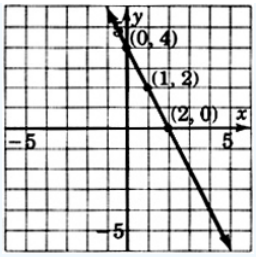
Escribe$6a^{-3}b^4c^{-2}a^{-1}b^{-5}c^3$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio22.6.81

Construye la gráfica de$y=-2x+4$



Contestar



Ejercicio22.6.82

Encuentra el producto $\dfrac{x^2-3x-4}{x^2+6x+5} \cdot \dfrac{x^2+5x+6}{x^2-2x-8}$

Ejercicio22.6.83

Reemplazar Ncon la cantidad adecuada: $\dfrac{x+3}{x-5} = \dfrac{N}{x^2-7x+10}$

Contestar

$(x+3)(x-2)$

This page titled 22.6: Sumando y restando expresiones racionales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.6: Adding and Subtracting Rational Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.7: Ecuaciones racionales

Ecuaciones Racionales

Ecuaciones Racionales

Cuando una expresión racional se establece igual a otra expresión racional, resulta una **ecuación racional**.

Algunos ejemplos de ecuaciones racionales son los siguientes (excepto el número 5):

Ejemplo22.7.1

$$\frac{3x}{4} = \frac{15}{2}$$

Ejemplo22.7.2

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{x-7}{x-3}$$

Ejemplo22.7.3

$$\frac{5a}{2} = 10$$

Ejemplo22.7.4

$$\frac{3}{x} + \frac{x-3}{x+1} = \frac{6}{5x}$$

Ejemplo22.7.5

$\frac{x-6}{x+1}$ es una **expresión** racional, no una ecuación racional.

La lógica detrás del proceso

Parece más razonable que una ecuación sin ninguna fracción sería más fácil de resolver que una ecuación con fracciones. Nuestro objetivo, entonces, es convertir cualquier ecuación racional en una ecuación que no contenga fracciones. Esto se hace fácilmente.

Para desarrollar este método, consideremos la ecuación racional

$$\frac{1}{6} + \frac{x}{4} = \frac{17}{12}$$

La pantalla LCD es de 12. Sabemos que podemos multiplicar ambos lados de una ecuación por la misma cantidad distinta de cero, así vamos a multiplicar ambos lados por la LCD, 12.

$$12(\frac{1}{6} + \frac{x}{4}) = 12 \cdot \frac{17}{12}$$

Ahora distribuye 12 a cada término del lado izquierdo usando la propiedad distributiva.

$$12 \cdot \frac{1}{6} + 12 \cdot \frac{x}{4} = 12 \cdot \frac{17}{12}$$

Ahora divide para eliminar todos los denominadores.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
2\ cdot 1 + 3\ cdot x &= 17\\

2 + 3x &= 17
\ end {array}\)

Ahora ya no hay más fracciones, y podemos resolver esta ecuación usando nuestras técnicas anteriores para obtener 5 como solución.

El Proceso

Hemos aclarado la ecuación de fracciones multiplicando ambos lados por la LCD. Este desarrollo genera la siguiente regla.

Borrar una Ecuación de Fracciones

Para borrar una ecuación de fracciones, multiplique ambos lados de la ecuación por la LCD.

Al multiplicar ambos lados de la ecuación por la LCD, utilizamos la propiedad distributiva para distribuir la LCD a cada término. Esto significa que podemos simplificar la regla anterior.

Borrar una Ecuación de Fracciones

Para borrar una ecuación de fracciones, multiplique **cada** término en ambos lados de la ecuación por la LCD.

El método completo para resolver una ecuación racional es

1. Determinar todos los valores que deben ser excluidos de la consideración encontrando los valores que producirán cero en el denominador (y así, división por cero). Estos valores excluidos no están en el dominio de la ecuación y se denominan valores que no son de dominio.

2. Despeja la ecuación de fracciones multiplicando cada término por la LCD.

3. Resolver esta ecuación no fraccionaria para la variable. Verifique si alguna de estas soluciones potenciales son valores excluidos.

4. Verifique la solución por sustitución.

Soluciones Extraños

Soluciones Extrañas

Las soluciones potenciales que han sido excluidas porque hacen que una expresión sea indefinida (o producen una declaración falsa para una ecuación) se denominan **soluciones extrañas.** Se descartan las soluciones extrañas. Si no hay otras soluciones potenciales, la ecuación no tiene solución.

Conjunto de Muestras A

Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

Ejemplo22.7.6

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3x} {4} &=\ dfrac {15} {2} &\ text {Dado que los denominadores son constantes, no hay valores excluidos.} \\
&&\ text {No se deben excluir valores. El LCD es 4. Multiplica cada término por 4}\\
4\ cdot\ dfrac {3x} {4} &= 4\ cdot\ dfrac {15} {2}\
\ cancel {4}\ cdot\ dfrac {3x} {\ cancel {4}} &= _ {\ cancel {4}} ^ {2}\ cdot\ dfrac {15} {\ cancel {2}}\
3x &= 2\ cdot 15\\
3x &= 30\\
x &= 10 & 10\ text {no es un valor excluido. Compruébalo como solución}.
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3x} {4} &=\ dfrac {15} {2}\
\\ dfrac {3 (10)} {4} &=\ dfrac {15} {2} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
\ dfrac {30} {4} &=\ dfrac {15} {2} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
\ dfrac {15} {2} &=\ dfrac {15} {2} &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Ejemplo22.7.7

\ (\ begin {aligned}
\ dfrac {4} {x-1} &=\ dfrac {2} {x+6} & 1\ text {y} -6\ text {son valores que no son de dominio. Excluirlos de la solución}\\
&&\ text {La LCD es} (x-1) (x+6)\ text {Multiplica cada término por la LCD}\\
(x-1) (x+6)\ cdot\ dfrac {4} {x-1} &= (x-1) (x+6)\ cdot\ dfrac {2} {x+6}\
\ cancel {(x-1)} (x+6)\ cdot\ dfrac {4} {\ cancel {x-1}} &= (x-1)\ cancelar {(x+6)}\ cdot\ dfrac {2} {\ cancel {x+6}}\\
4 (x+6) &= 2 (x-1) &\ text {Resuelve esta ecuación no fraccionaria}\\
4x + 24 &= 2x - 2\\
2x &= -26\\
x &= -13 & -13\ text {no es un valor excluido. Comprobarlo como solución}
\ end {alineado}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {4} {x-1} &=\ dfrac {2} {x+6}\
\ dfrac {4} {-13-1} &=\ dfrac {2} {-13 + 6} &\ text {¿Es esto correcto?} \\
\ dfrac {4} {-14} &=\ dfrac {2} {-7} &\ text {¿Es esto correcto?} \\
\ dfrac {2} {-7} &=\ dfrac {2} {-13 + 6} &\ text {Sí, esto es correcto}\\
\ end {array}\)

-13es la solución.

Ejemplo22.7.8

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {4a} {a-4} &= 2 +\ dfrac {16} {a-4}. & 4\ text {es un valor que no es de dominio. Excluirlo de consideración}\\
&&\ text {La pantalla LCD es} a-4\ text {. Multiplica cada término por} a-4\\
(a-4)\ cdot\ dfrac {4a} {a-4} &= 2 (a-4) + (a-4)\ cdot\ dfrac {16} {a-4}\
\ cancel {(a-4)}\ cdot\ dfrac {4a} {\ cancel {a-4}} &= 2 (a-4) +\ cancel {(a-4) 4)}\ cdot\ dfrac {16} {\ cancel {a-4}}\\
4a &= 2 (a-4) + 16 &\ text {Resuelve esto ecuación no fraccionaria}\\
4a &= 2a - 8 + 16\\
4a &= 2a + 8\\
2a &= 8\\
a &= 4
\ end {array}\)

Este valor,$a = 4$, ha sido excluido de consideración. No se debe considerar como una solución. Es extraneo. Como no hay otras soluciones potenciales a considerar, concluimos que esta ecuación *no tiene solución.*

Conjunto de práctica A

Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

Problema de práctica22.7.1

$$\frac{2x}{5} = \frac{x-14}{6}$$

Contestar

$x = -10$

Problema de práctica22.7.2

\dfrac{3a}{a-1} = \dfrac{3a + 8}

Contestar

$a = -2$

Problema de práctica22.7.3

$$\frac{3}{y-3} + 2 = \frac{y}{y-3}$$

Contestar

$y = 3$es ajeno, por lo que no hay solución.

Conjunto de Muestras B

Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

Ejemplo22.7.9

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3} {x} +\ dfrac {4x} {x-1} &=\ dfrac {4x^2 + 2 + 5} {x^2 - x} &\ text {Factor todos los denominadores para encontrar cualquier valor excluido y el LCD}\\
&&\ text {Los valores sin dominio son} 0\ text {y} 1. \ text {Excluirlos de consideración.}\\
\ dfrac {3} {x} +\ dfrac {4x} {x-1} &=\ dfrac {4x^2 + x + 5} {x (x-1)} &\ text {La LCD es} x (x-1)\ text {. Multiplica cada término por} x (x-1)\ text {y simplifica}
\ end {array}\)

$$\cancel{x}(x-1)\cdot\frac{3}{\cancel{x}} + x(\cancel{x-1})\cdot\frac{4x}{\cancel{x-1}} = \cancel{x(x-1)}\cdot\frac{4x^2+x+5}{\cancel{x(x-1)}} \quad .$$

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
3 (x-1) + 4x\ cdot x &= 4x^2 + x + 5 &\ text {Resuelve esta ecuación no fraccionaria para obtener las soluciones potenciales}\\
3x - 3 + 4x^2 &= 4x^2 + x + 5\\
3x - 3 &= x + 5\\
2x &= 8\\
x &= 4 & 4\ text {no es un valor excluido. Compruébalo como solución}
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3} {x} +\ dfrac {4x} {x-1} &=\ dfrac {4x^2 + x + 5} {x^2 - x}\
\ dfrac {3} {4} +\ dfrac {4\ cdot 4} {4-1} &=\ dfrac {4\ cdot 4dot ^2 + 4 + 5} {16 - 4} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
\ dfrac {3} {4} +\ dfrac {16} {3} &=\ dfrac {64 + 4 + 5} {12} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
\ dfrac {9} {12} +\ dfrac {64} {12} &=\ dfrac {73} {12} &\ text {¿Es esto correcto? }\\

\ dfrac {73} {12} &=\ dfrac {73} {12} &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

4es la solución.

La propiedad de factor cero se puede utilizar para resolver ciertos tipos de ecuaciones racionales. Estudiamos la propiedad de factor cero en la Sección 5.1, y tal vez recuerdes que establece que si$a$ yb son números reales y eso$a\cdot\ b=0$, entonces uno o ambos$a=0$ o$b=0$ .La propiedad de factor cero es útil para resolver la siguiente ecuación racional.

Ejemplo22.7.10

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {3} {a^2} -\ dfrac {2} {a} &= 1 &\ text {Cero es un valor excluido.}\\
&&\ text {La LCD es} a^2\ text {Multiplica cada término por} a^2\ text {y simplifica}\
\\ cancel {a^2}\ cdot\ dfrac ac {3} {\ cancel {a^2}} -\ cancel {a^2}\ cdot\ dfrac {2} {\ cancel {a}} &= 1\ cdot a^2\\
3-2a &= a^2 &\ text {Resuelve esta ecuación cuadrática no fraccionaria. Ponlo igual a cero}\\
0 &= a^2 + 2a - 3\\
0 &= (a+3) (a-1)\\
a&= - 3, a = 1 &\ text {Verifíquelas como soluciones}
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {If} a = -3: &\ dfrac {3} {(-3) ^2} -\ dfrac {2} {-3} &= 1 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {3} {9} +\ dfrac {2} {3} &= 1 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {1} {3} +\ dfrac {2} {3} &= 1 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
& 1 &= 1 &\ text {Sí, esto es correcto}\\
& a &= -3 &\ text {Comprueba y es una solución}\\
\ text {Si} a = 1: &\ dfrac {3} {(1) ^2} -\ dfrac {2} {1} &= 1 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {3} {1} -\ dfrac {2} {1} &= 1 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
& 1 &= 1 &\ text {Sí, esto es correcto.}\\
& a &= 1 &\ text {Comprueba y es una solución}
\ end {array}\)

-3y1 son las soluciones.

Set de práctica B

Problema de práctica22.7.4

Resolver la ecuación$\dfrac{a+3}{a-2}=\dfrac{a+1}{a-1}$

Contestar

$a=\dfrac{1}{3}$

Problema de práctica22.7.5

Resolver la ecuación$\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2x}{x^2-1}$

Contestar

Esta ecuación no tiene solución. $x=1$es extraneo.

Sección 7.6 Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones racionales.

Ejercicio22.7.1

$$\frac{32}{x} = \frac{16}{3}$$

Contestar

$$x = 6$$

Ejercicio22.7.2

$$\frac{54}{y} = \frac{27}{4}$$

Ejercicio22.7.3

$$\frac{8}{y} = \frac{2}{3}$$

Contestar

$$y = 12$$

Ejercicio22.7.4

$$\frac{x}{28} = \frac{3}{7}$$

Ejercicio22.7.5

$$\frac{x+1}{4} = \frac{x-3}{2}$$

Contestar

$$x = 7$$

Ejercicio22.7.6

$$\frac{a+3}{6} = \frac{a-1}{4}$$

Ejercicio22.7.7

$$\frac{y-3}{6} = \frac{y+1}{4}$$

Contestar

$$y = -9$$

Ejercicio22.7.8

$$\frac{x-7}{8}=\frac{x+5}{6}$$

Ejercicio22.7.9

$$\frac{a+6}{9}-\frac{a-1}{6}=0$$

Contestar

$a=15$

Ejercicio22.7.10

$$\frac{y+11}{4}=\frac{y+8}{10}$$

Ejercicio22.7.11

$$\frac{b+1}{2}+6=\frac{b-4}{3}$$

Contestar

$b=-47$

Ejercicio22.7.12

$$\frac{m+3}{2}+1=\frac{m-4}{5}$$

Ejercicio22.7.13

$$\frac{a-6}{2}+4=-1$$

Contestar

$a=-4$

Ejercicio22.7.14

$$\frac{b+11}{3}+8=6$$

Ejercicio22.7.15

$$\frac{y-1}{y+2}=\frac{y+3}{y-2}$$

Contestar

$y=-\frac{1}{2}$

Ejercicio22.7.16

$$\frac{x+2}{x-6}=\frac{x-1}{x+2}$$

Ejercicio22.7.17

$$\frac{3m+1}{2m}=\frac{4}{3}$$

Contestar

$$m=-3$$

Ejercicio22.7.18

$$\frac{2k+7}{3k}=\frac{5}{4}$$

Ejercicio22.7.19

$$\frac{4}{x+2}=1$$

Contestar

$$x=2$$

Ejercicio22.7.20

$$\frac{-6}{x-3}=1$$

Ejercicio22.7.21

$$\frac{a}{3}+\frac{10+a}{4}=6$$

Contestar

$$a=6$$

Ejercicio22.7.22

$$\frac{k+17}{5}-\frac{k}{2}=2k$$

Ejercicio22.7.23

$$\frac{2b+1}{3b-5}=\frac{1}{4}$$

Contestar

$$b=-\frac{9}{5}$$

Ejercicio22.7.24

$$\frac{-3a+4}{2a-7}=\frac{-7}{9}$$

Ejercicio22.7.25

$$\frac{x}{x+3}-\frac{x}{x-2}=\frac{10}{x^2+x-6}$$

Contestar

$x=-2$

Ejercicio22.7.26

$$\frac{3y}{y-1}+\frac{2y}{y-6}=\frac{5y^2-15y+20}{y^2-7y+6}$$

Ejercicio22.7.27

$$\frac{4a}{a+2}-\frac{3a}{a-1}=\frac{a^2-8a-4}{a^2+a-2}$$

Contestar

$a=2$

Ejercicio22.7.28

$$\frac{3a-7}{a-3}=\frac{4a-10}{a-3}$$

Ejercicio22.7.29

$$\frac{2x-5}{x-6}=\frac{x+1}{x-6}$$

Contestar

Sin solución; 6 es un valor excluido.

Ejercicio22.7.30

$$\frac{3}{x+4}+\frac{5}{x+4}=\frac{3}{x-1}$$

Ejercicio22.7.31

$$\frac{2}{y+2}+\frac{8}{y+2}=\frac{9}{y+3}$$

Contestar

$y=-12$

Ejercicio22.7.32

$$\frac{4}{a^2+2a}=\frac{3}{a^2+a-2}$$

Ejercicio22.7.33

$$\frac{2}{b(b+2)}=\frac{3}{b^2+6b+8}$$

Contestar

$b=8$

Ejercicio22.7.34

$$\frac{x}{x-1}+\frac{3x}{x-4}=\frac{4x^2-8x+1}{x^2-5x+4}$$

Ejercicio22.7.35

$$\frac{4x}{x+2}-\frac{x}{x+1}=\frac{3x^2+4x+4}{x^2+3x+2}$$

Contestar

no hay solución

Ejercicio22.7.36

$$\frac{2}{a-5}-\frac{4a-2}{a^2-6a+5}=\frac{-3}{a-1}$$

Ejercicio22.7.37

$$\frac{-1}{x+4}-\frac{2}{x+1}=\frac{4x+19}{x^2+5x+4}$$

Contestar

Sin solución;-4 es un valor excluido.

Ejercicio22.7.38

$$\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}=1$$

Ejercicio22.7.39

$$\frac{6}{y^2}-\frac{5}{y}=1$$

Contestar

$y=-6,1$

Ejercicio22.7.40

$$\frac{12}{a^2}-\frac{4}{a}=1$$

Ejercicio22.7.41

$$\frac{20}{x^2}-\frac{1}{x}=1$$

Contestar

$x=4,-5$

Ejercicio22.7.42

$$\frac{12}{y}+\frac{12}{y^2}=-3$$

Ejercicio22.7.43

$$\frac{16}{b^2}+\frac{12}{b}=4$$

Contestar

$y=4,-1$

Ejercicio22.7.44

$$\frac{1}{x^2}=1$$

Ejercicio22.7.45

$$\frac{16}{y^2}=1$$

Contestar

$y=4,-4$

Ejercicio22.7.46

$$\frac{25}{a^2}=1$$

Ejercicio22.7.47

$$\frac{36}{y^2}=1$$

Contestar

$y=6,-6$

? Ejercicio22.7.48

$$\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x}=2$$

? Ejercicio22.7.49

$$\frac{2}{a^2}-\frac{5}{a}=3$$

Contestar

$$a=\frac{1}{3},-2$$

? Ejercicio22.7.50

$$\frac{2}{x^2}+\frac{7}{x}=-6$$

? Ejercicio22.7.51

$$\frac{4}{a^2}+\frac{9}{a}=9$$

Contestar

$$a=-\frac{1}{3},\frac{4}{3}$$

? Ejercicio22.7.52

$$\frac{2}{x}=\frac{3}{x+2}+1$$

? Ejercicio22.7.53

$$\frac{1}{x}=\frac{2}{x+4}-\frac{3}{2}$$

Contestar

$$x=-\frac{4}{3},-2$$

? Ejercicio22.7.54

$$\frac{4}{m}-\frac{5}{m-3}=7$$

? Ejercicio22.7.55

$$\frac{6}{a+1}-\frac{2}{a-2}=5$$

Contestar

$$a=\frac{4}{5},1$$

Para los siguientes problemas, resolver cada ecuación literal para la letra designada.

Ejercicio22.7.56

$V = \dfrac{GMm}{D}$ para$D$

Ejercicio22.7.57

$PV = nrt$ para$n$.

Contestar

$$n = \frac{PV}{rt}$$

Ejercicio22.7.58

$E = mc^2$ para$m$

Ejercicio22.7.59

$P = 2(1 + w)$ para$w$.

Contestar

$$W = \frac{P - 2}{2}$$

Ejercicio22.7.60

$A = \dfrac{1}{2}h(b + B)$ para$B$.

Ejercicio22.7.61

$A = P(1 + rt)$ para$r$.

Contestar

$$r = \frac{A - P}{Pt}$$

Ejercicio22.7.62

$z = \dfrac{x - \hat{x}}{s}$ para$\hat{x}$

Ejercicio22.7.63

$F = \dfrac{S_x^2}{S_y^2}$ for S_y^2

Contestar

$$S_y^2 = \frac{S_x^2}{F}$$

? Ejercicio22.7.64

$\frac{1}{R}=\frac{1}{E}+\frac{1}{F}$ para$F$.

? Ejercicio22.7.65

$K=\frac{1}{2}h(s_1+s_2)$ paras_2.

Contestar

$S_2=\frac{2K}{h}-S_1$ or $\frac{2K-hS_1}{h}$

? Ejercicio22.7.66

$Q=\frac{2mn}{s+t}$ para$s$.

? Ejercicio22.7.67

$V=\frac{1}{6}\pi(3a^2+h^2)$ parah^2.

Contestar

$h_2=\frac{6V-3\pi a^2}{\pi}$

? Ejercicio22.7.68

$I=\frac{E}{R+r}$ para$R$.

Ejercicios para revisión

? Ejercicio22.7.69

Escribe$(4x^3y^{-4})^{-2}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Contestar

$\frac{y^8}{16x^6}$

? Ejercicio22.7.70

Factorx^4-16

? Ejercicio22.7.71

Suministrar la palabra faltante. Una pendiente de una línea es una medida del _____ de la línea.

Contestar

empinamiento

Ejercicio22.7.72

Encuentra el producto $\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-12} \cdot \frac{x^2+6x+9}{x^2+x-2} \cdot \frac{x^2-6x+8}{x^2+x-6}$

Ejercicio22.7.73

Encuentra la suma. $\frac{2x}{x+1}+\frac{1}{x-3}$

Contestar

$$\frac{2x^2-5x+1}{(x+1)(x-3)}$$

This page titled 22.7: Ecuaciones racionales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.7: Rational Equations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.8: Aplicaciones

El método de cinco pasos

Ahora estamos en condiciones de estudiar algunas aplicaciones de ecuaciones racionales. Algunos de estos problemas tendrán aplicaciones prácticas mientras que otros están pensados como desarrolladores de lógica.

Aplicaremos el método de cinco pasos para resolver problemas de palabras.

Método de cinco pasos

Método de cinco pasos

1. Representar todas las cantidades desconocidas en términos de x o alguna otra letra.
2. Traducir las frases verbales a símbolos matemáticos y formar una ecuación.
3. Resuelve esta ecuación.
4. Verifique la solución sustituyendo el resultado en la declaración original del problema.
5. Escribe la conclusión.

Recuerda, el paso 1 es muy importante: siempre

Introducir una variable.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo22.8.1

Cuando se suma el mismo número al numeartor y denominador de la fracción$\frac{3}{5}$, el resultado si$\frac{7}{9}$. ¿Cuál es el número que se agrega?

Paso 1: Deja que$x$ = se agregue el número.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {Paso 2:} &\ dfrac {3+x} {5+x} &=\ dfrac {7} {9}
\\ text {Paso 3:} &\ dfrac {3+x} {5+x} &=\ dfrac {7} {9} &\ text {Un valor excluido es} -5\
&&&\ text {Multiplica cada término por} 9 (5 + x)\\
& 9 (5 + x)\ cdot\ dfrac {3 + x} {5 + x} &= 9 (5 + x)\ cdot\ dfrac {7} {9}\\
& 9 (3 + x) &= 7 (5 + x)\\
& 27 + 9x &= 35 + 7x\\
& 2x &=8\\
& x &= 4 &\ text {Comprueba esta solución potencial}\\
\ text {Paso 4:} &\ dfrac {3 + 4} {5 + 4} &=\ dfrac {7} {9} &\ text {Sí, esto es correcto}\\
\ text {Paso 5: El número agregado es} 4
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

El mismo número se suma al numerador y denominador de la fracción$\frac{4}{9}$. El resultado es$\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el número que se agrega?

Problema de práctica22.8.1

Paso 1: Dejar$x$ =

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5: El número agregado es __.

Responder

El número agregado es 6.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo22.8.2

Dos tercios de un número sumado al recíproco de los rendimientos numéricos$\frac{25}{6}$. ¿Cuál es el número?

Paso 1: Deja$x$ = el número.

Paso 2: Recordemos que el recíproco de un número$x$ es el número$\frac{1}{x}$.

$$\frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{x} = \frac{25}{6}$$

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ texto {Paso 3:} &\ dfrac {2} {3}\ cdot x +\ dfrac {1} {x} &=\ dfrac {25} {6} &\ text {La LCD es} 6x\ texto {. Multiplica cada término por} 6x\\
& 6x\ cdot\ dfrac {2} {3} x + 6x\ cdot\ dfrac {1} {x} &= 6x\ cdot\ dfrac {25} {6}\\
& 4x^2 + 6 &= 25x &\ text {Resuelve esta ecuación cuadrática no fraccionaria para obtener las soluciones potenciales. (Utilice la propiedad de factor cero.) \\
& 4x^2 - 25x + 6 &= 0\\
& (4x - 1) (x - 6) &= 0\\
& x &=\ dfrac {1} {4}, 6 &\ text {Comprueba estas soluciones potenciales}
\ end {array}\)

Paso 4: Sustituyendo a la ecuación original, puede ser que ambas soluciones verifiquen.

Paso 5: Hay dos soluciones:$\frac{1}{4}$ y6.

Set de práctica B

Problema de práctica22.8.2

Siete mitades de un número sumado al recíproco de los rendimientos numéricos$\frac{23}{6}$. ¿Cuál es el número?

Paso 1: Dejar$x$ =

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5: El número es.

Responder

Hay dos números: $\frac{3}{7}, \frac{2}{3}$

Conjunto de Muestras C

Ejemplo 22.8.3

La Persona A, trabajando sola, puede verter una pasarela de concreto en 6 horas. La persona B, trabajando sola, puede verter la misma pasarela en 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ambas personas en verter la pasarela de concreto trabajando juntas?

Paso 1: Dejar que $x =$ el número de horas para verter la pasarela de concreto trabajando en conjunto (ya que esto es lo que estamos buscando).

Paso 2: Si la persona A puede completar el trabajo en 6 horas, A puede completar $\frac{1}{6}$ el trabajo en 1 hora. Si la persona B puede completar el trabajo en 4 horas, B puede completar $\frac{1}{4}$ el trabajo en 1 hora. Si A y B, trabajando juntos, pueden completar el trabajo en x horas, pueden completar $\frac{1}{x}$ el trabajo en 1 hora. Poniendo estos tres hechos en forma de ecuación, tenemos:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{x}$$

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {Paso 3:} &\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {1} {4} &=\ dfrac {1} {x} &\ text {Un valor excluido es 0}\\\
& 12x\ cdot\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {12x}\ cdot\ frac {1} {4} &= 12x\ cdot\ dfrac {1} {x}\\
& 2x + 3x &= 12 &\ texto { Resuelve esta ecuación no fraccionaria para obtener las soluciones potenciales}\\
& 5x &= 12\\
& x &=\ dfrac {12} {5}\ text {o} x=2\ dfrac {2} {5} &\ text {Comprueba esta solución potencial.}\
\\ text {Paso 4:} &\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {1} {4} &=\ dfrac {1} {x}\\
&\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {1} {4} =\ dfrac {\ frac {1} {12}} {5}. &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {1} {6} +\ dfrac {1} {4} &=\ dfrac {5} {12} &\ text {La pantalla LCD es} 12\ texto {. ¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {2} {12} +\ dfrac {3} {12} &=\ dfrac {5} {12} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {5} {12} &=\ dfrac {5} {12} &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Paso 5: Trabajando juntos, A y B pueden verter la pasarela de concreto en $2\frac{2}{5}$ horas.

Set de práctica C

Problema de práctica 22.8.3

La Persona A, trabajando sola, puede verter una pasarela de concreto en 9 horas. La persona B, trabajando sola, puede verter la misma pasarela en 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ambas personas en verter la pasarela de concreto trabajando juntas?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5: Trabajando en conjunto, A y B.

Responder

Trabajando juntos, A y B pueden verter la pasarela de concreto en $3\frac{3}{5}$ hr.

Conjunto de Muestras D

Ejemplo 22.8.4

Una tubería de entrada puede llenar un tanque de agua en 12 horas. Una tubería de salida puede drenar el tanque en 20 horas. Si ambas tuberías están abiertas, ¿cuánto tiempo tardará en llenar el tanque?

Paso 1: Dejar x = el número de horas requeridas para llenar el tanque.

Paso 2: Si la tubería de entrada puede llenar el tanque en 12 horas, puede llenar $\frac{1}{12}$ el tanque en 1 horas.

Si la tubería de salida puede drenar el tanque en 20 horas, puede drenar $\frac{1}{20}$ del tanque en 1 horas.

Si ambas tuberías están abiertas, lleva x horas llenar el tanque. Entonces $\frac{1}{x}$ del tanque se llenará en 1 hora.

Dado que se está agregando agua (tubería de entrada) y restando (tubería de salida) obtenemos

$$\frac{1}{12}-\frac{1}{20}=\frac{1}{x}$$

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {Paso 3:} &\ dfrac {1} {12} -\ dfrac {1} {20} &=\ dfrac {1} {x} &\ text {Un valor excluido es} 0\ text {. La pantalla LCD es} 60x\ text {. Multiplica cada término por} 60x. \\
& 60x\ cdot\ dfrac {1} {12} - 60x\ cdot\ dfrac {1} {20} &= 60x\ cdot\ dfrac {1} {x}\\
& 5x - 3x &= 60 &\ text {Resuelve esta ecuación no fraccionaria para obtener las soluciones potenciales.}\\
& 2x &= 60\
& x &= 30 &\ text { Comprueba esta solución potencial}\\
\ text {Paso 4:} &\ dfrac {1} {12} -\ dfrac {1} {20} &=\ dfrac {1} {x}\\
&\ dfrac {1} {12} -\ dfrac {1} {20} &=\ dfrac {1} {30} &\ text {La LCD es} 60\ texto {. ¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {5} {60} -\ dfrac {3} {60} &=\ dfrac {1} {30} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ dfrac {1} {30} &=\ dfrac {1} {30} &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Paso 5: Con ambas tuberías abiertas, tardará 30 horas en llenar el tanque de agua.

Set de Práctica D

Problema de práctica 22.8.4

Una tubería de entrada puede llenar un tanque de agua en 8 horas y una tubería de salida puede drenar el tanque en 10 horas. Si ambas tuberías están abiertas, ¿cuánto tiempo tardará en llenar el tanque?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

Se tardará 40 hr en llenar el tanque.

Juego de Muestras E

Ejemplo22.8.5

La persona A tarda 3 horas más que la persona B en completar un determinado trabajo. Trabajando juntos, ambos pueden completar el trabajo en 2 horas. ¿Cuánto tiempo tarda cada persona en completar el trabajo trabajando sola?

Paso 1: Dejar$x =$ tiempo requerido para que B complete el trabajo trabajando solo. Entonces,$(x + 3) =$ tiempo requerido para que A complete el trabajo trabajando solo.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ texto {Paso 2:} &\ dfrac {1} {x} +\ dfrac {1} {x+3} &=\ dfrac {1} {2}
\\ texto {Paso 3:} &\ dfrac {1} {x} +\ dfrac {1} {x+3} &=\ dfrac {1} {2} &\ text {Los dos valores excluidos son} 0\ text {y} -3\ text {. El LCD es} 2x (x+3)\\
& 2x (x+3)\ cdot\ dfrac {1} {x} + 2x (x+3)\ cdot\ dfrac {1} {x+3} &= 2x (x+3)\ cdot\ dfrac {1} {2}\\
& 2 (x+3) + 2x &= x (x+3)\
& 2x + 6 + 2x &= x^2 + 3x &\ text {Esta es una ecuación cuadrática que se puede resolver usando el método cero- propiedad del factor}\\
& 4x + 6 &= x^2 + 3x\\
& x^2 - x - 6 &= 0\\
& (x-3) (x+2) &= 0\\
& (x-3) (x+2) &= 0\\
& x &= 3, -2 &\ text {Comprobar estas soluciones potenciales}
\ end {array}\)

Paso 4: Si$x = -2$, la ecuación comprueba, pero ni siquiera tiene sentido físico.

Si$x = 3$, la ecuación comprueba

$x = 3 y x + 3 = 6$.

Paso 5: La persona B puede hacer el trabajo en3 horas y la persona A puede hacer el trabajo en6 horas.

Set de práctica E

Problema de práctica22.8.5

A la persona A le toma 4 horas menos que a la persona B completar una determinada tarea. Trabajando juntos, ambos pueden completar la tarea en$\frac{8}{3}$ horas. ¿Cuánto tiempo tarda cada persona en completar la tarea trabajando sola?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

Persona A, 4 hr para completar la tarea; persona B, 8 hr completar la tarea.

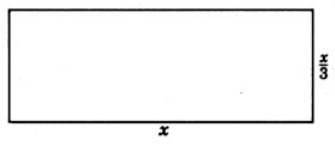
Conjunto de Muestras F

Ejemplo22.8.6

El ancho de un rectángulo es$\frac{1}{3}$ su longitud. Encuentra las dimensiones (largo y ancho) si el permieter es16 cm.

Paso 1: Dejar$x =$ largo. Después$\frac{x}{3} =$ ancho.

Paso 2: Haz un boceto del rectángulo.



El perímetro de una figura es la longitud total alrededor de la figura.

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
& x +\ dfrac {x} {3} + x +\ dfrac {x} {3} &= 16\\
& 2x +\ dfrac {2x} {3} &= 16
\\ texto {Paso 3:} & 2x +\ dfrac {2x} {3} &= 16 &\ text {La LCD es} 3\
& 3\ cdot 2x + 3\ cdot\ dfrac {2x} {3} &= 3\ cdot 16\\
& 6x + 2x &= 48\\
& 8x &= 48\\
& x &= 6 &\ text {Comprueba esta solución potencial.}\\
\ text {Paso 4:} & 6 +\ dfrac {6} {3} + 6 +\ dfrac {6} {3} &= 16 &\ text {¿Es esto correcto?}
& 6 + 2 + 6 + 2 &= 16 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& 16 &= 16 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Desde$x = 6, \frac{x}{3} = \frac{6}{3} = 2$

Paso 5: El largo$= 6$ cm y el ancho$= 2$ cm.

Set de práctica F

Problema de práctica22.8.6

El ancho de un rectángulo es$\frac{1}{12}$ su longitud. Encuentra las dimensiones (largo y ancho) si el perímetro es78 pies.

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

largo = 36 pies, ancho = 3 pies.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resuelva usando el método de cinco pasos.

Ejercicio22.8.1

Cuando se suma el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción$\frac{3}{7}$, el resultado es$\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el número?

Responder

El número agregado es5.

Ejercicio22.8.2

Cuando se suma el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción$\frac{5}{8}$, el resultado es$\frac{3}{4}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.8.3

Cuando se suma el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción$\frac{3}{8}$, el resultado es$\frac{1}{6}$. ¿Cuál es el número?

Responder

El número agregado es-2.

Ejercicio22.8.4

Cuando se suma el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción$\frac{7}{9}$, el resultado es$\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.8.5

Cuando se resta el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción$\frac{1}{10}$, el resultado es$\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el número?

Responder

El número restado es-17.

Ejercicio22.8.6

Cuando se resta el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción$\frac{3}{4}$, el resultado es$\frac{5}{6}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.8.7

Un tercio de un número sumado al recíproco de rendimientos numéricos$\frac{13}{6}$. ¿Cuál es el número?

Responder

$x = \frac{1}{2}, 6$

Ejercicio22.8.8

Cuatro quintas partes de un número sumado al recíproco de rendimientos numéricos$\frac{81}{10}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.8.9

La mitad de un número sumado al doble del recíproco del número rinde2. ¿Cuál es el número?

Responder

2

Ejercicio22.8.10

Un cuarto de un número sumado a cuatro veces el recíproco de los rendimientos numéricos$\frac{-10}{3}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.8.11

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en 8 horas. Otra tubería de entrada puede llenar el tanque en 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardan ambas tuberías trabajando juntas para llenar el tanque?

Responder

$3\frac{1}{13}$horas.

Ejercicio22.8.12

Una tubería puede drenar una piscina en 12 horas. Otra tubería puede drenar la piscina en 15 horas. ¿Cuánto tiempo tardan ambas tuberías trabajando juntas para drenar la piscina?

Ejercicio22.8.13

Un grifo puede llenar el lavabo de un baño en 1 minuto. El desagüe puede vaciar el fregadero en 2 minutos. Si tanto el grifo como el desagüe están abiertos, ¿cuánto tiempo tardará en llenar el fregadero?

Responder

dos minutos

Ejercicio22.8.14

Un grifo puede llenar una bañera en$6\frac{1}{2}$ minutos. El desagüe puede vaciar la tina en$8\frac{1}{3}$ minutos. Si tanto el grifo como el desagüe están abiertos, ¿cuánto tiempo tardará en llenar la bañera?

Ejercicio22.8.15

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en 5 horas. Una tubería de salida puede vaciar el tanque en 4 horas. Si ambas tuberías están abiertas, ¿se puede llenar el tanque? Explique.

Responder

No. $x = -20$ horas.

Ejercicio 22.8.16

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en a unidades de tiempo. Una tubería de salida puede vaciar el tanque en b unidades de tiempo. Si ambas tuberías están abiertas, ¿cuántas unidades de tiempo se requieren para llenar el tanque? ¿Hay alguna restricción sobre a y b?

Ejercicio 22.8.17

Un repartidor, trabajando solo, puede entregar todos sus bienes en 6 horas. Otro repartidor, que trabaja solo, puede entregar la misma mercancía en 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán los chicos en entregar todos los bienes trabajando juntos?

Responder

$2\frac{8}{11}$ horas.

Ejercicio 22.8.18

Un astronauta del transbordador espacial puede realizar cierto experimento en 2 horas. Otro astronauta del transbordador espacial que no esté tan familiarizado con el experimento puede realizarlo en $2\frac{1}{2}$ horas. Trabajando juntos, ¿cuánto tardarán ambos astronautas en realizar el experimento?

Ejercicio 22.8.19

Una persona puede completar una tarea 8 horas antes que otra persona. Trabajando en conjunto, ambas personas pueden realizar la tarea en 3 horas. ¿Cuántas horas le toma a cada persona completar la tarea trabajando sola?

Responder

Primera persona: 12 horas; segunda persona: 4 horas

Ejercicio 22.8.20

Encuentra dos enteros consecutivos de tal manera que dos tercios del número menor agregado al otro rinda 11.

Ejercicio 22.8.21

Encuentra dos enteros consecutivos de tal manera que tres cuartas partes del número menor sumado al otro rinde 29.

Responder

16,17

Ejercicio 22.8.22

El ancho de un rectángulo es $\frac{2}{5}$ su longitud. Encuentra las dimensiones si el perímetro es de 42 metros.

Ejercicio 22.8.23

El ancho de un rectángulo es $\frac{3}{7}$ el largo. Encuentra las dimensiones si el perímetro es de 60 pies.

Responder

ancho=9 ft; largo=21 ft

Ejercicio22.8.24

Dos lados de un triángulo tienen la misma longitud. El tercer lado es el doble de largo que cualquiera de los otros dos lados. El perímetro del triángulo es de 56 pulgadas. ¿Cuál es la longitud de cada lado?

Ejercicio22.8.25

En un triángulo, el segundo lado es 3 pulgadas más largo que el primer lado. El tercer lado es $\frac{3}{4}$ la longitud del segundo lado. Si el perímetro es de 30 pulgadas, ¿cuánto dura cada lado?

Responder

lado 1=9 pulgadas; lado 2=12 pulgadas; lado 3=9 pulgadas

Ejercicio22.8.26

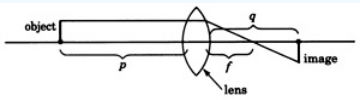
la presión debida a la tensión superficial en una caída esférica de líquido viene dada por $P = \frac{2T}{r}$, donde T está la tensión superficial del líquido y r es el radio de la gota. Si el líquido es una burbuja, tiene dos superficies y la tensión superficial viene dada por

$$P = \frac{2T}{r} + \frac{2T}{r} = \frac{4T}{r}$$

(a) Determinar la presión debida a la tensión superficial dentro de una burbuja de jabón de radio de 2 pulgadas y tensión superficial 28.
(b) Determinar el radio de una burbuja si la presión debida a la tensión superficial es 52 y la tensión superficial es 39.

Ejercicio22.8.27

La ecuación $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ relaciona la distancia p de un objeto desde una lente y la distancia q de imagen desde la lente con la distancia focal f de la lente.



(a) Determinar la distancia focal de una lente en la que un objeto a 10 pies de distancia produce una imagen a 6 pies de distancia.
(b) Determinar qué tan lejos está un objeto de una lente si la distancia focal de la lente es de 6 pulgadas y la distancia de la imagen es de 10 pulgadas.
(c) Determinar qué tan lejos estará una imagen de una lente que tenga una distancia focal de $4\frac{4}{5}$ cm y el objeto esté a 12 cm de distancia de la lente.

Responder

a) $f = \frac{15}{4}$ pies

b) $p = 15$ pulgadas.

c) $q = 8$ cm.

Ejercicio22.8.28

La persona A puede completar una tarea en 4 horas, la persona B puede completar la tarea en 6 horas y la persona C puede completar la tarea en 3 horas. Si las tres personas están trabajando juntas, ¿cuánto tiempo tardará en completar la tarea?

Ejercicio22.8.29

Tres tuberías de entrada pueden llenar un tanque de almacenamiento en 4, 6 y 8 horas, respectivamente. ¿Cuánto tiempo tardarán las tres tuberías en llenar el tanque?

Responder

$1\frac{11}{13}$horas

Ejercicio22.8.30

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en 10 horas. El tanque tiene dos tuberías de drenaje, cada una de las cuales puede vaciar el tanque en 30 horas. Si las tres tuberías están abiertas, ¿se puede llenar el tanque? Si es así, ¿cuánto tiempo tardará?

Ejercicio22.8.31

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en 4 horas. El tanque tiene tres tubos de drenaje. Dos de las tuberías de drenaje pueden vaciar el tanque en 12 horas, y la tercera puede vaciar el tanque en 20 horas. Si las cuatro tuberías están abiertas, ¿se puede llenar el tanque? Si es así, ¿cuánto tiempo tardará?

Responder

30 horas

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.8.32

Factor$12a^2+13a-4$.

Ejercicio22.8.33

Encuentra la pendiente de la línea que pasa por los puntos$(4,-3)$ y$(1,-6)$.

Responder

$m=1$

Ejercicio22.8.34

Encuentra el cociente:$\frac{2x^2-11x-6}{x^2-2x-24}\div\frac{2x^2-3x-2}{x^2+2x-8}$

Ejercicio22.8.35

Encuentra la diferencia:$\frac{x+2}{x^2+5x+6}-\frac{x+1}{x^2+4x+3}$

Responder

0

Ejercicio 22.8.36

Resolver la ecuación $\frac{9}{2m-5} = -2$

This page titled 22.8: Aplicaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.8: Applications** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.9: Expresiones racionales Complejas

Fracciones simples y complejas

Fracción Simple

En la sección 8.2 vimos que una **fracción simple** era una fracción de la forma $\frac{P}{Q}$, donde P y Q son polinomios y $Q \neq 0$.

Fracción Compleja

Una **fracción compleja** es una fracción en la que el numerador o denominador, o ambos, es una fracción. Las fracciones

$$\frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}} \text{ y } \frac{1-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}}$$

son ejemplos de fracciones complejas, o más generalmente, expresiones racionales complejas.

Existen dos métodos para simplificar expresiones racionales complejas: el método combine-divide y el método LCD-Multiply-Divide.

El método Combine-Divide

Método Combine-Divide

1. Si es necesario, combine los términos del numerador juntos.
2. Si es necesario, combine los términos del denominador juntos.
3. Divide el numerador por el denominador.

Conjunto de Muestras A

Simplifica cada expresión racional compleja.

Ejemplo 22.9.1

$$\frac{\frac{x^3}{8}}{\frac{x^5}{12}}$$

Los pasos 1 y 2 no son necesarios por lo que procedemos con el paso 3:

$$\frac{\frac{x^3}{8}}{\frac{x^5}{12}} = \frac{x^3}{8} \cdot \frac{12}{x^5} = \frac{x^{\cancel{3}}}{\cancel{8}_{2}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{x^{\cancel{5}2}} = \frac{3}{2x^2}$$

Ejemplo 22.9.2

$$\frac{1-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}}$$

Paso 1: Combina los términos del numerador: LCD $=x$.

$$1-\frac{1}{x} = \frac{x}{x} - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$$

Paso 2: Combina los términos del denominador: LCD $=x^2$.

$$1-\frac{1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$$

Paso 3: Divide el numerador por el denominador.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {\ frac {x-1} {x}} {\ frac {x^2-1} {x^2}} &=\ dfrac {x-1} {x}\ cdot\ dfrac {x^2} {x^2-1}\\
&=\ dfrac {\ cancel {x-1}} {\ cancel {x}}\ dfrac {x^ {\ cancel {2}}} {(x+1)\ cancel {(x+1)}}\\
&=\ dfrac {x} {x+1}
\ end {array}\)

Por lo tanto,

$$\frac{1-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{x}{x+1}$$

Ejemplo22.9.3

$$\frac{2-\frac{13}{m}-\frac{7}{m^2}}{2+\frac{3}{m}+\frac{1}{m^2}}$$

Paso 1: Combina los términos del numerador: LCD =m^2.

$$2-\frac{13}{m}-\frac{7}{m^2}=\frac{2m^2}{m^2}-\frac{13m}{m^2}-\frac{7}{m^2}=\frac{2m^2-13m-7}{m^2}$$

Paso 2: Combina los términos del denominador: LCD =m^2

$$2+\frac{3}{m}+\frac{1}{m^2}=\frac{2m^2}{m^2}+\frac{3m}{m^2}+\frac{1}{m^2}=\frac{2m^2+3m+1}{m^2}$$

Paso 3: Divide el numerador por el denominador:

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {\ frac {2 m^ {2} -13 m-7} {m^ {2}} {\ frac {2 m^ {2} +3 m-1} {m^ {2}} &=\ dfrac {2 m^ {2} -13 m-7} {m^ {2}}\ cdot\ frac m^ {2}} {2 m^ {2} +3 m+1}\\
&=\ dfrac {\ cancel {(2 m+1)} (m-7)} {\ cancel {m^2}}\ cdot\ dfrac {\ cancel {m^2}} {\ cancel {(2 m+1)} (m+1)}\\
&=\ dfrac {m-7} {m+1}
\ end {array}\)

Por lo tanto,

$$\frac{2-\frac{13}{m}-\frac{7}{m^2}}{2+\frac{3}{m}+\frac{1}{m^2}}=\frac{m-7}{m+1}$$

Conjunto de práctica A

Utilice el método combine-divide para simplificar cada expresión.

Problema de práctica22.9.1

$$\frac{\frac{27x^2}{6}}{\frac{15x^3}{8}}$$

Responder

$$\frac{12}{5x}$$

Problema de práctica22.9.2

$$\frac{3-\frac{1}{x}}{3+\frac{1}{x}}$$

Responder

$$\frac{3x-1}{3x+1}$$

Problema de práctica22.9.3

$$\frac{1+\frac{x}{y}}{x-\frac{y^2}{x}}$$

Responder

$$\frac{x}{y(x-y)}$$

Problema de práctica22.9.4

$$\frac{m-3+\frac{2}{m}}{m-4+\frac{3}{m}}$$

Responder

$$\frac{m-2}{m-3}$$

Problema de práctica22.9.5

$$\frac{1+\frac{1}{x-1}}{1-\frac{1}{x-1}}$$

Responder

$$\frac{x}{x-2}$$

El método LCD-Multiply-Divide

Método LCD-Multiply-Dividir

1. Encuentra la pantalla LCD de todos los términos.
2. Multiplique el numerador y el denominador por el LCD.
3. Reducir si es necesario.

Conjunto de Muestras B

Simplifique cada fracción compleja.

Ejemplo22.9.4

$$\frac{1-\frac{4}{a^2}}{1+\frac{2}{a}}$$

Paso 1: El LCD$=a^2$.

Paso 2: Multiplica tanto el numerador como el denominador pora^2.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {a^2 (1 -\ frac {4} {a^2})} {a^2 (1 +\ frac {2} {a})} &=\ dfrac {a^2\ cdot 1-a^2\ cdot\ cdot\ frac {4} {a^2}} {a^2\ cdot 1+adot ^2\ cdot\ frac {2} {a}}\\
&=\ dfrac {a^2-4} {a^2 + 2a}
\ end {array}\).

Paso 3: Reducir:

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ frac {a^ {2} -4} {a^ {2} +2 a} &=\ frac {\ cancel {(a+2)} (a-2)} {a\ cancel {(a+2)}}\\
&=\ frac {a-2} {a}
\ end {array}\)

Por lo tanto,

$$\frac{1-\frac{4}{a^2}}{1+\frac{2}{a}}=\frac{a-2}{a}$$

Ejemplo22.9.5

$$\frac{1-\frac{5}{x}-\frac{6}{x^2}}{1+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}$$

Paso 1: El LCD esx^2.

Paso 2: Multiplica el numerador y el denominador porx^2.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ dfrac {x^ {2} (1-\ frac {5} {x} -\ frac {6} {x^ {2}})} {x^ {2} (1+\ frac {6} {x} +\ frac {5} {x^ {2}})} &=\ dfrac {x^ {2}\ cdot 1-x^ {\ cancel {2}}\ cdot\ frac {5} {\ cancel {x}} -\ cancel {x^ {2}}\ cdot\ frac {6} {\ cancel {x^ {2}}}} {x^ {2}\ cdot 1+x^ {\ cancel {2}}\ cdot\ frac {6} {\ cancel {x}} +\ cancelar {x^2}\ cdot\ frac {5} {\ cancel {x^2}}}\\
&=\ dfrac {x^ {2} -5 x-6} {x^ {2} +6 x+5}
\ end {array}\)

Paso 3: Reducir:

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ dfrac {x^ {2} -5 x-6} {x^ {2} +6 x+5} &=\ dfrac {(x-6) (x+1)} {(x+5) (x+1)}\\
&=\ dfrac {x-6} {x+5}
\ end {array}\)

Por lo tanto,

$$\frac{1-\frac{5}{x}-\frac{6}{x^2}}{1+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}=\frac{x-6}{x+5}$$

Set de práctica B

Los siguientes problemas son los mismos problemas que los problemas del Conjunto de práctica A. Simplifique estas expresiones utilizando el método LCD-Multiply-Divide. Compara las respuestas con las respuestas producidas en el Conjunto de Práctica A.

Problema de práctica22.9.6

$$\frac{\frac{27x^2}{6}}{\frac{15x^3}{8}}$$

Responder

$$\frac{12}{5x}$$

Problema de práctica22.9.7

$$\frac{3-\frac{1}{x}}{3+\frac{1}{x}}$$

Responder

$$\frac{3x-1}{3x+1}$$

Problema de práctica22.9.8

$$\frac{1+\frac{x}{y}}{x-\frac{y^2}{x}}$$

Responder

$$\frac{x}{y(x-y)}$$

Problema de práctica22.9.9

$$\frac{m-3+\frac{2}{m}}{m-4+\frac{3}{m}}$$

Responder

$$\frac{m-2}{m-3}$$

Problema de práctica22.9.10

$$\frac{1+\frac{1}{x-1}}{1-\frac{1}{x-1}}$$

Responder

$$\frac{x}{x-2}$$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, simplifique cada expresión racional compleja.

Ejercicio22.9.1

$$\frac{1+\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}$$

Responder

$$\frac{5}{3}$$

Ejercicio22.9.2

$$\frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$$

Ejercicio22.9.3

$$\frac{1-\frac{1}{y}}{1+\frac{1}{y}}$$

Responder

$$\frac{y-1}{y+1}$$

Ejercicio22.9.4

$$\frac{a+\frac{1}{x}}{a-\frac{1}{x}}$$

Ejercicio22.9.5

$$\frac{\frac{a}{b}+\frac{c}{b}}{\frac{a}{b}-\frac{c}{b}}$$

Responder

$$\frac{a+c}{a-c}$$

Ejercicio22.9.6

$$\frac{\frac{5}{m}+\frac{4}{m}}{\frac{5}{m}-\frac{4}{m}}$$

Ejercicio22.9.7

$$\frac{3+\frac{1}{x}}{\frac{3x+1}{x^2}}$$

Responder

$$x$$

Ejercicio22.9.8

$$\frac{1+\frac{x}{x+y}}{1-\frac{x}{x+y}}$$

? Ejercicio22.9.9

$$\frac{2+\frac{5}{a+1}}{2-\frac{5}{a+1}}$$

Responder

$$\frac{2a+7}{2a-3}$$

? Ejercicio22.9.10

$$\frac{1-\frac{1}{a-1}}{1+\frac{1}{a-1}}$$

? Ejercicio22.9.11

$$\frac{4-\frac{1}{m^2}}{2+\frac{1}{m}}$$

Responder

$$\frac{2m-1}{m}$$

? Ejercicio22.9.12

$$\frac{9-\frac{1}{x^2}}{3-\frac{1}{x}}$$

? Ejercicio22.9.13

$$\frac{k-\frac{1}{k}}{\frac{k+1}{k}}$$

Responder

$$k-1$$

? Ejercicio22.9.14

$$\frac{\frac{m}{m+1}-1}{\frac{m+1}{2}}$$

? Ejercicio22.9.15

$$\frac{\frac{2xy}{2x-y}-y}{\frac{2x-y}{3}}$$

Responder

$$\frac{3y^2}{(2x-y)^2}$$

Ejercicio22.9.16

$$\frac{\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a-b}}{\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}}$$

Ejercicio22.9.17

$$\frac{\frac{5}{x+3}-\frac{5}{x-3}}{\frac{5}{x+3}+\frac{5}{x-3}}$$

Responder

$$\frac{-3}{x}$$

Ejercicio22.9.18

$$\frac{2+\frac{1}{y+1}}{\frac{1}{y}+\frac{2}{3}}$$

Ejercicio22.9.19

$$\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$$

Responder

$$\frac{y-x}{xy}$$

Ejercicio22.9.20

$$\frac{1+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}{1-\frac{1}{x}-\frac{12}{x^2}}$$

Ejercicio22.9.21

$$\frac{1+\frac{1}{y}-\frac{2}{y^2}}{1+\frac{7}{y}+\frac{10}{y^2}}$$

Responder

$$\frac{y-1}{y+5}$$

Ejercicio22.9.22

$$\frac{\frac{3n}{m}-2-\frac{m}{n}}{\frac{3n}{m}+4+\frac{m}{n}}$$

Responder

$3x-4$

Ejercicio22.9.23

$$\frac{\frac{y}{x+y}-\frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}}$$

Ejercicio22.9.24

$$\frac{\frac{a}{a-2}-\frac{a}{a+2}}{\frac{2a}{a-2}+\frac{a^2}{a+2}}$$

Responder

$$\frac{4}{a^2+4}$$

Ejercicio22.9.25

$$3-\frac{2}{1-\frac{1}{m+1}}$$

Ejercicio22.9.26

$$\frac{x-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}{x+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$$

Responder

$$\frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$$

Ejercicio22.9.27

En la teoría de la electricidad, cuando dos resistencias de resistenciaR_1 yR_2 ohmios están conectadas en paralelo, la resistencia total$R$ es:

$$R=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$$

Escribe esta fracción compleja como una fracción simple.

Ejercicio22.9.28

Según la teoría de la relatividad de Einstein, dos velocidadesv_1 yv_2 no se agregan según$v=v_1+v_2$, sino por

$$v=\frac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1v_2}{c^2}}$$

Escribe esta fracción compleja como una fracción simple.

La fórmula de Einstein en realidad solo es aplicable para velocidades cercanas a la velocidad de la luz ($c=186,000$millas por segundo). A velocidades mucho más bajas, como 500 millas por hora, la fórmula$v=v_1+v_2$ proporciona una aproximación extremadamente buena.

Responder

$$\frac{c^2(V_1+V_2)}{c^2+V_1V_2}$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.9.30

Suministrar la palabra faltante. El valor absoluto habla de la cuestión de cómo ____ y no “de qué manera”.

Ejercicio22.9.31

Encuentra el producto. $(3x+4)^2$

Responder

$9x^2+24x+16$

Ejercicio22.9.32

Factorx^4-y^4

Ejercicio22.9.33

Resuelve la ecuación$\frac{3}{x-1}-\frac{5}{x+3}=0$.

Responder

$x=7$

Ejercicio22.9.34

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en 10 minutos. Otra tubería de entrada puede llenar el mismo tanque en 4 minutos. ¿Cuánto tiempo tardan ambas tuberías trabajando juntas para llenar el tanque?

This page titled 22.9: Expresiones racionales Complejas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.9: Complex Rational Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.10: Dividir polinomios

Dividiendo Un Polinomio Por Un Monomio

Los siguientes ejemplos ilustran cómo dividir un polinomio por un monomio. El proceso de división es bastante sencillo y se basa en la adición de expresiones racionales.

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

Dando la vuelta a esta ecuación obtenemos

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

Ahora simplemente$c$ dividimos en$a$, yc en$b$. Esto debería sugerir una regla.

Dividiendo un polinomio por un monomio

Para dividir un polinomio por un monomio, dividir cada término del polinomio por el monomio.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo22.10.1

$\frac{3x^2+x-11}{x}$. Dividir cada término de$3x^2+x-11$ por$x$.

$$\frac{3x^2}{x}+\frac{x}{x}-\frac{11}{x}=3x+1-\frac{11}{x}$$

Ejemplo22.10.2

$\frac{8x^3+4a^2-16a+9}{2a^2}$. $Divideeverytermof\(8a^3+4a^2-16a+9$ por$2a^2$.

Ejemplo22.10.3

$\frac{4b^6-9b^4-2b+5}{-4b^2}$. Dividir cada término de$4b^6-9b^4-2b+5$ por$-4b^2$.

$$\frac{4b^6}{-4b^2}-\frac{9b^4}{-4b^2}-\frac{2b}{-4b^2}+\frac{5}{-4b^2}=-b^4+\frac{9}{4}b^2+\frac{1}{2b}-\frac{5}{4b^2}$$

Conjunto de práctica A

Realizar las siguientes divisiones.

Problema de práctica22.10.1

$\frac{2x^2+x-1}{x}$

Contestar

$2x+1-\frac{1}{x}$

? Problema de práctica22.10.2

$$\frac{3x^3+4x^2+10x-4}{x^2}$$

Contestar

$$3x+4+\frac{10}{x}-\frac{4}{x^2}$$

? Problema de práctica22.10.3

$$\frac{a^2b+3ab^2+2b}{ab}$$

Contestar

$$a+3b+\frac{2}{a}$$

? Problema de práctica22.10.4

$$\frac{14x^2y^2-7xy}{7xy}$$

Contestar

$$2xy-1$$

? Problema de práctica22.10.5

$$\frac{10m^3n^2+15m^2n^3-20mn}{-5m}$$

Contestar

$$-2m^2n^2-3mn^3+4n$$

El Proceso De División

En la Sección 8.3 se estudió el método de reducción de expresiones racionales. Por ejemplo, observamos cómo reducir una expresión como

$$\frac{x^2-2x-8}{x^2-3x-4}$$

Nuestro método fue factorizar tanto el numerador como el denominador, luego dividir los factores comunes.

$$\frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)(x+1)}$$

$$\frac{\cancel{(x-4)}(x+2)}{\cancel{(x-4)}(x+1)}$$

$$\frac{x+2}{x+1}$$

Cuando el numerador y el denominador no tienen factores en común, la división aún puede ocurrir, pero el proceso está un poco más involucrado que simplemente factorizar. El método de dividir un polinomio por otro es muy similar al de dividir un número por otro. Primero, revisaremos los pasos para dividir números.

$\frac{35}{8}$. Estamos para dividir 35 por 8.

$8\overline{)35.}$ Intentamos 4, ya que 32 dividido por 8 es 4.

$\begin{array}{r} 4 \\ 8\overline{)35.} \end{array}$ Multiplicar 4 y 8

$\begin{array}{r} 4 \\ 8\overline{)35.} \\ 32 \end{array}$ Restar 32 de 35

$\begin{array}{r} 4 \\ 8\overline{)35.} \\ 32 \\ \hline 3 \end{array}$ Dado que el resto 3 es menor que el divisor 8, terminamos con la división 32.

$4\frac{3}{8}$. El cociente se expresa como un número mixto.

El proceso consistió en dividir, multiplicar y restar.

Revisión De Resta De Polinomios

Un paso muy importante en el proceso de dividir un polinomio por otro es la resta de polinomios. Revisemos el proceso de resta observando algunos ejemplos.

1. Restar$x-2$ de$x-5$; es decir, encontrar$(x-5)-(x-2)$.

Ya que$x-2$ va precedido de un signo menos, elimine los paréntesis, cambie el signo de cada término, luego agregue.

\ (\ begin {array} {ruedado}
x-5 && x-5\\
- (x-2) && -x+2\\
\ text {_____} & = &\ text {_____}\\
&&-3
\ end {array}\\)

El resultado es-3

2. Restarx^3+3x^2 dex^3+4x^2+x-1 .

Ya quex^3+3x^2 va precedido de un signo menos, elimine los paréntesis, cambie el signo de cada término, luego agregue.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x^3 + 4x^2 + x - 1 && x^3 + 4x^2 + x - 1\\
- (x^3 + 3x^2) && -x^3 - 3x^2\
\ text {_____} & = &\ text {_____}\\
&&x^2 + x - 1
\ end {array}\)

El resultado esx^2+x-1

3. Restarx^2+3x dex^2+1

Podemos escribirx^2+1 comox^2+0x+1 .

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x^2 + 1 && x^2 + 0x + 1 && x^2 + 0x + 1\\
- (x^2 + 3x) && - (x^2 + 3x) && -x^2 - 3x\
\\ text {_____} & = &\ text {_____} & = &\ texto {_____}\
&&&& -3x + 1
\ end {array}\)

Dividiendo Un Polinomio Por Un Polinomio

Ahora vamos a observar algunos ejemplos de dividir un polinomio por otro. El proceso es el mismo que el proceso utilizado con números enteros: dividir, multiplicar, restar, dividir, multiplicar, restar,...

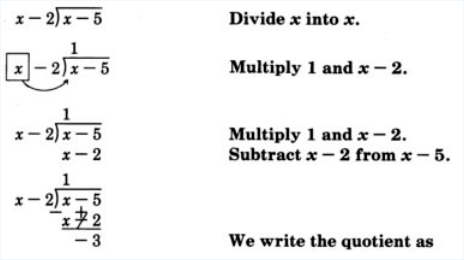
La división, multiplicación y resta tienen lugar un término a la vez. El proceso se concluye cuando el resto polinómico es de menor grado que el divisor polinómico.

Conjunto de Muestras B

Realizar la división.

Ejemplo22.10.4

$\frac{x-5}{x-2}$. Tenemos que dividirnos$x-5$ por$x-2$.



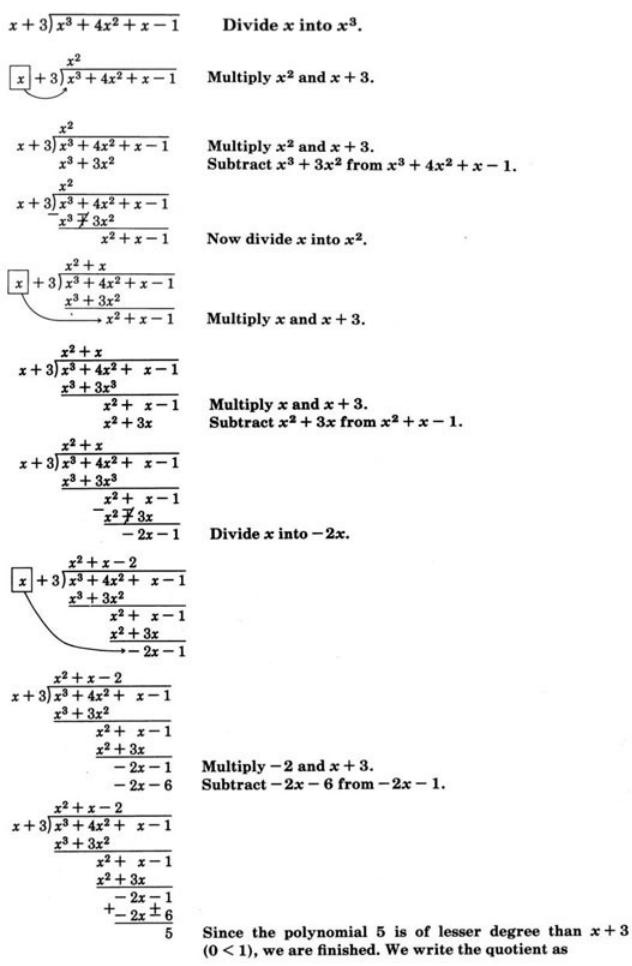
$1-\frac{3}{x-2}$

Por lo tanto,

$\frac{x-5}{x-2}=1-\frac{3}{x-2}$

Ejemplo22.10.5

$\frac{x^3+4x^2+x-1}{x+3}$. Tenemos que dividirnosx^3+4x^2+x-1 por$x+3$.



$$x^2+x-2+\frac{5}{x+3}$$

Por lo tanto,

$$\frac{x^3+4x^2+x-1}{x+3}=x^2+x-2+\frac{5}{x+3}$$

Set de práctica B

Realizar las siguientes divisiones.

? Problema de práctica22.10.6

$$\frac{x+6}{x-1}$$

Contestar

$$1+\frac{7}{x-1}$$

? Problema de práctica22.10.7

$$\frac{x^2+2x+5}{x+3}$$

Contestar

$$x-1+\frac{8}{x+3}$$

? Problema de práctica22.10.8

$$\frac{x^3+x^2-x-2}{x+8}$$

Contestar

$$x^2-7x+55-\frac{442}{x+8}$$

? Problema de práctica22.10.9

$$\frac{x^3+x^2-3x+1}{x^2+4x-5}$$

Contestar

$$x-3+\frac{14x-14}{x^2+4x-5}=x-3+\frac{14}{x+5}$$

Conjunto de Muestras C

✓ Ejemplo22.10.6

Dividir$2x^3-4x+1$ por$x+6$

$\frac{2x^3-4x+1}{x+6}$Observe que falta elx^2 término en el numerador. Podemos evitar cualquier confusión escribiendo

$\frac{2x^3+0x^2-4x+1}{x+6}$Dividir, multiplicar y restar.

$$\begin{array}{r} 2x^2 \\ x+6\overline{)\,2x^3+\ 0x^2-4x+1} \\ \underline{2x^3+12x^2} \\ -12x^2-4x+1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2-12x \\ x+6\overline{)\,2x^3+\ 0x^2-\ 4x+1} \\ \underline{2x^3+12x^2} \\ -12x^2-\ 4x+1 \\ \underline{-12x^2-72x} \\ 68x+1 \end{array}$$

Divide, multiply, and subtract.

$$\begin{array}{r} 2x^2-12x+68 \\ x+6\overline{)\,2x^3+\ 0x^2-\ 4x+\ 1} \\ \underline{2x^3+12x^2} \\ -12x^2-\ 4x+\ 1 \\ \underline{-12x^2-72x+\ 1} \\ 68x+\ 1 \\ \underline{68x+408} \\ -407 \end{array}$$

$$\frac{2x^3-4x+1}{x+6}=2x^3-12x+68-\frac{407}{x+6}$$

Set de práctica C

Realizar las siguientes divisiones.

Problema de práctica22.10.10

$$\frac{x^2-3}{x+2}$$

Contestar

$$x-2+\frac{1}{x+2}$$

Problema de práctica22.10.11

$$\frac{4x^2-1}{x-3}$$

Contestar

$$4x+12+\frac{35}{x-3}$$

Problema de práctica22.10.12

$$\frac{x^3+2x+2}{x-2}$$

Contestar

$$x^2+2x+6+\frac{14}{x-2}$$

Problema de práctica22.10.13

$$\frac{6x^3+5x^2-1}{2x+3}$$

Contestar

$$3x^2-2x+3-\frac{10}{2x+3}$$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, realizar las divisiones.

Ejercicio22.10.1

$$\frac{6a+12}{2}$$

Contestar

$$3a+6$$

Ejercicio22.10.2

$$\frac{12b-6}{3}$$

? Ejercicio22.10.3

$$\frac{8y-4}{-4}$$

Contestar

$-2y+1$

? Ejercicio22.10.4

$$\frac{21a-9}{-3}$$

? Ejercicio22.10.5

$$\frac{3x^2-6x}{-3}$$

Contestar

$-x(x-2)$

? Ejercicio22.10.6

$$\frac{4y^2-2y}{2y}$$

? Ejercicio22.10.7

$$\frac{9a^2+3a}{2a}$$

Contestar

$3a+1$

? Ejercicio22.10.8

$$\frac{20x^2+10x}{5x}$$

? Ejercicio22.10.9

$$\frac{6x^3+2x^2+8x}{2x}$$

Contestar

$3x^2+x+4$

? Ejercicio22.10.10

$$\frac{26y^3+13y^2+39y}{13y}$$

? Ejercicio22.10.11

$$\frac{a^2b^2+4a^2b+6ab^2-10ab}{ab}$$

Contestar

$$ab+4a+6b-10$$

? Ejercicio22.10.12

$$\frac{7x^3y+8x^2y^3+3xy^4-4xy}{xy}$$

? Ejercicio22.10.13

$$\frac{5x^3y^3-15x^2y^2+20xy}{-5xy}$$

Contestar

$$-x^2y^2+3xy-4$$

? Ejercicio22.10.14

$$\frac{4a^2b^3-8ab^4+12ab^2}{-2ab^2}$$

? Ejercicio22.10.15

$$\frac{6a^2y^2+12a^2y+18a^2}{24a^2}$$

Contestar

$$\frac{1}{4}y^2+\frac{1}{2}y+\frac{3}{4}$$

? Ejercicio22.10.16

$$\frac{3c^3y^3+99c^3y^4-12c^3y^5}{3x^3y^3}$$

? Ejercicio22.10.17

$$\frac{16ax^2-20ax^3+24ax^4}{6a^4}$$

Contestar

$$\frac{8x^2-10x^3+12x^4}{3a^3} \text{ o } \frac{12x^4-10x^3+8x^2}{3a^2}$$

? Ejercicio22.10.18

$$\frac{21ay^3-18ay^2-15ay}{6ay^2}$$

? Ejercicio22.10.19

$$\frac{-14b^2c^2+21b^3-28c^3}{-7a^2c^3}$$

Contestar

$$\frac{2b^2-3b^3c+4c}{a^2c}$$

? Ejercicio22.10.20

$$\frac{-30a^2b^4-35a^2b^3-25a^2}{-5b^3}$$

? Ejercicio22.10.21

$$\frac{x+6}{x-2}$$

Contestar

$$1+\frac{8}{x-2}$$

? Ejercicio22.10.22

$$\frac{y+7}{y+1}$$

? Ejercicio22.10.23

$$\frac{x^2-x+4}{x+2}$$

Contestar

$$x-3+\frac{10}{x+2}$$

? Ejercicio22.10.24

$$\frac{x^2+2x-1}{x+1}$$

? Ejercicio22.10.25

$$\frac{x^2-x+3}{x+1}$$

Contestar

$$x-2+\frac{5}{x+1}$$

Ejercicio22.10.26

$$\frac{x^2+5x+5}{x+5}$$

Ejercicio22.10.27

$$\frac{x^2-2}{x+1}$$

Contestar

$$x-1-\frac{1}{x+1}$$

Ejercicio22.10.28

$$\frac{a^2-6}{a+2}$$

Ejercicio22.10.29

$$\frac{y^2+4}{y+2}$$

Contestar

$$y-2+\frac{8}{y+2}$$

Ejercicio22.10.30

$$\frac{x^2+36}{x+6}$$

Ejercicio22.10.31

$$\frac{x^3-1}{x+1}$$

Contestar

$$x^2-x+1-\frac{2}{x+1}$$

Ejercicio22.10.32

$$\frac{a^3-8}{a+2}$$

Ejercicio22.10.33

$$\frac{x^3+3x^2+x-2}{x-2}$$

Contestar

$$x^2+5x+11+\frac{20}{x-2}$$

Ejercicio22.10.34

$$\frac{a^3+2a^2-a+1}{a-3}$$

Ejercicio22.10.35

$$\frac{x^3+2x+1}{x-3}$$

Ejercicio22.10.36

$$\frac{y^3+2y^2+4}{y+2}$$

Contestar

$$y^2+y-2+\frac{8}{y+2}$$

Ejercicio22.10.37

$$\frac{y^3+5y^2-3}{y-1}$$

Ejercicio22.10.38

$$\frac{x^3+3x^2}{x+3}$$

Contestar

$$x^2$$

Ejercicio22.10.39

$$\frac{a^2+2a}{a+2}$$

Ejercicio22.10.40

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}$$

Contestar

$$1+\frac{1}{x+1}$$

Ejercicio22.10.41

$$\frac{a^2+5a+4}{a^2-a-2}$$

Ejercicio22.10.42

$$\frac{2y^2+5y+3}{y^2-3y-4}$$

Contestar

$$2+\frac{11}{y-4}$$

Ejercicio22.10.43

$$\frac{3a^2+4a+2}{3a+4}$$

Ejercicio22.10.44

$$\frac{6x^2+8x-1}{3x+4}$$

Contestar

$$2x-\frac{1}{3x+4}$$

Ejercicio22.10.45

$$\frac{20y^2+15y-4}{4y+3}$$

Ejercicio22.10.46

$$\frac{4x^3+4x^2-3x-2}{2x-1}$$

Contestar

$$2x^2+3x-\frac{2}{2x-1}$$

Ejercicio22.10.47

$$\frac{9a^3-18a^28a-1}{3a-2}$$

? Ejercicio22.10.48

$$\frac{4x^4-4x^3+2x^2-2x-1}{x-1}$$

Contestar

$$4x^3+2x-\frac{1}{x-1}$$

? Ejercicio22.10.49

$$\frac{3y^4+9y^3-2y^2-6y+4}{y+3}$$

? Ejercicio22.10.50

$$\frac{3y^2+3y+5}{y^2+y+1}$$

Contestar

$$3+\frac{2}{y^2+y+1}$$

? Ejercicio22.10.51

$$\frac{2a^2+4a+1}{a^2+2a+3}$$

? Ejercicio22.10.52

$$\frac{8z^6-4z^5-8z^4+8z^3+3z^2-14z}{2z-3}$$

Contestar

$$4z^5+4z^4+2z^3+7z^2+12z+11+\frac{33}{2z-3}$$

? Ejercicio22.10.53

$$\frac{9a^7+15a^6+4a^5-3a^4-a^3+12a^2+a-5}{3a+1}$$

? Ejercicio22.10.54

$$(2x^5+5x^4-1)\div(2x+5)$$

Contestar

$$x^4-\frac{1}{2x+5}$$

Ejercicio22.10.55

$(6a^4 - 2a^3 - 3a^2 + a + 4) \div (3a - 1)$

Ejercicios para revisión

Ejercicio22.10.56

Encuentra el producto. $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 9} \cdot \frac{2x + 6}{4x - 8}$

Contestar

$\frac{x + 4}{2(x - 3)}$

Ejercicio22.10.57

Encuentra la suma. $\frac{x - 7}{x + 5} + \frac{x + 4}{x - 2}$

Ejercicio22.10.58

Resolver la ecuación $\frac{1}{x + 3} + \frac{1}{x - 3} = \frac{1}{x^2 - 9}$

Contestar

$x = \frac{1}{2}$

Ejercicio22.10.59

Cuando se resta el mismo número tanto del numerador como del denominador de$dfrac310$, el resultado es$\frac{1}{8}$. ¿Cuál es el número que se resta?

Ejercicio22.10.60

Simplificar $\frac{\frac{1}{x+5}}{\frac{4}{x^2-25}}$

Contestar

$\frac{x - 5}{4}$

This page titled 22.10: Dividir polinomios is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.10: Dividing Polynomials** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.11: Resumen de conceptos clave

Resumen de conceptos clave

Expresión Racional:

Una **expresión racional** es una expresión algebraica que se puede escribir como el cociente de dos polinomios. Un ejemplo de expresión racional es:

$$\frac{x^2+3x-1}{7x-4}$$

Dominio de una expresión racional

El **dominio** de una expresión racional es la colección de valores para los que se define la expresión racional. Estos valores se pueden encontrar determinando los valores que no producirán cero en el denominador de la expresión.

El dominio de $\frac{x+6}{x+8}$ es la colección de todos los números excepto -8.

Propiedad de Igualdad de Fracciones

Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $ad=bc$.

Si $ad=bc$, entonces $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

Propiedad Negativa de Fracciones

$$\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$$

Reduciendo una Expresión Racional

1. Factorizar completamente el numerador y el denominador.
2. Divide el numerador y denominador por cualquier factor que tengan en común.

Error común de cancelación

$$\frac{x+54}{x+7}\neq\frac{\cancel{x}+4}{\cancel{x}+7}\neq\frac{4}{7}$$

Ya que no x es un factor común, no se puede cancelar.

Multiplicar expresiones racionales

1. Factorizar todos los numeradores y denominadores.
2. Reducir a términos más bajos primero dividiendo todos los factores comunes.
3. Multiplicar numeradores juntos.
4. Multiplicar denominadores juntos.

Será más conveniente dejar el denominador en forma factorizada.

División de expresiones racionales

$$\frac{P}{Q}\div\frac{R}{S}=\frac{P}{Q}\cdot\frac{S}{R}=\frac{P\cdot S}{Q\cdot R}$$

Construyendo expresiones racionales

$$\frac{P}{Q}\cdot\frac{b}{b}=\frac{Pb}{Qb}$$

Construir expresiones racionales es exactamente lo contrario de reducir expresiones racionales. A menudo es útil para sumar o restar expresiones racionales.
El factor de construcción se puede determinar dividiendo el denominador original en el nuevo denominador. El cociente será el factor de construcción. Es este factor el que multiplicará el numerador original.

Mínimo denominador común LCD

El LCD es el polinomio de menor grado divisible por cada denominador. Se encuentra de la siguiente manera:

1. Factorizar cada denominador. Usa exponentes para factores repetidos.
2. Escribe cada factor **diferente** que aparezca. Si un factor aparece más de una vez, use solo el factor con el exponente más alto.
3. El LCD es producto de los factores escritos en el paso 2.

Regla fundamental para sumar o restar expresiones racionales

Para sumar o restar convenientemente expresiones racionales, deben tener el mismo denominador.

Sumando y restando expresiones racionales

$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ y $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$

Tenga en cuenta que combinamos **solo** los numeradores.

Ecuación Racional

Una **ecuación racional** es una afirmación de que dos expresiones racionales son iguales.

Borrar una Ecuación de Fracciones

Para borrar una ecuación de fracciones, multiplique ambos lados de la ecuación por la LCD. Esto equivale a multiplicar cada término por la LCD.

Resolviendo una ecuación racional

1. Determinar todos los valores que deben excluirse como soluciones encontrando los valores que producen cero en el denominador.
2. Despeja la ecuación de fracciones multiplicando cada término por la LCD.
3. Resolver esta ecuación no fraccionaria para la variable. Verifique si alguna de estas soluciones potenciales son valores excluidos.
4. Verifique la solución por sustitución.

Solución Extrañosa

Una solución potencial que ha sido excluida porque crea una expresión indefinida (quizás, división por cero) se llama **solución ajena.**

This page titled 22.11: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.11: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.12: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Expresiones racionales

Para los siguientes problemas, encuentra el dominio de cada expresión racional.

Ejercicio22.12.1

$$\frac{9}{x+4}$$

Responder

$x \neq 4$

Ejercicio22.12.2

$$\frac{10x}{x+6}$$

Ejercicio22.12.3

$$\frac{x+1}{2x-5}$$

Responder

$x \neq \frac{5}{2}$

Ejercicio22.12.4

$$\frac{2a+3}{7a+5}$$

Ejercicio22.12.5

$$\frac{3m}{2m(m-1)}$$

Responder

$m \neq 0, 1$

Ejercicio22.12.6

$$\frac{5r+6}{9r(2r+1)}$$

Ejercicio22.12.7

$$\frac{s}{s(s+8)(4s+7)}$$

Responder

$s \neq -8, -\frac{7}{4}, 0$

Ejercicio22.12.8

$$\frac{-11x}{x^2 - 9x + 18}$$

Ejercicio22.12.9

$$\frac{-y + 5}{12y^2 + 28y - 5}$$

Responder

$y \neq \frac{1}{6}, -\frac{5}{2}$

Ejercicio22.12.10

$$\frac{16}{12a^3 + 21a^2 - 6a}$$

Para los siguientes problemas, mostrar que las fracciones son equivalentes.

Ejercicio22.12.11

$\frac{-4}{5}, -\frac{4}{5}$

Responder

$-(4 \cdot 5) = 20, -4(5) = -20$

Ejercicio22.12.12

$\frac{-3}{8}, -\frac{3}{8}$

Ejercicio22.12.13

$\frac{-7}{10}, -\frac{7}{10}$

Responder

$-(7 \cdot 10) = -70, -7(10) = -70$

Para los siguientes problemas, llene el término que falta.

Ejercicio22.12.14

$$-\frac{3}{y-5} = \frac{?}{y-5}$$

Ejercicio22.12.15

$$-\frac{6a}{2a+1}=\frac{?}{2a+1}$$

Responder

$-6a$

Ejercicio22.12.16

$$-\frac{x+1}{x-3}=\frac{?}{x-3}$$

Ejercicio22.12.17

$$-\frac{9}{-a+4}=\frac{?}{a-4}$$

Responder

9

Ejercicio22.12.18

$$\frac{y+3}{-y-5}=\frac{?}{y+5}$$

Ejercicio22.12.19

$$\frac{-6m-7}{-5m-1}=\frac{6m+7}{?}$$

Responder

$5m+1$

Ejercicio22.12.20

$$-\frac{2r-5}{7r+1}=\frac{2r-5}{?}$$

Reducción de expresiones racionales

Para los siguientes problemas, reducir las expresiones racionales a los términos más bajos.

Ejercicio22.12.21

$$\frac{12}{6x+24}$$

Responder

$$\frac{2}{x+4}$$

? Ejercicio22.12.22

$$\frac{16}{4y-16}$$

? Ejercicio22.12.23

$$\frac{5m+25}{10m^2+15m}$$

Responder

$$\frac{m+5}{m(2m+3)}$$

? Ejercicio22.12.24

$$\frac{7+21r}{7r^2+28r}$$

? Ejercicio22.12.25

$$\frac{3a^2+4a}{5a^3+6a^2}$$

Responder

$$\frac{3a+4}{a(5a+6)}$$

? Ejercicio22.12.26

$$\frac{4x-4}{x^2+2x-3}$$

? Ejercicio22.12.27

$$\frac{5y+20}{y^2-16}$$

Responder

$$\frac{5}{y-4}$$

? Ejercicio22.12.28

$$\frac{4y^3-12}{y^4-2y^2-3}$$

? Ejercicio22.12.29

$$\frac{6a^9-12a^7}{2a^7-14a^5}$$

Responder

$$\frac{3a^2(a^2-2)}{a^2-7}$$

Ejercicio22.12.30

$$\frac{8x^4y^8+24x^3y^9}{4x^2y^5-12x^3y^6}$$

Ejercicio22.12.31

$$\frac{21y^8z^{10}w^2}{-7y^7w^2}$$

Responder

$$-3yz^{10}$$

Ejercicio22.12.32

$$\frac{-35a^5b^2c^4d^8}{-5abc^3d^6}$$

Ejercicio22.12.33

$$\frac{x^2+9x+18}{x^3+3x^2}$$

Responder

$$\frac{x+6}{x^2}$$

Ejercicio22.12.34

$$\frac{a^2-12a+35}{2a^4-14a^3}$$

Ejercicio22.12.35

$$\frac{y^2-7y+12}{y^2-4y+3}$$

Responder

$$\frac{y-4}{y-1}$$

Ejercicio22.12.36

$$\frac{m^2-6m-16}{m^2-9m-22}$$

Ejercicio22.12.37

$$\frac{12r^2-7r-10}{4r^2-13r+10}$$

Responder

$$\frac{3r+2}{r-2}$$

Ejercicio22.12.38

$$\frac{14a^2-5a-1}{6a^2+9a-6}$$

Ejercicio22.12.39

$$\frac{4a^4-8a^3}{4a^2}$$

Responder

$$a(a-2)$$

Ejercicio22.12.40

$$\frac{5m^2}{10m^3+5m^2}$$

Ejercicio22.12.41

$$\frac{-6a-1}{-5a-2}$$

Responder

$$\frac{6a+1}{5a+2}$$

Ejercicio22.12.42

$$\frac{-r}{-5r-1}$$

Multiplicar y dividir expresiones racionales: sumar y restar expresiones racionales

Para los siguientes problemas, realizar las operaciones indicadas.

Ejercicio22.12.43

$$\frac{x^2}{18}\cdot\frac{3}{x^3}$$

Responder

$$\frac{1}{6x}$$

Ejercicio22.12.44

$$\frac{4a^2b^3}{15x^4y^5} \cdot \frac{10x^6y^3}{ab^2}$$

Ejercicio22.12.45

$$\frac{x+6}{x-1} \cdot \frac{x+7}{x+6}$$

Responder

$$\frac{x+7}{x-1}$$

Ejercicio22.12.46

$$\frac{8a-12}{3a+3} \div \frac{(a+1)^2}{4a-6}$$

Ejercicio22.12.47

$$\frac{10m^4-5m^2}{4r^7+20r^3} \div \frac{m}{16r^8+80r^4}$$

Responder

$$20mr(2m^2-1)$$

Ejercicio22.12.48

$$\frac{5}{r+7} - \frac{3}{r+7}$$

Ejercicio22.12.49

$$\frac{2a}{3a-1} - \frac{9a}{3a-1}$$

Responder

$$\frac{-7a}{3a-1}$$

Ejercicio22.12.50

$$\frac{9x+7}{4x-6} + \frac{3x+2}{4x-6}$$

Ejercicio22.12.51

$$\frac{15y-4}{8y+1} - \frac{2y+1}{8y+1}$$

Responder

$$\frac{13y-5}{8y+1}$$

Ejercicio22.12.52

$$\frac{4}{a+3}+\frac{6}{a-5}$$

Ejercicio22.12.53

$$\frac{7a}{a+6}+\frac{5a}{a-8}$$

Responder

$$\frac{2a(6a-13)}{(a+6)(a-8)}$$

Ejercicio22.12.54

$$\frac{x+4}{x-2}-\frac{y+6}{y+1}$$

Ejercicio22.12.55

$$\frac{2y+1}{y+4}-\frac{y+6}{y+1}$$

Responder

$$\frac{y^2-7y-23}{(y+4)(y+1)}$$

Ejercicio22.12.56

$$\frac{x-3}{(x+2)(x+4)}+\frac{2x-1}{x+4}$$

Ejercicio22.12.57

$$\frac{6a+5}{(2a+1)(4a-3)}+\frac{4a+1}{2a+1}$$

Responder

$$\frac{2(8a^2-a+1)}{(2a+1)(4a-3)}$$

Ejercicio22.12.58

$$\frac{4}{x^2+3x+2}+\frac{9}{x^2+6x+8}$$

Ejercicio22.12.59

$$\frac{6r}{r^2+7r-18}-\frac{-3r}{r^2-3r+2}$$

Responder

$$\frac{3r(3r+7)}{(r-1)(r-2)(r+9)}$$

Ejercicio22.12.60

$$\frac{y+3}{y^2-11y+10}-\frac{y+1}{y^2+3y-4}$$

Ejercicio22.12.61

$$\frac{2a+5}{16a^2-1}-\frac{6a+7}{16a^2-12a+2}$$

Responder

$$\frac{-16a^2-18a-17}{2(4a-1)(4a+1)(2a-1)}$$

Ejercicio22.12.62

$$\frac{7y+4}{6y^2-32y+32}+\frac{6y-10}{2y^2-18y+40}$$

Ejercicio22.12.63

$$\frac{x^2-x-12}{x^2-3x+2}\cdot\frac{x^2+3x-4}{x^2-3x-18}$$

Responder

$$\frac{(x+4)(x-4)}{(x-2)(x-6)}$$

Ejercicio22.12.64

$$(r+3)^4\cdot\frac{r+4}{(r+3)^3}$$

Responder

$$(r+3)(r+4)$$

Ejercicio22.12.65

$$(b+5)^3\cdot\frac{(b+1)^2}{(b+5)^2}$$

Ejercicio22.12.66

$$(x-7)^4\div\frac{(x-7)^3}{x+1}$$

Responder

$$(x-7)(x+1)$$

? Ejercicio22.12.67

$$(4x+9)^6 \div \frac{(4x+9)^2}{(3x+1)^4}$$

? Ejercicio22.12.68

$$5x + \frac{2x^2+1}{x-4}$$

Responder

$$\frac{7x^2-20x+1}{(x-4)}$$

? Ejercicio22.12.69

$$2y + \frac{4y^2+5}{y-1}$$

? Ejercicio22.12.70

$$\frac{y^2+4y+4}{y^2+10y+21} \div (y+2)$$

Responder

$$\frac{(y+2)}{(y+3)(y+7)}$$

? Ejercicio22.12.71

$$2x-3+\frac{4x^2+x-1}{x-1}$$

? Ejercicio22.12.72

$$\frac{3x+1}{x^2+3x+2} + \frac{5x+6}{x^2+6x+5} - \frac{3x-7}{x^2-2x-35}$$

Responder

$$\frac{5x^3-26x^2-192x-105}{(x^2-2x-35)(x+1)(x+2)}$$

? Ejercicio22.12.73

$$\frac{5a+3b}{8a^2+2ab-b^2} - \frac{3a-b}{4a^2-9ab+2b^2} - \frac{a+5b}{4a^2+3ab-b^2}$$

? Ejercicio22.12.74

$$\frac{3x^2+6x+10}{10x^2+11x-6} + \frac{2x^2-4x+15}{2x^2-11x-21}$$

Responder

$$\frac{13x^3-39x^2+51x-100}{(2x+3)(x-7)(5x-2)}$$

Ejercicio22.12.75

$$\frac{y^2-1}{y^2+9y+20} \div \frac{y^2+5y-6}{y^2-16}$$

Ecuaciones Racionales

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones racionales.

Ejercicio22.12.76

$$\frac{4x}{5}+\frac{3x-1}{15}=\frac{29}{25}$$

Ejercicio22.12.77

$$\frac{6a}{7}+\frac{2a-3}{21}=\frac{77}{21}$$

Responder

$a=4$

Ejercicio22.12.78

$$\frac{5x-1}{6}+\frac{3x+4}{9}=\frac{-8}{9}$$

Ejercicio22.12.79

$$\frac{4y-5}{4}+\frac{8y+1}{6}=\frac{-69}{12}$$

Responder

$y=-2$

Ejercicio22.12.80

$$\frac{4}{x-1}+\frac{7}{x+2}=\frac{43}{x^2+x-2}$$

Ejercicio22.12.81

$$\frac{5}{a+3}+\frac{6}{a-4}=\frac{9}{a^2-a-12}$$

Responder

$a=1$

Ejercicio22.12.82

$$\frac{-5}{y-3}+\frac{2}{y-3}=\frac{3}{y-3}$$

Ejercicio22.12.83

$$\frac{2m+5}{m-8}+\frac{9}{m-8}=\frac{30}{m-8}$$

Responder

Ninguna solución;$m=8$ está excluida.

Ejercicio22.12.84

$$\frac{r+6}{r-1}-\frac{3r+2}{r-1}=\frac{-6}{r-1}$$

Ejercicio22.12.85

$$\frac{8b+1}{b-7}-\frac{b+5}{b-7}=\frac{45}{b-7}$$

Responder

Ninguna solución;$b=7$ está excluida.

Ejercicio22.12.86

Resolver$z=\frac{x-\hat{x}}{x}$ para$s$

Ejercicio22.12.87

Resolver$A=P(1+rt)$ para$t$.

Responder

$$t=\frac{A-P}{Pr}$$

Ejercicio22.12.88

Resolver$\frac{1}{R}=\frac{1}{E}+\frac{1}{F}$ para$E$.

Ejercicio22.12.89

Resolver$Q=\frac{2mn}{s+t}$ para$t$

Responder

$$t=\frac{2mn-Qs}{Q}$$

Ejercicio22.12.90

Resolver$I = \dfrac{E}{R+r}$ para$r$

Aplicaciones

Para los siguientes problemas, encuentra la solución.

Ejercicio22.12.91

Cuando se resta el mismo número de ambos términos de la fracción$\dfrac{7}{12}$, el resultado es$\dfrac{1}{2}$. ¿Cuál es el número?

Contestar

2

Ejercicio22.12.92

Cuando se suma el mismo número a ambos términos de la fracción$\dfrac{13}{15}$, el resultado es$\dfrac{8}{9}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.12.93

Cuando se suman tres cuartas partes de un número al recíproco del número, el resultado es$\dfrac{173}{16}$. ¿Cuál es el número?

Contestar

No hay solución racional.

Ejercicio22.12.94

Cuando se suma un tercio de un número al recíproco del número, el resultado es$\dfrac{127}{90}$. ¿Cuál es el número?

Ejercicio22.12.95

Persona A que trabaja solo puede completar un trabajo en 9 horas. La persona B que trabaja sola puede completar el mismo trabajo en 7 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ambas personas en completar el trabajo trabajando juntas?

Contestar

$3\dfrac{15}{16}$hrs.

Ejercicio22.12.96

Debbie puede completar una tarea$\dfrac{3}{4}$ de álgebra en una hora. Sandi, quien toca su radio mientras trabaja, puede completar la misma tarea en$1\dfrac{1}{4}$ horas. Si Debbie y Sandi trabajan juntos, ¿cuánto tiempo les llevará completar la tarea?

Ejercicio22.12.97

Una tubería de entrada puede llenar un tanque en 6 horas y una tubería de salida puede drenar el tanque en 8 horas. Si ambas tuberías están abiertas, ¿cuánto tiempo tardará en llenar el tanque?

Contestar

24 hrs

Ejercicio22.12.98

Dos tuberías pueden llenar un tanque en 4 y 5 horas, respectivamente. ¿Cuánto tiempo tardarán ambas tuberías en llenar el tanque?

Ejercicio22.12.99

La presión debida a la tensión superficial en una burbuja esférica viene dada por$P = \frac{4T}{r}$, donde$T$ está la tensión superficial del líquido, yr es el radio de la burbuja.

(a) Determinar la presión debida a la tensión superficial dentro de una burbuja de jabón de radio$\frac{1}{2}$ pulgada y tensión superficial 22.

(b) Determinar el radio de una burbuja si la presión debida a la tensión superficial es 57.6 y la tensión superficial es 18.

Contestar

a) 176 unidades de presión

b)$\frac{5}{4}$ unidades de longitud.

Ejercicio22.12.100

La ecuación$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ relaciona la distancia de un objeto$p$ desde una lente y la distancia$q$ de imagen desde la lente con la distancia focal$f$ de la lente.

(a) Determinar la distancia focal de una lente en la que un objeto a 8 pies de distancia produce una imagen a 6 pies de distancia.

(b) Determinar qué tan lejos está un objeto de una lente si la distancia focal de la lente es de 10 pulgadas y la distancia de la imagen es de 10 pulgadas.

(c) Determinar qué tan lejos estará un objeto de una lente que tenga una distancia focal de$\frac{7}{8}$ cm y la distancia del objeto esté a 3 cm de distancia de la lente.

Polinomios Dividiendo

Para los siguientes problemas, dividir los polinomios.

Ejercicio22.12.101

$a^2 + 9a + 18$ por$a + 3$

Contestar

$a + 6$

Ejercicio22.12.102

$c^2 + 3c - 88$ por$c - 8$

Ejercicio22.12.103

$x^3+9x^2+18x+28$ por$x+7$.

Contestar

x^2+2x+4

Ejercicio22.12.104

$9y^3-2y^2-49y-6$ por$y+6$

Ejercicio22.12.105

$m^4+2m^3-8m^2-m+2$ por$m-2$.

Contestar

m^3+4m^2-1

Ejercicio22.12.106

$3r^2-17r-27$ por$r-7$

Ejercicio22.12.107

$a^3-3a^2-56a+10$ por$a-9$.

Contestar

$$a^2+6a-2-\frac{8}{a-9}$$

Ejercicio22.12.108

x^3-x+1 por$x+3$

Ejercicio22.12.109

y^3+y^2-y por$y+4$

Contestar

$$y^2-3y+11-\frac{44}{y+4}$$

Ejercicio22.12.110

$5x^6+5x^5-2x^4+5x^3-7x^2-8x+6$ porx^2+x-1

Ejercicio22.12.111

$y^{10}-y^7+3y^4-3y$ pory^4-y

Contestar

y^6+3

Ejercicio22.12.112

$-4b^7-3b^6-22b^5-19b^4+12b^3-6b^2+b+4 \quad \text{por} b^2+6\,.$

Ejercicio22.12.113

$x^3+1 \,\text{por} x+1$

Contestar

x^2-x+1

Ejercicio22.12.114

$a^4+6a^3+4a^2+12a+8 \;\; \text{por} a^2+3a+2$

Ejercicio22.12.115

$y^{10}+6y^5+9 \,\text{por} y^5+3$

Contestar

y^5+3

This page titled 22.12: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.12: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

22.13: Examen de Competencia

Examen de competencia

? Ejercicio22.13.1

Encuentra el dominio de $\dfrac{5a+1}{a^2-5a-24}$

Contestar

$a \neq -3, 8$

Para los siguientes problemas, llene el término que falta.

? Ejercicio22.13.2

$-\dfrac{3}{x+4} = \dfrac{?}{x+4}$

Contestar

-3

? Ejercicio22.13.3

$\dfrac{2x+5}{-x+1} = \dfrac{?}{x-1}$

Contestar

$-2x-5$

Para los siguientes problemas, reducir a los términos más bajos.

? Ejercicio22.13.4

$\dfrac{30x^6y^3(x-3)^2(x+5)^2}{6xy^3(x+5)}$

Contestar

$5x^5(x-3)^2(x+5)$

? Ejercicio22.13.5

$\dfrac{x^2+10x+24}{x^2+x-30}$

Contestar

$\dfrac{x+4}{x-5}$

? Ejercicio22.13.6

$$\frac{8x^2+2x-3}{4x^2+12x-7}$$

Contestar

$$\frac{4x+3}{2x+7}$$

Reemplazar$N$ con la cantidad adecuada.

? Ejercicio22.13.7

$$\frac{x+2}{x-1}=\frac{N}{x^2-4x+3}$$

Contestar

$$(x-3)(x+2)$$

? Ejercicio22.13.8

Supongamos esoa^2+a-6, a^2-a-12 , ya^2-2a-8 son denominadores de expresiones racionales. Encuentra la pantalla LCD.

Contestar

$$(a+2)(a-2)(a+3)(a-4)$$

Para los siguientes problemas, realizar las operaciones.

? Ejercicio22.13.9

$$\frac{3a+4}{a+6}-\frac{2a-1}{a+6}$$

Contestar

$$\frac{a+5}{a+6}$$

? Ejercicio22.13.10

$$\frac{18x^3y}{5a^2}\cdot\frac{15a^3b}{6x^2y}$$

Contestar

$$9abx$$

? Ejercicio22.13.11

$$\frac{y^2-y-12}{y^2+3y+2}\cdot\frac{y^2+10y+16}{y^2-7y+12}$$

Contestar

$$\frac{(y+3)(y+8)}{(y+1)(y-3)}$$

? Ejercicio22.13.12

$$\frac{y-2}{y^2-11y+24}+\frac{y+4}{y^2+3y-18}$$

Contestar

$$\frac{2(y^2-22)}{(y-8)(y-3)(y+6)}$$

? Ejercicio22.13.13

$$\frac{9}{2x+7}+\frac{4}{6x-1}$$

Contestar

$$\frac{62x+19}{(2x+7)(6x-1)}$$

? Ejercicio22.13.14

$$\frac{16x^5(x^2-1)}{9x-9}\div\frac{2x^2-2x}{3}$$

Contestar

$$\frac{8x^4(x+1)}{3(x-1)}$$

? Ejercicio22.13.15

$$(m+3)\div\frac{2m+6}{5m+1}$$

Contestar

$$\frac{5m+1}{2}$$

? Ejercicio22.13.16

$$\frac{3y+10}{8y^2+10y-3}-\frac{5y-1}{4y^2+23y-6}$$

Contestar

$$\frac{-7y^2+15y+63}{(4y-1)(2y+3)(y+6)}$$

Ejercicio22.13.17

Resolver $\frac{1}{x+3}+\frac{3}{x-3}=\frac{x}{x^2-9}$

Contestar

$x=-2$

Ejercicio22.13.18

Resolver $\frac{12}{m-4}+5=\frac{3m}{m-4}$.

Contestar

Ninguna solución;$m=4$ está excluida.

Ejercicio22.13.19

Cuando se suma el mismo número tanto al numerador como al denominador de la fracción $\frac{5}{3}$, el resultado es $\frac{6}{5}$. ¿Cuál es el número que se agrega?

Contestar

7

Ejercicio22.13.20

La Persona A, trabajando sola, puede completar un trabajo en 20 horas. La persona B, trabajando sola, puede completar el mismo trabajo en 30 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ambas personas, trabajando juntas, en completar el trabajo?

Contestar

12 horas

Ejercicio22.13.21

El ancho de un rectángulo es 1 pie más largo que la mitad de la longitud. Encuentra las dimensiones (largo y ancho) del rectángulo si el perímetro es de 44 pies.

Contestar

8 pies por 14 pies

Ejercicio22.13.22

Simplifique la fracción compleja $\frac{4-\frac{3}{x}}{4+\frac{3}{x}}$

Contestar

$\frac{4x-3}{4x+3}$

Ejercicio22.13.23

Simplifique la fracción compleja $\dfrac{1-\frac{5}{x}-\frac{6}{x^2}}{1+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}$

Responder

$\dfrac{x-6}{x+5}$

Ejercicio22.13.24

Realizar la división: $\dfrac{x^3+10x^2+21x-18}{x+6}$

Responder

x^2+4x-3

Ejercicio22.13.25

Realizar la división: $\dfrac{2x^3+5x-1}{x-2}$

Responder

$2x^2+4x+13+\dfrac{25}{x-2}$

This page titled 22.13: Examen de Competencia is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **8.13: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada

23.1: Objetivos
23.2: Expresiones de raíz cuadrada
23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada
23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada
23.5: División de expresiones de raíz cuadrada
23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada
23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones
23.8: Resumen de conceptos clave
23.9: Suplemento de ejercicio
23.10: Examen de Aptitud

This page titled 23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

23.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Expresiones de raíz cuadrada

- entender el concepto de raíz cuadrada
- ser capaz de distinguir entre las raíces cuadradas principales y secundarias de un número
- ser capaz de relacionar raíces cuadradas y expresiones significativas y simplificar una expresión de raíz cuadrada

Simplificación de expresiones de raíz cuadrada

- ser capaz de identificar un cuadrado perfecto
- estar familiarizado con el producto y las propiedades cocientes de las raíces cuadradas
- ser capaz de simplificar las raíces cuadradas que involucran y no involucran fracciones

Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada

- ser capaz de utilizar la propiedad producto de raíces cuadradas para multiplicar raíces cuadradas

División de Expresiones de Raíz Cuadrada

- ser capaz de utilizar la propiedad de división de raíces cuadradas, el método de racionalización del denominador y conjugados para dividir raíces cuadradas

Sumas y restas de expresiones de raíz cuadrada

- comprender el proceso utilizado para sumar y restar raíces cuadradas
- ser capaz de sumar y restar roote cuadrado

Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones

- ser capaz de reconocer ecuaciones de raíz cuadrada y soluciones extrañas
- ser capaz de resolver ecuaciones de raíz cuadrada

This page titled 23.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.2: Expresiones de raíz cuadrada

Raíces Cuadradas

Cuando estudiamos exponentes en la Sección 2.5, notamos que$4^2 = 16$ y$(-4)^2 = 16$. Podemos ver que16 es un cuadrado de ambos4 y-4. Ya que16 proviene de la cuadratura4 o-4,4 y-4 se llaman las **raíces cuadradas** de16. Así,16 tiene dos raíces cuadradas,4 y-4. Observe que estas dos raíces cuadradas son opuestas entre sí.

Podemos decir que

Raíz cuadrada

La **raíz cuadrada** de un número positivo$x$ es un número tal que cuando se cuadra el número$x$ resulta.

Cada número positivo tiene dos raíces cuadradas, una raíz cuadrada positiva y una raíz cuadrada negativa. Además, las dos raíces cuadradas de un número positivo son opuestas entre sí. La raíz cuadrada de 0 es 0.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo$23.2.1$

Las dos raíces cuadradas de49 son7 y-7 desde:

$7^2 = 49 \text{y} (-7)^2 = 49.$

Ejemplo$23.2.2$

Las dos raíces cuadradas de$\frac{49}{64}$ son$\frac{7}{8}$ y$\frac{-7}{8}$ desde:

$(\frac{7}{8})^2 = \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{49}{64}$ y$(\frac{-7}{8})^2 = \frac{-7}{8} \cdot \frac{-7}{8} = \frac{49}{64}$

Conjunto de práctica A

Nombra ambas raíces cuadradas de cada uno de los siguientes números.

Problema de práctica$23.2.1$

36

Contestar

$6 \text{y} -6$

Problema de práctica$23.2.2$

25

Contestar

$5 \text{y} -5.$

Problema de práctica$23.2.3$

100

Contestar

$10 \text{y} -10$

Problema de práctica 23.2.4

64

Contestar

$8 y -8$

Problema de práctica 23.2.5

1

Contestar

$1 y -1$

Problema de práctica 23.2.6

$\frac{1}{4}$

Contestar

$\frac{1}{2} y -\frac{1}{2}$

Problema de práctica 23.2.7

$\frac{9}{16}$

Contestar

$\frac{3}{4} y -\frac{3}{4}$

Problema de práctica 23.2.8

0.1

Contestar

$0.1 y -0.1$

Problema de práctica 23.2.9

0.09

Contestar

$0.03 y -0.03$

Raíz cuadrada principal y secundaria

Hay una notación para distinguir la raíz cuadrada positiva de un número x de la raíz cuadrada negativa de x.

Raíz cuadrada principal: $\sqrt{x}$

Si x es un número real positivo, entonces

$\sqrt{x}$ representa la raíz cuadrada positiva de x. La raíz cuadrada positiva de un número se llama la **raíz cuadrada principal** del número.

Raíz Cuadrada Secundaria: $-\sqrt{x}$

$-\sqrt{x}$ representa la raíz cuadrada negativa de x. La raíz cuadrada negativa de un número se llama raíz cuadrada secundaria del número.

$-\sqrt{x}$ indica la raíz cuadrada secundaria de x.

Signo Radical, Radical y Radical

En la expresión $\sqrt{x}$,

$\sqrt{}$ se llama un **signo radical.**

x se llama el **radicando.**

$\sqrt{x}$ se llama **radical**

La barra horizontal que aparece unida al signo radical, $\sqrt{}$, es un símbolo de agrupación que especifica el radicando.

Porque $\sqrt{x}$ y $-\sqrt{x}$ son las dos raíces cuadradas de x,

$(\sqrt{x})(\sqrt{x}) = x$ y $(-\sqrt{x})(-\sqrt{x}) = x$.

Conjunto de Muestras B

Escriba las raíces cuadradas principal y secundaria de cada número.

Ejemplo 23.2.3

9

Raíz cuadrada principal: $\sqrt{9} = 3$

Raíz cuadrada secundaria: $-\sqrt{9} = -3$

Ejemplo 23.2.4

15

Raíz cuadrada principal: $\sqrt{15}$

Raíz cuadrada secundaria: $-\sqrt{15}$

Ejemplo 23.2.5

Utilice una calculadora para obtener una aproximación decimal para las dos raíces cuadradas de 34. Redondear a dos decimales.

En la calculadora:

Tipo: 34

Prensa: $\sqrt{}$

La pantalla lee: 5.8309519

Redondeo a 5.83

Observe que el símbolo de raíz cuadrada en la calculadora es$\sqrt{}$. Esto significa, por supuesto, que una calculadora producirá sólo la raíz cuadrada positiva. Debemos suministrar nosotros mismos la raíz cuadrada negativa.

$\sqrt{34}\$ aprox 5.83\) y$-\sqrt{34} \approx -5.83$

Aviso: el símbolo$\approx$ significa “aproximadamente igual a”.

Ejemplo23.2.6

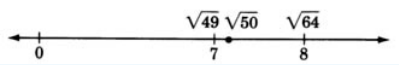
¿El número$\sqrt{50}$ está entre qué dos números enteros?

Ya que$7^2 = 49$, $\sqrt{49} = 7$.

Ya que$8^2 = 64$, $\sqrt{64} = 8$. Así,

$7 < \sqrt{50} < 8$

Así,$\sqrt{50}$ es un número entre7 y8.



Set de práctica B

Escriba las raíces cuadradas principal y secundaria de cada número.

Problema de práctica23.2.10

100

Contestar

$\sqrt{100} = 10$y$-\sqrt{100} = -10$

Problema de práctica23.2.11

121

Contestar

$\sqrt{121} = 11$y$-\sqrt{121} = -11$

Problema de práctica23.2.12

35

Contestar

$\sqrt{35}$y$-\sqrt{35}$

Problema de práctica23.2.13

Utilice una calculadora para obtener una aproximación decimal para las dos raíces cuadradas de35. Redondear a dos decimales.

Contestar

\ 95.92\) y-5.92

Expresiones significativas

Ya que sabemos que el cuadrado de cualquier número real es un número positivo o cero, podemos ver que expresiones como $\sqrt{-16}$ no describen números reales. No hay un número real que pueda ser cuadrado que produzca -16. $\sqrt{x}$ Para ser un número real, debemos tener $x \geq 0$. En nuestro estudio del álgebra, asumiremos que todas las variables y todas las expresiones en los radicandos representan números no negativos (números mayores o iguales a cero).

Conjunto de Muestras C

Escribe las restricciones adecuadas que se deben colocar en la variable para que cada expresión represente un número real.

Ejemplo 23.2.7

$\sqrt{x-3}$ para ser un número real, debemos tener:

$x-3 \geq 0$ o $x \geq 3$

Ejemplo 23.2.8

$\sqrt{2m+7}$ Para ser un número real, debemos tener:

$2m+7 \geq 0$ $2m \geq -7$ o $m \geq \dfrac{-7}{2}$

Set de práctica C

Escribe las restricciones adecuadas que se deben colocar en la variable para que cada expresión represente un número real.

Problema de práctica 23.2.14

$\sqrt{x+5}$

Contestar

$x \geq -5$

Problema de práctica 23.2.15

$\sqrt{y-8}$

Contestar

$y \geq 8$

Problema de práctica 23.2.16

$\sqrt{3a+2}$

Contestar

$a \geq -\dfrac{2}{3}$

Problema de práctica 23.2.17

$\sqrt{5m-6}$

Contestar

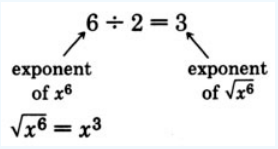
$m \geq \dfrac{6}{5}$

Simplificando las raíces cuadradas

Cuando las variables ocurren en el radicando, muchas veces podemos simplificar la expresión eliminando el signo radical. Podemos hacerlo teniendo presente que el radicando es el cuadrado de alguna otra expresión. Podemos simplificar a un radical buscando una expresión cuyo cuadrado es el radicando. Las siguientes observaciones nos ayudarán a encontrar la raíz cuadrada de una cantidad variable.

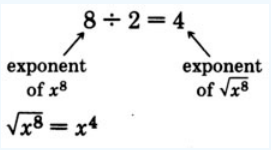
Ejemplo23.2.9

Ya que$(x^3)^2 = x^{3\cdot 2} - x^6, x^3$ es una raíz cuadrada dex^6. También



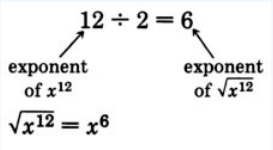
Ejemplo23.2.10

Ya que$(x^4)^2 = x^{4\cdot 2} = x^8, x^4$ es una raíz cuadrada dex^8. También



Ejemplo23.2.11

Ya que$(x^6)^2 = x^{6\cdot 2} = x^{12}, x^6$ es una raíz cuadrada dex^{12}. También



Estos ejemplos sugieren la siguiente regla:

Si una variable tiene un exponente par, su raíz cuadrada se puede encontrar dividiendo ese exponente por2.

Los ejemplos del Conjunto de Muestras B ilustran el uso de esta regla.

Conjunto de Muestras D

Simplifica cada expresión eliminando el signo radical. Supongamos que cada variable es no negativa.

Ejemplo23.2.12

$\sqrt{a^2}$Buscamos una expresividad cuya plaza esa^2. Dado que$(a)^2 = a^2$,

$\sqrt{a^2} = a$Observe que$2 \div 2 = 1$

Ejemplo23.2.13

$\sqrt{y^8}$Buscamos una expresión cuya plaza esy^8. Dado que$(y^4)^2 = y^8$,

$\sqrt{y^8} = y^4$Observe eso$8 \div 2 = 4$.

Ejemplo23.2.14

$\sqrt{25m^2n^6}$. Buscamos una expresión cuya plaza es$25m^2n^6$. Dado que$(5mn^3)^2 = 25m^2n^6$,

$\sqrt{25m^2n^6} = 5mn^3$Observe que$2 \div 2 = 1$ y$6 \div 2 = 3$.

Ejemplo23.2.15

$-\sqrt{121a^{10}(b-1)^4}$Buscamos una expresión cuya plaza es$121a^{10}(b-1)^4$. Desde

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ left [11 a^ {5} (b-1) ^ {2}\ derecha] ^ {2} &= 121a^ {10} (b-1) ^4,\
\\ sqrt {121a^ {10} (b-1) ^4} &= 1a^5 (b-1) ^2\
\ text {Entonces,} -\ sqrt {121a^ {10} (b-1) ^4} &= -11a^5 (b-1) ^2 &\ text {Observe que} 10\ div 2 = 5\ texto {y} 4\ div 2 = 2
\ end {array}\)

Set de Práctica D

Simplifica cada expresión eliminando el signo radical. Supongamos que cada variable es no negativa.

Problema de práctica23.2.18

$\sqrt{y^8}$

Contestar

y^4

Problema de práctica23.2.19

$\sqrt{16a^4}$

Contestar

$4a^2$

Problema de práctica23.2.20

$\sqrt{49x^4y^6}$

Contestar

$7x^2y^3$

Problema de práctica23.2.21

$-\sqrt{100x^8y^{12}z^2}$

Contestar

$-10x^4y^6z$

Problema de práctica23.2.22

$-\sqrt{36(a+5)^4}$

Contestar

$-6a(a+5)^2$

Problema de práctica\(\PageIndex{23\)

$\sqrt{225w^4(z^2-1)^2}$

Contestar

$15w^2(z^2-1)$

Problema de práctica23.2.24

$\sqrt{0.25y^6z^{14}}$

Contestar

$0.5y^3z^7$

Problema de práctica23.2.25

$\sqrt{x^{2n}}$, donde$n$ es un número natural

Contestar

x^n

Problema de práctica23.2.26

$\sqrt{x^{4n}}$, donde$n$ es un número natural.

Contestar

x^{2n}

Ejercicios

Ejercicio23.2.1

¿Cuántas raíces cuadradas tiene cada número real positivo?

Contestar

dos

Ejercicio23.2.2

El símbolo$\sqrt{}$ representa qué raíz cuadrada de un número?

Ejercicio23.2.3

El símbolo$-\sqrt{}$ representa qué raíz cuadrada de un número?

Contestar

secundaria

Para los siguientes problemas, encuentra las dos raíces cuadradas del número dado.

Ejercicio23.2.4

64

Ejercicio23.2.5

81

Contestar

9 y −9

Ejercicio23.2.6

25

Ejercicio23.2.7

121

Contestar

11 y −11

Ejercicio23.2.8

144

Ejercicio23.2.9

225

Contestar

15 y −15

Ejercicio23.2.10

10,000

Ejercicio23.2.11

$\frac{1}{16}$

Contestar

$\frac{1}{4}$ y $-\frac{1}{4}$

Ejercicio23.2.12

$\frac{1}{49}$

Ejercicio23.2.13

$\frac{25}{36}$

Contestar

$\frac{5}{6}\text{y}-\frac{5}{6}$

Ejercicio23.2.14

$\frac{121}{225}$

Ejercicio23.2.15

0.04

Contestar

$0.2\text{y}-0.2$

Ejercicio23.2.16

0.16

Ejercicio23.2.17

1.21

Contestar

$1.1\text{y}-1.1$

Para los siguientes problemas, evalúe cada expresión. Si la expresión no representa un número real, escriba “no un número real”.

Ejercicio23.2.18

$\sqrt{49}$

Ejercicio23.2.19

$\sqrt{64}$

Contestar

8

Ejercicio23.2.20

$-\sqrt{36}$

Ejercicio23.2.21

$-\sqrt{100}$

Contestar

-10

Ejercicio23.2.22

$-\sqrt{169}$

Ejercicio23.2.23

$-\sqrt{\frac{36}{81}}$

Contestar

$\frac{2}{3}$

Ejercicio23.2.24

$-\sqrt{\frac{121}{169}}$

Ejercicio23.2.25

$\sqrt{-225}$

Contestar

no es un número real

Ejercicio23.2.26

$\sqrt{-36}$

Ejercicio23.2.27

$-\sqrt{-1}$

Contestar

no es un número real

Ejercicio23.2.28

$-\sqrt{-5}$

Ejercicio23.2.29

$-(-\sqrt{9})$

Contestar

3

Ejercicio23.2.30

$-(-\sqrt{0.81})$

Para los siguientes problemas, escriba las restricciones adecuadas que se deben colocar en la variable para que la expresión represente un número real.

Ejercicio23.2.31

$\sqrt{y+10}$

Contestar

$y \geq -10$

Ejercicio23.2.32

$\sqrt{x+4}$

Ejercicio23.2.33

$\sqrt{a-16}$

Contestar

$a \geq 16$

Ejercicio23.2.34

$\sqrt{h-11}$

Ejercicio23.2.35

$\sqrt{2k-1}$

Contestar

$k \geq \frac{1}{2}$

Ejercicio23.2.36

$\sqrt{7x+8}$

Ejercicio23.2.37

$\sqrt{-2x-8}$

Contestar

$x \leq -4$

Ejercicio23.2.38

$\sqrt{-5y+15}$

Para los siguientes problemas, simplifique cada expresión eliminando el signo radical.

Ejercicio23.2.39

$\sqrt{m^6}$

Contestar

m^3

Ejercicio23.2.40

$\sqrt{k^{10}}$

Ejercicio23.2.41

$\sqrt{a^8}$

Contestar

a^4

Ejercicio23.2.42

$\sqrt{h^{16}}$

Ejercicio23.2.43

$\sqrt{x^4y^{10}}$

Contestar

x^2y^5

Ejercicio23.2.44

$\sqrt{a^6b^{20}}$

Ejercicio23.2.45

$\sqrt{a^4b^6}$

Contestar

a^2b^3

Ejercicio23.2.46

$\sqrt{x^8y^{14}}$

Ejercicio23.2.47

$\sqrt{81a^2b^2}$

Contestar

$9ab$

Ejercicio23.2.48

$\sqrt{49x^6y^4}$

Ejercicio23.2.49

$\sqrt{100m^8n^2}$

Contestar

$10m^4n$

Ejercicio23.2.50

$\sqrt{225p^{14}r^{16}}$

Ejercicio23.2.51

$\sqrt{36x^{22}y^{44}}$

Contestar

$6x^{11}y^{22}$

Ejercicio23.2.52

$\sqrt{169w^4z^6(m-1)^2}$

Ejercicio23.2.53

$\sqrt{25x^{12}(y-1)^4}$

Contestar

$5x^6(y-1)^2$

Ejercicio23.2.54

$\sqrt{64a^{10}(a+4)^{14}}$

Ejercicio23.2.55

$\sqrt{9m^6n^4(m+n)^{18}}$

Contestar

$3m^3n^2(m+n)^9$

Ejercicio23.2.56

$\sqrt{25m^{26}n^{42}r^{66}s^{84}}$

Ejercicio23.2.57

$\sqrt{(f-2)^2(g+6)^4}$

Contestar

$(f-2)(g+6)^4$

Ejercicio23.2.58

$\sqrt{(2c-3)^6+(5c+1)^2}$

Ejercicio23.2.59

$-\sqrt{64r^4s^{22}}$

Contestar

$-8r^2s^{11}$

Ejercicio23.2.60

$-\sqrt{121a^6(a-4)^8}$

Ejercicio23.2.61

$-[-\sqrt{(w+6)^2}]$

Contestar

$w+6$

Ejercicio23.2.62

$-[-\sqrt{4a^2b^2(c^2+8)^2}]$

Ejercicio23.2.63

$\sqrt{1.21h^4k^4}$

Contestar

$1.1h^2k^2$

Ejercicio23.2.64

$\sqrt{2.25m^6p^6}$

Ejercicio23.2.65

$$-\sqrt{\frac{169a^2b^4c^6}{196x^4y^6z^8}}$$

Contestar

$$-\frac{12ab^2c^3}{14x^2y^3z^4}$$

Ejercicio23.2.66

$$-[\sqrt{\frac{81y^4(z-1)^2}{225x^8z^4w^6}}]$$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio23.2.67

Encuentra el cociente. $\frac{x^2-1}{4x^2-1} \div \frac{x-1}{2x+1}$

Contestar

$$\frac{x+1}{2x-1}$$

Ejercicio23.2.68

Encuentra la suma. $\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+1}+\frac{2}{x^2-1}$

Ejercicio23.2.69

Resuelve la ecuación, si es posible: $\frac{1}{x-2}=\frac{3}{x^2-x-2}-\frac{3}{x+1}$

Contestar

Ninguna solución; $x=2$ está excluida.

Ejercicio23.2.70

Realizar la división: $\frac{15x^3-5x^2+10x}{5x}$

Ejercicio23.2.71

Realizar la división: $\frac{x^3-5x^2+13x-21}{x-3}$

Contestar

$$x^2-2x+7$$

This page titled 23.2: Expresiones de raíz cuadrada is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.2: Square Root Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada

Para comenzar nuestro estudio del proceso de simplificación de una expresión de raíz cuadrada, debemos tener en cuenta tres hechos: un hecho relativo a los cuadrados perfectos y dos relativos a las propiedades de las raíces cuadradas.

Plazas Perfectas

Los números rea que son cuadrados de números racionales se llaman **cuadrados perfectos**. Los números 25 y $\frac{1}{4}$ son ejemplos de cuadrados perfectos desde $25 = 5^2$ y $\frac{1}{4} = (\frac{1}{2})^2$, y 5 y $\frac{1}{2}$ son números racionales. El número no 2 es un cuadrado perfecto ya que $2 = (\sqrt{2})^2$ y no $\sqrt{2}$ es un número racional.

Si bien no vamos a hacer un estudio detallado de los números irracionales, haremos la siguiente observación:

Nota

Cualquier raíz cuadrada indicada cuyo radicando no sea un número cuadrado perfecto es un número irracional.

Los números $\sqrt{6}$, $\sqrt{15}$ y $\sqrt{\frac{3}{4}}$ son cada uno irracionales ya que cada $6, 15,$ $\frac{3}{4}$ radicando no es un cuadrado perfecto.

La propiedad del producto de las raíces cuadradas

Observe que

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ sqrt {9\ cdot 4} &=\ sqrt {36} &= 6 &\ text {y}\\
\ sqrt {9}\ sqrt {4} &= 3\ cdot 2 &= 6
\ end {array}\)

La propiedad del producto $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$

Esto sugiere que en general, si x y y son números reales positivos,

$$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$$

La raíz cuadrada del producto es el producto de las raíces cuadradas.

El cociente de la propiedad de las raíces cuadradas

Podemos sugerir una regla similar para los cocientes. Observe que

$$\sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3 \text{ y}$$

$$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3\,.$$

Ya que ambos $\frac{36}{4}$ e $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$ iguales 3, debe ser que

$$\sqrt{\frac{36}{4}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$$

La propiedad del cociente $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

Esto sugiere que en general, si x y y son números reales positivos,

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, y \neq 0\,.$$

La raíz cuadrada del cociente es el cociente de las raíces cuadradas.

Precaución

Es sumamente importante que se acuerde que

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x}+\sqrt{y}$ o $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x}-\sqrt{y}$

Por ejemplo, fíjese eso $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$, pero $\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$

Estudiaremos el proceso de simplificación de la expresión de raíz cuadrada distinguiendo entre dos tipos de raíces cuadradas: las raíces cuadradas que no involucran una fracción y las raíces cuadradas que involucran una fracción.

Raíces cuadradas que no involucran fracciones

Una raíz cuadrada que no involucra fracciones está en la **forma simplificada** si no hay un cuadrado perfecto en el radicando.

Las raíces cuadradas $\sqrt{x}$, . $\sqrt{ab}$, $\sqrt{5mn}$, $\sqrt{2(a+5)}$ están en forma simplificada ya que ninguno de los radicandos contiene un cuadrado perfecto.

Las raíces cuadradas **no** $\boldsymbol{\sqrt{x^2}}$**,** $\boldsymbol{\sqrt{a^3}=\sqrt{a^2 a}}$ están en forma simplificada ya que cada radicando contiene un cuadrado perfecto.

Para simplificar una expresión de raíz cuadrada que no implique una fracción, podemos usar las siguientes dos reglas:

Simplificación de Raíces Cuadradas Sin Fracciones

1. Si un factor del radicando contiene una variable con un exponente **par**, la raíz cuadrada se obtiene dividiendo el exponente por 2.
2. Si un factor del radicando contiene una variable con un exponente **impar**, la raíz cuadrada se obtiene factorizando primero el factor variable en dos factores para que uno tenga un exponente par y el otro tenga un exponente de 1, luego usando la propiedad producto de raíces cuadradas.

Conjunto de Muestras A

Simplifica cada raíz cuadrada.

Ejemplo23.3.1

$\sqrt{a^4}$. El exponente es parejo: $\frac{4}{2}=2$. El exponente sobre la raíz cuadrada es2.

$\sqrt{a^4}=a^2$

Ejemplo23.3.2

$\sqrt{a^6 b^{10}}$. Ambos exponentes son parejos: $\frac{6}{2}=3$ y $\frac{10}{2}=5$. El exponente sobre la raíz cuadrada de a^6 es3. El exponente en la raíz cuadrada si b^{10} es5.

$\sqrt{a^6 g b^{10}}=a^3 b^5$

Ejemplo23.3.3

$\sqrt{y^5}$. El exponente es impar: $y^5=y^4 y$. El

$\sqrt{y^5}=\sqrt{y^4 y}=\sqrt{y^4}\sqrt{y}=y^2\sqrt{y}$

Ejemplo23.3.4

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ sqrt {36a^7b^ {11} c^ {20}} &=\ sqrt {6^2a^6ab^ {10} bc^ {20}} & a^7 = a^6a, b^ {11} = b^ {10} b\\
&=\ sqrt {6^2a^6b^ {10} ^ {20}\ cdot ab} &\ text {por la propiedad conmutativa de la multiplicación}\\
&=\ sqrt {6^2a^6b^ {10} c^ {20}}\ sqrt { ab} &\ text {por la propiedad del producto de raíces cuadradas}\\
&= 6a^3b^5c^ {10}\ sqrt {ab}
\ end {array}\)

Ejemplo23.3.5

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ sqrt {49x^8y^3 (a-1) ^6} &=\ sqrt {7^2x^8y^2y (a-1) ^6}\\
&=\ sqrt {7^2x^8y^2 (a-1) ^6}\ sqrt {y}\\
&= 7x^4y (a-1) ^3\ sqrt {y}
\ end {array}\)

Ejemplo23.3.6

$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{5^2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

Conjunto de práctica A

Simplifica cada raíz cuadrada.

Problema de práctica23.3.1

$\sqrt{m^8}$

Contestar

m^4

Problema de práctica23.3.2

$\sqrt{h^{14}k^{22}}$

Contestar

h^7k^{11}

Problema de práctica23.3.3

$\sqrt{81a^{12}b^6c^{38}}$

Contestar

$9a^6b^3c^{19}$

Problema de práctica23.3.4

$\sqrt{144x^4y^{80}(b+5)^{16}}$

Contestar

$12x^2y^{40}(b+5)^8$

? Problema de práctica23.3.5

$\sqrt{w^5}$

Contestar

$w^2\sqrt{w}$

? Problema de práctica23.3.6

$\sqrt{w^7z^3k^{13}}$

Contestar

$w^3zk^6\sqrt{wzk}$

? Problema de práctica23.3.7

$\sqrt{27a^3b^4c^5d^6}$

Contestar

$3ab^2c^2d^3\sqrt{3ac}$

? Problema de práctica23.3.8

$\sqrt{180m^4n^{15}9a-12)^{15}}$

Contestar

$6m^2n^7(a-12)^7\sqrt{5n(a-12)}$

Raíces cuadradas que involucran fracciones

Una expresión de raíz cuadrada está en forma simplificada si hay

1. no hay cuadrados perfectos en el radicando,
2. no hay fracciones en el radicando, o
3. no hay expresiones de raíz cuadrada en el denominador.

Las expresiones de raíz cuadrada $\sqrt{5a}$, $\frac{4\sqrt{3xy}}{5}$, y $\frac{11m^2n\sqrt{a-4}}{2x^2}$ están en forma simplificada

Las expresiones de raíz cuadrada $\sqrt{\frac{3x}{8}}$, $\sqrt{\frac{4a^4b^3}{5}}$, y **no** $\frac{\boldsymbol{2y}}{\sqrt{\boldsymbol{3x}}}$ están en forma simplificada.

Simplificación de Raíces Cuadradas con Fracciones

Para simplificar la expresión de raíz cuadrada $\sqrt{\frac{x}{y}}$,

1. Escribe la expresión como $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ usando la regla $\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$.
2. Multiplique la fracción por 1 en forma de $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}}$.
3. Simplificar la fracción restante, $\frac{\sqrt{xy}}{y}$.

Racionalización del Denominador

El proceso involucrado en el paso 2 se llama **racionalizar el denominador.** Este proceso elimina expresiones de raíz cuadrada del denominador utilizando el hecho de que$(\sqrt{y})(\sqrt{y}) = y$.

Conjunto de Muestras B

Simplifica cada raíz cuadrada.

Ejemplo23.3.7

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$$

Ejemplo23.3.8

$$\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

Ejemplo23.3.9

$$\sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{8}}{8} = \frac{3\sqrt{4 \cdot 2}}{8} = \frac{3\sqrt{4}\sqrt{2}}{8} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{2}}{8} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

Ejemplo23.3.10

$$\sqrt{\frac{k^2}{m^3}} = \frac{\sqrt{k^2}}{\sqrt{m^3}} = \frac{k}{\sqrt{m^3}} = \frac{k}{\sqrt{m^2 m}} = \frac{k}{\sqrt{m^2}\sqrt{m}} = \frac{k}{m\sqrt{m}} = \frac{k}{m\sqrt{m}} \cdot \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}} = \frac{k\sqrt{m}}{m\sqrt{m}\sqrt{m}} = \frac{k\sqrt{m}}{m \cdot m} = \frac{k\sqrt{m}}{m^2}$$

Ejemplo23.3.11

\ (\ begin {array} {Flushleft}
\ sqrt {x^2 - 8x + 16} &=\ sqrt {(x-4) ^2}\\
&= x-4
\ end {array}\)

Set de práctica B

Simplifica cada raíz cuadrada.

Problema de práctica23.3.9

$$\sqrt{\frac{81}{25}}$$

Contestar

$$\frac{9}{5}$$

Problema de práctica23.3.10

$$\sqrt{\frac{2}{7}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{14}}{7}$$

Problema de práctica23.3.11

$$\sqrt{\frac{4}{5}}$$

Contestar

$$\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Problema de práctica23.3.12

$$\sqrt{\frac{10}{4}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{10}}{2}$$

Problema de práctica23.3.13

$$\sqrt{\frac{9}{4}}$$

Contestar

$$\frac{3}{2}$$

Problema de práctica23.3.14

$$\sqrt{\frac{a^3}{6}}$$

Contestar

$$\frac{a\sqrt{6a}}{6}$$

Problema de práctica23.3.15

$$\sqrt{\frac{y^4}{x^3}}$$

Contestar

$$\frac{y^2\sqrt{x}}{x^2}$$

Problema de práctica23.3.16

$\sqrt{\frac{32a^5}{b^7}}$

Contestar

$\frac{4a^2\sqrt{2ab}}{b^4}$

Problema de práctica23.3.17

$\sqrt{(x+9)^2}$

Contestar

$x+9$

Problema de práctica23.3.18

$\sqrt{x^2+14x+49}$

Contestar

$x+7$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, simplifique cada una de las expresiones radicales.

Ejercicio23.3.1

$\sqrt{8b^2}$

Contestar

$2b\sqrt{2}$

Ejercicio23.3.2

$\sqrt{20a^2}$

Ejercicio23.3.3

$\sqrt{24x^4}$

Contestar

$2x^2\sqrt{6}$

Ejercicio23.3.4

$\sqrt{27y^6}$

Ejercicio23.3.5

$\sqrt{a^5}$

Contestar

$a^2\sqrt{a}$

Ejercicio23.3.6

$\sqrt{m^7}$

Ejercicio23.3.7

$\sqrt{x^{11}}$

Contestar

$x^5\sqrt{x}$

Ejercicio23.3.8

$\sqrt{y^{17}}$

Ejercicio23.3.9

$\sqrt{36n^9}$

Contestar

$6n^4\sqrt{n}$

Ejercicio23.3.10

$\sqrt{49x^{13}}$

Ejercicio23.3.11

$\sqrt{100x^5y^{11}}$

Contestar

$10x^2y^5\sqrt{xy}$

Ejercicio23.3.12

$\sqrt{64a^7b^3}$

Ejercicio23.3.13

$5\sqrt{16m^6n^7}$

Contestar

$20m^3n^3\sqrt{n}$

Ejercicio23.3.14

$8\sqrt{9a^4b^{11}}$

Ejercicio23.3.15

$3\sqrt{16x^3}$

Contestar

$12x\sqrt{x}$

Ejercicio23.3.16

$8\sqrt{25y^3}$

Ejercicio23.3.17

$\sqrt{12a^4}$

Contestar

$2a^2\sqrt{3}$

Ejercicio23.3.18

$\sqrt{32x^7}$

Contestar

$4x^3\sqrt{2x}$

Ejercicio23.3.19

$\sqrt{12y^{13}}$

Ejercicio23.3.20

$\sqrt{50a^3b^9}$

Contestar

$5ab^4\sqrt{2ab}$

Ejercicio23.3.21

$\sqrt{48p^{11}q^5}$

Ejercicio23.3.22

$4\sqrt{18a^5b^{17}}$

Contestar

$12a^2b^8\sqrt{2ab}$

Ejercicio23.3.23

$8\sqrt{108x^{21}y^3}$

Ejercicio23.3.24

$-4\sqrt{75a^4b^6}$

Contestar

$-20a^2b^3\sqrt{3}$

Ejercicio23.3.25

$-6\sqrt{72x^2y^4z^{10}}$

Ejercicio23.3.26

$-\sqrt{b^{12}}$

Contestar

$-b^6$

Ejercicio23.3.27

$-\sqrt{c^{18}}$

Ejercicio23.3.28

$\sqrt{a^2b^2c^2}$

Contestar

abc

Ejercicio23.3.29

$\sqrt{4x^2y^2z^2}$

Ejercicio23.3.30

$-\sqrt{9a^2b^3}$

Contestar

$-3ab\sqrt{b}$

Ejercicio23.3.31

$-\sqrt{16x^4y^5}$

Ejercicio23.3.32

$\sqrt{m^6 n^8 p^{12} q^{20}}$

Contestar

$m^3 n^4 p^6 q^{10}$

Ejercicio23.3.33

$\sqrt{r^2}$

Ejercicio23.3.34

$\sqrt{p^2}$

Contestar

p

Ejercicio23.3.35

$\sqrt{\frac{1}{4}}$

Ejercicio23.3.36

$\sqrt{\frac{1}{16}}$

Contestar

$\frac{1}{4}$

Ejercicio23.3.37

$\sqrt{\frac{4}{25}}$

Ejercicio23.3.38

$\sqrt{\frac{9}{49}}$

Contestar

$\frac{3}{7}$

Ejercicio23.3.39

$\frac{5\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$

Ejercicio23.3.40

$$\frac{2\sqrt{32}}{\sqrt{3}}$$

Contestar

$$\frac{8\sqrt{6}}{3}$$

Ejercicio23.3.41

$$\sqrt{\frac{5}{6}}$$

Ejercicio23.3.42

$$\sqrt{\frac{2}{7}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{14}}{7}$$

Ejercicio23.3.43

$$\sqrt{\frac{3}{10}}$$

Ejercicio23.3.44

$$\sqrt{\frac{4}{3}}$$

Contestar

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Ejercicio23.3.45

$$-\sqrt{\frac{2}{5}}$$

Ejercicio23.3.46

$$-\sqrt{\frac{3}{10}}$$

Contestar

$$-\frac{\sqrt{30}}{10}$$

Ejercicio23.3.47

$$\sqrt{\frac{16a^2}{5}}$$

Ejercicio23.3.48

$$\sqrt{\frac{24a^5}{7}}$$

Contestar

$$\frac{2a^2\sqrt{42a}}{7}$$

Ejercicio23.3.49

$$\sqrt{\frac{72x^2y^3}{5}}$$

Ejercicio23.3.50

$$\sqrt{\frac{2}{a}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{2a}}{a}$$

Ejercicio23.3.51

$$\sqrt{\frac{5}{b}}$$

Ejercicio23.3.52

$$\sqrt{\frac{6}{x^3}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{6x}}{x^2}$$

Ejercicio23.3.53

$$\sqrt{\frac{12}{y^5}}$$

Ejercicio23.3.54

$$\sqrt{\frac{49x^2y^5z^9}{25a^3b^{11}}}$$

Contestar

$$\frac{7xy^2z^4\sqrt{abyz}}{5a^2b^6}$$

Ejercicio23.3.55

$$\sqrt{\frac{27x^6y^{15}}{3^3x^3y^5}}$$

Ejercicio23.3.56

$\sqrt{(b+2)^4}$

Contestar

$(b+2)^2$

Ejercicio23.3.57

$\sqrt{(a-7)^8}$

Ejercicio23.3.58

$\sqrt{(x+2)^6}$

Contestar

$(x+2)^3$

Ejercicio23.3.59

$\sqrt{(x+2)^2(x+1)^2}$

Ejercicio23.3.60

$\sqrt{(a-3)^4(a-1)^2}$

Contestar

$(a-3)^2(a-1)$

Ejercicio23.3.61

$\sqrt{(b+7)^8(b-7)^6}$

Ejercicio23.3.62

$\sqrt{a^2-10a+25}$

Contestar

$(a-5)$

Ejercicio23.3.63

$\sqrt{b^2+6b+9}$

Ejercicio23.3.64

$\sqrt{(a^2-2a+1)^4}$

Contestar

$(a-1)^4$

Ejercicio23.3.65

$\sqrt{(x^2+2x+1)^{12}}$

Ejercicios para revisión

Ejercicio23.3.66

Resolver la desigualdad$3(a+2) \leq 2(3a+4)$

Contestar

$a \geq -\frac{2}{3}$

Ejercicio23.3.67

Graficar la desigualdad$6x \leq 5(x+1)-6$

Ejercicio23.3.68

Suministrar las palabras que faltan. Al mirar una gráfica de izquierda a derecha, las líneas con pendiente _____ suben, mientras que las líneas con pendiente _____ caen.

Contestar

positivo; negativo

Ejercicio23.3.69

Simplifica la fracción compleja: $\frac{5+\frac{1}{x}}{5-\frac{1}{x}}$

Ejercicio23.3.70

Simplifica$\sqrt{121x^4w^6z^8}$ eliminando el signo radical.

Contestar

$11x^2w^3z^4$

This page titled 23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.3: Simplifying Square Root Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada

La propiedad del producto de las raíces cuadradas

En nuestro trabajo con la simplificación de expresiones de raíz cuadrada, señalamos que

$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$

Como esta es una ecuación, podemos escribirla como:

$\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$

Para multiplicar dos expresiones de raíz cuadrada, utilizamos la propiedad producto de raíces cuadradas.

La propiedad del producto $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$

$\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$

El producto de raíces cuadradas es la raíz cuadrada del producto

En la práctica, suele ser más fácil simplificar las expresiones de raíz cuadrada antes de realizar realmente la multiplicación. Para ver esto, considera el siguiente producto:

$\sqrt{8}\sqrt{48}$

Podemos multiplicar estas raíces cuadradas de **cualquiera** de dos maneras:

Simplfy luego multiplicar

$\sqrt{4 \cdot 2}\sqrt{16 \cdot 3} = (2\sqrt{2})(4\sqrt{3}) = 2 \cdot 4\sqrt{2 \cdot 3} = 8\sqrt{6}$

Multiplicar y luego simplificar

$\sqrt{8}\sqrt{48} = \sqrt{8 \cdot 48} = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$

Observe que en el segundo método, el término expandido (la tercera expresión, $\sqrt{384}$) puede ser difícil de facturar en un cuadrado perfecto y algún otro número.

Regla de multiplicación para expresiones de raíz cuadrada

El ejemplo anterior sugiere que la siguiente regla para multiplicar dos expresiones de raíz cuadrada.

Regla para multiplicar expresiones de raíz cuadrada

1. Simplifique cada expresión de raíz cuadrada, si es necesario.
2. Realizar la multiplicación.
3. Simplificar, si es necesario.

Conjunto de Muestras A

Encuentra cada uno de los siguientes productos.

Ejemplo23.4.1

$\sqrt{3}\sqrt{6} = \sqrt{3 \cdot 6} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$

Ejemplo23.4.2

$\sqrt{8}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\sqrt{2} = 2\sqrt{2 \cdot 2} = 2\sqrt{4} = 2 \cdot 2 = 4$

Este producto podría ser más fácil si tuviéramos que multiplicar primero y luego simplificar.

$\sqrt{8}\sqrt{2} = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$

Ejemplo23.4.3

$\sqrt{20}\sqrt{7} = \sqrt{4}\sqrt{5}\sqrt{7} = 2\sqrt{5 \cdot 7} = 2\sqrt{35}$

Ejemplo23.4.4

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ sqrt {5a^3}\ sqrt {27a^5} = (a\ sqrt {5a}) (3a^2\ sqrt {3a}) &= 3a^3\ sqrt {15a^2}\\
&= 3a^3\ cdot a\ sqrt {15}\\
&= 3a^4\ sqrt rt {15}
\ end {array}\)

Ejemplo23.4.5

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ sqrt {(x+2) ^7}\ sqrt {x-1} =\ sqrt {(x+2) ^6 (x+2)}\ sqrt {x-1} &= (x+2) ^3\ sqrt {(x+2)}\ sqrt {x-1}\\
&= (x+2) ^3\ sqrt {(x+2) (x-1)}\\
\ texto {o} &= (x+2) ^3\ sqrt {x^2 + x - 2}
\ end {array}\)

Ejemplo23.4.6

\ (\ begin {array} {ras izquierda}
\ sqrt {3} (7+\ sqrt {6}) =7\ sqrt {3} +\ sqrt {3}\ sqrt {6} &=7\ sqrt {3} +\ sqrt {18}\\
&=7\ sqrt {3} +\ sqrt {9\ cdot 2}\\
&=7\ sqrt {3} +3\ sqrt {2}
\ end {array}\)

Ejemplo23.4.7

\ (\ begin {array} {ras izquierda}
\ sqrt {6} (\ sqrt {2} -\ sqrt {10}) &=\ sqrt {6}\ sqrt {2} -\ sqrt {6}\ sqrt {10}\\
&=\ sqrt {12} -\ sqrt {60}\\
&=\ sqrt {4\ cdot 3} -\ sqrt {4\ cdot 15}\\
&= 2\ sqrt {3} - 2\ sqrt {15}
\ end {array}\)

Ejemplo23.4.8

\ (\ begin {array} {ras izquierda}
\ sqrt {45 a^ {6} b^ {3}}\ izquierda [\ sqrt {9 a b} -\ sqrt {5 (b-3) ^ {3}}\ derecha] &=3 a^ {3} b\ sqrt {5 b} [3\ sqrt {a b} - (b-3)\ sqrt {5 (b-3))}]\\
&=9 a^ {3} b\ sqrt {5 a b^ {2}} -3 a^ {3} b (b-3)\ sqrt {25 b (b-3)}\\
&=9 a^ {3} b^ {2}\ sqrt {5 a} -3 a^ {3} b (b-3) \ cdot 5\ sqrt {b (b-3)}\\
&=9 a^ {3} b^ {2}\ sqrt {5 a} -15 a^ {3} b (b-3)\ sqrt {b (b-3)}
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Encuentra cada uno de los siguientes productos.

Problema de práctica23.4.1

$\sqrt{5}\sqrt{6}$

Contestar

$\sqrt{30}$

Problema de práctica23.4.2

$\sqrt{32}\sqrt{2}$

Contestar

8

Problema de práctica23.4.3

$\sqrt{x+4}\sqrt{x+3}$

Contestar

$\sqrt{(x+4)(x+3)}$

Problema de práctica23.4.4

$\sqrt{8m^5n}\sqrt{20m^2n}$

Contestar

$4m^3n\sqrt{10m}$

Problema de práctica23.4.5

$\sqrt{9(k-6)^3}\sqrt{k^2-12k+36}$

Contestar

$3(k-6)^2\sqrt{k-6}$

Problema de práctica23.4.6

$\sqrt{3}\sqrt{2}+\sqrt{5}$

Contestar

$\sqrt{6}+\sqrt{15}$

Problema de práctica23.4.7

$\sqrt{2a}(\sqrt{5a}-\sqrt{8a^3})$

Contestar

$a\sqrt{10}-4a^2$

Problema de práctica23.4.8

$\sqrt{32m^5n^8}\sqrt{2mn^2}-\sqrt{n^7}$

Contestar

$8m^3n^2\sqrt{n}-8m^2n^5\sqrt{5m}$

Ejercicios

Ejercicio23.4.1

$\sqrt{2}\sqrt{10}$

Contestar

$2\sqrt{5}$

Ejercicio23.4.2

$\sqrt{3}\sqrt{15}$

Ejercicio23.4.3

$\sqrt{7}\sqrt{8}$

Contestar

$2\sqrt{14}$

Ejercicio23.4.4

$\sqrt{20}\sqrt{3}$

Ejercicio23.4.5

$\sqrt{32}\sqrt{27}$

Contestar

$12\sqrt{6}$

Ejercicio23.4.6

$\sqrt{45}\sqrt{50}$

Ejercicio23.4.7

$\sqrt{5}\sqrt{5}$

Contestar

5

Ejercicio23.4.8

$\sqrt{7}\sqrt{7}$

Ejercicio23.4.9

$\sqrt{8}\sqrt{8}$

Contestar

8

Ejercicio23.4.10

$\sqrt{15}\sqrt{15}$

Ejercicio23.4.11

$\sqrt{48}\sqrt{27}$

Contestar

36

Ejercicio23.4.12

$\sqrt{80}\sqrt{20}$

Ejercicio23.4.13

$\sqrt{5}\sqrt{m}$

Contestar

$\sqrt{5m}$

Ejercicio23.4.14

$\sqrt{7}\sqrt{a}$

Ejercicio23.4.15

$\sqrt{6}\sqrt{m}$

Contestar

$\sqrt{6m}$

Ejercicio23.4.16

$\sqrt{10}\sqrt{h}$

Ejercicio23.4.17

$\sqrt{20}\sqrt{a}$

Contestar

$2\sqrt{5a}$

Ejercicio23.4.18

$\sqrt{48}\sqrt{x}$

Ejercicio23.4.19

$\sqrt{75}\sqrt{y}$

Contestar

$5\sqrt{3y}$

Ejercicio23.4.20

$\sqrt{200}\sqrt{m}$

Ejercicio23.4.21

$\sqrt{a}\sqrt{a}$

Contestar

a

Ejercicio23.4.22

$\sqrt{x}\sqrt{x}$

Ejercicio23.4.23

$\sqrt{y}\sqrt{y}$

Contestar

y

Ejercicio23.4.24

$\sqrt{h}\sqrt{h}$

Ejercicio23.4.25

$\sqrt{3}\sqrt{3}$

Contestar

3

Ejercicio23.4.26

$\sqrt{6}\sqrt{6}$

Ejercicio23.4.27

$\sqrt{k}\sqrt{k}$

Contestar

k

Ejercicio23.4.28

$\sqrt{m}\sqrt{m}$

Ejercicio23.4.29

$\sqrt{m^2}\sqrt{m}$

Contestar

$m\sqrt{m}$

Ejercicio23.4.30

$\sqrt{a^2}\sqrt{a}$

Ejercicio23.4.31

$\sqrt{x^3}\sqrt{x}$

Contestar

x^2

Ejercicio23.4.32

$\sqrt{y^3}\sqrt{y}$

Ejercicio23.4.33

$\sqrt{y}\sqrt{y^4}$

Contestar

$y^2\sqrt{y}$

Ejercicio23.4.34

$\sqrt{k}\sqrt{k^6}$

Ejercicio23.4.35

$\sqrt{a^3}\sqrt{a^5}$

Contestar

a^4

Ejercicio23.4.36

$\sqrt{x^3}\sqrt{x^7}$

Ejercicio23.4.37

$\sqrt{x^9}\sqrt{x^3}$

Contestar

x^6

Ejercicio23.4.38

$\sqrt{y^3}\sqrt{y^4}$

Contestar

$y^3\sqrt{y}$

Ejercicio23.4.39

$\sqrt{x^8}\sqrt{x^5}$

Ejercicio23.4.40

$\sqrt{x+2}\sqrt{x-3}$

Contestar

$\sqrt{(x+2)(x-3)}$

Ejercicio23.4.41

$\sqrt{a-6}\sqrt{a+1}$

Ejercicio23.4.42

$\sqrt{y+3}\sqrt{y-2}$

Contestar

$\sqrt{(y+3)(y-2)}$

Ejercicio23.4.43

$\sqrt{h+1}\sqrt{h-1}$

Ejercicio23.4.44

$\sqrt{x+9}\sqrt{(x+9)^2}$

Contestar

$(x+9)\sqrt{x+9}$

Ejercicio23.4.45

$\sqrt{y-3}\sqrt{(y-3)^5}$

Ejercicio23.4.46

$\sqrt{3a^2}\sqrt{15a^3}$

Contestar

$3a^2\sqrt{5a}$

Ejercicio23.4.47

$\sqrt{2m^4n^3}\sqrt{14m^5n}$

Ejercicio23.4.48

$\sqrt{12(p-q)^3}\sqrt{3(p-q)^5}$

Contestar

$6(p-q)^4$

Ejercicio23.4.49

$\sqrt{15a^2(b+4)^4}\sqrt{21a^3(b+4)^5}$

Ejercicio23.4.50

$\sqrt{125m^5n^4r^8}\sqrt{8m^6r}$

Contestar

$10m^5n^2r^4\sqrt{10mr}$

Ejercicio23.4.51

$\sqrt{7(2k-1)^{11}(k+1)^3}\sqrt{14(2k-1)^{10}}$

Ejercicio23.4.52

$\sqrt{y^3}\sqrt{y^5}\sqrt{y^2}$

Contestar

y^5

Ejercicio23.4.53

$\sqrt{x^6}\sqrt{x^2}\sqrt{x^9}$

Ejercicio23.4.54

$\sqrt{2a^4}\sqrt{5a^3}\sqrt{2a^7}$

Contestar

$2a^7\sqrt{5}$

Ejercicio23.4.55

$\sqrt{x^n}\sqrt{x^n}$

Ejercicio23.4.56

$\sqrt{y^2n}\sqrt{y^4n}$

Contestar

y^{3n}

Ejercicio23.4.57

$\sqrt{a^{2n+5}}\sqrt{a^3}$

Ejercicio23.4.58

$\sqrt{2m^{3n+1}}\sqrt{10m^{n+3}}$

Contestar

$2m^{2n+2}\sqrt{5}$

Ejercicio23.4.59

$\sqrt{75(a-2)^7}\sqrt{48a-96}$

Ejercicio23.4.60

$\sqrt{2}(\sqrt{8}+\sqrt{6})$

Contestar

$2(2+\sqrt{3})$

Ejercicio23.4.61

$\sqrt{5}(\sqrt{3}+\sqrt{7})$

Ejercicio23.4.62

$\sqrt{3}(\sqrt{x}+\sqrt{2})$

Contestar

$\sqrt{3x}+\sqrt{6}$

Ejercicio23.4.63

$\sqrt{11}(\sqrt{y}+\sqrt{3})$

Ejercicio23.4.64

$\sqrt{8}(\sqrt{a}-\sqrt{3a})$

Contestar

$2\sqrt{2a}-2\sqrt{6a}$

Ejercicio23.4.65

$\sqrt{x}(\sqrt{x^3}-\sqrt{2x^4})$

Ejercicio23.4.66

$\sqrt{y}(\sqrt{y^5}\sqrt{3y^3})$

Contestar

$9y^2(y+\sqrt{3})$

Ejercicio23.4.67

$\sqrt{8a^5}(\sqrt{2a}-\sqrt{6a^{11}})$

Ejercicio23.4.68

$\sqrt{12m^3}(\sqrt{6m^7}-\sqrt{3m})$

Contestar

$6m^2(m^3\sqrt{2}-1)$

Ejercicio23.4.69

$\sqrt{5x^4y^3}(\sqrt{8xy}-5\sqrt{7x})$

Ejercicios para la revisión

Ejercicio23.4.70

Factor$a^4y^4-25w^2$

Contestar

$(a^2y^2+5w)(a^2y^2-5w)$

Ejercicio23.4.71

Encuentra la pendiente de la línea que pasa por los puntos$(-5,4)$ y$(-3,4)$

Ejercicio23.4.72

Realizar las operaciones indicadas:

$$\frac{15x^2-20x}{6x^2+x-12}\cdot\frac{8x+12}{x^2-2x-15}\div\frac{5x^2+15x}{x^2-25}$$

Contestar

$$\frac{4(x+5)}{(x+3)^2}$$

Ejercicio23.4.73

Simplificar$\sqrt{x^4y^2z^6}$ eliminando el signo radical

Ejercicio23.4.74

Simplificar$\sqrt{12x^3y^5z^8}$

Contestar

$2xy^2z^4\sqrt{3xy}$

This page titled 23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.4: Multiplication of Square Root Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.5: División de expresiones de raíz cuadrada

La División Propiedad de Raíces Cuadradas

En nuestro trabajo con la simplificación de expresiones de raíz cuadrada, señalamos que

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

Como esta es una ecuación, podemos escribirla como:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

Para dividir dos expresiones de raíz cuadrada, utilizamos la propiedad de división de raíces cuadradas:

La propiedad de la división: $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \tag{23.5.1}$$

El cociente de la raíz cuadrada es la raíz cuadrada del cociente.

Racionalización del denominador

Como podemos ver al observar el lado derecho de la ecuación que rige la división de raíces cuadradas, el proceso puede producir una fracción en el radicando. Esto significa, por supuesto, que la expresión de raíz cuadrada no está en forma simplificada. A veces es más útil racionalizar el denominador de una expresión de raíz cuadrada antes de realizar realmente la división.

Conjunto de Muestras A

Simplifica las expresiones de raíz cuadrada.

Ejemplo23.5.1

$$\sqrt{\frac{3}{7}}$$

Esta expresión radical no está en forma simplificada ya que hay una fracción bajo el signo radical. Podemos eliminar este problema usando la propiedad de división de raíces cuadradas.

$$\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Ejemplo23.5.2

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

Una aplicación directa de la regla produce $\sqrt{\frac{5}{3}}$, la cual debe simplificarse. Racionalicemos el denominador antes de realizar la división.

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

Ejemplo23.5.3

$$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{21}{7}}=\sqrt{3}$$

La regla produce el cociente rápidamente. También podríamos racionalizar primero el denominador y producir el mismo resultado.

$$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21\cdot 7}}{7}=\frac{\sqrt{3\cdot 7\cdot 7}}{7}=\frac{\sqrt{3\cdot 7^2}}{7}=\frac{7\sqrt{3}}{7}=\sqrt{3}$$

Ejemplo23.5.4

$$\frac{\sqrt{80x^9}}{\sqrt{5x^4}}=\sqrt{\frac{80x^9}{5x^4}}=\sqrt{16x^5}=\sqrt{16}\sqrt{x^4x}=4x^2\sqrt{x}$$

Ejemplo23.5.5

$$\frac{\sqrt{50a^3b^7}}{\sqrt{5ab^5}}=\sqrt{\frac{50a^3b^7}{5ab^5}}=\sqrt{10a^2b^2}=ab\sqrt{10}$$

Ejemplo23.5.6

$$\frac{\sqrt{5a}}{\sqrt{b}}$$

Alguna observación muestra que una división directa de los radicandos producirá una fracción. Esto sugiere que primero racionalizamos el denominador.

$$\frac{\sqrt{5a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{5a}}{\sqrt{b}}\cdot\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{5a}\sqrt{b}}{b}=\frac{\sqrt{5ab}}{b}$$

Ejemplo23.5.7

$$\frac{\sqrt{m-6}}{\sqrt{m+2}}=\frac{\sqrt{m-6}}{\sqrt{m+2}}\cdot\frac{\sqrt{m+2}}{\sqrt{m+2}}=\frac{\sqrt{m^2-4m-12}}{m+2}$$

Ejemplo23.5.8

$$\frac{\sqrt{y^2-y-12}}{\sqrt{y+3}}=\sqrt{\frac{y^2-y-12}{y+3}}=\sqrt{\frac{(y+3)(y-4)}{(y+3)}}=\sqrt{\frac{\cancel{(y+3)}(y-4)}{\cancel{(y+3)}}}=\sqrt{y-4}$$

Conjunto de práctica A

Simplifica las expresiones de raíz cuadrada.

Problema de práctica23.5.1

$$\frac{\sqrt{26}}{\sqrt{13}}$$

Contestar

$\sqrt{2}$

? Problema de práctica23.5.2

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{21}}{3}$$

? Problema de práctica23.5.3

$$\frac{\sqrt{80m^5n^8}}{\sqrt{5m^2n}}$$

Contestar

$$4mn^3\sqrt{mn}$$

? Problema de práctica23.5.4

$$\frac{\sqrt{196(x+7)^8}}{\sqrt{2(x+7)^3}}$$

Contestar

$$7(x+7)^2\sqrt{2(x+7)}$$

? Problema de práctica23.5.5

$$\frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n-5}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{n^2-n-20}}{n-5}$$

? Problema de práctica23.5.6

$$\frac{\sqrt{a^2-6a+8}}{\sqrt{a-2}}$$

Contestar

$$\sqrt{a-4}$$

? Problema de práctica23.5.7

$$\frac{\sqrt{x^{2n}}}{\sqrt{x^n}}$$

Contestar

$$x^n$$

Problema de práctica23.5.8

$$\frac{\sqrt{a^{3m-5}}}{\sqrt{a^{m-1}}}$$

Contestar

a^{m-2}

Conjugados y racionalización del denominador

Para realizar una división que contenga un binomio en el denominador, tal como$\frac{3}{4+\sqrt{6}}$, multiplicamos el numerador y el denominador por un **conjugado** del denominador.

Conjugado

Un conjugado del binomio$a+b$ es$a-b$. De igual manera, un conjugado de$a-b$ es$a+b$.

Observe que cuando los conjugados$a+b$ y$a-b$ se multiplican juntos, producen una diferencia de dos cuadrados.

$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$

Este principio nos ayuda a eliminar los radicales de raíz cuadrada, como se muestra en estos ejemplos que ilustran el producto de los conjugados.

Ejemplo23.5.9

\ (\ begin {array} {ruedado}
(5 +\ sqrt {2}) (5 -\ sqrt {2}) &= 5^2 - (\ sqrt {2}) ^2\\
&= 25 - 2\\
&= 23
\ end {array}\)

Ejemplo23.5.10

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
(\ sqrt {6} -\ sqrt {7}) (\ sqrt {6} +\ sqrt {7}) &= (\ sqrt {6}) ^2 - (\ sqrt {7}) ^2\\
&= 6 - 7\
&= -1
\ end {array}\)

Conjunto de Muestras B

Simplifica las siguientes expresiones.

Ejemplo23.5.11

$$\frac{3}{4+\sqrt{6}}$$

El conjugado del denominador es$4-\sqrt{6}$. Multiplicar la fracción por1 en forma de$\frac{4-\sqrt{6}}{4-\sqrt{6}}$

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ dfrac {3} {4 +\ sqrt {6}}\ cdot\ dfrac {4 -\ sqrt {6}} {4 -\ sqrt {6}} &=\ dfrac {3 (4 -\ sqrt {6})} {4^2 - (\ sqrt {6}) ^2}\
&=\ dfrac {12 - 3\ sqrt {6}} {16 - 6}\\

&=\ dfrac {12 - 3\ sqrt {6}} {10}
\ end {array}\)

Ejemplo23.5.12

$$\frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{3}-\sqrt{5x}}$$

El conjugado del denominador es$\sqrt{3}+\sqrt{5x}$. Multiplique la fracción por1 en forma de$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5x}}{\sqrt{3}+\sqrt{5x}}$.

\ (\ begin {array} {ras izquierda}
\ dfrac {\ sqrt {2 x}} {\ sqrt {3} -\ sqrt {5 x}}\ cdot\ dfrac {\ sqrt {3} +\ sqrt {5 x}} {\ sqrt {3} +\ sqrt {5 x}} &=\ dfrac {\ sqrt {2 x} (\ sqrt {3} +\ sqrt {5 x})} {(\ sqrt {3}) ^ {2} - (\ sqrt {5 x}) ^ {2}}\\
&=\ dfrac {\ sqrt {2 x}\ sqrt {3} +\ sqrt {2 x}\ sqrt {5 x}} {3-5 x}\
&=\ dfrac {\ sqrt {6 x} +\ sqrt {10 x^ {2}}} {3-5 x}\\
&=\ dfrac {\ sqrt {6 x} +x\ sqrt {10}} {3-5 x}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Simplifica las siguientes expresiones.

Problema de práctica23.5.9

$$\frac{5}{9+\sqrt{7}}$$

Contestar

$$\frac{45-5\sqrt{7}}{74}$$

Problema de práctica23.5.10

$$\frac{-2}{1-\sqrt{3x}}$$

Contestar

$$\frac{-2-2\sqrt{3x}}{1-3x}$$

Problema de práctica23.5.11

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3x}+\sqrt{2x}}$$

Contestar

$$\frac{2\sqrt{6x}-4\sqrt{x}}{x}$$

Problema de práctica23.5.12

$$\frac{\sqrt{2m}}{m-\sqrt{3m}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{2m}+\sqrt{6}}{m-3}$$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, simplifique cada expresión.

Ejercicio23.5.1

$$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{2}}$$

Contestar

$$\sqrt{14}$$

Ejercicio23.5.2

$$\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{10}}$$

Ejercicio23.5.3

$$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$$

Contestar

$$2$$

Ejercicio23.5.4

$$\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{24}}$$

Ejercicio23.5.5

$$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{5}}$$

Contestar

$$6$$

Ejercicio23.5.6

$$\frac{\sqrt{336}}{\sqrt{21}}$$

Ejercicio23.5.7

$$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{18}}$$

Contestar

3

Ejercicio23.5.8

$$\sqrt{\frac{25}{9}}$$

Ejercicio23.5.9

$$\sqrt{\frac{36}{35}}$$

Contestar

$$\frac{6\sqrt{35}}{35}$$

Ejercicio23.5.10

$$\sqrt{\frac{225}{16}}$$

Ejercicio23.5.11

$$\sqrt{\frac{49}{225}}$$

Contestar

$$\frac{7}{15}$$

Ejercicio23.5.12

$$\sqrt{\frac{3}{5}}$$

Ejercicio23.5.13

$$\sqrt{\frac{3}{7}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{21}}{7}$$

Ejercicio23.5.14

$\sqrt{\frac{1}{2}}$

Ejercicio23.5.15

$\sqrt{\frac{5}{2}}$

Contestar

$\frac{\sqrt{10}}{2}$

Ejercicio23.5.16

$\sqrt{\frac{11}{25}}$

Ejercicio23.5.17

$\sqrt{\frac{15}{36}}$

Contestar

$\frac{\sqrt{15}}{6}$

Ejercicio23.5.18

$\sqrt{\frac{5}{16}}$

Ejercicio23.5.19

$\sqrt{\frac{7}{25}}$

Contestar

$\frac{\sqrt{7}}{5}$

Ejercicio23.5.20

$\sqrt{\frac{32}{49}}$

Ejercicio23.5.21

$\sqrt{\frac{50}{81}}$

Contestar

$$\frac{5\sqrt{2}}{9}$$

Ejercicio23.5.22

$$\frac{\sqrt{125x^5}}{\sqrt{5x^3}}$$

Ejercicio23.5.23

$$\frac{\sqrt{72m^7}}{\sqrt{2m^3}}$$

Contestar

$$6m^2$$

Ejercicio23.5.24

$$\frac{\sqrt{162a^{11}}}{\sqrt{2a^5}}$$

Ejercicio23.5.25

$$\frac{\sqrt{75y^{10}}}{\sqrt{2a^5}}$$

Contestar

$$5y^3$$

Ejercicio23.5.26

$$\frac{\sqrt{48x^9}}{\sqrt{3x^2}}$$

Ejercicio23.5.27

$$\frac{\sqrt{125a^{14}}}{\sqrt{5a^5}}$$

Contestar

$$5a^4\sqrt{a}$$

Ejercicio23.5.28

$$\frac{\sqrt{27a^{10}}}{\sqrt{3a^5}}$$

Ejercicio23.5.29

$$\frac{\sqrt{108x^{21}}}{\sqrt{3x^4}}$$

Contestar

$6x^8\sqrt{x}$

Ejercicio23.5.30

$$\frac{\sqrt{48x^6y^7}}{\sqrt{3xy}}$$

Ejercicio23.5.31

$$\frac{\sqrt{45a^3b^8c^2}}{\sqrt{5ab^2c}}$$

Contestar

$3ab^3\sqrt{c}$

Ejercicio23.5.32

$$\frac{\sqrt{66m^{12}n^{15}}}{\sqrt{11mn^8}}$$

Ejercicio23.5.33

$$\frac{\sqrt{30p^5q^{14}}}{\sqrt{5q^7}}$$

Contestar

$p^2q^3\sqrt{6pq}$

Ejercicio23.5.34

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{5}}$$

Ejercicio23.5.35

$$\frac{\sqrt{5x}}{\sqrt{2}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{10x}}{2}$$

Ejercicio23.5.36

$$\frac{\sqrt{2a^3b}}{\sqrt{14a}}$$

Ejercicio23.5.37

$$\frac{\sqrt{3m^4n^3}}{\sqrt{6mn^5}}$$

Contestar

$$\frac{m\sqrt{2m}}{2n}$$

Ejercicio23.5.38

$$\frac{\sqrt{5(p-q)^6(r+s)^4}}{\sqrt{25(r+s)^3}}$$

Ejercicio23.5.39

$$\frac{\sqrt{m(m-6)-m^2+6m}}{\sqrt{3m-7}}$$

Contestar

$$0$$

Ejercicio23.5.40

$$\frac{\sqrt{r+1}}{\sqrt{r-1}}$$

Ejercicio23.5.41

$$\frac{\sqrt{s+3}}{\sqrt{s-3}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{s^2-9}}{s-3}$$

Ejercicio23.5.42

$$\frac{\sqrt{a^2+3a+2}}{\sqrt{a+1}}$$

Ejercicio23.5.43

$$\frac{\sqrt{x^2-10x+24}}{\sqrt{x-4}}$$

Contestar

$\sqrt{x-6}$

Ejercicio23.5.44

$$\frac{\sqrt{x^2-2x-8}}{\sqrt{x+2}}$$

Ejercicio23.5.45

$$\frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{x-3}}$$

Contestar

$\sqrt{x-1}$

Ejercicio23.5.46

$$\frac{\sqrt{2x^2-x-1}}{\sqrt{x-1}}$$

Ejercicio23.5.47

$$\frac{-5}{4+\sqrt{5}}$$

Contestar

$$\frac{-20+5\sqrt{5}}{11}$$

Ejercicio23.5.48

$$\frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

Ejercicio23.5.49

$$\frac{2}{1-\sqrt{a}}$$

Contestar

$$\frac{2(1+\sqrt{a})}{1-a}$$

Ejercicio23.5.50

$$\frac{-6}{\sqrt{5}-1}$$

Ejercicio23.5.51

$$\frac{-6}{\sqrt{7}+2}$$

Contestar

$$-2(\sqrt{7}-2)$$

Ejercicio23.5.52

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Ejercicio23.5.53

$$\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

Contestar

$$\sqrt{6}-\sqrt{2}$$

Ejercicio23.5.54

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}-\sqrt{6}}$$

Ejercicio23.5.55

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}-\sqrt{8}}$$

Contestar

$$3+\sqrt{6}$$

Ejercicio23.5.56

$$\frac{\sqrt{7x}}{2-\sqrt{5x}}$$

Ejercicio23.5.57

$$\frac{\sqrt{6y}}{1+\sqrt{3y}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{6y}-3y\sqrt{2}}{1-3y}$$

? Ejercicio23.5.58

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

? Ejercicio23.5.59

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Contestar

$$\frac{a-\sqrt{ab}}{a-b}$$

? Ejercicio23.5.60

$$\frac{\sqrt{8^3b^5}}{4-\sqrt{2ab}}$$

? Ejercicio23.5.61

$$\frac{\sqrt{7x}}{\sqrt{5x}+\sqrt{x}}$$

Contestar

$$\frac{\sqrt{35}-\sqrt{7}}{4}$$

? Ejercicio23.5.62

$$\frac{\sqrt{3y}}{\sqrt{2y}-\sqrt{y}}$$

Ejercicios para la revisión

? Ejercicio23.5.63

Simplificar$x^8y^7\,\frac{x^4y^8}{x^3y^4}$

Contestar

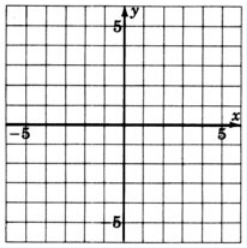
x^9y^{11}

? Ejercicio23.5.64

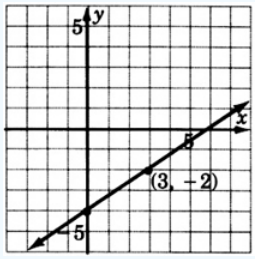
Resolver la desigualdad compuesta$-8\le 7-5x\le -23$

? Ejercicio23.5.65

Construye la gráfica de$y=\frac{2}{3}x-4$



Contestar



? Ejercicio23.5.66

El símbolo$\sqrt{x}$ representa qué raíz cuadrada del número$x, x \geq 0$?

? Ejercicio23.5.67

Simplificar$\sqrt{a^2+8a+16}$

Contestar

$a+4$

This page titled 23.5: División de expresiones de raíz cuadrada is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.5: Division of Square Root Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada

La lógica detrás del proceso

Ahora estudiaremos métodos de simplificación de expresiones radicales como

$4\sqrt{3}+8\sqrt{3}$o$5\sqrt{2x}-11\sqrt{2x}+4(\sqrt{2x}+1)$

El procedimiento para sumar y restar expresiones de raíz cuadrada se hará evidente si pensamos en el procedimiento que utilizamos para simplificar expresiones polinómicas como
$4x+8x$ o$5a-11a+4(a+1)$

Las variables$x$ ya son letras que representan algunas cantidades desconocidas (quizásx representa$\sqrt{3}$ ya representa$\sqrt{2x}$). Combinar términos similares nos da

\ (\ begin {array} {vaciado izquierdo}
4x + 8x = 12x &\ text {o} & 4\ sqrt {3} + 8\ sqrt {3} = 12\ sqrt {3}\\ text {y}
\\
5a - 11a + 4 (a + 1) &\ text {o} & 5\ sqrt {2x} - 11\ sqrt {2x} + 4 (\ sqrt {2x} + 4 (\ sqrt rt {2x} + 1)\\
5a - 11a + 4a + 4 && 5\ sqrt {2x} - 11\ sqrt {2x} + 4\ sqrt {2x} + 4\\
-2a && -2\ sqrt {2x} + 4
\ end {array}\)

El Proceso

Consideremos la expresión$4\sqrt{3}+8\sqrt{3}$. Hay dos formas de ver el proceso de simplificación.

Proceso de Simplificación

Estamos preguntando: "¿Cuántas raíces cuadradas de3 tenemos?"

$4\sqrt{3}$significa que tenemos4 "raíces cuadradas de3"

Así, en conjunto tenemos12 "raíces cuadradas de"3.

También podemos usar la idea de combinar términos similares. Si recordamos, el proceso de combinación de términos similares se basa en la propiedad distributiva

$4x+8x=12x$porque$4x+8x=(4+8)x=12x$

Podríamos simplificar el$4\sqrt{3}+8\sqrt{3}$ uso de la propiedad distributiva.

4\ sqrt {3} + 8\ sqrt {3} = (4 + 8)\ sqrt {3} = 12\ sqrt {3}\)

Ambos métodos nos darán el mismo resultado. El primer método es probablemente un poco más rápido, pero ten en cuenta, sin embargo, que el proceso funciona porque se basa en una de las reglas básicas del álgebra, la propiedad distributiva de los números reales.

Conjunto de Muestras A

Simplifica las siguientes expresiones radicales.

Ejemplo$23.6.1$

$-6\sqrt{10}+11\sqrt{10}=5\sqrt{10}$

Ejemplo$23.6.2$

$4\sqrt{32}+5\sqrt{2}$ Simplify $\sqrt{32}$

\ (\ begin {array} {ras izquierda}
4\ sqrt {16\ cdot 2} + 5\ sqrt {2} &= 4\ sqrt {16}\ sqrt {2} + 5\ sqrt {2}\\

&= 4\ cdot 4\ sqrt {2} + 5\ sqrt {2}\\
&= 16\ sqrt {2} + 5\ sqrt {2}}\\
&=21\ sqrt {2}
\ end {array}\)

Ejemplo23.6.3

$-3x\sqrt{75}+2x\sqrt{48}-x\sqrt{27}$ Simplify each of the three radicals

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
-3x\ sqrt {75} + 2x\ sqrt {48} - x\ sqrt {27} &= -3x\ sqrt {25\ cdot 3} + 2x\ sqrt {16\ cdot 3} - x\ sqrt {9\ cdot 2}\\
&= -15x\ sqrt {3} + 8x\ sqrt {3} - 3x\ sqrt {3}\\
& =(-15x + 8x - 3x)\ sqrt {3}\\
&=-10x\ sqrt {3}
\ end {array}\)

Ejemplo23.6.4

$5a\sqrt{24a^3}-7\sqrt{54a^5}+a^2\sqrt{6a}+6a$ Simplify each radical

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
5a\ sqrt {24a^3} - 7\ sqrt {54a^5} + a^2\ sqrt {6a} + 6a &= 5a\ sqrt {4\ cdot 6\ cdot a^2\ cdot a} - 7\ sqrt {9\ cdot 6\ cdot a^4\ cdot a} + a^2\ sqrt {6a} + 6a\\
&= 10a^2\ sqrt {6a} - 21a^2\ sqrt {6a} + a^2\ sqrt {6a} + 6a\\
&= (10a^2 - 21a^2 + a^ 2)\ sqrt {6a} + 6a\\
&= -10a^2\ sqrt {6a} + 6a\
&= -2a (5a\ sqrt {6a} - 3)
\ end {array}\)

Conjunto de práctica A

Encuentra cada suma o diferencia.

Problema de práctica23.6.1

$4\sqrt{18}-5\sqrt{8}$

Responder

$2\sqrt{2}$

Problema de práctica23.6.2

$6x\sqrt{48}+8x\sqrt{75}$

Responder

$64x\sqrt{3}$

Problema de práctica23.6.3

$-7\sqrt{84x}-12\sqrt{189x}+2\sqrt{21x}$

Responder

$-48\sqrt{21x}$

? Problema de práctica23.6.4

$9\sqrt{6}-8\sqrt{6}+3$

Responder

$\sqrt{6}+3$

? Problema de práctica23.6.5

$\sqrt{a^3}+4a\sqrt{a}$

Responder

$5a\sqrt{a}$

? Problema de práctica23.6.6

$4x\sqrt{54x^3}+\sqrt{36x^2}+3\sqrt{24x^5}-3x$

Responder

$18x^2\sqrt{6x}+3x$

Conjunto de Muestras B

✓ Ejemplo23.6.5

$\sqrt{7}(\sqrt{8}-3)$. **Use the distributive property to distribute the $\sqrt{7}$.**

$$\begin{aligned}\sqrt{7}(\sqrt{8}-3) &= \sqrt{7}\,\sqrt{8}-\sqrt{7}\cdot 3 \\ &= \sqrt{56}-3\sqrt{7} \quad \text{Simply } \sqrt{56}. \\ &= \sqrt{4\cdot 14}-3\sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{14}-3\sqrt{7}\end{aligned}$$

✓ Ejemplo23.6.6

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{12})$. **Use the distributive property.**

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{12}) &= \sqrt{2}\,\sqrt{5}+\sqrt{2}\,\sqrt{12}+\sqrt{3}\,\sqrt{5}+\sqrt{3}\,\sqrt{12} \\ &= \sqrt{10}+\sqrt{24}+\sqrt{15}+\sqrt{36} \\ &= \sqrt{10}+2\sqrt{6}+\sqrt{15}+6\end{aligned}$$

✓ Ejemplo23.6.7

$(4\sqrt{2}-3\sqrt{6})(5\sqrt{2}+\sqrt{6})$

$$\begin{aligned}&(4\sqrt{2}-3\sqrt{6})(5\sqrt{2}+\sqrt{6}) \\ &= 4\cdot 5\sqrt{2}\,\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,\sqrt{6}-3\cdot 5\sqrt{6}\,\sqrt{2}-3\sqrt{6}\,\sqrt{6} \\ &= 20\sqrt{4}+4\sqrt{12}-15\sqrt{12}-3\sqrt{36} \\ &= 20\cdot 2+4\sqrt{4\cdot 3}-15\sqrt{4\cdot 3}-3\cdot 6 \\ &= 40+8\sqrt{3}-30\sqrt{3}-18 \\ &= 22-22\sqrt{3} \quad \text{or} \quad 22(1-\sqrt{3})\end{aligned}$$

Ejemplo23.6.8

$\frac{3+\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}}$ Racionalizaremos el denominador multiplicando esta fracción por1 en la forma $\frac{3+\sqrt{8}}{3+\sqrt{8}}$.

\ (\ begin {array} {ras izquierda}
\ dfrac {3+\ sqrt {8}} {3-\ sqrt {8}}\ cdot\ frac {3+\ sqrt {8}} {3+\ sqrt {8}} &=\ dfrac {(3+\ sqrt {8}) (3+\ sqrt {8})} {3^ {2} - (\ sqrt {8})} {3^ {2} - (\ sqrt {8}) ^ {2}}\\
&=\ dfrac {9+3\ sqrt {8} +3\ sqrt {8} +\ sqrt {8}\ sqrt {8}} {9-8}\\
&=\ dfrac {9+6\ sqrt {8} +8} {1}\\
&=17+6\ sqrt {8}\\
&=17+6\ sqrt {4\ cdot 2}\\
&=17+12\ sqrt {2}
\ end {array}\)

Ejemplo23.6.9

$\frac{2+\sqrt{7}}{4-\sqrt{3}}$. Racionalizar el denominador multiplicando esta fracción por1 en la forma $\frac{4+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$.

\ (\ begin {array} {vaciado izquierdo}
\ dfrac {2+\ sqrt {7}} {4-\ sqrt {3}}\ cdot\ dfrac {4+\ sqrt {3}} {4+\ sqrt {3}} &=\ dfrac {(2+\ sqrt {7}) (4+\ sqrt {3})} {4^ {2} - (\ sqrt {3}) ^ {2}}\\
&=\ dfrac {8+2\ sqrt {3} +4\ sqrt {7} +\ sqrt {21}} {16-3}\
&=\ dfrac {8+2\ sqrt {3} +4\ sqrt {7} +\ sqrt {21}} {13}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Simplifique cada uno realizando la operación indicada.

Problema de práctica23.6.7

$\sqrt{5}(\sqrt{6}-4)$

Responder

$\sqrt{30}-4\sqrt{5}$

Problema de práctica23.6.8

$(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{8})$

Responder

$3\sqrt{10}+3\sqrt{14}$

Problema de práctica23.6.9

$(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(4\sqrt{3}+\sqrt{8})$

Responder

$8\sqrt{6}-12$

Problema de práctica23.6.10

$$\frac{4+\sqrt{5}}{3-\sqrt{8}}$$

Responder

$12+8\sqrt{2}+3\sqrt{5}+2\sqrt{10}$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, simplifique cada expresión realizando la operación indicada.

Ejercicio23.6.1

$4\sqrt{5}-2\sqrt{5}$

Responder

$2\sqrt{5}$

Ejercicio23.6.2

$10\sqrt{2}+8\sqrt{2}$

Ejercicio23.6.3

$-3\sqrt{6}-12\sqrt{6}$

Responder

$-15\sqrt{6}$

Ejercicio23.6.4

$-\sqrt{10}-2\sqrt{10}$

Ejercicio23.6.5

$3\sqrt{7x}+2\sqrt{7x}$

Responder

$5\sqrt{7x}$

Ejercicio23.6.6

$6\sqrt{3a}+\sqrt{3a}$

Ejercicio23.6.7

$2\sqrt{18}+5\sqrt{32}$

Responder

$26\sqrt{2}$

Ejercicio23.6.8

$4\sqrt{27}-3\sqrt{48}$

Ejercicio23.6.9

$\sqrt{200}-\sqrt{128}$

Responder

$2\sqrt{2}$

Ejercicio23.6.10

$4\sqrt{300}+2\sqrt{500}$

Ejercicio23.6.11

$6\sqrt{40}+8\sqrt{80}$

Responder

$12\sqrt{10}+32\sqrt{5}$

Ejercicio23.6.12

$2\sqrt{120}-5\sqrt{30}$

Ejercicio23.6.13

$8\sqrt{60}-3\sqrt{15}$

Responder

$13\sqrt{15}$

Ejercicio23.6.14

$\sqrt{a^3}-3a\sqrt{a}$

Ejercicio23.6.15

$\sqrt{4x^3}+x\sqrt{x}$

Responder

$3x\sqrt{x}$

Ejercicio23.6.16

$2b\sqrt{a^3b^5}+6a\sqrt{ab^7}$

Ejercicio23.6.17

$5xy\sqrt{2xy^3}-3y^2\sqrt{2x^3y}$

Responder

$2xy^2\sqrt{2xy}$

Ejercicio23.6.18

$5\sqrt{20}+3\sqrt{45}-3\sqrt{40}$

Ejercicio23.6.19

$\sqrt{24}-2\sqrt{54}-4\sqrt{12}$

Responder

$-4\sqrt{6}-8\sqrt{3}$

Ejercicio23.6.20

$6\sqrt{18}+5\sqrt{32}+4\sqrt{50}$

Ejercicio23.6.21

$-8\sqrt{20}-9\sqrt{125}+10\sqrt{180}$

Responder

$-\sqrt{5}$

Ejercicio23.6.22

$2\sqrt{27}+4\sqrt{3}-6\sqrt{12}$

Ejercicio23.6.23

$\sqrt{14}+2\sqrt{56}-3\sqrt{136}$

Responder

$5\sqrt{14}-6\sqrt{34}$

Ejercicio23.6.24

$3\sqrt{2}+2\sqrt{63}+5\sqrt{7}$

Ejercicio23.6.25

$4ax\sqrt{3x}+2\sqrt{3a^2x^3}+7\sqrt{3a^2x^3}$

Responder

$13ax\sqrt{3x}$

? Ejercicio23.6.26

$3by\sqrt{5y}+4\sqrt{5b^2y^3}-2\sqrt{5b^2y^3}$

? Ejercicio23.6.27

$\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$

Responder

$\sqrt{6}+\sqrt{2}$

? Ejercicio23.6.28

$\sqrt{3}(\sqrt{5}-3)$

? Ejercicio23.6.29

$\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

Responder

$\sqrt{15}-\sqrt{10}$

? Ejercicio23.6.30

$\sqrt{7}(\sqrt{6}-\sqrt{3})$

? Ejercicio23.6.31

$\sqrt{8}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

Responder

$2(\sqrt{6}+2)$

? Ejercicio23.6.32

$\sqrt{10}(\sqrt{10}-\sqrt{5})$

? Ejercicio23.6.33

$(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

Responder

$-1+\sqrt{3}$

? Ejercicio23.6.34

$(5+\sqrt{6})(4-\sqrt{6})$

Ejercicio23.6.35

$(3-\sqrt{2})(4-\sqrt{2})$

Responder

$7(2-\sqrt{2})$

Ejercicio23.6.36

$(5+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})$

Ejercicio23.6.37

$(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+3\sqrt{5})$

Responder

$17+4\sqrt{10}$

Ejercicio23.6.38

$(2\sqrt{6}-\sqrt{3})(3\sqrt{6}+2\sqrt{3})$

Ejercicio23.6.39

$(4\sqrt{5}-2\sqrt{3})(3\sqrt{5}+\sqrt{3})$

Responder

$54-2\sqrt{15}$

Ejercicio23.6.40

$(3\sqrt{8}-2\sqrt{2})(4\sqrt{2}-5\sqrt{8})$

Ejercicio23.6.41

$(\sqrt{12}+5\sqrt{3})(2\sqrt{3}-2\sqrt{12})$

Responder

-42

Ejercicio23.6.42

$(1+\sqrt{3})^2$

Ejercicio23.6.43

$(3+\sqrt{5})^2$

Responder

$14+6\sqrt{5}$

Ejercicio23.6.44

$(2-\sqrt{6})^2$

Ejercicio23.6.45

$(2-\sqrt{7})^2$

Responder

$11-4\sqrt{7}$

Ejercicio23.6.46

$(1+\sqrt{3x})^2$

Ejercicio23.6.47

$(2+\sqrt{5x})^2$

Responder

$4+4\sqrt{5x}+5x$

Ejercicio23.6.48

$(3-\sqrt{3x})^2$

Ejercicio23.6.49

$(8-\sqrt{6b})^2$

Responder

$64-16\sqrt{6b}+6b$

Ejercicio23.6.50

$(2a+\sqrt{5a})^2$

Ejercicio23.6.51

$(3y-\sqrt{7y})^2$

Responder

$9y^2-6y\sqrt{7y}+7y$

Ejercicio23.6.52

$(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$

Ejercicio23.6.53

$(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})$

Responder

-1

Ejercicio23.6.54

$(8+\sqrt{10})(8-\sqrt{10})$

Ejercicio23.6.55

$(6+\sqrt{7})(6-\sqrt{7})$

Responder

29

Ejercicio23.6.56

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3}$

Ejercicio23.6.57

$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

Responder

3

Ejercicio23.6.58

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$

Ejercicio23.6.59

$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$

Responder

$x-y$

Ejercicio23.6.60

$$\frac{2}{5+\sqrt{3}}$$

Ejercicio23.6.61

$$\frac{4}{6+\sqrt{2}}$$

Responder

$$\frac{2(6-\sqrt{2})}{17}$$

Ejercicio23.6.62

$$\frac{1}{3-\sqrt{2}}$$

Ejercicio23.6.63

$$\frac{1}{4-\sqrt{3}}$$

Contestar

$$\frac{4+\sqrt{3}}{13}$$

Ejercicio23.6.64

$$\frac{8}{2-\sqrt{6}}$$

Ejercicio23.6.65

$$\frac{2}{3-\sqrt{7}}$$

Contestar

$$3+\sqrt{7}$$

Ejercicio23.6.66

$$\frac{\sqrt{5}}{3+\sqrt{3}}$$

Ejercicio23.6.67

$$\frac{\sqrt{3}}{6+\sqrt{6}}$$

Contestar

$$\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{10}$$

Ejercicio23.6.68

$$\frac{2-\sqrt{8}}{2+\sqrt{8}}$$

Ejercicio23.6.69

$$\frac{4+\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}}$$

Contestar

$$\frac{21+8\sqrt{5}}{11}$$

Ejercicio23.6.70

$$\frac{1+\sqrt{6}}{1-\sqrt{6}}$$

Ejercicio23.6.71

$$\frac{8-\sqrt{3}}{2+\sqrt{18}}$$

Contestar

$$\frac{-16+2\sqrt{3}+24\sqrt{2}-3\sqrt{6}}{14}$$

Ejercicio23.6.72

$$\frac{6-\sqrt{2}}{4+\sqrt{12}}$$

Ejercicio23.6.73

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

Contestar

$$5-2\sqrt{6}$$

Ejercicio23.6.74

$$\frac{\sqrt{6a}-\sqrt{8a}}{\sqrt{8a}+\sqrt{6a}}$$

Ejercicio23.6.75

$$\frac{\sqrt{2b}-\sqrt{3b}}{\sqrt{3b}+\sqrt{2b}}$$

Contestar

$$2\sqrt{6}-5$$

Ejercicios para revisión

Ejercicio23.6.76

Simplificar$(\frac{x^5y^3}{x^2y})^5$

Ejercicio23.6.77

Simplificar$(8x^3y)^2(x^2y^3)^4$

Contestar

$64x^{14}y^{14}$

Ejercicio23.6.78

Escribe$(x-1)^4(x-1)^{-7}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio23.6.79

Simpify$\sqrt{27x^5y^{10}z^3}$

Contestar

$3x^2y^5z\sqrt{3xz}$

Ejercicio23.6.80

Simplificar$\frac{1}{2+\sqrt{x}}$ racionalizando el denominador.

This page titled 23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.6: Addition and Subtraction of Square Root Expressions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones

Ecuaciones de raíz cuadrada y soluciones extrañas

Ecuación de raíz cuadrada

Una **ecuación de raíz cuadrada** es una ecuación que contiene una variable bajo un signo de raíz cuadrada. El hecho que $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 = x$ sugiere que podemos resolver una ecuación de raíz cuadrada al cuadrar ambos lados de la ecuación.

Soluciones Extrañas

La cuadratura de ambos lados de una ecuación puede, sin embargo, introducir soluciones extrañas. Considera la ecuación

$x = -6$

La solución es-6. Cuadrado a ambos lados.

$x^2 = (-6)^2$

$x^2 = 36$

Esta ecuación tiene dos soluciones,-6 y$+6$. El$+6$ es una solución ajena ya que no comprueba en la ecuación original:

$+6 \neq -6$

Método para resolver ecuaciones de raíz cuadrada

Resolviendo ecuaciones de raíz cuadrada

1. Aislar un radical. Esto significa obtener una expresión de raíz cuadrada por sí misma en un lado del signo igual.
2. Cuadrar ambos lados de la ecuación.
3. Simplifica la ecuación combinando términos similares.
4. Repita el paso 1 si aún hay radicales presentes.
5. Obtener soluciones potenciales resolviendo la ecuación resultante de raíz no cuadrada.
6. Verifique cada solución potencial por sustitución en la ecuación original.

Conjunto de Muestras A

Resuelve cada ecuación de raíz cuadrada.

Ejemplo23.7.1

\ (\ begin {array} {Flushleft}
&\ sqrt {x} &= 8 &\ text {El radical está aislado Cuadrar ambos lados.}\\
& (\ sqrt {x}) ^2 &= 8^2\\
& x &= 64 &\ text {Comprobar esta solución potencial}\\
\ text {Comprobar:} &\ sqrt {64} &= 8 & \ text {¿Esto es correcto? }\\
& 8 &= 8 &\ text {Sí, esto es correcto.}\\
64\ text {es la solución}
\ end {array}\)

Ejemplo23.7.2

\ (\ begin {array} {Flushleft}
&\ sqrt {y-3} &= 4 &\ text {El radical está aislado. Cuadrar ambos lados.}\\
&\ sqrt {y-3} &= 16 &\ text {Resuelve esta ecuación no radical}\\
\ text {Comprobar:} &\ sqrt {19 - 3} &=\ sqrt {16} &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ sqrt {16} &= 4 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
& 4 &= 4 &\ text {Sí, esto es correcto.}\\

19\ text {es la solución}
\ end {array}\)

Ejemplo23.7.3

\ (\ begin {array} {Flushleft}
&\ sqrt {2m + 3} -\ sqrt {m - 8} &= 0 &\ text {Aislar cualquiera de los radicales}\\
&\ sqrt {2m + 3} &=\ sqrt {m + 8} &\ text {Cuadrar ambos lados.}\\
& 2m + 3 &= m-8 &\ text {Resuelve esta ecuación no radical}\\
& m &= -11 &\ text {Comprueba esta solución potencial.}\\
\ text {Comprobar:}\ sqrt {2 (-11) + 3} -\ sqrt {(-11) - 8} &= 0 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
&\ sqrt {-22 + 3} -\ sqrt {-19} &= 0 &\ text {¿Es esto correcto? }
\ end {array}\)

Ya que no$\sqrt{-19}$ es un número real, la solución potencial de$m = -11$ no comprueba. Esta ecuación no tiene una solución real.

Ejemplo23.7.4

$\sqrt{4x-5} = -6$. Por inspección, esta ecuación no tiene una solución real.

El símbolo,$\sqrt{}$, significa la raíz cuadrada **positiva** y no la raíz cuadrada negativa.

Conjunto de práctica A

Resuelve cada ecuación de raíz cuadrada.

Problema de práctica23.7.1

$\sqrt{y} = 14$

Responder

$y = 196$

Problema de práctica23.7.2

$\sqrt{a-7} = 5$

Responder

$a = 32$

Problema de práctica23.7.3

$\sqrt{3a+8} - \sqrt{2a+5} = 0$

Responder

$a = -3$ es ajeno, no hay solución real.

Problema de práctica23.7.4

$\sqrt{m-4} = -11$

Responder

No hay solución real

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones de raíz cuadrada.

Ejercicio23.7.1

$\sqrt{x} = 5$

Responder

$x = 25$

Ejercicio23.7.2

$\sqrt{y} = 7$

Ejercicio23.7.3

$\sqrt{a} = 10$

Responder

$a = 100$

Ejercicio23.7.4

$\sqrt{c} = 12$

Ejercicio23.7.5

$\sqrt{x} = -3$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.7.6

$\sqrt{y} = -6$

Ejercicio23.7.7

$\sqrt{x} = 0$

Responder

$x = 0$

Ejercicio23.7.8

$\sqrt{x} = 1$

Ejercicio23.7.9

$\sqrt{x+3} = 3$

Responder

$x = 6$

Ejercicio23.7.10

$\sqrt{y-5} = 5$

Ejercicio23.7.11

$\sqrt{a+2} = 6$

Responder

$a = 34$

Ejercicio23.7.12

$\sqrt{y+7} = 9$

Ejercicio23.7.13

$\sqrt{y-4} - 4 = 0$

Responder

$y = 20$

Ejercicio23.7.14

$\sqrt{x-10} - 10 = 0$

Ejercicio23.7.15

$\sqrt{x-16} = 0$

Responder

$x = 16$

Ejercicio23.7.16

$\sqrt{y-25} = 0$

Ejercicio23.7.17

$\sqrt{6m-4} = \sqrt{5m-1}$

Responder

$m = 3$

Ejercicio23.7.18

$\sqrt{5x+6} = \sqrt{3x+7}$

Ejercicio23.7.19

$\sqrt{7a+6} = \sqrt{3a-18}$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.7.20

$\sqrt{4x+3} = \sqrt{x-9}$

Ejercicio23.7.21

$\sqrt{10a-7} - \sqrt{2a+9} = 0$

Responder

$a = 2$

Ejercicio23.7.22

$\sqrt{12k-5} - \sqrt{9k+10} = 0$

Ejercicio23.7.23

$\sqrt{x-6} - \sqrt{3x-8} = 0$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.7.24

$\sqrt{4a-5} - \sqrt{7a-20} = 0$

Ejercicio23.7.25

$\sqrt{2m-6} = \sqrt{m-2}$

Responder

$m = 4$

Ejercicio23.7.26

$\sqrt{6r-11} = \sqrt{5r+3}$

Ejercicio23.7.27

$\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-6}$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.7.28

$\sqrt{x-7}-\sqrt{5x+1}=0$

Ejercicio23.7.29

$\sqrt{2a+9}-\sqrt{a-4}=0$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.7.30

En cierta compañía de electrónica, la producción diaria$Q$ está relacionada con el número de personas$A$ en la línea de montaje por$Q=400+10\sqrt{A+125}$

a) Determinar la producción diaria si hay44 personas en la línea de montaje.

b) Determinar cuántas personas se necesitan en la línea de montaje si la producción diaria va a ser520

Ejercicio23.7.31

En una tienda, el número diario de ventas$S$ está aproximadamente relacionado con el número de empleados$E$ por $S=100+15\sqrt{E+6}$

a) Determinar el número aproximado de ventas si hay19 empleados.

b) Determinar el número de empleados que la tienda necesitaría para producir310 ventas.

Responder

a)$S=175$

b)$E=190$

Ejercicio23.7.32

La frecuencia de resonancia$f$ en un circuito electrónico que contiene inductancia$L$ y capacitancia$C$ en serie viene dada por:

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

a) Determinar la frecuencia de resonancia en un circuito electrónico si la inductancia es4 y la capacitancia es0.0001. Uso $\pi=3.14$

b) Determinar la inductancia en un circuito eléctrico si la frecuencia de resonancia es7.12 y la capacitancia es0.0001. Uso $\pi=3.14$.

Ejercicio23.7.33

Si dos polos magnéticos de fuerza$m$ ym' unidades están a una distancia de$r$ centímetros (cm) de distancia, la fuerza$F$ de repulsión en el aire entre ellos viene dada por:

$F=\frac{mm'}{r^2}$:

a) Determinar la fuerza de repulsión si dos polos magnéticos de resistencias20 y40 están separados5 cm en el aire.

b) Determinar qué tan separados están dos polos magnéticos de intensidades30 y40 unidades si la fuerza de repulsión en el aire entre ellos está0.0001.

Responder

a)$F = 32$

b)$r = 8$ cm.

Ejercicio23.7.34

La velocidad$V$ en pies por segundo de salida de un líquido de un orificio viene dada por$V = 8\sqrt{h}$, donde$h$ está la altura en pies del líquido por encima de la abertura.

a) Determinar la velocidad de salida de un líquido desde un orificio que está9 pies por debajo de la superficie superior de un líquido (Ves en pies/seg.

b) Determinar qué tan alto está un líquido por encima de un orificio si la velocidad de salida es81 pies/segundo.

Ejercicio23.7.35

El periodo$T$ en segundos de un péndulo simple de longitud$L$ en pies viene dado por$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{32}}$

a) Determinar el periodo de un péndulo simple que tiene2 pies de largo. Uso$\pi = 3.14$.

b) Determinar la longitud en pies de un péndulo simple cuyo periodo si es de10.8772segundos. Uso$\pi = 3.14$.

Responder

a)$T = 1.57$ seg

b)$L = 95.99$ cm

Ejercicio23.7.36

La energía cinéticaKE en libras pie de un cuerpo de masa$m$ en babosas que se mueven con una velocidad$v$ en pies/seg es dada por$KE = \dfrac{1}{2}mv^2$.

a) Determinar la energía cinética de un cuerpo2 de babosa que se mueve con una velocidad de4 pies/seg.

b) Determinar la velocidad en pies/seg de un cuerpo de4 babosa si su energía cinética es50 pie-libras.

Ejercicios para revisión

Ejercicio23.7.37

Escribe$\dfrac{x^{10}y^3(x+7)^4}{x^{-2}y^3(x+7)^{-1}}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Responder

$x^{12}(x+7)^5$

Ejercicio23.7.38

Clasificar$x + 4 = x + 7$ como identidad, contradicción o ecuación condicional.

Ejercicio23.7.39

Suministrar las palabras que faltan. En el plano coordenado, las líneas con _____ pendiente suben y las líneas con _____ pendiente caen.

Responder

positivo, negativo

Ejercicio23.7.40

Simplificar$\sqrt{(x+3)^4(x-2)^6}$

Ejercicio23.7.41

Simplificar$(3+\sqrt{5})(4-\sqrt{5})$

Responder

$7+\sqrt{5}$

This page titled 23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.7: Square Root Equations with Applications** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.8: Resumen de conceptos clave

Resumen de Key Concepts

Raíz cuadrada

La raíz cuadrada de un número positivo$x$ es un número tal que cuando es cuadrado, el número$x$ resulta.

Cada número positivo tiene dos raíces cuadradas, una positiva y otra negativa. Ellos opuestos el uno del otro.

Raíz cuadrada principal$\sqrt{x}$

Six es un número real positivo, entonces

$\sqrt{x}$representa la raíz cuadrada positiva de$x$. La raíz cuadrada positiva de un número se llama la **raíz cuadrada principal** del número.

Raíz cuadrada secundaria$-\sqrt{x}$

$-\sqrt{x}$representa la raíz cuadrada negativa de$x$. La raíz cuadrada negativa de un número se llama **raíz cuadrada secundaria** del número.

Signo Radical, Radicand; y Radical

En la expresión$\sqrt{x}$,

$\sqrt{}$se llama el **signo radical.**

$x$se llama el **radicando.**

$\sqrt{x}$se llama **radical.**

La barra horizonal que aparece unida al signo radical,$\sqrt{}$, es un símbolo de agrupación que especifica el radicando.

Expresiones significativas

Una expresión radical solo tendrá sentido si el radicando (la expresión bajo el signo radical) **no** es negativa:

$\sqrt{-25}$no tiene sentido y no$\sqrt{-25}$ es un número real.

Simplificación de expresiones de raíz cuadrada

Sia es un número no negativo, entonces

$\sqrt{a^2} = a$

Plazas Perfectas

Los números reales que son cuadrados de números racionales se llaman **cuadrados perfectos.**

Números irracionales

Cualquier raíz cuadrada indicada cuyo radicando no sea un cuadrado perfecto es un número irracional.

$\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$y$\sqrt{10}$ son números irracionales

La propiedad del producto

$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$

La propiedad del cociente

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, y \neq 0$$

Ten Cuidado

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ sqrt {x + y} &\ not =\ sqrt {x}\ sqrt {y} & (\ sqrt {16 + 9} &\ not =\ sqrt {16} +\ sqrt {9})\
\ sqrt {x-y} &\ not =\ sqrt {x} -\ sqrt {y} & (\ sqrt {25-16} &\ not =\ sqrt {25} -\ sqrt {16})
\ end {array}\)

Formulario Simplificado

Una raíz cuadrada que no involucra fracciones está en forma simplificada si no hay cuadrados perfectos en el radicando.

Una raíz cuadrada que involucra una fracción está en forma simplificada si no hay

1. cuadrados perfectos en el radicando,
2. fracciones en el radicando, o
3. expresiones de raíz cuadrada en el denominador

Radicalizando el Denominador

El proceso de eliminación de radicales de los denominadores se llama **racionalizar el denominador.**

Multiplicar expresiones de raíz cuadrada

El producto de las raíces cuadradas es la raíz cuadrada del producto.

$\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$

1. Simplifique cada raíz cuadrada, si es necesario.
2. Realizar la multiplicación.
3. Simplificar, si es necesario.

Dividir expresiones de raíz cuadrada

El cociente de las raíces cuadradas es la raíz cuadrada del cociente.

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada

$a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$

$a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$

Ecuación de raíz cuadrada

Una **ecuación de raíz cuadrada** es una ecuación que contiene una variable bajo un signo radical de raíz cuadrada.

Resolución de la ecuación de raíz cuadrada

1. Aislar un radical.
2. Cuadrando ambos lados de la ecuación.
3. Simplifica combinando términos similares.
4. Repita el paso 1 si todavía hay radicales presentes.
5. Obtener solución potencial resolviendo la ecuación resultante de raíz no cuadrada.
6. Verificar posibles soluciones por sustitución.

This page titled 23.8: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.8: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.9: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Expresiones de raíz cuadrada - Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada

Para los siguientes problemas, simplifique las expresiones.

Ejercicio23.9.1

$\sqrt{10}\sqrt{2}$

Responder

$2\sqrt{5}$

Ejercicio23.9.2

$\sqrt{6}\sqrt{8}$

Ejercicio23.9.3

$\sqrt{18}\sqrt{40}$

Responder

$12\sqrt{5}$

Ejercicio23.9.4

$\sqrt{11}\sqrt{11}$

Ejercicio23.9.5

$\sqrt{y}\sqrt{y}$

Responder

y

Ejercicio23.9.6

$\sqrt{r^3}\sqrt{r^3}$

Ejercicio23.9.7

$\sqrt{m+3}\sqrt{m+3}$

Responder

$m+3$

Ejercicio23.9.8

$\sqrt{a-7}\sqrt{a-7}$

Ejercicio23.9.9

$\sqrt{x^2+4x+4}$

Responder

$x+2$

Ejercicio23.9.10

$\sqrt{y^2-12y+36}$

Ejercicio23.9.11

$\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+2}}$

Responder

$\frac{\sqrt{(x+5)(x+2)}}{x+2}$

Ejercicio23.9.12

$\frac{\sqrt{n-3}}{\sqrt{n-1}}$

Ejercicio23.9.13

$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$

Responder

5

Ejercicio23.9.14

$\frac{\sqrt{75}}{5\sqrt{3}}$

Ejercicio23.9.15

$\frac{\sqrt{a^2+6a+9}}{\sqrt{a+3}}$

Responder

$\sqrt{a+3}$

Ejercicio23.9.16

$\frac{\sqrt{4x^2+4x+1}}{\sqrt{2x+1}}$

Ejercicio23.9.17

$$\frac{\sqrt{x^2-11x+24}}{\sqrt{x-8}}$$

Responder

$\sqrt{x-3}$

Ejercicio23.9.18

$$\frac{\sqrt{y^2+11y+28}}{\sqrt{y+4}}$$

Ejercicio23.9.19

$\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

Responder

$3+\sqrt{15}$

Ejercicio23.9.20

$\sqrt{5}(\sqrt{6}-\sqrt{10})$

Ejercicio23.9.21

$\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{bc})$

Responder

$a-\sqrt{abc}$

Ejercicio23.9.22

$\sqrt{x}(\sqrt{x^5}-\sqrt{3x})$

Ejercicio23.9.23

$\sqrt{7a^3}(\sqrt{2a}-\sqrt{4a^3})$

Responder

$a^2\sqrt{14}-2a^3\sqrt{7}$

Ejercicio23.9.24

$$\frac{3}{\sqrt{7}}$$

Ejercicio23.9.25

$$\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Responder

$$\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Ejercicio23.9.26

$$\frac{6}{\sqrt{2}}$$

Ejercicio23.9.27

$$\frac{8y}{\sqrt{y}}$$

Responder

$$8\sqrt{y}$$

Ejercicio23.9.28

$$\frac{16a^2}{\sqrt{5a}}$$

Ejercicio23.9.29

$$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$$

Responder

$$1$$

Ejercicio23.9.30

$$(x+\sqrt{8})(3x+\sqrt{8})$$

Ejercicio23.9.31

$$(4y-\sqrt{3x})(4y+\sqrt{3x})$$

Responder

$$16y^2-3x$$

Ejercicio23.9.32

$$(6r+\sqrt{2s})(4r+\sqrt{2s})$$

Ejercicio23.9.33

$$\frac{2}{2+\sqrt{7}}$$

Responder

$$-\frac{2(2-\sqrt{7})}{3}$$

Ejercicio23.9.34

$$\frac{4}{1-\sqrt{6}}$$

Ejercicio23.9.35

$$\frac{6}{x+\sqrt{y}}$$

Responder

$$\frac{6(x-\sqrt{y})}{x^2-y}$$

Ejercicio23.9.36

$$\frac{10}{a-\sqrt{2b}}$$

Ejercicio23.9.37

$$\frac{\sqrt{5}}{a+\sqrt{3}}$$

Responder

$$\frac{a\sqrt{5}-\sqrt{15}}{a^2-3}$$

Ejercicio23.9.38

$$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{10}}$$

Ejercicio23.9.39

$$\frac{8+\sqrt{3}}{2+\sqrt{6}}$$

Responder

$$\frac{8\sqrt{6}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-16}{2}$$

? Ejercicio23.9.40

$$\frac{4+\sqrt{11}}{4-\sqrt{11}}$$

? Ejercicio23.9.41

$$\sqrt{\frac{36a^4b^5c^{11}}{x^2y^5}}$$

Responder

$$\frac{6a^2b^2c^5\sqrt{bcy}}{xy^3}$$

? Ejercicio23.9.42

$$\sqrt{x^{12}y^{10}z^8w^7}$$

? Ejercicio23.9.43

$$\sqrt{32x^5y(x-2)^3}$$

Responder

$$4x^2(x-2)\sqrt{2xy(x-2)}$$

? Ejercicio23.9.44

$$-2\sqrt{60r^4s^3}$$

? Ejercicio23.9.45

$$\sqrt{\frac{3}{16}}$$

Responder

$$\frac{\sqrt{3}}{4}$$

? Ejercicio23.9.46

$$\sqrt{\frac{4}{25}}$$

? Ejercicio23.9.47

$$\sqrt{\frac{9}{16}}$$

Responder

$$\frac{3}{4}$$

Ejercicio23.9.48

$\sqrt{\frac{5}{36}}$

Ejercicio23.9.49

$\sqrt{\frac{1}{6}}$

Responder

$\frac{\sqrt{6}}{6}$

Ejercicio23.9.50

$\sqrt{\frac{3}{10}}$

Ejercicio23.9.51

$\sqrt{(x+4)^4(x-1)^5}$

Responder

$(x+4)^2(x-1)^2(\sqrt{x-1})$

Ejercicio23.9.52

$\sqrt{(3x+5)^3(2x-7)^3}$

Ejercicio23.9.53

$\sqrt{(y-3z)^{12}(y+3z)^{10}(y-5z)^3}$

Responder

$(y-3z)^6(y+3z)^5(y-5z)\sqrt{y-5z}$

Ejercicio23.9.54

$\sqrt{(8a-5b)^{26}(2a-9b)^{40}(a-b)^{15}}$

Ejercicio23.9.55

$4\sqrt{11}+8\sqrt{11}$

Responder

$12\sqrt{11}$

Ejercicio23.9.56

$-\sqrt{6}+5\sqrt{6}$

Ejercicio23.9.57

$5\sqrt{60}-7\sqrt{15}$

Responder

$3\sqrt{15}$

Ejercicio23.9.58

$4ax^2\sqrt{75x^4}+6a\sqrt{3x^8}$

Ejercicio23.9.59

$-3\sqrt{54}-16\sqrt{96}$

Responder

$-73\sqrt{6}$

Ejercicio23.9.60

$\sqrt{18x^2y}\sqrt{2x^2y}$

Ejercicio23.9.61

$\sqrt{4x^2+32x+64}+\sqrt{10x^2+80x+160}$

Responder

$(2+\sqrt{10})(x+4)$

Ejercicio23.9.62

$-2\sqrt{9x^2-42x+49}+5\sqrt{18x^2-84x+98}$

Ejercicio23.9.63

$-10\sqrt{56a^3b^7}+2a^2b\sqrt{126ab^5}$

Responder

$(-20ab^3+6a^2b^3)\sqrt{14ab}$

Ejercicio23.9.64

$$\frac{\sqrt{3x}-\sqrt{5x}}{\sqrt{7x}+\sqrt{2x}}$$

Ejercicio23.9.65

$$\frac{\sqrt{6a}+\sqrt{2a}}{\sqrt{3a}-\sqrt{5a}}$$

Responder

$$\frac{-3\sqrt{2}-\sqrt{30}-\sqrt{6}-\sqrt{10}}{2}$$

Ecuaciones de raíz cuadrada con aplicaciones

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones.

Ejercicio23.9.66

$\sqrt{3x}=9$

Ejercicio23.9.67

$\sqrt{4a}=16$

Responder

$a=64$

Ejercicio23.9.68

$\sqrt{x}+7=4$

Ejercicio23.9.69

$\sqrt{a+6}=-5$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.9.70

$\sqrt{4a+5}=21$

Ejercicio23.9.71

$\sqrt{3m+7}=10$

Responder

$m=31$

Ejercicio23.9.72

$\sqrt{y+10}=5$

Ejercicio23.9.73

$\sqrt{a-7}=6$

Responder

$a=43$

Ejercicio23.9.74

$\sqrt{4x-8}=x-2$

Ejercicio23.9.75

$\sqrt{2x+3}+8=11$

Responder

$x=3$

Ejercicio23.9.76

$\sqrt{a^2+5}+5=a$

Ejercicio23.9.77

$\sqrt{5b+4}-5=-2$

Responder

$b=1$

Ejercicio23.9.78

$\sqrt{2a+1}-10=-3$

Ejercicio23.9.79

$\sqrt{2x+5}=\sqrt{x+3}$

Responder

$x=-2$

Ejercicio23.9.80

$\sqrt{5a-11}$

Ejercicio23.9.81

En una pequeña empresa, el número mensual de ventas$S$ está aproximadamente relacionado con el número de empleados$E$ por $S=140+8\sqrt{E-2}$

a) Determinar el número aproximado de ventas si el número de empleados es27.

b) Determinar el número aproximado de empleados si las ventas mensuales son 268.

Responder

a)$S = 180$

b)$E = 258$

Ejercicio23.9.82

La frecuencia de resonancia$f$ en un circuito electrónico que contiene inductancia$L$ y capacitancia$C$ en serie viene dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

a) Determinar la frecuencia de resonancia en un circuito electrónico si la inductancia es9 y la capacitancia es0.0001. Uso $\pi = 3.14$.

b) Determinar la inductancia en un circuito eléctrico si la frecuencia de resonancia es5.308 y la capacitancia es0.0001. Uso $\pi = 3.14$.

Ejercicio23.9.83

Si dos polos magnéticos de fuerza$m$ ym' están a una distancia$r$ centímetros (cm) de distancia, la fuerza\ 9F\) de repulsión en el aire entre ellos viene dada por:

$$F = \frac{mm'}{r^2}$$

a) Determinar la fuerza de repulsión si dos polos magnéticos de resistencias 22 y 46 unidades están separados por 8 cm.

b) Determinar qué tan separados están dos polos magnéticos de intensidades 14 y 16 unidades si la fuerza de repulsión en el aire entre ellos es de 42 unidades.

Responder

a)$F = 15.8125$

b)$r = 12.31$ cm

This page titled 23.9: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.9: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

23.10: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Para los siguientes problemas, simplifique cada una de las expresiones de raíz cuadrada.

? Ejercicio23.10.1

$\sqrt{8} \cdot \sqrt{5}$

Responder

$2\sqrt{10}$

? Ejercicio23.10.2

$\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{12}}$

Responder

$\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

? Ejercicio23.10.3

$\dfrac{\sqrt{n^2+n-12}}{\sqrt{n-3}}$

Responder

$\sqrt{n+4}$

? Ejercicio23.10.4

$\sqrt{24a^3b^5c^8}$

Responder

$2ab^2c^4\sqrt{6ab}$

? Ejercicio23.10.5

$\sqrt{\dfrac{64x^4y^5z^6}{49a^3b^2c^9}}$

Responder

$\dfrac{8x^2y^2z^3\sqrt{acy}}{7a^2bc^5}$

? Ejercicio23.10.6

$\sqrt{(x-2)^2(x+1)^4}$

Responder

$(x-2)(x+1)^2$

Ejercicio23.10.7

$\sqrt{a^2-8a+16}$

Responder

$a-4$

Ejercicio23.10.8

$$\frac{4}{2+\sqrt{x}}$$

Responder

$$\frac{8-4\sqrt{x}}{4-x}$$

Ejercicio23.10.9

$$\frac{\sqrt{3a}}{\sqrt{2a}+\sqrt{5a}}$$

Responder

$$\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{3}$$

Ejercicio23.10.10

$2x\sqrt{27}+x\sqrt{12}$

Responder

$8x\sqrt{3}$

Ejercicio23.10.11

$-3a\sqrt{a^5b^3}+2a^3b\sqrt{ab}$

Responder

$-a^3b\sqrt{ab}$

Ejercicio23.10.12

$\sqrt{10}(\sqrt{8}-\sqrt{2})$

Responder

$2\sqrt{5}$

? Ejercicio23.10.13

$(3+\sqrt{6})(2+\sqrt{5})$

Responder

$6+3\sqrt{5}+2\sqrt{6}+\sqrt{30}$

? Ejercicio23.10.14

$(\sqrt{10}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

Responder

$5\sqrt{2}+2\sqrt{5}-\sqrt{15}-\sqrt{6}$

? Ejercicio23.10.15

$(4-\sqrt{5y})^2$

Responder

$16-8\sqrt{5y}+5y$

? Ejercicio23.10.16

$$\frac{6-\sqrt{3}}{4+\sqrt{2}}$$

Responder

$$\frac{24-6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+\sqrt{6}}{14}$$

? Ejercicio23.10.17

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

Responder

$$-\frac{3+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}}{2}$$

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones.

? Ejercicio23.10.18

$\sqrt{x+8}=4$

Responder

$x=8$

Ejercicio23.10.19

$\sqrt{3a+1}=4$

Responder

$a=5$

Ejercicio23.10.20

$\sqrt{2x}=-3$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.10.21

$\sqrt{3x+18}+7=0$

Responder

Sin solución real

Ejercicio23.10.22

$\sqrt{3m-5}=\sqrt{2m+1}$

Responder

$m=6$

Ejercicio23.10.23

$2\sqrt{a+2}-2=0$

Responder

$a=-1$

Ejercicio23.10.24

$\sqrt{b-7}-\sqrt{5b+1}=0$

Responder

Sin solución

Ejercicio23.10.25

En una pequeña empresa, el número de ventas mensuales$S$ se relaciona aproximadamente con el número de empleados$E$ por $S=175+7\sqrt{E-3}$

a) Determinar el número aproximado de ventas si el número de empleados es39

b) Determinar el número aproximado de empleados si el número de ventas en224

Responder

a) $S = 217$

b) $E = 52$

This page titled 23.10: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **9.10: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

24: Ecuaciones cuadráticas

24.1: Objetivos
24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas
24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización
24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces
24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado
24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática
24.7: Aplicaciones
24.8: Graficar soluciones cuadráticas
24.9: Resumen de conceptos clave
24.10: Suplemento de ejercicio
24.11: Examen de Aptitud

This page titled 24: Ecuaciones cuadráticas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

24.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Resolviendo ecuaciones cuadráticas

- ser capaz de colocar una ecuación cuadrática en forma estándar
- estar familiarizado con la propiedad de factor cero de los números reales

Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización

- ser capaz de resolver ecuaciones cuadráticas factorizando

Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces

- ser capaz de resolver ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces
- ser capaz de determinar la naturaleza de las soluciones a una ecuación cuadrática

Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado

- entender la lógica subyacente al método de completar el cuadrado
- ser capaz de resolver una ecuación cuadrática usando el método de completar el cuadrado

Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática

- reconocer la forma estándar de una ecuación cuadrática
- entender la derivación de la fórmula cuadrática
- resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática

Aplicaciones

- ser más competente en el uso del método de cinco pasos para resolver problemas aplicados

Graficar ecuaciones cuadráticas

- ser capaz de construir la gráfica de una parábola

This page titled 24.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas

Forma estándar de una ecuación cuadrática

En el Capítulo 5 estudiamos ecuaciones lineales en una y dos variables y métodos para resolverlas. Observamos que una ecuación lineal en una variable era cualquier ecuación que pudiera escribirse en la forma$ax+b=0, a\neq 0$, y una ecuación lineal en dos variables era cualquier ecuación que pudiera escribirse en la forma$ax+by=c$, donde$a$ y no$b$ son ambas0. Ahora queremos estudiar ecuaciones cuadráticas en una variable.

Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** es una ecuación de la forma$ax^2+bx+c=0, a\neq 0$.

La **forma estándar** de la ecuación cuadrática es$ax^2+bx+c=0, a\neq 0$.

Para una ecuación cuadrática en forma estándar$ax^2+bx+c=0$,

$a$es el coeficiente dex^2.

$b$es el coeficiente de$x$.

$c$es el término constante.

Conjunto de Muestras A

Las siguientes **son** ecuaciones cuadráticas.

Ejemplo24.2.1

$3x^2+2x-1=0$. $a=3, b=2, c=-1$

Ejemplo24.2.2

$5x^2+8x=0$. $a=5, b=8, c=0$

Observe que esta ecuación podría ser escrita$5x^2+8x+0=0$. Ahora es claro que$c=0$.

Ejemplo24.2.3

$x^2+7=0$. $a=1, b=0, c=7$.

Observe que esta ecuación podría ser escrita$x^2+0x+7=0$. Ahora es claro que$b=0$

Las siguientes **no** son ecuaciones cuadráticas.

Ejemplo24.2.4

$3x+2=0$. $a=0$. Esta ecuación es lineal.

Ejemplo24.2.5

$8x^2+\dfrac{3}{x}-5=0$

La expresión en el lado izquierdo del signo igual tiene una variable en el denominador y, por lo tanto, no es cuadrática.

Conjunto de práctica A

¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son ecuaciones cuadráticas? Responda “sí” o “no” a cada ecuación.

? Problema de práctica24.2.1

$6x^2 - 4x + 9 = 0$

Responder

si

? Problema de práctica24.2.2

$5x + 8 = 0$

Responder

no

? Problema de práctica24.2.3

$4x^3 - 5x^2 + x + 6 = 8$

Responder

no

? Problema de práctica24.2.4

$4x^2 - 2x + 4 = 1$

Responder

si

? Problema de práctica24.2.5

$\frac{2}{x} - 5x^2 = 6x + 4$

Responder

no

? Problema de práctica24.2.6

$9x^2 - 2x + 6 = 4x^2 + 8$

Responder

si

Propiedad de factor cero

Nuestro objetivo es resolver ecuaciones cuadráticas. El método para resolver ecuaciones cuadráticas se basa en la propiedad de **factor cero** de los números reales. Nos presentaron a la propiedad de factor cero en la Sección 8.2. Lo declaramos de nuevo.

Propiedad de factor cero

Si dos números$a$ yb se multiplican juntos y el producto resultante es0, entonces al menos uno de los números debe ser0. Álgebraicamente, si$a \cdot b = 0$, entonces$a = 0$ o ambos$a = 0$ y$b = 0$.

Conjunto de Muestras B

Utilice la propiedad de factor cero para resolver cada ecuación.

Ejemplo24.2.6

Si$9x = 0$, entonces$x$ debe ser0.

Ejemplo24.2.7

Si$-2x^2 = 0$, entonces$x^2 = 0, x = 0$

Ejemplo24.2.8

Si5 entonces$x - 1$ debe ser0, ya que no5 es cero.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x - 1 &= 0\\
x &= 1
\ end {array}\)

Ejemplo24.2.9

Si$x(x + 6) = 0$, entonces

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x &= 0 &\ text {o} & x+6&=0\\
x&=0, -6 && x &= -6
\ end {array}\)

Ejemplo24.2.10

Si$(x + 2)(x + 3) = 0$, entonces

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x + 2 &= 0 &\ text {o} & x + 3 &= 0\\
x &= -2 && x &= -3\\
x &= -2, -3
\ end {array}\)

Ejemplo24.2.11

Si$(x + 10)(4x - 5) = 0$, entonces

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x + 10 &= 0 &\ text {o} & 4x - 5 &= 0\\
x &= -10 && 4x &= 5\\
x &= -10,\ dfrac {5} {4} && x &=\ dfrac {5} {4}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Utilice la propiedad de factor cero para resolver cada ecuación.

Problema de práctica24.2.7

$6(a-4)=0$

Responder

$a=4$

Problema de práctica24.2.8

$(y+6)(y-7)=0$

Responder

$y=-6,7$

Problema de práctica24.2.9

$(x+5)(3x-4)=0$

Contestar

$x=-5,\frac{4}{3}$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, escriba los valores de$a$,b, yc en ecuaciones cuadráticas.

Ejercicio24.2.1

$3x^2+4x-7=0$

Contestar

$3,4,-7$

Ejercicio24.2.2

$7x^2+2x+8=0$

Ejercicio24.2.3

$2y^2-5y+5=0$

Contestar

$2,-5,5$

Ejercicio24.2.4

$7a^2+a-8=0$.

Ejercicio24.2.5

$-3a^2+4a-1=0$

Contestar

$-3, 4, -1$

Ejercicio24.2.6

$7b^2+3b+0$

Ejercicio24.2.7

$2x^2+5x+0$

Contestar

$2, 5, 0$

Ejercicio24.2.8

$4y^2+9=0$

Ejercicio24.2.9

$8a^2-2a=0$

Contestar

$8, -2, 0$

Ejercicio24.2.10

$6x^2=0$

Ejercicio24.2.11

$4y^2=0$

Contestar

$4, 0, 0$

Ejercicio24.2.12

$5x^2-3x+9=4x^2$

Ejercicio24.2.13

$7x^2+2x+1=6x^2+x-9$

Contestar

$1, 1, 10$

Ejercicio24.2.14

$-3x^2+4x-1=-4x^2-4x+12$

Ejercicio24.2.15

$5x-7=-3x^2$

Contestar

$3, 5, -7$

Ejercicio24.2.16

$3x-7=-2x^2+5x$

Ejercicio24.2.17

$0=x^2+6x-1$

Contestar

$1, 6, -1$

Ejercicio24.2.18

$9=x^2$

Ejercicio24.2.19

$x^2=9$

Contestar

$1, 0, -9$

Ejercicio24.2.20

$0=-x^2$

Para los siguientes problemas, utilice la propiedad de factor cero para resolver las ecuaciones.

Ejercicio24.2.21

$4x=0$

Contestar

$x=0$

Ejercicio24.2.22

$16y=0$

? Ejercicio24.2.23

$9a = 0$

Contestar

$a = 0$

? Ejercicio24.2.24

$4m = 0$

? Ejercicio24.2.25

$3(k+7) = 0$

Contestar

$k = -7$

? Ejercicio24.2.26

$8(y-6) = 0$

? Ejercicio24.2.27

$-5(x+4) = 0$

Contestar

$x = -4$

? Ejercicio24.2.28

$-6(n+15) = 0$

? Ejercicio24.2.29

$y(y-1) = 0$

Contestar

$y = 0, 1$

? Ejercicio24.2.30

$a(a-6) = 0$

? Ejercicio24.2.31

$n(n+4) = 0$

Contestar

$n = 0, -4$

Ejercicio24.2.32

$x(x+8)=0$

Ejercicio24.2.33

$9(a-4)=0$

Contestar

$a=4$

Ejercicio24.2.34

$-2(m+11)=0$

Ejercicio24.2.35

$x(x+7)=0$

Contestar

$x=-7$ or $x=0$

Ejercicio24.2.36

$n(n-10)=0$

Ejercicio24.2.37

$(y-4)(y-8)=0$

Contestar

$y=4$ or $y=8$

Ejercicio24.2.38

$(k-1)(k-6)=0$

Ejercicio24.2.39

$(x+5)(x+4)=0$

Contestar

$x=-4$ or $x=-5$

Ejercicio24.2.40

$(y+6)(2y+1)=0$

Ejercicio24.2.41

$(x-3)(5x-6)=0$

Contestar

$x=\frac{6}{5}$ or $x=3$

Ejercicio24.2.42

$(5a+1)(2a-3)=0$

Ejercicio24.2.43

$(6m+5)(11m-6)=0$

Contestar

$m=-\frac{5}{6}$ or $m=\frac{6}{11}$

Ejercicio24.2.44

$(2m-1)(3m+8)=0$

Ejercicio24.2.45

$(4x+5)(2x-7)=0$

Contestar

$x=\frac{-5}{4},\frac{7}{2}$

Ejercicio24.2.46

$(3y+1)(2y+1)=0$

Ejercicio24.2.47

$(7a+6)(7a-6)=0$

Contestar

$a=\frac{-6}{7},\frac{6}{7}$

Ejercicio24.2.48

$(8x+11)(2x-7)=0$

Ejercicio24.2.49

$(5x-14)(3x+10)=0$

Contestar

$$x = \frac{14}{5}, \frac{-10}{3}$$

Ejercicio24.2.50

$(3x-1)(3x-1)=0$

Ejercicio24.2.51

$(2y+5)(2y+5)=0$

Contestar

$$y = \frac{-5}{2}$$

Ejercicio24.2.52

$(7a-2)^2=0$

Ejercicio24.2.53

$(5m-6)^2=0$

Contestar

$$m = \frac{6}{5}$$

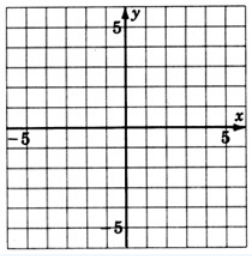
Ejercicios para revisión

Ejercicio24.2.54

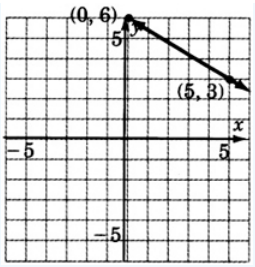
Factorial$12ax-3x+8a-2$ por agrupación.

Ejercicio24.2.55

Construye la gráfica de$6x+10y-60=0$



Contestar



Ejercicio24.2.56

Encuentra la diferencia: $\frac{1}{x^2+2x+1} - \frac{1}{x^2-1}$.

Ejercicio24.2.57

Simplificar $\sqrt{7}(\sqrt{2}+2)$

Contestar

$\sqrt{14}+2\sqrt{7}$

Ejercicio24.2.58

Resolver la ecuación radical $\sqrt{3x+10} = x+4$

This page titled 24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.2: Solving Quadratic Equations** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización

Método de factorización

Para resolver ecuaciones cuadráticas por factorización, debemos hacer uso de la propiedad de factor cero.

Método de factorización

1. Establecer la ecuación igual a cero, es decir, obtener todos los términos distintos de cero en un lado del signo igual y 0 en el otro.

   $ax^2 + bx + c = 0$
2. Factorizar la expresión cuadrática.

   $()() = 0$
3. Por la propiedad de factor cero, al menos uno de los factores debe ser cero, así, establecer cada uno de los factores igual a 0 y resolver para la variable.

Conjunto de Muestras A

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas. (Mostraremos el cheque por problema 1.)

Ejemplo24.3.1

\ (\ begin {array} {lavadoizquierdo}
x^2 - 7x + 12 &= 0 & & &\ text {La ecuación ya está establecida igual a} 0\\
(x-3) (x-4) &= 0 & & &\ text {Factor. Establezca cada factor igual a} 0. \\
x-3 &= 0 &\ texto {o} x - 4 &= 0\\
x &= 3 &\ texto {o} x &= 4
\ end {array}\)

Comprobar:

Si$x = 3, x^2 - 7x + 12 = 0$

\ (\ begin {array} {ruedado}
3^2 - 7\ cdot 3 + 12 & = 0 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
9 - 21 + 12 &= 0 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
0 &= 0 &\ text {Sí, ¿esto es correcto?}
\ end {array}\)

Comprobar: Si$x = 4, x^2 - 7x + 12 = 0$

\ (\ begin {array} {ruedado}
4^2 - 7\ cdot 4 + 12 &= 0 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
16 - 28 + 12 &= 0 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
0 &= 0 &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Así, las soluciones a esta ecuación son$x = 3, 4$.

Ejemplo24.3.2

\ (\ begin {array} {ruedado}
x^2 &= 25 &\ text {Establecer la ecuación igual a} 0\\
x^2 - 25 &= 0 &\ text {Factor.} \\
(x+5) (x-5) &= 0 &\ text {Establecer cada factor igual a} 0\\
x+5=0 &\ text {o} & x - 5 = 0\\

x = -5 &\ text {o} & x=5\
\ end {array}\)

Así, las soluciones a esta ecuación son$x = 5, -5$.

Ejemplo24.3.3

\ (\ begin {array} {ruedado}
x^2 &= 2x &\ text {Establecer la ecuación igual a} 0\\
x^2 - 2x &= 0 &\ text {Factor.} \\
x (x-2) &&\ text {Establecer cada factor igual a} 0\\
x=0 &\ text {o} & x-2=0\\
&& x=2
\ end {array}\)

Así, las soluciones a esta ecuación son$x = 0, 2$

Ejemplo24.3.4

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
2x^2 + 7x - 15 &= 0 &\ text {Factor.} \\
(2x - 3) (x+5) &= 0 &\ text {Establecer cada factor igual a} 0\\
2x-3=0 &\ text {o} & x + 5 = 0\\
2x=3 &\ text {o} & x=-5\
x=\ dfrac {3} {2}
\ end {array}\)

Así, las soluciones a esta ecuación son$x = \dfrac{3}{2}, -5$.

Ejemplo24.3.5

$63x^2 = 13x + 6$

\ (\ begin {array} {ruedado}
63x^2 - 13x - 6 &= 0\\
(9x + 2) (7x - 3) &= 0\\
9x + 2 = 0 &\ text {o} & 7x - 3 = 0\\
9x = -2 &\ text {o} & 7x = 3\\
x=\ dfrac {-2} {9} &\ texto {o} & x =\ dfrac {3} {7}
\ end {array}\)

Así, las soluciones a esta equiación son$x = \dfrac{-2}{9}, \dfrac{3}{7}$

Conjunto de práctica A

Resuelve las siguientes ecuaciones, si es posible.

Problema de práctica24.3.1

$(x - 7)(x + 4) = 0$

Responder

$x = 7, -4$

https://math.libretexts.org/@go/page/127789

Problema de práctica24.3.2

$(2x+5)(5x-7)=0$

Responder

$x=\frac{-5}{2},\frac{7}{5}$

Problema de práctica24.3.3

$x^2+2x-24=0$

Responder

$x=4,-6$

Problema de práctica24.3.4

$6x^2+13x-5=0$

Responder

$x=\frac{1}{3},\frac{-5}{2}$

Problema de práctica24.3.5

$5y^2+2y=3$

Responder

$y=\frac{3}{5},-1$

Problema de práctica24.3.6

$m(2m-11)=0$

Responder

$m=0,\frac{11}{2}$

Problema de práctica24.3.7

$6p^2=-(5p+1)$

Responder

$p=\frac{-1}{3},\frac{-1}{2}$

Problema de práctica24.3.8

$r^2-49=0$

Responder

$r = 7, -7$

Resolviendo mentalmente después del factoring

Consideremos los problemas 4 y 5 del Conjunto de Muestras A con más detalle. Veamos particularmente las factorizaciones $(2x-3)(x+5)=0$ y$(9x+2)(7x-3)=0$ /El siguiente paso es establecer cada factor igual a cero y resolver. Podemos resolver mentalmente si entendemos cómo resolver ecuaciones lineales: transponemos la constante del término variable y luego dividimos por el coeficiente de la variable.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo24.3.6

Resuelve mentalmente la siguiente ecuación.

$(2x-3)(x+5)=0$

\ (\ begin {array} {lavadoizquierdo}
2x - 3 &= 0 &\ text {Añadir mentalmente} 3\ texto {a ambos lados. El signo de cambios constantes.} \\
2x &= 3 &\ text {Dividir por} 2\ text {el coeficiente de} x\ text {. El} 2\ text {divide el cosntante} 3\ text {en}\ dfrac {3} {2}\\
& &\ text {El coeficiente se convierte en el denominador.} \\
x &=\ dfrac {3} {2}\\
x + 5 &= 0 &\ text {restar mentalmente} 5\ texto {de ambos lados. El signo de cambios constantes.} \\
x &= -5 &\ text {Dividir por el coeficiente de} x, 1. \ text {El coeficiente se convierte en el denominador}\\
x =\ dfrac {-5} {1} &= -5\\
x &= -5
\ end {array}\)

Ahora, podemos escribir inmediatamente la solución a la ecuación después de factorizar mirando cada factor, cambiando el signo de la constante, luego dividirlo por el coeficiente.

Set de práctica B

Problema de práctica24.3.9

Resuelve$(9x+2)(7x-3)=0$ usando este método mental.

Responder

$x = -\frac{2}{9}, \frac{3}{7}$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones, si es posible.

Ejercicio24.3.1

$(x+1)(x+3)=0$

Responder

$x = -1, -3$

? Ejercicio24.3.2

$(x+4)(x+9)=0$

? Ejercicio24.3.3

$(x-5)(x-1)=0$

Responder

$x=1,\quad 5$

? Ejercicio24.3.4

$(x-6)(x-3)=0$

? Ejercicio24.3.5

$(x-4)(x+2)=0$

Responder

$x=-2,4$

? Ejercicio24.3.6

$(x+6)(x-1)=0$

? Ejercicio24.3.7

$(2x+1)(x-7)=0$

Responder

$x=-\frac{1}{2},7$

? Ejercicio24.3.8

$(3x+2)(x-1)=0$

? Ejercicio24.3.9

$(4x+3)(3x-2)=0$

Responder

$x=-\frac{3}{4},\frac{2}{3}$

? Ejercicio24.3.10

$(5x-1)(4x+7)=0$

Ejercicio24.3.11

$(6x+5)(9x-4)=0$

Responder

$x=-\frac{5}{6},\frac{4}{9}$

Ejercicio24.3.12

$(3a+1)(3a-1)=0$

Ejercicio24.3.13

$x(x+4)=0$

Responder

$x=-4,0$

Ejercicio24.3.14

$y(y-5)=0$

Ejercicio24.3.15

$y(3y-4)=0$

Responder

$y=0,\frac{4}{3}$

Ejercicio24.3.16

$b(4b+5)=0$

Ejercicio24.3.17

$x(2x+1)(2x+8)=0$

Responder

$x=-4,-\frac{1}{2},0$

Ejercicio24.3.18

$y(5y+2)(2y-1)=0$

Ejercicio24.3.19

$(x-8)^2=0$

Responder

$x=8$

Ejercicio24.3.20

$(x-2)^2=0$

Ejercicio24.3.21

$(b+7)^2=0$

Responder

$b=-7$

Ejercicio24.3.22

$(a+1)^2$

Ejercicio24.3.23

$(x(x-4)^2=0$

Responder

$x=0,4$

Ejercicio24.3.24

$y(y+9)^2=0$

Ejercicio24.3.25

$y(y-7)^2=0$

Responder

$y=0,7$

Ejercicio24.3.26

$y(y+5)^2=0$

Ejercicio24.3.27

$x^2-4=0$

Responder

$x=-2,2$

Ejercicio24.3.28

$x^2+9=0$

Ejercicio24.3.29

$x^2 + 36$

Responder

no hay solución

Ejercicio24.3.30

$x^2 - 25 = 0$

Ejercicio24.3.31

$a^2 - 100 = 0$

Responder

$a = -10, 10$

Ejercicio24.3.32

$a^2 - 81 = 0$

Ejercicio24.3.33

$b^2 - 49 = 0$

Responder

$b = 7, -7$

Ejercicio24.3.34

$y^2 - 1 = 0$

Ejercicio24.3.35

$3a^2 - 75 = 0$

Responder

$a = 5, -5$

Ejercicio24.3.36

$5b^2 - 20 = 0$

Ejercicio24.3.37

$y^3 - y = 0$

Responder

$y = 0, 1, -1$

? Ejercicio24.3.38

$a^2 = 9$

? Ejercicio24.3.39

$b^2 = 4$

Responder

$b = 2, -2$

? Ejercicio24.3.40

$b^2 = 1$

? Ejercicio24.3.41

$a^2 = 36$

Responder

$a = 6, -6$

? Ejercicio24.3.42

$3a^2 = 12$

? Ejercicio24.3.43

$-2x^2 = -4$

Responder

$x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

? Ejercicio24.3.44

$-2a^2 = -50$

? Ejercicio24.3.45

$-7b^2 = -63$

Responder

$b = 3, \quad -3$

? Ejercicio24.3.46

$-2x^2 = -32$

? Ejercicio24.3.47

$3b^2 = 48$

Responder

$b = 4, -4$

? Ejercicio24.3.48

$a^2 - 8a + 16 = 0$

? Ejercicio24.3.49

$y^2 + 10y + 25 = 0$

Responder

$y = -5$

? Ejercicio24.3.50

$y^2 + 9y + 16 = 0$

? Ejercicio24.3.51

$x^2 - 2x - 1 = 0$

Responder

no hay solución

? Ejercicio24.3.52

$a^2 + 6a + 9 = 0$

? Ejercicio24.3.53

$a^2 + 4a + 4 = 0$

Responder

$a = -2$

? Ejercicio24.3.54

$x^2 + 12x = -36$

? Ejercicio24.3.55

$b^2 - 14b = -49$

Responder

$b = 7$

Ejercicio24.3.56

$3a^2+18a+27=0$

Ejercicio24.3.57

$2m^3+4m^2+2m=0$

Responder

$m=0,-1$

Ejercicio24.3.58

$3mn^2-36mn+36m=0$

Ejercicio24.3.59

$a^2+2a-3=0$

Responder

$a=-3,1$

Ejercicio24.3.60

$a^2+3a-10=0$

Ejercicio24.3.61

$x^2+9x+14=0$

Responder

$x=-7,-2$

Ejercicio24.3.62

$x^2-7x+12=3$

Ejercicio24.3.63

$b^2+12b+27=0$

Responder

$b=-9,\quad -3$

Ejercicio24.3.64

$b^2-3b+2=0$

Ejercicio24.3.65

$x^2 - 13x = -42$

Responder

$x = 6, 7$

Ejercicio24.3.66

$a^3 = -8a^2 - 15a$

Ejercicio24.3.67

$6a^2 + 13a + 5 = 0$

Responder

$a = -\frac{5}{3}, -\frac{1}{2}$

Ejercicio24.3.68

$6x^2 - 4x - 2 = 0$

Ejercicio24.3.69

$12a^2 + 15a + 3 = 0$

Responder

$a = -\frac{1}{4}, -1$

Ejercicio24.3.70

$18b^2 + 24b + 6 = 0$

Ejercicio24.3.71

$12a^2 + 24a + 12 = 0$

Responder

$a = -1$

Ejercicio24.3.72

$4x^2 - 4x = -1$

Ejercicio24.3.73

$2x^2 = x + 15$

Responder

$x = -\frac{5}{2}, 3$

Ejercicio24.3.74

$4a^2 = 4a + 3$

Ejercicio24.3.75

$4y^2 = -4y - 2$

Responder

sin solución

Ejercicio24.3.76

$9y^2 = 9y + 18$

Ejercicios para revisión

Ejercicio24.3.77

Simplificar$(x^4y^3)^2(xy^2)^4$

Responder

$x^{12}y^{14}$

Ejercicio24.3.78

Escribe$(x^{-2}y^3w^4)^{-2}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio24.3.79

Encuentra la suma: $\dfrac{x}{x^2 - x - 2} + \dfrac{1}{x^2 - 3x + 2}$

Responder

$$\frac{x^2 + 1}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

Ejercicio24.3.80

Simplificar $\dfrac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$

Ejercicio24.3.81

Resolver$(x + 4)(3x + 1) = 0$

Responder

$x = -4, \dfrac{-1}{3}$

This page titled 24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.3: Solving Quadratic Equations by Factoring** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces

El Método De Extracción De Raíces

Extracción de Raíces

Las ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 - K = 0$ pueden resolverse mediante **el método de extracción de raíces** reescribiéndola en la forma $x^2 = K$.

Para resolver $x^2 = K$, se nos exige encontrar algún número, x, que cuando se produce al cuadrado K. Este número, x, debe ser una raíz cuadrada de K. Si K es mayor que cero, sabemos que prosesa dos raíces cuadradas, $\sqrt{K}$ y $-\sqrt{K}$. También sabemos que

$(\sqrt{K})^2) = (\sqrt{K})(\sqrt{K}) = K$ y $(-\sqrt{K}) = (-\sqrt{K})(-\sqrt{K}) = K$

Ahora tenemos dos reemplazos para x que produzcan declaraciones verdaderas cuando se sustituyen en la ecuación. Así, $x = \sqrt{K}$ y $x = -\sqrt{K}$ son ambas soluciones para $x^2 = K$. Utilizamos la notación $x = \pm\sqrt{K}$ para denotar tanto las raíces cuadradas principales como las secundarias.

La naturaleza de las soluciones

Soluciones de $x^2 = K$

Para ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 = K$,

1. Si K es mayor o igual a cero, las soluciones son $\pm\sqrt{K}$.
2. Si K es negativo, no existen soluciones de números reales.
3. Si K es cero, la única solución es 0.

Conjunto de Muestras A

Resolver cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces.

Ejemplo 24.4.1

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x^2 - 49 &= 0 &\ text {Reescribir}\\
x^2 &= 49\\
x &=\ pm\ sqrt {49}\\
x &=\ pm 7
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {Flushleft}
(7) ^2 = 49 &\ text {¿Es esto correcto? } & (-7) ^2 = 49 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
49 = 49 &\ text {Sí, esto es correcto.} & 49 = 49 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo 24.4.2

\ (\ begin {array} {Flushleft}
25a^2 &= 36\\
a^2 &=\ dfrac {36} {25}\\
a &=\ pm\ sqrt {\ frac {36} {25}}\
a &=\ pm\ dfrac {6} {5}
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {Flushleft}
25 (\ dfrac {6} {5}) ^2 &= 36 &\ text {¿Es esto correcto? } & 25 (\ dfrac {-6} {5}) ^2 &= 36 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
25 (\ dfrac {36} {25}) ^2 &= 36 &\ text {¿Es esto correcto? } & 25 (\ dfrac {36} {25}) &= 36 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
36 &= 36 &\ text {Sí, esto es correcto.} & 36 &= 36 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo24.4.3

\ (\ begin {array} {Flushleft}
4m^2 - 32 &= 0\\
4m^2 &= 32\\
m^2 &=\ dfrac {32} {4}\\
m^2 &= 8\\
m &=\ pm\ sqrt {8}\\
m &=\ pm 2\ sqrt {2}
\ end {array}\)

Comprobar:

\ (\ begin {array} {Flushleft}
4 (2\ sqrt {2}) ^2 &= 32 &\ text {¿Es esto correcto? } & 4 (-2\ sqrt {2}) ^2 &= 32 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
4 [2^2 (\ sqrt {2}) ^2] &= 32 &\ text {¿Es esto correcto? } & 4 [(-2) ^2 (\ sqrt {2}) ^2] &= 32 &\ text {¿Es correcto? }\\
4 [4\ cdot 2] &= 32 &\ text {¿Es correcto esto? } & 4 [4\ cdot 2] &= 32 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
4\ cdot 8 &= 32 &\ text {¿Es esto correcto? } & 4\ cdot 8 &= 32 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
32 &= 32 &\ text {Sí, esto es correcto.} & 32 &=32 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo24.4.4

Resolver$5x^2 - 15y^2z^7 = 0$ para$x$.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
5x^2 &= 15y^2z^7 &\ text {Divide ambos lados por} 5\\
x^2 &= 3y^2z^7\\
x &=\ pm\ sqrt {3y^2z^7}\\
x &=\ pm yz^3\ sqrt {3z}
\ end {array}\)

Ejemplo24.4.5

Problema de la calculadora:

Resolver$14a^2 - 235 = 0$. Redondear a la centésima más cercana.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
14a^2 - 235 &= 0 &\ text {Reescribir}\\
14a^2 &= 235 &\ text {Divide ambos lados por} 14\\
a^2 &=\ dfrac {235} {14}
\ end {array}\)

Redondear a la centésima más cercana produce4.10. Debemos asegurarnos de insertar el$\pm$ símbolo.

$a \approx \pm 4.10$.

Ejemplo24.4.6

\ (\ begin {array} {Flushleft}
k^2 &= -64\\
k &=\ pm\ sqrt {-64}
\ end {array}\)

El radicando es negativo por lo que no existen soluciones de números reales

Conjunto de práctica A

Resolver cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces.

Problema de práctica24.4.1

$x^2 - 144 = 0$

Contestar

$x = \pm 12$

Problema de práctica24.4.2

$9y^2 - 121 = 0$

Contestar

$y = \pm \frac{11}{3}$

Problema de práctica24.4.3

$6a^2 = 108$

Contestar

$a = \pm 3\sqrt{2}$

Problema de práctica24.4.4

Resolver$4n^2 = 24m^2p^8$ para$n$.

Contestar

$n = \pm mp^4\sqrt{6}$

Problema de práctica24.4.5

Resolver$5p^2q^2 = 45p^2$ para$q$

Contestar

$q = \pm 3$

Problema de práctica24.4.6

Resolver$16m^2 - 2206 = 0$. Redondear a la centésima más cercana.

Contestar

$m = \pm 11.74$

Problema de práctica24.4.7

$h^2 = -100$

Conjunto de Muestras B

Resolver cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces.

Ejemplo24.4.7

\ (\ begin {array} {Flushleft}
(x+2) ^2 &= 81\\
x + 2 &=\ pm\ sqrt {81}\\
x + 2 &=\ pm 9 &\ text {Restar} 2\ texto {de ambos lados.} \\
x &= -2\ pm 9\\
x &= -2 + 9 &\ text {y} & x&= -2 - 9\\
x &= 7 & & x &= -11
\ end {array}\)

Ejemplo24.4.8

\ (\ begin {array} {Flushleft}
(a+3) ^2 &= 5\\
a + 3 &=\ pm\ sqrt {5} &\ text {Restar} 3\ texto {de ambos lados}\\
a &= -3\ pm\ sqrt {5}
\ end {array}\)

Set de práctica B

Resolver cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces.

Problema de práctica24.4.8

$(a+6)^2 = 64$

Contestar

$a = 2, -14$

Problema de práctica24.4.9

$(m-4)^2 = 15$

Contestar

$m = 4 \pm \sqrt{15}$

Problema de práctica24.4.10

$(y-7)^2=49$

Contestar

$y=0,14$

Problema de práctica24.4.11

$(k-1)^2=12$

Contestar

$k=1\pm 2\sqrt{3}$

Problema de práctica24.4.12

$(x-11)^2=0$

Contestar

$x=11$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver cada una de las ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces.

Ejercicio24.4.1

$x^2=36$

Contestar

$x=\pm 6$

Ejercicio24.4.2

$x^2=49$

Ejercicio24.4.3

$a^2=9$

Contestar

$a=\pm 3$

Ejercicio24.4.4

$a^2=4$

Ejercicio24.4.5

$b^2=1$

Contestar

$b = \pm 1$

Ejercicio24.4.6

$a^2 = 1$

Ejercicio24.4.7

$x^2 = 25$

Contestar

$x = \pm 5$

Ejercicio24.4.8

$x^2 = 81$

Ejercicio24.4.9

$a^2 = 5$

Contestar

$a = \pm\sqrt{5}$

Ejercicio24.4.10

$a^2 = 10$

Ejercicio24.4.11

$b^2 = 12$

Contestar

$b = \pm 2\sqrt{3}$

Ejercicio24.4.12

$b^2 = 6$

Ejercicio24.4.13

$y^2 = 3$

Contestar

$y = \pm\sqrt{3}$

Ejercicio24.4.14

$y^2 = 7$

Ejercicio24.4.15

$a^2 - 8 = 0$

Contestar

$a = \pm 2\sqrt{2}$

Ejercicio24.4.16

$a^2 - 3 = 0$

Ejercicio24.4.17

$a^2 - 5 = 0$

Contestar

$a = \pm\sqrt{5}$

Ejercicio24.4.18

$y^2 - 1 = 0$

Ejercicio24.4.19

$x^2 - 10 = 0$

Contestar

$x = \pm\sqrt{10}$

Ejercicio24.4.20

$x^2 - 11 = 0$

Ejercicio24.4.21

$3x^2 - 27 = 0$

Contestar

$x = \pm 3$

Ejercicio24.4.22

$5b^2 - 5 = 0$

Ejercicio24.4.23

$2x^2 = 50$

Contestar

$x = \pm 5$

Ejercicio24.4.24

$4a^2 = 40$

Ejercicio24.4.25

$2x^2 = 24$

Contestar

$x = \pm 2\sqrt{3}$

Para los siguientes problemas, resolver para la variable indicada.

Ejercicio24.4.26

$x^2 = 4a^2$, para$x$

Ejercicio24.4.27

$x^2 = 9b^2$, para$x$

Contestar

$x = \pm 3b$

Ejercicio24.4.28

$a^2 = 25c^2$, para$a$

Ejercicio24.4.29

$k^2 = m^2n^2$, para$k$.

Contestar

$k = \pm mn$

Ejercicio24.4.30

$k^2 = p^2q^2r^2$, para$k$

Ejercicio24.4.31

$2y^2 = 2a^2n^2$, para$y$

Contestar

$y = \pm an$

Ejercicio24.4.32

$9y^2 = 27x^2z^4$, para$y$.

Ejercicio24.4.33

$x^2 - z^2 = 0$, para$x$

Contestar

$x = \pm z$

Ejercicio24.4.34

$x^2 - z^2 = 0$, para$z$

Ejercicio24.4.35

$5a^2 - 10b^2 = 0$, para$a$

Contestar

$a = b\sqrt{2}, -b\sqrt{2}$

Para los siguientes problemas, resolver cada una de las ecuaciones cuadráticas utilizando el método de extracción de raíces.

Ejercicio24.4.36

$(x-1)^2 = 4$

Ejercicio24.4.37

$(x-2)^2 = 9$

Contestar

$x = 5, -1$

Ejercicio24.4.38

$(x-3)^2 = 25$

Ejercicio24.4.39

$(a-5)^2 = 36$

Contestar

$x = 11, -1$

Ejercicio24.4.40

$(a+3)^2 = 49$

Ejercicio24.4.41

$(a+9)^2 = 1$

Contestar

$a = -8, -10$

Ejercicio24.4.42

$(a-6)^2=3$

Ejercicio24.4.43

$(x+4)^2=5$

Contestar

$a=-4\pm\sqrt{5}$

Ejercicio24.4.44

$(b+6)^2=7$

Ejercicio24.4.45

$(x+1)^2=a$, para$x$.

Contestar

$x=-1\pm\sqrt{a}$

Ejercicio24.4.46

$(y+5)^2=b$, para$y$

Ejercicio24.4.47

$(y+2)^2=a^2$, para$y$

Contestar

$y=-2\pm a$

Ejercicio24.4.48

$(x+10)^2=c^2$, para$x$

Ejercicio24.4.49

$(x-a)^2=b^2$, para$x$

Contestar

$x=a\pm b$

Ejercicio24.4.50

$(x+c)^2=a^2$, para$x$

Problemas con la calculadora

Para los siguientes problemas, redondear cada resultado a la centésima más cercana.

? Ejercicio24.4.51

$8a^2 - 168 = 0$

Contestar

$a = \pm 4.58$

? Ejercicio24.4.52

$6m^2 - 5 = 0$

? Ejercicio24.4.53

$0.03y^2 = 1.6$

Contestar

$y = \pm 7.30$

? Ejercicio24.4.54

$0.048x^2 = 2.01$

? Ejercicio24.4.55

$1.001x^2 - 0.999 = 0$

Contestar

$x = \pm 1.00$

Ejercicios para revisión

? Ejercicio24.4.56

Graficar la desigualdad lineal$3(x+2) < 2(3x+4)$

? Ejercicio24.4.57

Resuelve la ecuación fraccional: $\frac{x-1}{x+4} = \frac{x+3}{x-1}$

Contestar

$x = \frac{-11}{9}$

? Ejercicio24.4.58

Encuentra el producto: $\sqrt{32x^3y^5}\sqrt{2x^3y^3}$

Ejercicio24.4.59

Resolver$x^2 - 4x = 0$

Contestar

$x = 0, 4$

Ejercicio24.4.60

Resolver$y^2 - 8y = -12$

This page titled 24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.4: Solving Quadratic Equations Using the Method of Extraction of Roots** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado

La lógica detrás del método

Supongamos que deseamos resolver la ecuación cuadráticax$^2 - 3x - 1 = 0$. Como la ecuación no es de la formax$^2 = K$, no podemos utilizar la extracción de raíces. A continuación, intentamos factorizar, pero después de algunos ensayos vemos que no $x^2 - 3x - 1$ es factorizable. Necesitamos otro método para resolver ecuaciones cuadráticas.

El método que estudiaremos se basa en trinomios cuadrados perfectos y extracción de raíces. El método se llama resolver ecuaciones cuadráticas **completando el cuadrado.** Considera la ecuación

$$x^2 + 6x + 5 = 0. \tag{24.5.1}$$

Esta ecuación cuadrática podría resolverse factorizando, pero usaremos el método de completar el cuadrado. Vamos a explicar el método en detalle después de que veamos este ejemplo. Primero reescribiremos la ecuación como

$$x^2 + 6x = -5 \tag{24.5.2}$$

Después, **agregaremos**9 a cada lado. Obtenemos

$$x^2 + 6x + 9 = -5 + 9 \tag{24.5.3}$$

Los factores del lado izquierdo como trinomio cuadrado perfecto.

$$(x + 3)^2 = 4 \tag{24.5.4}$$

Esto lo podemos resolver mediante la extracción de raíces.

\ [\ begin {array} {Flushleft}
x + 3 &=\ pm\ sqrt {4}\\
x + 3 &=\ pm 2\\
x &=\ pm 2 - 3\\
x &= + 2 - 3 &\ texto {y} & x = -2 - 3\\
x &= -1 &\ texto {y} -5
\ end {array}\]

Observe que cuando las raíces son números racionales, la ecuación es factorizable.

La gran pregunta es: “¿Cómo sabíamos **sumar** 9 a cada lado de la ecuación?” Podemos convertir **cualquier** trinomio cuadrático que aparezca en una ecuación en un trinomio cuadrado perfecto si sabemos qué número sumar a ambos lados. Podemos determinar ese número en particular observando la siguiente situación:

Considera el cuadrado del binomio y el trinomio cuadrado perfecto resultante

$$(x + p)^2 = x^2 + 2px + p^2 \tag{24.5.5}$$

Observe que el término constante (el número que estamos buscando) se puede obtener del término lineal$2px$. Si tomamos la mitad del coeficiente de$x$, $\frac{20}{2} = p$, y lo cuadramos, obtenemos el término constantep^2. Esto es cierto para cada trinomio cuadrado perfecto con un coeficiente principal1.

> **Nota**
>
> En un trinomio cuadrado perfecto con coeficiente principal1, el término constante es el cuadrado de la mitad del coeficiente del término lineal.

Estudia estos ejemplos para ver qué término constante convertirá al binomio dado en un trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo24.5.1

x^2+6x. La constante debe ser el cuadrado de la mitad del coeficiente de$x$. Desde el coeficiente de$x$ es6, tenemos

$\frac{6}{2}=3\,\text{y}\,3^2=9$

La constante es9.

$$x^2+6x+9=(x+3)^2 \tag{24.5.6}$$

Este es un trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo24.5.2

a^2+10a. La constante debe ser el cuadrado de la mitad del coeficiente de$a$. Desde el coeficiente de$a$ es10, tenemos

$\frac{10}{2}=5\,\text{y}\,5^2=25$.

La constante es25

$$a^2+10a+25=(a+5)^2 \tag{24.5.7}$$

Ejemplo24.5.3

y^2+3y. La constante debe ser el cuadrado de la mitad del coeficiente de$y$. Desde el coeficiente de$y$ es3, tenemos

$\frac{3}{2}\,\text{y}\,(\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$

La constante es$\frac{9}{4}$.

$$y^2+3y+\frac{9}{4}=(y+\frac{3}{2})^2 \tag{24.5.8}$$

El Método De Completar La Plaza

Ahora, con estas observaciones, podemos describir el método para completar el cuadrado.

El Método de Completar la Plaza

1. Escribe la ecuación para que el término constante aparezca en el lado derecho de la ecuación.
2. Si el coeficiente principal es diferente de 1, divida cada término de la ecuación por ese coeficiente.
3. Tomar la mitad del coeficiente del término lineal, cuadrarlo, luego **agregarlo** a **ambos** lados de la ecuación.
4. El trinomio de la izquierda es ahora un trinomio cuadrado perfecto y se puede factorizar como$()^2$. El primer término entre paréntesis es la raíz cuadrada del término cuadrático. El último término entre paréntesis es la mitad del coeficiente del término lineal.
5. Resolver esta ecuación por extracción de raíces.

Conjunto de Muestras A

Resuelve las siguientes ecuaciones.

Ejemplo24.5.4

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x^2 + 8x - 9 &= 0 &\ text {Agregar} 9\ texto {a ambos lados.} \\
x^2 + 8x &= 9 &\ text {La mitad del coeficiente de} x\ text {es} 4,\ text {y} 4^2\ text {es} 16. \ texto {Agregar} 16\ texto {a ambos lados.}\\
x^2 + 8x + 16 &= 9 + 16\\

x^2 + 8x + 16 &= 25 &\ text {Factor.}\\
(x+4) ^2 &= 25 &\ text {Toma raíces cuadradas.}\\
x + 4 &=\ pm 5\\
x &=\ pm 5 - 4 & +5 - 4 = 4 1, -5 - 4 = -9\\
x &= 1, -9
\ end {array}\)

Ejemplo24.5.5

\ (\ begin {array} {Flushleft}
x^2 - 3x - 1 &= 0 &\ text {Agregar} 1\ texto {a ambos lados.} \\
&&\ text {La mitad del coeficiente de} x\ text {es}\ dfrac {-3} {2}. \\
x^2 - 3x &= 1 &\ text {Cuadrarlo:} (\ dfrac {-3} {2}) ^2 =\ dfrac {9} {4}. \ texto {Agregar}\ dfrac {9} {4}\ texto {a cada lado.} \\
x^2 - 3x +\ dfrac {9} {4} &= 1 +\ dfrac {9} {4}\
x^2 - 3x +\ dfrac {9} {4} &=\ dfrac {13} {4} &\ text {Factor. Observe que dado que el signo del término medio del trinomio es “-”, su forma factorizada tiene un signo de “-”.} \\
(x -\ dfrac {3} {2}) ^2 &=\ dfrac {13} {4} &\ text {Ahora toma raíces cuadradas}\\
x -\ dfrac {3} {2} &=\ pm\ sqrt {\ dfrac {13} {4}}\\
x -\ dfrac {3} {2} &=\ pm\ sqrt\ dfrac {13} {2}}\\
x &=\ pm\ dfrac {\ sqrt {13}} {2} +\ dfrac {3} {2}\\
x &=\ dfrac {\ pm\ sqrt {13} + 3} {2}\\
x &=\ dfrac {3\ pm\ sqrt {13}} {2}
\ end {array}\)

Ejemplo24.5.6

\ (\ begin {array} {Flushleft}
3a^2 - 36a - 39 &= 0 &\ text {Agregar} 39\ texto {a ambos lados.} \\
3a^2 - 36a &= 39 &\ text {El coeficiente principal es} 3\ text {y necesitamos que sea} 1. \ text {Divide cada término por} 3\ text {. La mitad del coeficiente de} a\ text {es} -6\\
a^2 - 12a &= 13 &\ text {Cuadrarlo:} (-6) ^2 = 36\ text {Agregar} 36\ text {a cada lado.}\\
a^2 - 12a + 36 &= 13 + 36\
a^2 - 12a + 36 &= 49\
(a-6) ^2 &= 49 &\ text {Factor.}\\
a - 6 &=\ pm 7\\
a &=\ pm 7 + 6 & +7 + 6 = 13, -7 + 6 = -1
\ end {array}\)

$a = 13, -1.$

Ejemplo24.5.7

\ (\ begin {array} {Flushleft}
2x^2 + x + 4 &= 0\\
2x^2 + x &= -4\\
x^2 +\ dfrac {1} {2} x &= -2\
x^2 +\ dfrac {1} {2} x + (\ dfrac {1} {4}) ^2 &= -2 + (\ dfrac {1}} {4}) ^2
\ end {array}\)

$$(x+\frac{1}{4})^2 = -2 + \frac{1}{16} = \frac{-32}{16} + \frac{1}{16} = \frac{-31}{16}$$

Como sabemos que el cuadrado de cualquier número es positivo, esta ecuación no tiene solución de número real.

Ejemplo24.5.8

Problema de la calculadora:

Resolver$7a^2 - 5a - 1 = 0$. Redondear cada solución a la décima más cercana.

\ (\ begin {array} {Flushleft}
7a^2 - 5a - 1 &= 0\\
7a^2 - 5a &= 1\\
a^2 -\ dfrac {5} {7} a &=\ dfrac {1} {7}\\
a^2 -\ dfrac {5} {7} a + (\ dfrac {5} {14}) ^2 &=\ dfrac {1} {7} + (\ dfrac {5} {14}) ^2\\
(a -\ dfrac {5} {14}) ^2 &=\ dfrac {1} {7} +\ dfrac {25} {196} &=\ dfrac {28} {196} +\ dfrac {25} {196} =\ dfrac {53} {196}\
a -\ dfrac {5} {14} &=\ pm\ sqrt {53} {196}} &=\ pm\ dfrac {53} {14}
\ end {array}\)

$$a = \frac{5}{14} \pm \frac{\sqrt{53}}{14} = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{14}$$

Redondeando a décimas, obtenemos$a \approx -0.2$. Así,$a \approx 0.9$ y-0.2 a la décima más cercana.

Conjunto de práctica A

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método de completar el cuadrado.

Problema de práctica24.5.1

$x^2 - 2x - 48 = 0$

Contestar

$x = -6, 8$

Problema de práctica24.5.2

$x^2 + 3x - 5 = 0$

Contestar

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

Problema de práctica24.5.3

$4m^2 + 5m = -1$

Contestar

$$m = \frac{-1}{4}, -1$$

Problema de práctica24.5.4

$5y^2 - 2y - 4 = 0$

Contestar

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{5}$$

Problema de práctica24.5.5

Problema de la calculadora:

Resolver$3x^2 - x - 1 = 0$. Redondear cada solución a la décima más cercana.

Contestar

$x = 0.8, -0.4$

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resuelve las ecuaciones completando el cuadrado.

Ejercicio24.5.1

$x^2 + 2x - 8 = 0$

Contestar

$x = -4, 2$

Ejercicio24.5.2

$y^2 - 5y - 6 = 0$

Ejercicio24.5.3

$a^2 + 7a + 12 = 0$

Contestar

$a = -3, -4$

Ejercicio24.5.4

$x^2 - 10x + 16 = 0$

Ejercicio24.5.5

$y^2 - 2y - 24 = 0$

Contestar

$y = -4, 6$

Ejercicio24.5.6

$a^2 + 2a - 35 = 0$

Ejercicio24.5.7

$x^2 + 2x + 5 = 0$

Contestar

Sin solución de números reales.

Ejercicio24.5.8

$x^2 - 6x + 1 = 0$

Ejercicio24.5.9

$x^2 + 4x + 4 = 0$

Contestar

$x = -2$

Ejercicio24.5.10

$a^2 + 4a + 7 = 0$

Ejercicio24.5.11

$b^2 + 5b - 3 = 0$

Contestar

$b = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$

Ejercicio24.5.12

$b^2 - 6b = 72$

Ejercicio24.5.13

$a^2 + 10a - 9 = 0$

Contestar

$a = -5 \pm \sqrt{34}$

Ejercicio24.5.14

$a^2 - 2a - 3 = 0$

Ejercicio24.5.15

$x^2 - 10x = 0$

Contestar

$x = 10, 0$

Ejercicio24.5.16

$y^2 - 8y = 0$

Ejercicio24.5.17

$a^2 - 6a = 0$

Contestar

$a = 6, 0$

Ejercicio24.5.18

$b^2 + 6b = 0$

Ejercicio24.5.19

$-x^2 - 14x = 13$

Contestar

$x = -13, -1$

Ejercicio24.5.20

$-x^2 + 8x = -84$

Ejercicio24.5.21

$2a^2 + 2a - 1 = 0$

Contestar

$a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Ejercicio24.5.22

$4b^2 - 8b = 16$

Ejercicio24.5.23

$9x^2 + 12x - 5 = 0$

Contestar

$x = \dfrac{1}{3}, -\dfrac{5}{3}$

Ejercicio24.5.24

$16y^2 - 8y - 3 = 0$

Ejercicio24.5.25

$2x^2 + 5x - 4 = 0$

Contestar

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4}$$

Ejercicio24.5.26

$3a^2 + 2a - 24 = 0$

Ejercicio24.5.27

$x^2 + 2x + 8 = 0$

Contestar

Sin solución de números reales.

Ejercicio24.5.28

$y^2 - 3y + 10 = 0$

Ejercicio24.5.29

$7a^2 + 3a - 1 = 0$

Contestar

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{37}}{14}$$

Problemas con la calculadora

Para los siguientes problemas, redondear cada solución a la centésima más cercana.

Ejercicio24.5.30

$5m^2 - 2m - 6 = 0$

Ejercicio24.5.31

$3y^2 + 5y = 7$

Contestar

$y = 0.91, -2.57$

Ejercicio24.5.32

$1.8x^2 + 2.3x - 4.1 = 0$

Ejercicio24.5.33

$0.04a^2 - 0.03a + 0.02 = 0$

Contestar

Sin solución de números reales.

Ejercicios para revisión

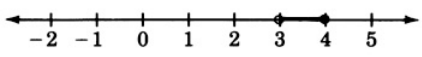
Ejercicio24.5.34

Facturar$12ax-6bx+20ay-10by$ por agrupación.

Ejercicio24.5.35

Graficar la desigualdad compuesta$-6 \leq -2x+2 < -4$

Contestar



Ejercicio24.5.36

Encuentra la ecuación de la línea que pasa por los puntos$(1,-2)$ y$(0,4)$

Ejercicio24.5.37

Encuentra el producto:$\dfrac{x^2-4x-12}{x^2-2x-8} \cdot \dfrac{x^2-3x-4}{x^2-3x-18}$

Contestar

$\dfrac{x+1}{x+3}$

Ejercicio24.5.38

Utilizar el método de extracción de raíces para resolver$(x-2)^2=25$

This page titled 24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.5: Solving Quadratic Equations Using the Method of Completing the Square** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática

Forma estándar de una ecuación cuadrática

Hemos observado que una ecuación cuadrática es una ecuación de la forma

$ax^2+bx+c=0, a\neq 0$.

donde

- $a$es el coeficiente del término cuadrático,
- $b$es el coeficiente del término lineal,
- $c$es el término constante.

Forma estándar

La ecuación$ax^2+bc+c=0$ es la **forma estándar** de una ecuación cuadrática.

Conjunto de Muestras A

Determinar los valores de$a$, b, yc.

Ejemplo24.6.1

En la ecuación$3x^2+5x+2=0$,

$a=3$

$b=5$

$c=2$

Ejemplo24.6.2

En la ecuación$12x^2-2x-1=0$,

$a=12$

$b=-2$

$c=-1$

Ejemplo24.6.3

En la ecuación$2y^2+3=0$,

$a=2$

$b=0$-> Porque la ecuación podría escribirse$2y^2+0y+3=0$

$c=3$

Ejemplo24.6.4

En la ecuación$-8y^2+11y=0$,

$a=-8$

$b=11$

$c=0$-> Desde$-8y^2+11y+0=0$

Ejemplo24.6.5

En la ecuación$z^2 = z + 8$,

$a = 1$

$b = -1$

$c = -8$

Cuando escribimos la ecuación en forma estándar, obtenemos$z^2 - z - 8 = 0$

Conjunto de práctica A

Determinar los valores de$a$, b, yc en las siguientes ecuaciones cuadráticas.

Problema de práctica24.6.1

$4x^2 - 3x + 5 = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {flaqueado}
a &= 4\\
b &= -3\\
c &= 5
\ end {array}\)

Problema de práctica24.6.2

$3y^2 - 2y + 9 = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {flaqueado}
a &= 3\\
b &= -2\\
c &= 9
\ end {array}\)

Problema de práctica24.6.3

$x^2 - 5x - 1 = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= 1\\
b &= -5\\
c &= -1
\ end {array}\)

Problema de práctica24.6.4

$x^2 - 4 = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= 1\\
b &= 0\\
c &= -4
\ end {array}\)

? Problema de práctica24.6.5

$x^2 - 2x = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= 1\\
b &= -2\\
c &= 0
\ end {array}\)

? Problema de práctica24.6.6

$y^2 = 5y - 6$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= 1\\
b &= -5\\
c &= 6
\ end {array}\)

? Problema de práctica24.6.7

$2x^2 - 4x = -1$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= 2\\
b &= -4\\
c &= 1
\ end {array}\)

? Problema de práctica24.6.8

$5x - 3 = -3x^2$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= 3\\
b &= 5\\
c &= -3
\ end {array}\)

Problema de práctica24.6.9

$2x - 11 - 3x^2 = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= -3\\
b &= 2\\
c &= -11
\ end {array}\)

Problema de práctica24.6.10

$y^2 = 0$

Contestar

\ (\ begin {array} {flaqueado}
a &= 1\\
b &= 0\\
c &= 0
\ end {array}\)

Las soluciones a **todas las** ecuaciones cuadráticas dependen única y completamente de los valores$a$, b yc

La fórmula cuadrática

Cuando una ecuación cuadrática se escribe en forma estándar para que los valores$a$, b, yc se determinen fácilmente, la ecuación se puede resolver usando la **fórmula cuadrática**. Los valores que satisfacen la ecuación se encuentran sustituyendo los valores$a$, b, yc en la fórmula

Fórmula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ten en cuenta que el símbolo más o menos,\ pm, es solo una forma taquigráfica o denota las dos posibilidades:

$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

La fórmula cuadrática se puede derivar utilizando el método de completar el cuadrado.

Derivación De La Fórmula Cuadrática

Nota

Resuelve$ax^2 + bx = -c = 0$ x por completando la plaza.

Restar$c$ de ambos lados.

$ax^2 + bx = -c$.

Dividir ambos lados por$a$, el coeficiente dex^2.

$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{-c}{a}$

Ahora tenemos la forma adecuada para completar la plaza. Tome la mitad del coeficiente de$x$, cuadráquelo y agregue el resultado a ambos lados de la ecuación que se encuentra en el paso 2.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{2a}$ es la mitad del coeficiente de x.

b) $(\frac{b}{2a})^2$ es el cuadrado de la mitad del coeficiente de x

$x^2 + \frac{b}{a} + (\frac{b}{2a})^2 = \frac{-c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$

El lado izquierdo de la ecuación es ahora un trinomio cuadrado perfecto y se puede factorizar. Esto nos da:

$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{-c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

Sumar las dos fracciones en el lado derecho de la ecuación. La pantalla LCD $= 4a^2$.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
(x +\ dfrac {b} {2a}) ^2 &=\ dfrac {-4ac} {4a^2} +\ dfrac {b^2} {4a^2}\\
(x +\ dfrac {b} {2a}) ^2 &=\ dfrac {-4ac + b^2} {4a^ ^2}\\
(x +\ dfrac {b} {2a}) ^2 &=\ dfrac {b^2 - 4ac} {4a^2}
\ end {array}\)

Resuelve por x usar el método de extracción de raíces.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x +\ dfrac {b} {2a} &=\ pm\ sqrt {\ dfrac {b^2 - 4ac} {4a^2}}\\
x +\ dfrac {b} {2a} &=\ pm\ dfrac {\ sqrt {b^2 - 4ac}} {\ sqrt {4a^2}} &\ sqrt {4a^2} = |2a| = 2a| =\ pm 2a\\
x +\ dfrac {b} {2a} &=\ pm\ dfrac {\ sqrt {b^2 - 4ac}} {2a}\\
x &= -\ dfrac {b} {2a}\ pm\ dfrac {\ sqrt {b^2 - 4ac}} {2a} &\ text {Agrega estas dos fracciones}\\
x &=\ dfrac {-b\ pm\ sqrt {b^2 - 4ac}} {2a}
\ end {array}\)

Conjunto de Muestras B

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática.

Ejemplo 24.6.6

$3x^2 + 5x + 2 = 0$

1. Identificar $a, b,$ y c.

$a = 3, b = 5, c = 2$

2. Escribe la fórmula cuadrática.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

3. Sustituto.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x &=\ dfrac {-5\ pm\ sqrt {(5) ^2 - 4 (3) (2)}} {2 (3)}\\
&=\ dfrac {-5\ pm\ sqrt {25 - 24}} {6}\
&=\ dfrac {-5\ pm\ sqrt {1}} {6}\\
&=\ dfrac {-5 + 1} {6} & -5 + 1 = -4\ texto {y} -5 - 1 = -6
&=\ dfrac {-4} {6},\ dfrac {-6} {6}\\
x &\ dfrac {-2} {3}, -1
\ end {array}\)

Nota: Dado que estas raíces son números racionales, esta ecuación podría haberse resuelto factorizando.

Ejemplo24.6.7

$12x^2 - 2x - 1 = 0$

1. Identificar$a, b,$ yc.

$a = 12, b = -2, c = -1$

2. Escribe la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Sustituto.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x &=\ dfrac {(-2)\ pm\ sqrt {(-2) ^2 - 4 (12) (-1)}} {2 (12)}\\
&=\ dfrac {2\ pm\ sqrt {4 + 48}} {24} &\ text {Simplificar}\\
&=\ dfrac {2\ pm\ sqrt {52}} {24} &\ text {Simplificar}\\
&=\ dfrac {2\ pm\ sqrt {4\ cdot 13}} { 24} &\ text {Simplificar}\\
&=\ dfrac {2\ pm 2\ sqrt {13}} {24} &\ text {Reducir. Factor} 2\ texto {de los términos del numerador.} \\
&=\ dfrac {2 (1\ pm\ sqrt {13})} {24}\\
x &=\ dfrac {1\ pm\ sqrt {13}} {12}
\ end {array}\)

Ejemplo24.6.8

$2y^2 + 3 = 0$

1. Identificar$a, b,$ yc.

$a = 2, b = 0, c = 3$

2. Escribe la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Sustituto.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x &=\ dfrac {-0\ pm\ sqrt {0^2 - 4 (2) (3)}} {2 (2)}\\
x &=\ dfrac {0\ pm\ sqrt {-24}} {4}
\ end {array}\)

Esta ecuación no tiene solución de número real ya que hemos obtenido un número negativo bajo el signo radical.

Ejemplo24.6.9

$-8x^2 + 11x = 0$

1. Identificar$a, b,$ yc.

$a = -8, b = 11, c = 0$

2. Escribe la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Sustituto.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x &=\ dfrac {-11\ pm\ sqrt {11^2 - 4 (-8) (0)}} {2 (-8)}\\
&=\ dfrac {-11\ pm\ sqrt {121 - 0}} {-16} &\ text {Simplificar}\\

&=\ dfrac {-11\ pm\ sqrt {121}} {-16} &\ text {Simplificar}\\
&=\ dfrac {-11\ pm 11} {-16}
x &= 0,\ dfrac {11} {8}
\ end {array}\)

Ejemplo24.6.10

$(3x+1)(x-4)=x^2+x-2$

1. Escribe la ecuación en forma estándar.

\ (\ begin {array} {ruedado}
3x^2 - 11x - 4 &= x^2 + x - 2\\
2x^2 - 12x - 2 &= 0\
x^2 - 6x - 1 &= 0
\ end {array}\)

2. Identifica$a$, b, yc.

$a=1, b=-6, c=-1$

3. Escribe la fórmula cuadrática.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

4. Sustituto.

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
x &=\ dfrac {- (-6)\ pm\ sqrt {(-6) ^2 - 4 (1) (-1)}} {2 (1)}\\
&=\ dfrac {6\ pm\ sqrt {36 + 4}} {2}\\
&=\ dfrac {6\ pm\ sqrt {40}} 2}\\
&=\ dfrac {6\ pm\ sqrt {4\ cdot 10}} {2}\\
&=\ dfrac {6\ pm 2\ sqrt {10}} { 2}\\
&=\ dfrac {2 (3\ pm\ sqrt {10}} {2}
\ end {array}\)

$x=3\pm\sqrt{10}$

Set de práctica B

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática.

Problema de práctica24.6.11

$2x^2+3x-7=0$

Contestar

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{65}}{4}$$

Problema de práctica24.6.12

$5a^2-2a-1=0$

Contestar

$$a=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$$

Problema de práctica24.6.13

$6y^2+5=0$

Contestar

sin solución de número real

Problema de práctica24.6.14

$-3m^2+2m=0$

Contestar

Agrega textos aquí. No elimine primero este texto.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resuelve las ecuaciones usando la fórmula cuadrática.

Ejercicio24.6.1

$x^2-2x-3=0$

Contestar

$x=3,-1$

Ejercicio24.6.2

$x^2+5x+6=0$

Ejercicio24.6.3

$y^2-5y+4=0$

Contestar

$y=1,4$

Ejercicio24.6.4

$a^2+4a-21=0$

Ejercicio24.6.5

$a^2+12a+20=0$

Contestar

$a=-2,-10$

Ejercicio24.6.6

$b^2-4b+4=0$

Ejercicio24.6.7

$b^2+4b+4=0$

Contestar

$b=-2$

Ejercicio24.6.8

$x^2+10x+25=0$

Ejercicio24.6.9

$2x^2-5x-3=0$

Contestar

$x=3,-\frac{1}{2}$

Ejercicio24.6.10

$6y^2+y-2=0$

Ejercicio24.6.11

$4x^2-2x-1=0$

Contestar

$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}$

Ejercicio24.6.12

$3y^2+2y-1=0$

Ejercicio24.6.13

$5a^2-2a-3=0$

Contestar

$a=1,-\frac{3}{5}$

Ejercicio24.6.14

$x^2-3x+1=0$

Ejercicio24.6.15

$x^2-5x-4=0$

Contestar

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

Ejercicio24.6.16

$(x+2)(x-1) = 1$

Ejercicio24.6.17

$(a+4)(a-5) = 2$

Contestar

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{89}}{2}$$

Ejercicio24.6.18

$(x-3)(x+3) = 7$

Ejercicio24.6.19

$(b-4)(b+4) = 9$

Contestar

$b = \pm 5$

Ejercicio24.6.20

$x^2 + 8x = 2$

Ejercicio24.6.21

$y^2 = -5y + 4$

Contestar

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

Ejercicio24.6.22

$x^2 = -3x + 7$

Ejercicio24.6.23

$x^2 = -2x - 1$

Contestar

$x = -1$

Ejercicio24.6.24

$x^2+x+1=0$

Ejercicio24.6.25

$a^2+3a-4=0$

Contestar

$a=-4,1$

Ejercicio24.6.26

$y^2+y=-4$

Ejercicio24.6.27

$b^2+3b=-2$

Contestar

$b=-1,-2$

Ejercicio24.6.28

$x^2+6x+8=-x-2$

Ejercicio24.6.29

$x^2+4x=2x-5$

Contestar

Sin solución de números reales.

Ejercicio24.6.30

$6b^2+5b-4=b^2+b+1$

Ejercicio24.6.31

$4a^2+7a-2=-2a+a$

Contestar

$\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

Ejercicio24.6.32

$(2x+5)(x-4)=x^2-x+2$

Ejercicio24.6.33

$(x-4)^2=3$

Contestar

$x=4\pm\sqrt{3}$

Ejercicio24.6.34

$(b-6)^2=8$

Contestar

$b=6\pm2\sqrt{2}$

Ejercicio24.6.35

$(3-x)^2=6$

Ejercicio24.6.36

$3(x^2+1)=2(x+7)$

Contestar

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{34}}{3}$

Ejercicio24.6.37

$2(y^2-3)=-3(y-1)$

Ejercicio24.6.38

$(x+2)^2=4$

Ejercicio24.6.39

$-4(a^2+2)+3=5$

Contestar

Sin solución de número real

Ejercicio24.6.40

$-(x^2+3x-1)=2$

Ejercicios para revisión

Ejercicio24.6.41

Simplificar$(\dfrac{x^8y^7z^5}{x^4y^6z^2})^2$

Contestar

$x^8y^2z^6$

Ejercicio24.6.42

Escribe$4a^{-6}b^2c^3a^5b^{-3}$ para que solo aparezcan exponentes positivos

Ejercicio24.6.43

Encuentra el producto:$(2y+7)(3y-1)$

Contestar

$6y^2+19y-7$

Ejercicio24.6.44

Simplificar:$\sqrt{80}-\sqrt{45}$

Ejercicio24.6.45

Resuelve$x^2-4x-12=0$ completando la plaza.

Contestar

$x=-2,6$

This page titled 24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.6: Solving Quadratic Equations Using the Quadratic Formula** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.7: Aplicaciones

El método de cinco pasos

Ahora estamos en condiciones de estudiar algunas aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas. Las ecuaciones cuadráticas pueden surgir de una variedad de problemas físicos (aplicados) y matemáticos (lógicos).

Volveremos a aplicar el **método de cinco pasos** para resolver problemas verbales.

Método de cinco pasos para resolver problemas de palabras

- Paso 1: Que$x$ (o alguna otra letra) represente la cantidad desconocida.
- Paso 2: Traducir la expresión verbal a símbolos matemáticos y formar una ecuación.
- Paso 3: Resuelve esta ecuación.
- Paso 4: Verifique la solución sustituyendo el resultado en la ecuación que se encuentra en el paso 2.
- Paso 5: Escribe una conclusión.

Recuerda, el paso 1 es muy importante.

Nota

Comience siempre introduciendo una variable

Una vez desarrollada la ecuación cuadrática (paso 2), intenta resolverla factorizando. Si la factorización no funciona, usa la fórmula cuadrática. Una calculadora puede ayudar a que algunos de los cálculos sean un poco menos tediosos.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo24.7.1

Un productor de cubiertas de ratón de computadora personal determina que el número$N$ de cubiertas vendidas está relacionado con el precio$x$ de una cubierta por$N = 35x - x^2$. ¿A qué precio debería el productor poner un precio a un ratón para poder vender216 de ellos?

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {Paso 1:} &\ text {Dejar} x=\ texto {el precio de una cubierta de ratón.} \\
\ text {Paso 2:} &\ text {Desde} N\ text {va a ser} 216\ text {, la ecuación es}\\
& 216 = 35x - x^2
\ end {array}\)
\ (\ begin {array} {flushleft}
\ text {Paso 3:} & 216 &= 35x - x^2 &\ text {Reescribir en forma estándar}\\
& x^2 - 35x + 216 &= 0 &\ text {Intenta factorizar.}\\
& (x-8) (x-27) &= 0\\
& x-8 = 0 &\ text {o} x-27=0\\
& x = 8 &\ text {o} x=27
\ end {array}\)
Compruebe estos potenciales soluciones.
\ (\ begin {array} {lavadoizquierdo}
\ text {Paso 4:} &\ text {Si} x=8, & & &\ text {Si} x = 27\\
& 35\ cdot 8 &= 216 &\ text {¿Es esto correcto? } & 35\ cdot 27 - 27^2 &= 216 &\ text {¿Es correcto? }\\
& 280 - 64 &= 216 &\ text {¿Es esto correcto? } & 945 - 729 &= 216 &\ text {¿Es correcto? }\\
& 216 &= 216 &\ text {Sí, esto es correcto.} & 216 &= 216 &\ text {Sí, esto es correcto.}\\
\ end {array}\)
Estas soluciones verifican.

Paso 5: Las cubiertas del mouse de computadora pueden tener un precio de $8 o $27 para poder vender 216 de ellas.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica24.7.1

Un fabricante de fundas antipolvo de tela para computadora personal advierte que el número$N$ de cubiertas vendidas está relacionado con el precio de las cubiertas por$N = 30x - x^2$. ¿A qué precio debe el fabricante poner el precio de las cubiertas para poder216 venderlas?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5: Para vender 216 cubiertas, el fabricante debe ponerles un precio a cualquiera o.

Responder

12 o 18

Problema de práctica24.7.2

Se estima que dentro de$t$ años la población de una ciudad en particular será

$P = t^2 - 24t + 96000$

¿Cuántos años a partir de ahora la población será de 95,856?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Responder

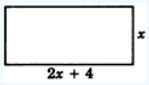
En 9 y 15 años, la población de la ciudad será de 95 mil 865.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo24.7.2

La longitud de un rectángulo es de 4 pulgadas más del doble de su ancho. El área es de 30 pulgadas cuadradas. Encuentra las dimensiones (largo y ancho).

Paso 1: Deja que$x =$ el ancho. Entonces,$2x + 4 =$ la longitud.



Paso 2: El área de a se define como la longitud del rectángulo multiplicada por el ancho del rectángulo. Por lo tanto,
$x(2x + 4) = 30$

\ (\ begin {array} {lavado a la izquierda}
\ texto {Paso 3:} & x (2x + 4) &= 30\\
& 2x^2 + 4x &= 30\\
& 2x^2 + 4x - 30 &= 0 &\ text {Divide cada lado por} 2\\
& x^2 + 2x - 15 &= 0 &\ text {Factor.}\\
& (x+5) (x-3) &= 0
& x &= -5, 3\\
& x & -5 &\ text {no tiene significado físico así que lo ignoramos. Comprobar} x=3\\
& x &= 3
\ end {array}\)
$2x + 4 = 2 \cdot 3 + 4 = 10$

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {Paso 4:} & x (2x + 4) &= 30 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& 3 (2\ cdot 3 + 4) &= 30 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& 3 (6 + 4) &= 30 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& 3 (10) &= 30 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& 30 &= 30 &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

Paso 5: Ancho$= 3$ pulgadas y Largo$= 10$ Pulgadas.

Set de práctica B

Problema de práctica24.7.3

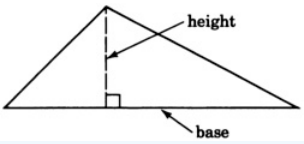
La longitud de un rectángulo es de 3 pies más del doble de su ancho. El área es de 14 pies cuadrados. Encuentra las dimensiones.

Responder

ancho = 2 pies, largo = 7 pies

Problema de práctica24.7.4

El área de un triángulo es de 24 metros cuadrados. La base es 2 metros más larga que la altura. Encuentra la base y la altura. La fórmula para el área de un triángulo es$A = \frac{1}{2} b \cdot h$.



Responder

altura = 6 metros, base = 8 metros

Conjunto de Muestras C

Ejemplo24.7.3

El producto de dos enteros consecutivos es 156. Encuéntralos

\ (\ begin {array} {vaciado a la izquierda}
\ text {Paso 1:} &\ text {Let} x &=\ text {el entero más pequeño.} \\
& x + 1 &=\ texto {el siguiente entero}\\
\ texto {Paso 2:} x (x + 1) &= 156\\
\ texto {Paso 3:} x (x + 1) &= 156\\
& x^2 + x &= 156\\
& x^2 + x - 156 &= 0\\
& (x-12) (x - 13) &= 0\\
& x &= 12, -13
\ end {array}\)

Esta factorización puede ser difícil de adivinar. También podríamos haber utilizado la fórmula cuadrática.

\ (\ begin {array} {lavadoizquierdo}
\ text {Paso 4:} &\ text {Si} x=12: & 12 (2 + 1) &= 156 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& & 12 (13) &= 156 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& & 156 &= 156 &\ text {Sí, esto es correcto}\\
&\ text {Si} x=-13 & -13 (-13 + 1) &= 156 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& & -13 (-12) &= 156 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& & 156 &= 156 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Paso 5: Hay dos soluciones:$12, 13$, y$-13, -12$

Set de práctica C

Problema de práctica24.7.5

El producto de dos enteros consecutivos es 210. Encuéntralos.

Responder

14 y 15, y —14 y —15

Problema de práctica24.7.6

Cuatro se agrega a un entero y esa suma se triplica. Cuando este resultado se multiplica por el entero original, el producto es −12. Encuentra el entero.

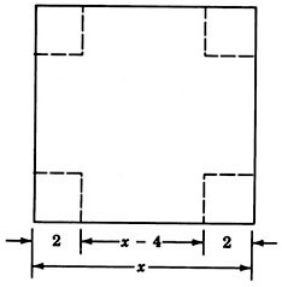
Contestar

—2

Conjunto de Muestras D

Ejemplo24.7.4

Una caja sin tapa y base cuadrada se va a hacer cortando cuadrados de 2 pulgadas de cada esquina y plegando los lados de un trozo de cartón cuadrado. El volumen de la caja debe ser de 8 pulgadas cúbicas. ¿De qué tamaño debe ser el trozo de cartón?



Paso 1: Dejar que$x =$ el largo (y ancho) de la pieza de cartón.

Paso 2: El volumen de una caja rectangular es

$V = (\text{length})\ (\text{width})\ (\text{height})$
$8 = (x-4)(x-4)2$

\ (\ begin {array} {arrojado a la izquierda}
\ texto {Paso 3:} & 8 =(x-4) (x-4) 2\\
& 8 =(x^2 - 8x + 16) 2\\
& 8=2x^2 - 16x + 32\\
& 2x^2 - 16x + 24 = 0 &\ text {Divide cada lado por} 2\\
& x^2 - 8x + 12 = 0 &\ text {Factor.} \\
& (x-6) (x-2) = 0
& x = 6, 2
\ end {array}\)

$x$no puede igualar2 (el corte pasaría por el trozo de cartón). Cheque$x = 6$.

\ (\ begin {array} {surcos a la izquierda}
\ text {Paso 4:} & (6 - 4) (6 - 4) 2 &= 8 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& (2) (2) 2 &= 8 &\ text {¿Es esto correcto?} \\
& 8&=8 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Paso 5: El trozo de cartón debe ser de 6 pulgadas por 6 pulgadas.

Set de Práctica D

Problema de práctica24.7.7

Una caja sin tapa y base cuadrada se va a hacer cortando cuadrados de 3 pulgadas de cada esquina y plegando los lados de un trozo de cartón. El volumen de la caja debe ser de 48 pulgadas cúbicas. ¿De qué tamaño debe ser el trozo de cartón?

Contestar

10 pulg. por 10 pulg.; 2 por 2 no es físicamente posible.

Juego de Muestras E

Ejemplo24.7.5

Un estudio de la calidad del aire en una ciudad en particular realizado por un grupo ambiental sugiere que dentro de$t$ años el nivel de monóxido de carbono, en partes por millón, en el aire será

$A = 0.3t^2 + 0.1t + 4.2$

a) ¿Cuál es el nivel, en partes por millón, de monóxido de carbono en el aire ahora?

Ya que la ecuación$A = 0.3t^2 + 0.1t + 4.2$ especifica el nivel$t$ años a partir de ahora, tenemos$t = 0$.

\ (A = 0.3t^2 + 0.1t + 4.2\\
A = 4.2\)

b) ¿Cuántos años a partir de ahora estará el nivel de monóxido de carbono en 8 partes por millón?

\ (\ begin {array} {ras a la izquierda}
\ text {Paso 1:} & t &=\ text {el número de yeras cuando el nivel es} 8\\
\ text {Paso 2:} & 8 &= 0.3t^2 + 0.1t + 4.2\\
\ text {Paso 3:} & 8 &= 0.3t^2 + 0.1t + 4.2\\ & 0 &= 0.3t^2 + 0.1t + 4.2\\
& 0 &= 0.3t^^2 + 0.1t - 3.8 & \ text {Esto no factoriza fácilmente, así que usaremos la fórmula cuadrática.}\\
& a &= 0.3, b = 0.1, c = -3.8\\
& t &=\ dfrac {-0.1\ pm\ sqrt {(0.1) ^2 = 4 (0.3) (-3.8)}} {2 (0.3)}\\
& &=\ dfrac {-0.1\ pm\ sqrt {0.01 + 4.56}} {0.6} =\ dfrac {-0.1\ pm\ sqrt {4. 57}} {0.6}\\
& &=\ dfrac {-0.1\ pm 2.14} {0.6}\\
& t &= 3.4\ text {and} -3.73
\ end {array}\) no
$t = -3.73$ tiene ningún significado físico. Comprobar$t = 3.4$

Paso 4: Este valor de$t$ ha sido redondeado a la décima más cercana. Si comprueba (bastante de cerca).

Paso 5: Dentro de unos 3.4 años el nivel de monóxido de carbono será8.

Set de práctica E

Problema de práctica24.7.8

Un estudio de la calidad del aire en una ciudad en particular por parte de un grupo ambiental sugiere que dentro de t años el nivel de monóxido de carbono, en partes por millón, en el aire será

$A = 0.2t^2 + 0.1t + 5.1$

a) ¿Cuál es el nivel, en partes por millón, ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora estará el nivel de monóxido de carbono en 8 partes por millón? Redondear a la décima más cercana.

Contestar

a). 5.1 partes por millón

b). 3.6 años

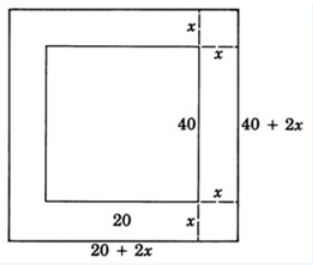
Conjunto de Muestras F

Ejemplo24.7.6

Un contratista debe verter una pasarela de concreto alrededor de una piscina de 20 pies de ancho y 40 pies de largo. El área de la pasarela es de 544 pies cuadrados. Si la pasarela va a ser de ancho uniforme, ¿qué tan ancho debe hacerla el contratista?

Paso 1: Deja que$x =$ el ancho de la pasarela.

Paso 2: Un diagrama nos ayudará a obtener la ecuación



(Área de alberca y pasarela) - (Área de alberca) = (área de pasarela)

$(20+2x)(40+2x)-20\cdot 40=544$

\ (\ begin {array} {arrojado a la izquierda}
\ texto {Paso 3:} & (20 + 2x) (40 + 2x) - 20\ cdot 40 &= 544\\
& 800 + 120x + 4x^2 - 800 &= 544\\
& 120x + 4x^23 &= 544\\
& 4x^2 + 120x - 544 &= 0 &\ text {Divide cada término por} 4\\
& x^2 + 30x - 136 &= 0 &\ text {Resolver factorizando. (o fórmula cuadrática)}\\
& (x-4) (x + 34) &= 0
\ end {array}\)

\ (\ begin {array} {lavado a la izquierda}
x - 4 &= 0 &\ text {o} & x + 34 &= 0\\
x &=4 &\ text {o} & x &= -34\ text {no tiene significado físico}
\ end {array}\)

Verifique un ancho de 4 pies como solución.

\ (\ begin {array} {flushleft}
\ text {Paso 4:} &\ text {Área de alberca y pasarela} &= (20 + 2\ cdot 4) (40 + 2\ cdot 4)\\
& &= (28) (48)\\
& &= 1344
\ end {array}\)

Área de alberca$=(20)(40)=800$

Zona de pasarela$=1344-800=544$. Sí, esto es correcto.

Esta solución comprueba.

Paso 5: El contratista debe hacer la pasarela de 4 pies de ancho.

Set de práctica F

? Problema de práctica24.7.9

Un contratista debe verter una pasarela de concreto alrededor de una piscina de 15 pies de ancho y 25 pies de largo. El área de la pasarela será de 276 pies cuadrados. Si la pasarela va a ser de ancho uniforme, ¿qué tan ancho debe hacerla el contratista?

Contestar

3 pies de ancho

Ejercicios

Algunos de los siguientes problemas tienen aplicaciones reales y algunos están pensados solo como desarrolladores de lógica. Una calculadora puede ser útil. Los problemas aparecen en grupos y corresponden al problema señalado del Conjunto de Muestras.

Problemas de tipo A con el conjunto de muestras

Ejercicio24.7.1

El fabricante de inyectores electrónicos de combustible determina que el número$N$ de inyectores vendidos está relacionado con el precio$x$ por inyector por$N = 22x - x^2$. ¿A qué precio debe el fabricante fijar el precio de los inyectores para que se vendan 112 de ellos?

Contestar

$8 o $14

Ejercicio24.7.2

El dueño de una vitral determina que el número$N$ de piezas de un determinado tipo de vidrio que se venden en un mes está relacionado con el precio$x$ por pieza por$N = 21x - x^2$. ¿A qué precio debe el comprador de la tienda poner el precio al vidrio para que 162 venda?

Ejercicio24.7.3

Se estima que$t$ dentro de años la población de una determinada ciudad será

$P = t^2 - 15t + 12036$

a) ¿Cuál es la población ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora será la población de 12 mil?

Contestar

a) 12.036

b) Dentro de 3 y 12 años

Ejercicio24.7.4

Se estima que$t$ dentro de años la población de una determinada ciudad será

$P = t^2 - 16t + 24060$

a) ¿Cuál es la población ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora será la población de 24 mil?

Ejercicio24.7.5

Si un objeto es arrojado verticalmente hacia arriba, su altura$h$, por encima del suelo, en pies, después de$t$ segundos viene dada por$h = h_0 + v_0 t - 16t^2$, dondeh_0 está la altura inicial desde la que se lanza el objeto yv_0 es la velocidad inicial del objeto. Usando esta fórmula y un enfoque como el del Conjunto de Muestras A, resuelve este problema.

Una pelota lanzada verticalmente al aire tiene la ecuación de movimiento$h = 48 + 32t - 16t^2$.

a) ¿A qué altura está la pelota$t = 0$ (la altura inicial de la pelota)?

b) ¿A qué altura está la pelota$t = 1$ (después de 1 segundo en el aire)?

c) ¿Cuándo choca la pelota contra el suelo? (Hind: Determinar el valor apropiado para$h$ luego resolver para$t$).

Contestar

(a) 48 pies

b) 64 pies

c)$t = 3$

Ejercicio24.7.6

Las gafas de una mujer se caen accidentalmente de la cara mientras mira por una ventana en un edificio alto. La ecuación que relaciona$h$, la altura sobre el suelo en pies, yt, el tiempo en segundos que sus gafas han estado cayendo, es$h = 64 - 16t^2$.

a) ¿Qué tan alto estaba el rostro de la mujer cuando se le cayeron las gafas?

b) ¿Cuántos segundos después de que cayeron las gafas chocaron contra el suelo?

Problemas de tipo B del conjunto de muestras

Ejercicio24.7.7

La longitud de un rectángulo es de 6 pies más del doble de su ancho. El área es de 8 pies cuadrados. Encuentra las dimensiones.

Contestar

longitud=8; ancho=1

Ejercicio24.7.8

La longitud de un rectángulo es de 18 pulgadas más de tres veces su ancho. El área es de 81 pulgadas cuadradas. Encuentra las dimensiones.

Ejercicio24.7.9

La longitud de un rectángulo es de dos tercios de su ancho. El área es de 14 metros cuadrados. Encuentra las dimensiones.

Contestar

ancho =$\sqrt{21}$; largo =$\frac{2}{3}\sqrt{21}$

Ejercicio24.7.10

La longitud de un rectángulo es de cuatro novenos su ancho. El área es de 144 pies cuadrados. Encuentra las dimensiones.

Ejercicio24.7.11

El área de un triángulo es de 14 pulgadas cuadradas. La base es 3 pulgadas más larga que la altura. Encuentra tanto la longitud de la base como la altura.

Contestar

$b = 7; \quad h = 4$

Ejercicio24.7.12

El área de un triángulo es de 34 centímetros cuadrados. La base mide 1 cm más larga que el doble de la altura. Encuentra tanto la longitud de la base como la altura

Problemas de tipo C de conjuntos de muestras

Ejercicio24.7.13

El producto de dos enteros consecutivos es 72. Encuéntralos.

Contestar

−9, −8 o 8,9

Ejercicio24.7.14

El producto de dos enteros negativos consecutivos es 42. Encuéntralos.

Ejercicio24.7.15

El producto de dos enteros impares consecutivos es 143. Encuéntralos. (Pista: La ecuación cuadrática es factorizable, pero la fórmula cuadrática puede ser más rápida.)

Contestar

−13, −11 o 11,13

Ejercicio24.7.16

El producto de dos enteros pares consecutivos es 168. Encuéntralos.

Ejercicio24.7.17

Tres se agrega a un entero y esa suma se duplica. Cuando este resultado se multiplica por el entero original el producto es 20. Encuentra el entero.

Contestar

$n = 2, -5$

Ejercicio24.7.18

Cuatro se agrega a tres veces un número entero. Cuando se multiplican esta suma y el número entero original, el producto es −1. Encuentra el entero.

Problemas del tipo D del conjunto de muestras

Ejercicio24.7.19

Una caja sin tapa y base cuadrada se va a hacer cortando cuadrados de 2 pulgadas de cada esquina y plegando los lados de un trozo de cartón. El volumen de la caja debe ser de 25 pulgadas cúbicas. ¿De qué tamaño debe ser el trozo de cartón?

Contestar

$4 + \sqrt{12.5}$ pulgadas

Ejercicio24.7.20

Una caja sin tapa y base cuadrada se realiza recortando cuadrados de 8 pulgadas de cada esquina y plegando los lados de un trozo de cartón. El volumen de la caja debe ser de 124 pulgadas cúbicas. ¿De qué tamaño debe ser el trozo de cartón?

Problemas del tipo E del conjunto de muestras

Ejercicio24.7.21

Un estudio de la calidad del aire en una ciudad en particular por parte de un grupo ambiental sugiere que dentro de$t$ años el nivel de monóxido de carbono, en partes por millón, será$A = 0.1t^2 + 0.1t + 2.2$.

a) ¿Cuál es el nivel, en partes por millón, de monóxido de carbono en el aire ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora estará el nivel de monóxido de carbono en 3 partes por millón?

Contestar

a) Monóxido de carbono actualmente 2.2 partes por millón
b) 2.37 años

Ejercicio24.7.22

Un estudio similar al del problema 21 sugiere$A = 0.3t^2 + 0.25t + 3.0$

a) ¿Cuál es el nivel, en partes por millón, de monóxido de carbono en el aire ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora estará el nivel de monóxido de carbono en 3 partes por millón?

Problemas del tipo F del conjunto de muestras

Ejercicio24.7.23

Un contratista debe verter una pasarela de concreto alrededor de una piscina para niños que es de 4 pies de ancho y 8 pies de largo. El área de la pasarela y la alberca es para ser de 96 pies cuadrados. Si la pasarela va a ser de ancho uniforme, ¿qué tan amplia debe ser?

Contestar

$x = 2$

Problema astrofísico

Ejercicio24.7.24

Una aplicación muy interesante de las ecuaciones cuadráticas es determinar la longitud de un eclipse solar (la luna que pasa entre la tierra y el sol). La longitud de un eclipse solar se encuentra resolviendo la ecuación cuadrática

$(a + bt)^2 + (c + dt)^2 = (e + ft)^2$

para$t$. Las letras$a, b, c, d, e,$ yf son constantes que pertenecen a un eclipse particular. La ecuación es una ecuación cuadrática en$t$ y se puede resolver por la fórmula cuadrática (y definitivamente una calculadora). Resultarán dos valores de$t$ voluntad. La longitud del eclipse es solo la diferencia$t$ de estos valores.

Las siguientes constantes son de un eclipse solar ocurrido el 3 de agosto del 431 a.C.

\ (\ begin {array} {ruedado}
a &= -619 & b &= 1438\\
c &= 912 & d &= -833\\
e &= 1890.5 & f&=-2
\ end {array}\)

Determinar la duración de este eclipse solar en particular.

Ejercicios para revisión

Ejercicio24.7.25

Encuentra la suma: $\frac{2x+10}{x^2+x-2}+\frac{x+3}{x^2-3x+2}$

Contestar

$$\frac{3x+14}{(x+2)(x-2)}$$

Ejercicio24.7.26

Resolver la ecuación fraccionaria $\frac{4}{x+12}+\frac{3}{x+3}=\frac{4}{x^2+5x+6}$

(Pista: Compruebe si hay soluciones extrañas)

Ejercicio24.7.27

Una tubería puede llenar un tanque en 120 segundos y otra tubería puede llenar el mismo tanque en 90 segundos. ¿Cuánto tiempo tardarán ambas tuberías trabajando juntas para llenar el tanque?

Contestar

$51\frac{3}{7}$

Ejercicio24.7.28

Usa la fórmula cuadrática para resolver$10x^2-3x-1=0$

Ejercicio24.7.29

Usa la fórmula cuadrática para resolver$4x^2-3x=0$

Contestar

$x=0,\frac{3}{4}$

This page titled 24.7: Aplicaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.7: Applications** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.8: Graficar soluciones cuadráticas

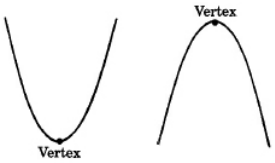
Parabolas

Ahora estudiaremos las gráficas de ecuaciones cuadráticas en dos variables con forma general

$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. a, b, cson números reales.

Parábola

Todas esas gráficas tienen una forma similar. La gráfica de una ecuación cuadrática de este tipo Parábola se denomina **parábola** y asumirá una de las siguientes formas.



Vértice

El punto alto o punto bajo de una parábola se llama el **vértice** de la parábola.

Construyendo Gráficas de Parábola

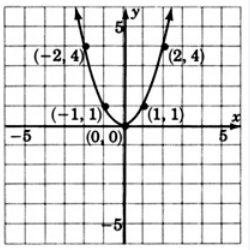
Construiremos la gráfica de una parábola eligiendo varios valores x, calculando para encontrar los valores y correspondientes, trazando estos pares ordenados, luego dibujando una curva suave a través de ellos.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo24.8.1

Gráfica$y = x^2$. Construir una tabla para exhibir varios pares ordenados.

x	$y = x^2$
0	0
1	1
2	4
3	9
−1	1
−2	4
−3	9

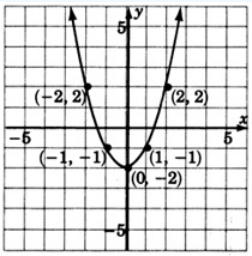


Esta es la parábola más básica. Si bien otras parabolas pueden ser más anchas, más estrechas, movidas hacia arriba o hacia abajo, movidas hacia la izquierda o hacia la derecha, o invertidas, todas tendrán esta misma forma básica. Tendremos que trazar tantos pares ordenados como sea necesario para asegurar esta forma básica.

Ejemplo24.8.2

Gráfica$y = x^2 - 2$. Construir una tabla de pares ordenados.

x	$y = x^2 - 2$
0	−2
1	−1
2	2
3	7
−1	−1
−2	2
−3	7



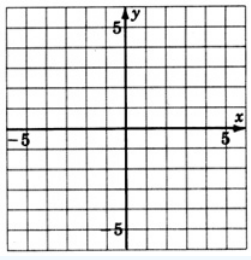
Observe que la gráfica de$y = x^2 - 2$ es precisamente la gráfica de$y = x^2$ pero tradujo 2 unidades hacia abajo. Comparar las ecuaciones de$y = x^2$ y$y = x^2 - 2$. ¿Ves qué causa la traducción descendente de 2 unidades?

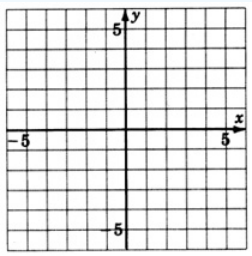
Conjunto de práctica A

Problema de práctica24.8.1

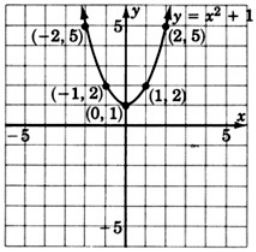
Usa la idea sugerida en el Conjunto de Muestras A para bosquejar (de forma rápida y quizás no perfectamente precisa) las gráficas de

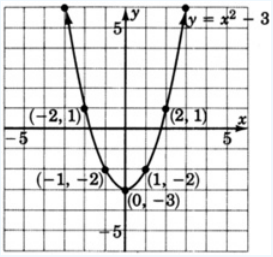
$y = x^2 + 1$ y$y = x^2 - 3$





Contestar





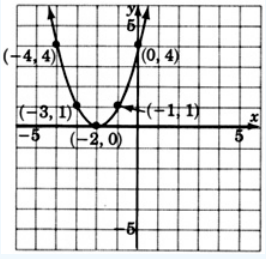
Conjunto de Muestras B

Ejemplo24.8.1

Gráficay $= (x+2)^2$.

¿Esperamos que la gráfica sea similar a la gráfica dey $= x^2$? Hacer una mesa de pares ordenados.

x	y
0	4
1	9
−1	1
−2	0
−3	1
−4	4



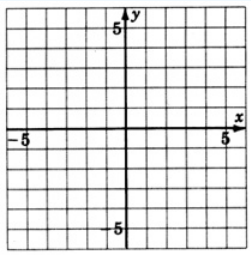
Observe que la gráfica dey $= (x+2)^2$ es precisamente la gráfica dey $= x^2$ pero traducida 2 unidades a la izquierda. El$+2$ interior de los paréntesis mueve$y = x^2$ dos unidades hacia la izquierda. Un valor negativo dentro de los paréntesis hace un movimiento hacia la derecha.

Set de práctica B

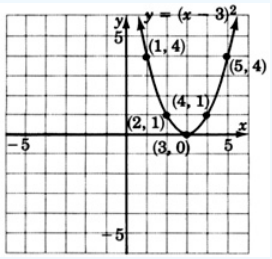
Problema de práctica24.8.1

Usa la idea sugerida en el Conjunto de Muestras B para esbozar las gráficas de

$y = (x-3)^2$ y$y = (x+1)^2$

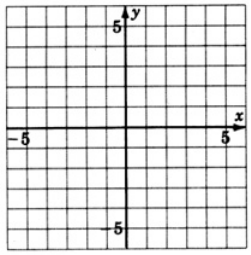


Contestar

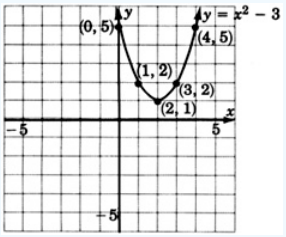


Problema de práctica24.8.3

Gráfica$y = (x-2)^2 + 1$



Contestar

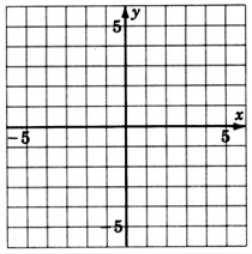


Ejercicios

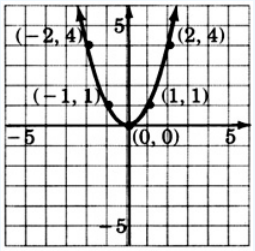
Para los siguientes problemas, graficar las ecuaciones cuadráticas.

Ejercicio24.8.1

$y = x^2$

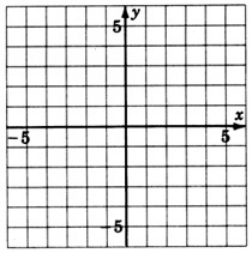


Contestar



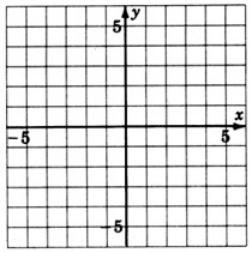
Ejercicio24.8.2

$y = -x^2$



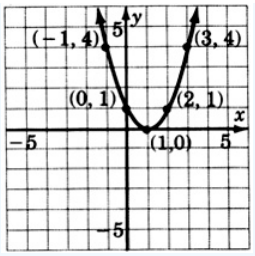
Ejercicio24.8.3

$y = (x-1)^2$



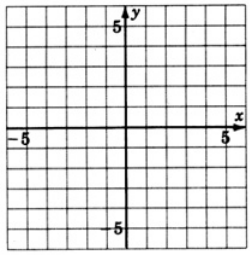
Contestar

https://math.libretexts.org/@go/page/127794



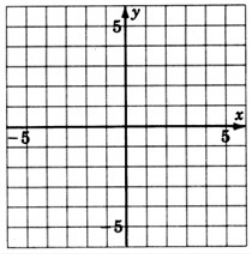
Ejercicio24.8.4

$y = (x-2)^2$



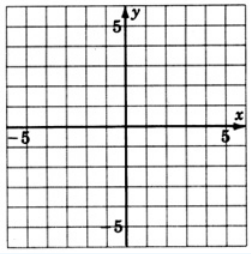
Ejercicio24.8.5

$y = (x+3)^2$



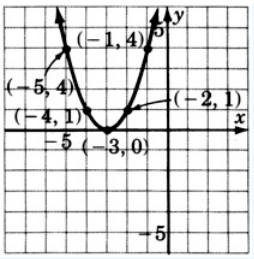
Ejercicio24.8.6

$y = (x+3)^2$



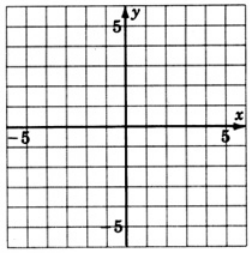
Contestar

https://math.libretexts.org/@go/page/127794



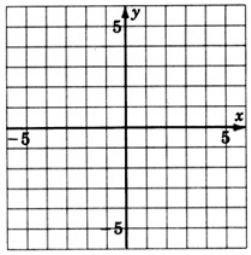
Ejercicio24.8.7

$y = (x+1)^2$

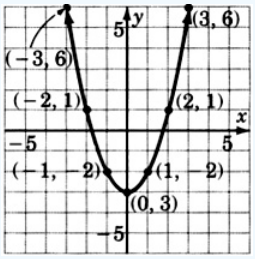


Ejercicio24.8.8

$y = x^2 - 3$

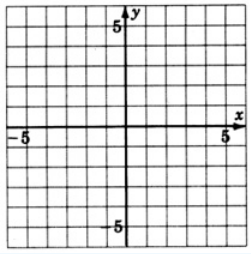


Contestar



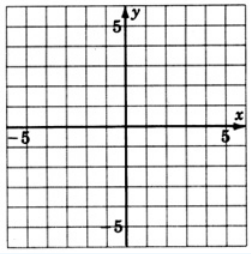
Ejercicio24.8.9

$y = x^2 - 1$

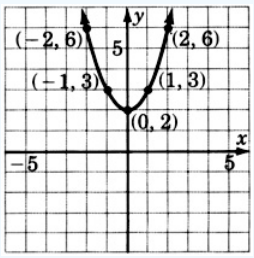


Ejercicio24.8.10

$y = x^2 + 2$

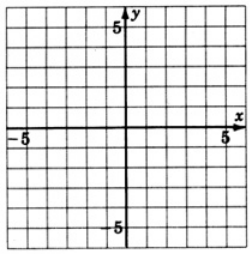


Contestar



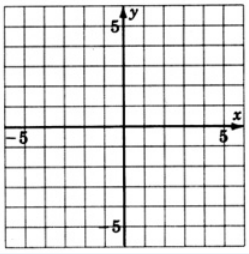
Ejercicio24.8.11

$y = x^2 + \frac{1}{2}$

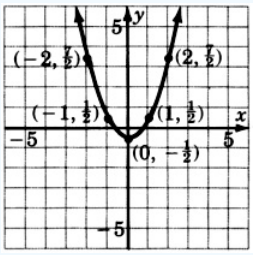


Ejercicio24.8.12

$y = x^2 - \frac{1}{2}$

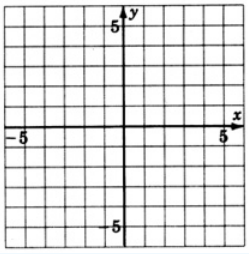


Contestar



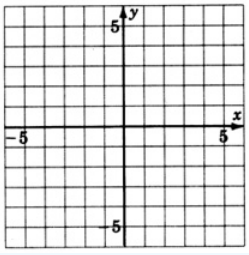
Ejercicio24.8.13

$y = -x^2 + 1$ (comparar con el problema 2)

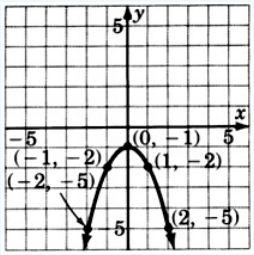


Ejercicio24.8.14

$y = -x^2 - 1$ (comparar con el problema 1)



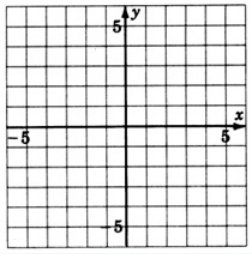
Contestar



https://math.libretexts.org/@go/page/127794

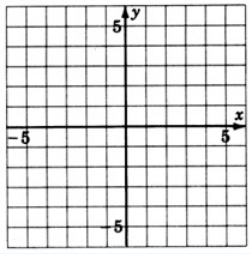
Ejercicio24.8.15

$y = (x-1)^2 - 1$

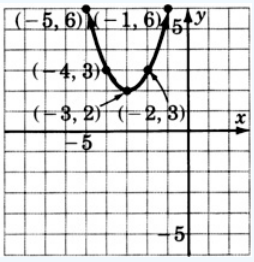


Ejercicio24.8.16

$y = (x+3)^2 + 2$

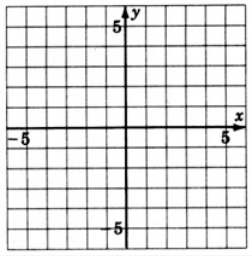


Contestar



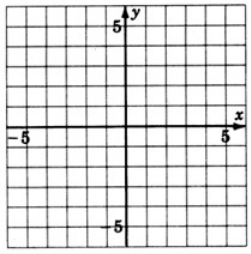
Ejercicio24.8.17

$y = -(x+1)^2$

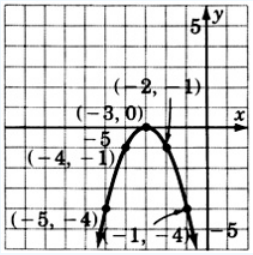


Ejercicio24.8.18

$y = -(x+3)^2$

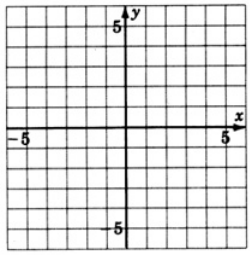


Contestar



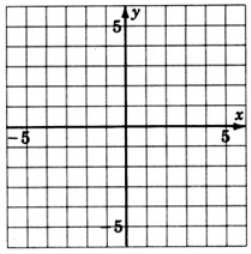
Ejercicio24.8.19

$y = 2x^2$

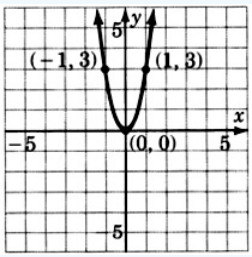


Ejercicio24.8.20

$y = 3x^2$



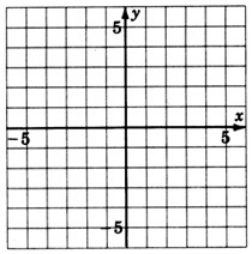
Contestar



https://math.libretexts.org/@go/page/127794

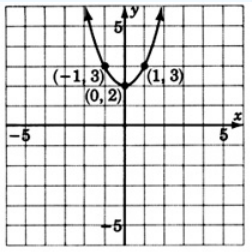
Ejercicio24.8.21

$y = \frac{1}{2}x^2$

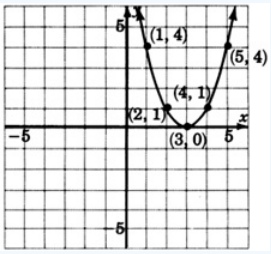


Para los siguientes problemas, trate de adivinar la ecuación cuadrática que corresponde a la gráfica dada.

Ejercicio24.8.22



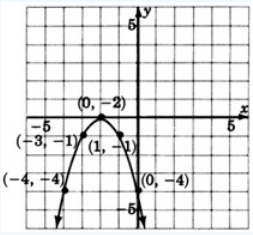
Ejercicio24.8.23



Contestar

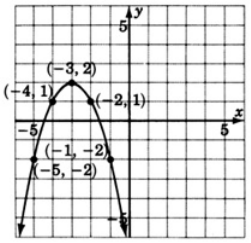
$y = (x-3)^2$

Ejercicio24.8.24



https://math.libretexts.org/@go/page/127794

? Ejercicio24.8.25



Contestar

$y = -(x+3)^2 + 2$

Ejercicios para revisión

? Ejercicio24.8.26

Simplifica y escribe$(x^{-4}y^5)^{-3}(x^{-6}y^4)^2$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

? Ejercicio24.8.27

Factor$y^2 - y - 42$

Contestar

$(y+6)(y-7)$

? Ejercicio24.8.28

Encuentra la suma:$\frac{2}{a-3} + \frac{3}{a+3} + \frac{18}{a^2-9}$

? Ejercicio24.8.29

Simplificar$\frac{2}{4+\sqrt{5}}$

Contestar

$\frac{8-2\sqrt{5}}{11}$

? Ejercicio24.8.30

Cuatro se agrega a un entero y esa suma se duplica. Cuando este resultado se multiplica por el entero original, el producto es -6. Encuentra el entero.

This page titled 24.8: Graficar soluciones cuadráticas is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.8: Graphing Quadratic Solutions** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.9: Resumen de conceptos clave

Resumen de conceptos clave

Ecuación cuadrática

Una ecuación **cuadrática** es una ecuación de la forma$ax^2+bx+c=0$, donde$a\neq 0$. Esta forma es la **forma estándar** de una ecuación cuadrática.

Propiedad de factor cero

Si dos números$a$ yb se multiplican juntos y el producto resultante es0, entonces al menos uno de los números debe ser0.

Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización

1. Establezca la ecuación igual a0.
2. Factorizar la expresión cuadrática.
3. Por la propiedad de factor cero, al menos uno de los factores debe ser cero, así, establecer cada factor igual a cero y resolver para la variable.

Extracción de Raíces

Ecuaciones cuadráticas de la forma$x^2-K=0$ o$x^2=K$ pueden resolverse por el **método de extracción de raíces.** Lo hacemos tomando tanto las raíces cuadradas positivas como negativas de cada lado. SiK es un número real positivo entonces $x=\sqrt{K},-\sqrt{K}$. SiK es un número real negativo, no existe ninguna solución de número real.

Completando la Plaza

La ecuación cuadrática se$ax^2+bx+c=0$ puede resolver **completando el cuadrado.**

1. Escribe la ecuación para que el término constante aparezca en el lado derecho del signo igual.
2. Si el coeficiente principal es diferente de1, divida cada término de la ecuación por ese coeficiente.
3. Encuentra la mitad del coeficiente del término lineal, cuadrázalo, luego **agrégalo** a **ambos** lados de la ecuación.
4. El trinomio en el lado izquierdo de la ecuación es ahora un trinomio cuadrado perfecto y se puede factorizar como$()^2$.
5. Resolver la ecuación por extracción de raíces.

Fórmula cuadrática

La ecuación cuadrática se$ax^2+bx+c=0$ puede resolver usando la fórmula cuadrática.

$a$es el coeficiente dex^2.
$b$es el coeficiente de$x$.
$c$es el término constante.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Parábola

La gráfica de una ecuación cuadrática de la forma$y=ax^2+bx+c$ es una parábola.

Vértice de una parábola

El punto alto o punto bajo de una parábola es el **vértice** de la parábola.

This page titled 24.9: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.9: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.10: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Resolver ecuaciones cuadráticas: resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones.

Ejercicio24.10.1

$(x-2)(x-5)=0$

Contestar

$x=2,5$

Ejercicio24.10.2

$(b+1)(b-6)=0$

Ejercicio24.10.3

$(a+10)(a-5)=0$

Contestar

$a=-10,5$

Ejercicio24.10.4

$(y-3)(y-4)=0$

Ejercicio24.10.5

$(m-8)(m+1)=0$

Contestar

$m=8,-1$

Ejercicio24.10.6

$(4y+1)(2y+3)=0$

Ejercicio24.10.7

$(x+2)(3x-1)=0$

Contestar

$x=-2,\frac{1}{3}$

Ejercicio24.10.8

$(5a-2)(3a-10)=0$

Ejercicio24.10.9

$x(2x+3)=0$

Contestar

$x=0,-\frac{3}{2}$

Ejercicio24.10.10

$(a-5)^2=0$

Ejercicio24.10.11

$(y+3)^2=0$

Contestar

$y=-3$

Ejercicio24.10.12

$c^2=36$

Ejercicio24.10.13

$16y^2-49=0$

Contestar

$y=\pm\frac{7}{4}$

Ejercicio24.10.14

$6r^2-36=0$

Ejercicio24.10.15

$a^2+6a8=0$

Contestar

$a=-4,-2$

Ejercicio24.10.16

$r^2+7r+10=0$

Ejercicio24.10.17

$s^2 - 9s + 8 = 0$

Contestar

$s = 1, 8$

Ejercicio24.10.18

$y^2 = -10y - 9$

Ejercicio24.10.19

$11y - 2 = -6y^2$

Contestar

$y = \frac{1}{6}, -2$

Ejercicio24.10.20

$16x^2 - 3 = -2x$

Ejercicio24.10.21

$m^2 = 4m - 4$

Contestar

$m = 2$

Ejercicio24.10.22

$3(y^2 - 8) = -7y$

Ejercicio24.10.23

$a(4b + 7) = 0$

Contestar

$a = 0; b = -\frac{7}{4}$

Ejercicio24.10.24

$x^2 - 64 = 0$

Ejercicio24.10.25

$m^2 - 81 = 0$

Contestar

$m = \pm 9$

Ejercicio24.10.26

$9x^2 - 25 = 0$

Ejercicio24.10.27

$5a^2 - 125 = 0$

Contestar

$a = \pm 5$

Ejercicio24.10.28

$8r^3 - 6r = 0$

Ejercicio24.10.29

$m^2 - 6m + 5 = 0$

Contestar

$m = 5, 1$

Ejercicio24.10.30

$x^2 + 2x - 24 = 0$

Ejercicio24.10.31

$x^2 + 3x = 28$

Contestar

$x = -7, 4$

Ejercicio24.10.32

$20a^2 - 3 = 7a$

Ejercicio24.10.33

$2y^2 - 6y = 8$

Contestar

$y = 4, -1$

Ejercicio24.10.34

$a^2 + 2a = -1$

? Ejercicio24.10.35

$2r^2 = 5 - 3r$

Contestar

$r = -\frac{5}{2}, 1$

Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces

Para los siguientes problemas, resolver las ecuaciones utilizando la extracción de raíces.

? Ejercicio24.10.36

$y^2 = 81$

? Ejercicio24.10.37

$a^2 = 121$

Contestar

$a = \pm 11$

? Ejercicio24.10.38

$x^2 = 35$

? Ejercicio24.10.39

$m^2 = 2$

Contestar

$m = \pm\sqrt{2}$

? Ejercicio24.10.40

$r^2 = 1$

? Ejercicio24.10.41

$s^2 - 10 = 0$

Contestar

$s = \pm\sqrt{10}$

? Ejercicio24.10.42

$4x^2 - 64 = 0$

? Ejercicio24.10.43

$-3y^2 = -75$

Contestar

$y = \pm 5$

? Ejercicio24.10.44

Resolver$y^2 = 4a^2$ para$y$

? Ejercicio24.10.45

Resolver$m^2 = 16n^2p^4$ para$m$

Contestar

$m = \pm 4np^2$

? Ejercicio24.10.46

Resolver$x^2 = 25y^4z^{10}w^8$ para$x$.

? Ejercicio24.10.47

Resolver$x^2 - y^2 = 0$ para$y$

Contestar

$y = \pm x$

? Ejercicio24.10.48

Resolver$a^4b^8 - x^6y^{12}z^2 = 0$ paraa^2

? Ejercicio24.10.49

$(x-2)^2 = 9$

Contestar

$x = 5, -1$

? Ejercicio24.10.50

$(y+3)^2 = 25$

? Ejercicio24.10.51

$(a+10)^2 = 1$

Contestar

$a = -11, -9$

Ejercicio24.10.52

$(m+12)^2=6$

Ejercicio24.10.53

$(r-8)^2=10$

Contestar

$r=8\pm\sqrt{10}$

Ejercicio24.10.54

$(x-1)^2=5$

Ejercicio24.10.55

$(a-2)^2=-2$

Contestar

No hay solución de números reales.

Ejercicio24.10.56

Resolver$(x-2b)^2=b^2$ para$x$

Ejercicio24.10.57

Resolver$(y+6)^2=a$ para$y$

Contestar

$y=-6\pm\sqrt{a}$

Ejercicio24.10.58

Resolver$(2a-5)^2=c$ para$a$

Ejercicio24.10.59

Resolver$(3m-11)^2=2a^2$ para$m$

Contestar

$m=\dfrac{11\pm a\sqrt{2}}{3}$

Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado - Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática

Para los siguientes problemas, resuelve las ecuaciones completando el cuadrado o usando la fórmula cuadrática.

Ejercicio24.10.60

$y^2 - 8y - 12 = 0$

Ejercicio24.10.61

$s^2 + 2s - 24 = 0$

Contestar

$s = 4, -6$

Ejercicio24.10.62

$a^2 + 3a - 9 = 0$

Ejercicio24.10.63

$b^2 + b - 8 = 0$

Contestar

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2}$$

Ejercicio24.10.64

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

Ejercicio24.10.65

$5a^2 + 2a - 6 = 0$

Contestar

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{31}}{5}$$

Ejercicio24.10.66

$a^2 = a + 4$

Ejercicio24.10.67

$y^2 = 2y + 1$

Contestar

$y = 1 \pm \sqrt{2}$

Ejercicio24.10.68

$m^2 - 6 = 0$

Ejercicio24.10.69

$r^2 + 2r = 9$

Contestar

$r = -1 \pm \sqrt{10}$

Ejercicio24.10.70

$3p^2 + 2p = 7$

Ejercicio24.10.71

$10x^3 + 2x^2 - 22x = 0$

Contestar

$x = 0, \frac{-1 \pm \sqrt{221}}{10}$

Ejercicio24.10.72

$6r^3 + 6r^2 - 3r = 0$

Ejercicio24.10.73

$15x^2 + 2x^3 = 12x^4$

Contestar

$x = 0, \frac{1 \pm \sqrt{181}}{12}$

Ejercicio24.10.74

$6x^3 - 6x = -6x^2$

Ejercicio24.10.75

$(x+3)(x-4) = 3$

Contestar

$x = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2}$

Ejercicio24.10.76

$(y-1)(y-2) = 6$

Ejercicio24.10.77

$(a+3)(a+4) = -10$

Contestar

No hay solución de números reales.

Ejercicio24.10.78

$(2m+1)(3m-1)=-2$

Ejercicio24.10.79

$(5r+6)(r-1)=2$

Contestar

$$r=\frac{-1\pm\sqrt{161}}{10}$$

Ejercicio24.10.80

$4x^2+2x-3=3x^2+x+1$

Ejercicio24.10.81

$5a^2+5a+4=3a^2+2a+5$

Contestar

$$a=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$$

Ejercicio24.10.82

$(m+3)^2=11$

Ejercicio24.10.83

$(r-8)^2=70$

Contestar

$r=8\pm\sqrt{70}$

Ejercicio24.10.84

$(2x+7)^2=51$

Aplicaciones

Para los siguientes problemas, encuentra la solución.

Ejercicio24.10.85

El ingreso$R$, en dólares, recaudado por cierto fabricante de tubos internos está relacionado con el número$x$ de tubos internos vendidos por$R=1400-16x+3x^2$. ¿Cuántos tubos internos se deben vender para producir una ganancia de $1361?

Contestar

No hay solución.

Ejercicio24.10.86

Un estudio de la calidad del aire en una ciudad en particular por parte de un grupo ambiental sugiere que dentro de$t$ años será el nivel de monóxido de carbono, en partes por millón, en el aire$A = 0.8t^2 + 0.5t + 3.3$.

a) ¿Cuál es el nivel, en partes por millón, de monóxido de carbono en el aire ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora estará el nivel de monóxido de carbono en 6 partes por millón?

Ejercicio24.10.87

Un contratista es verter una pasarela de concreto alrededor de un jardín comunitario que tiene 15 pies de ancho y 50 pies de largo. El área de la pasarela y jardín debe ser de 924 pies cuadrados y de ancho uniforme. ¿Qué tan amplio debe hacerlo el contratista?

Contestar

$x \approx 1.29$pies

Ejercicio24.10.88

Una pelota es lanzada verticalmente al aire tiene la ecuación de movimiento$h = 144 + 48t - 16t^2$

a) ¿A qué altura está la pelota$t = 0$?

b) ¿A qué altura está la pelota$t = 1$?

c) ¿Cuándo choca la pelota contra el suelo?

Ejercicio24.10.89

La longitud de un rectángulo es 5 pies más larga que tres veces su ancho. Encuentra las dimensiones si el área va a ser 138 pies cuadrados.

Contestar

$w = 6$

Ejercicio24.10.90

El área de un triángulo es de 28 centímetros cuadrados. La base es 3 cm más larga que la altura. Encuentra tanto la longitud de la base como la altura.

Ejercicio24.10.91

El producto de dos enteros consecutivos es 210. Encuéntralos.

Contestar

$x = -15, -14,$ o$14, 15$

Ejercicio24.10.92

El producto de dos enteros negativos consecutivos es 272. Encuéntralos.

Ejercicio24.10.93

Una caja sin tapa y base cuadrada se va a hacer cortando cuadrados de 3 pulgadas de cada esquina y doblando los lados de un trozo de cartón. El volumen de la caja debe ser de 25 pulgadas cúbicas. ¿De qué tamaño debe ser el trozo de cartón?

Contestar

$$x = \frac{18 + 5\sqrt{3}}{3}$$

This page titled 24.10: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.10: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

24.11: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Para las ecuaciones cuadráticas en los siguientes problemas, especifique los valores de$a$, b, yc.

? Ejercicio24.11.1

$2y^2-3y+10=0$

Contestar

$a=2, b=-3, c=10$

? Ejercicio24.11.2

$10b^2=3b$

Contestar

$a=10, b=-3, c=0$

Para los siguientes problemas, utilice la propiedad de factor cero para resolver cada ecuación cuadrática.

? Ejercicio24.11.3

$(3x+5)(x-1)=0$

Contestar

$x=-\frac{5}{3}, 1$

? Ejercicio24.11.4

$3b(2b-1)=0$

Contestar

$b=0, \frac{1}{2}$

? Ejercicio24.11.5

$(a-8)^2=0$

Contestar

$a=8$

Para los siguientes problemas, resolver cada ecuación cuadrática por factorización.

? Ejercicio24.11.6

$4x^2-16=0$

Contestar

$x=-2, 2$

Ejercicio24.11.7

$y^2 - 12y + 32 = 0$

Contestar

$y = 4, 8$

Ejercicio24.11.8

$a^2 - 5a = 14$

Contestar

$-2, 7$

Ejercicio24.11.9

$6a^2 = 10 - 11a$

Contestar

$a = -\frac{5}{2}, \frac{2}{3}$

Ejercicio24.11.10

$2x^2 = -2 - 5x$

Contestar

$x = -2, -\frac{1}{2}$

Ejercicio24.11.11

$x^3 - 25x = 0$

Contestar

$x = 0, -5, 5$

Para los siguientes problemas, resolver cada ecuación cuadrática mediante extracción de raíces.

Ejercicio24.11.12

$c^2 = 81$

Contestar

$c = -9, 9$

Ejercicio24.11.13

$x^2 = 15$

Contestar

$x = -\sqrt{15}, \sqrt{15}$

Ejercicio24.11.14

$3a^2 - 18 = 0$

Contestar

$a = -\sqrt{6}, \sqrt{6}$

Ejercicio24.11.15

$(x-5)^2 = 1$

Contestar

$x = 4, 6$

Ejercicio24.11.16

$(y+11)^2 - 9 = 0$

Contestar

$y = -8, -14$

Ejercicio24.11.17

$y^2 - 25z^2 = 0$ para$y$.

Contestar

$y = -5z, 5z$

Ejercicio24.11.18

$6a^2 - 18b^2c^2$ para$a$

Contestar

$a = \pm bc\sqrt{3}$

Para los siguientes problemas, resuelve cada ecuación cuadrática usando la fórmula cuadrática.

Ejercicio24.11.19

$x^2 - 6x - 16 = 0$

Contestar

$x = -2, 8$

Ejercicio24.11.20

$y^2 - 2y - 7 = 0$

Contestar

$y = 1 + 2\sqrt{2}$

Ejercicio24.11.21

$(m+2)^2 - 5 = 0$

Contestar

$m = -2 \pm \sqrt{5}$

Ejercicio24.11.22

$(x+b)^2 = c^2$

Contestar

$x = -b \pm c$

Ejercicio24.11.23

$(x+1)(x+4) = 6$

Contestar

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

Ejercicio24.11.24

$5z^2 - 5z - 5 = 2z^2 - z$

Contestar

$$z = \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3}$$

Ejercicio24.11.25

$2m^2 = 5m$

Contestar

$m = 0, \frac{5}{2}$

Para los siguientes problemas, resuelve cada ecuación cuadrática completando el cuadrado.

Ejercicio24.11.26

$x^2 + 6x - 8 = 0$

Contestar

$x = -3 \pm \sqrt{17}$

Ejercicio24.11.27

$2x^2 + 7x - 12 = 0$

Contestar

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{145}}{4}$$

Ejercicio24.11.28

El producto de dos enteros impares consecutivos es 143. ¿Qué son?

Contestar

11 y 13 o −11 y −13

Ejercicio24.11.29

Un estudio de la calidad del aire realizado por un grupo ambiental sugiere que dentro de t años el nivel de monóxido de carbono en el aire, en partes por millón, estará dado por la ecuación cuadrática

$A = 0.4t^2 + 0.1t + 3.1$

donde A representa la cantidad de monóxido de carbono en el aire.

a) ¿Cuál es el nivel, en partes por millón, de monóxido de carbono en el aire ahora?

b) ¿Cuántos años a partir de ahora estará el nivel de monóxido de carbono en 18.1 partes por millón?

Contestar

a) 3.1

b) dentro de 6 años

Ejercicio24.11.30

El largo de un rectángulo es 6 pulgadas más largo que el ancho del rectángulo. Encuentra las dimensiones del rectángulo si el área es de 112 pies cuadrados.

Contestar

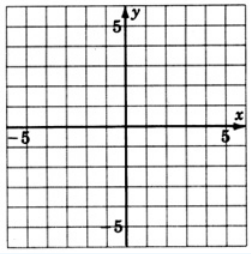
ancho: $\frac{-1 + \sqrt{1793}}{4}$

longitud: $\frac{1 + \sqrt{1793}}{4}$

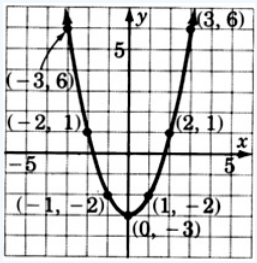
Para los siguientes problemas, construya las gráficas de las siguientes ecuaciones.

Ejercicio24.11.31

$y = x^2 - 3$

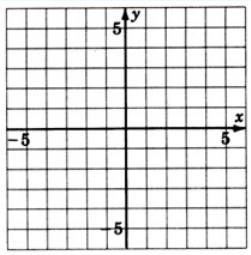


Contestar

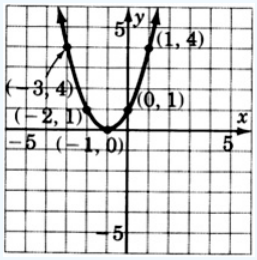


Ejercicio24.11.32

$y = (x+1)^2$

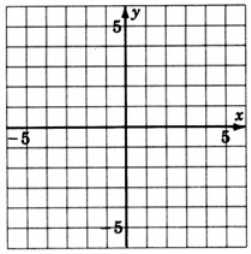


Contestar



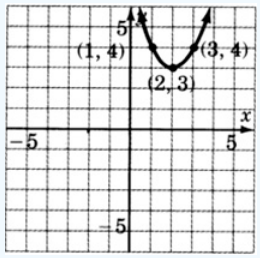
Ejercicio24.11.33

$y = (x-2)^2 + 3$



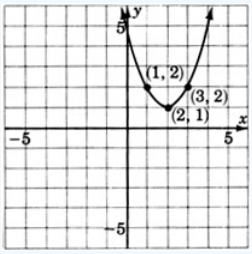
https://math.libretexts.org/@go/page/127797

Contestar



Para los siguientes problemas, escriba la ecuación que corresponda a cada gráfica.

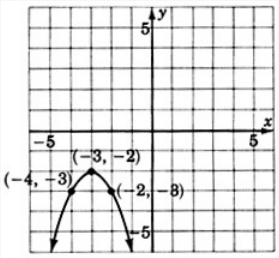
? Ejercicio24.11.34



Contestar

$y=(x-2)^2+1$ o$y=x^2-4x+5$

? Ejercicio24.11.35



Contestar

$y=-(x+3)^2-2$ o$y=-x^2-6x-11$

This page titled 24.11: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **10.11: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

25: Sistemas de Ecuaciones Lineales

25.1: Objetivos
25.2: Soluciones por Grafiación
25.3: Eliminación por sustitución
25.4: Eliminación por Suma
25.5: Aplicaciones
25.6: Resumen de conceptos clave
25.7: Suplemento de ejercicio
25.8: Examen de Aptitud

This page titled 25: Sistemas de Ecuaciones Lineales is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

25.1: Objetivos

Después de completar este capítulo, deberías

Soluciones por Grafiación

- ser capaz de reconocer un sistema de ecuaciones y una solución al mismo
- ser capaz de interpretar gráficamente sistemas independientes, inconsistentes y dependientes
- ser capaz de resolver gráficamente un sistema de ecuaciones lineales

Eliminación por sustitución

- saber cuándo funciona mejor el método de sustitución
- ser capaz de utilizar el método de sustitución para resolver un sistema de ecuaciones lineales
- saber qué esperar al usar la sustitución con un sistema que consiste en líneas paralelas o líneas coincidentes

Eliminación por adición

- conocer las propiedades utilizadas en el método de adición
- ser capaz de utilizar el método de suma para resolver un sistema de ecuaciones lineales
- saber qué esperar al usar el método de suma con un sistema que consiste en líneas paralelas o coincidentes

Aplicaciones

- familiarizarse con el método de cinco pasos para resolver problemas aplicados
- ser capaz de resolver problemas de números
- ser capaz de resolver problemas de valor y tarifas

This page titled 25.1: Objetivos is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.1: Objectives** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

25.2: Soluciones por Grafiación

Sistemas de Ecuaciones

Sistemas de Ecuaciones

Una colección de dos ecuaciones lineales en dos variables se denomina **sistema de ecuaciones lineales en dos variables**, o más brevemente, **un sistema de ecuaciones**. El **par** de ecuaciones

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
5 x-2 y=5\\
x+y=8
\ end {array}\ derecha.\)

es un sistema de ecuaciones. La llave {se usa para denotar que las dos ecuaciones ocurren juntas (simultáneamente).

Solución a un sistema de ecuaciones

Solución a un Sistema

Sabemos que una de las infinitamente muchas soluciones a una ecuación lineal en dos variables es un par ordenado. Un par ordenado que es una solución a ambas ecuaciones en un sistema se llama **solución al sistema de ecuaciones**. Por ejemplo, el par ordenado$(3,\ 5)$ es una solución al sistema

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
5 x-2 y=5\\
x+y=8
\ end {array}\ derecha.\)

ya que$(3, 5)$ es una solución a ambas ecuaciones.

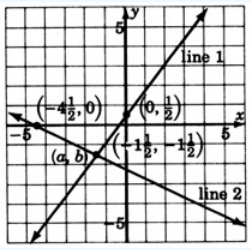
\ (\ begin {array} {surcos a la izquierda}
5x - 2y &= 5 & & x + y &= 8\\
5 (3) - 2 (5) &= 5 &\ text {¿Es esto correcto? } & 3 + 5 &= 8 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
15 - 10 &= 5 &\ text {¿Es esto correcto? } & 8 &= 8 &\ text {Sí, esto es correcto.}\\
5 &= 5 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Gráficas de Sistemas de Ecuaciones

Un método para resolver un sistema de ecuaciones es graficando. Sabemos que la gráfica de una ecuación lineal en dos variables es una línea recta. La gráfica de un sistema constará de dos líneas rectas. Cuando se grafican dos líneas rectas, puede resultar una de las tres posibilidades.

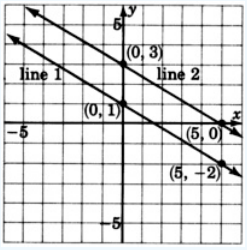
Ejemplo25.2.1

Las líneas se cruzan en el puntoa, b. Este punto(a, b) es la solución al sistema correspondiente.



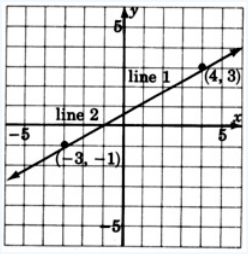
Ejemplo25.2.2

Las líneas son paralelas. No se cruzan. El sistema no tiene solución.



Ejemplo25.2.3

Las líneas son coincidentes (una sobre la otra). Se cruzan en infinitamente muchos puntos. El sistema tiene infinitamente muchas soluciones.



Sistemas independientes, inconsistentes y dependientes

Sistemas Independientes

Los sistemas en los que las líneas se cruzan precisamente en un punto se denominan **sistemas independientes**. En las aplicaciones, los sistemas independientes pueden surgir cuando los datos recopilados son precisos y completos. Por ejemplo,

La suma de dos números es 10 y el producto de los dos números es 21. Encuentra los números.

En esta aplicación, los datos son exactos y completos. La solución es 7 y 3.

Sistemas inconsistentes

Los sistemas en los que las líneas son paralelas se denominan **sistemas inconsistentes**. En las aplicaciones, los sistemas inconsistentes pueden surgir cuando los datos recopilados son contradictorios. Por ejemplo,

La suma de dos números pares es 30 y la diferencia de los mismos dos números es 0. Encuentra los números.

Los datos son contradictorios. No hay solución a esta aplicación.

Sistemas Dependientes

Los sistemas en los que las líneas son coincidentes se denominan **sistemas dependientes**. En las aplicaciones, los sistemas dependientes pueden surgir cuando los datos recopilados están incompletos. Por ejemplo.

La diferencia de dos números es 9 y dos veces un número es 18 más que dos veces el otro.

Los datos están incompletos. Hay infinitamente muchas soluciones.

El Método de Resolver Un Sistema Gráficamente

El Método de Resolver un Sistema Gráficamente

Para resolver un sistema de ecuaciones gráficamente: Graficar ambas ecuaciones.

1. Si las líneas se cruzan, la solución es el par ordenado que corresponde al punto de intersección. El sistema es independiente.
2. Si las líneas son paralelas, no hay solución. El sistema es inconsistente.
3. Si las líneas son coincidentes, hay infinitamente muchas soluciones. El sistema es dependiente.

Conjunto de Muestras A

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas graficando.

Ejemplo25.2.4

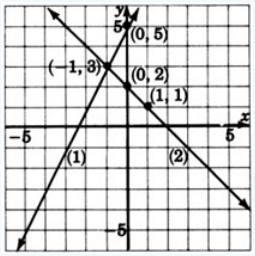
\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
2x + y = 5\\
x+y=2
\ end {array}\ derecha.\)

Escribe cada ecuación en forma de pendiente-intersección.

1)$y = 2x + 5$

2)$y = -x + 2$

Grafica cada una de estas ecuaciones:



Las líneas parecen cruzarse en el punto$(-1, 3)$. La solución a este sistema es$(-1, 3)$, o

$x = -1, y = 3$.

Comprobar: Sustituir$x - 01, y = 3$ en cada ecuación.

1)

\ (\ begin {array} {surcos a la izquierda}
-2x + y &= 5\\
-2 (-1) + 3 &= 5 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
2 + 3 &= 5 &\ text {¿Es esto correcto? }\\
5 &= 5 &\ text {Sí, esto es correcto}
\ end {array}\)

2)

\ (\ begin {array} {flaqueado}
x + y &= 2\\
-1 + 3 &= 2 &\ text {¿Es correcto esto? }\\
2 &= 2 &\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {array}\)

Ejemplo25.2.5

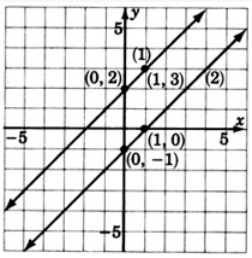
\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-x + y = -1\\
-x + y = 2
\ end {array}\ right.\)

Escribe cada ecuación en forma de pendiente-intersección.

1)$y = 2x + 5$

2)$y = -x + 2$

Grafica cada una de estas ecuaciones.



Estas líneas son paralelas. Este sistema no tiene solución. Denotamos este hecho escribiendo **inconsistente**.

Estamos seguros de que estas líneas son paralelas porque notamos que tienen la misma pendiente,$m = 1$ para ambas líneas. Las líneas no son coincidentes porque las intercepciones y son diferentes.

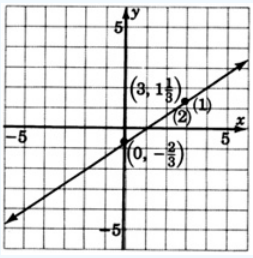
Ejemplo25.2.6

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-2x + 3y -2\\
-6x + 9y = -6
\ end {array}\ right.\)

Escribe cada ecuación en forma de pendiente-intersección.

1)$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$

2)$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$



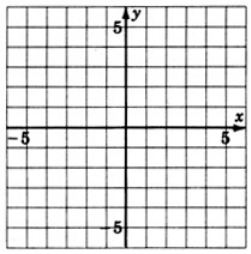
Ambas ecuaciones son iguales. Este sistema tiene infinitamente muchas soluciones. Escribimos **dependientes**.

Conjunto de práctica A

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas graficando. Escribe la solución de par ordenado o indica que el sistema es inconsistente, o dependiente.

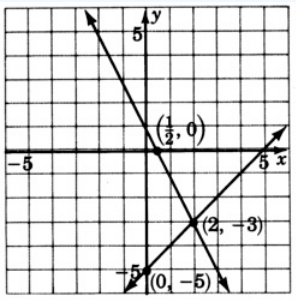
Problema de práctica25.2.1

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + y = 1\\
-x + y = -5
\ end {array}\ right.\)



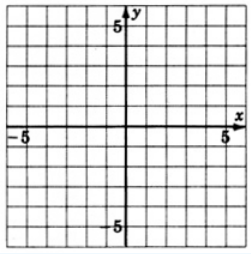
Responder

$x = 2, y = -3$



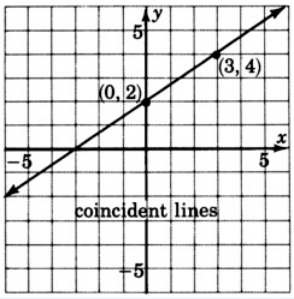
Problema de práctica25.2.2

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-2x + 3y = 6\\
6x - 9y = -18
\ end {array}\ right.\)



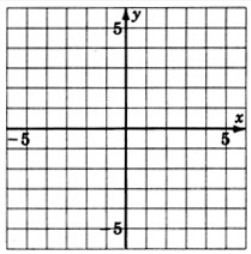
Responder

dependiente



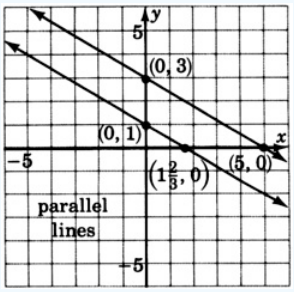
Problema de práctica25.2.3

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 5y = 15\\
9x + 15y = 15
\ end {array}\ right.\)



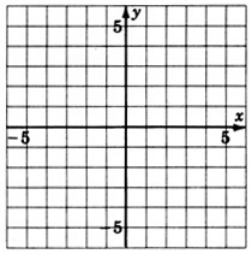
Contestar

inconsistente



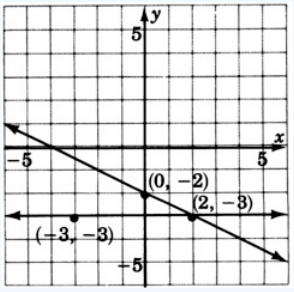
Problema de práctica25.2.4

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
y = -3\\
x + 2y = -4
\ end {array}\ right.\)



Contestar

$x = 2, y = -3$

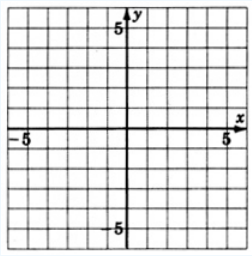


Ejercicios

Para los siguientes problemas, resuelva los sistemas graficando. Escribe la solución de par ordenado, o indica que el sistema es inconsistente o dependiente.

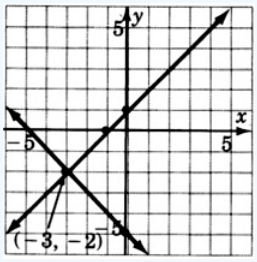
Ejercicio25.2.1

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x + y = -5\\
-x + y = 1
\ end {array}\ derecha.\)



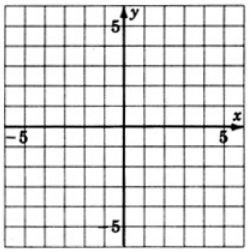
Contestar

$(-3, -2)$



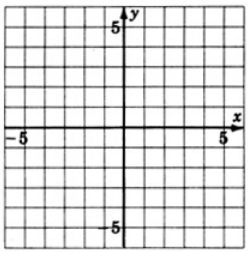
Ejercicio25.2.2

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x + y = 4\\
x + y = 0
\ end {array}\ derecha.\)



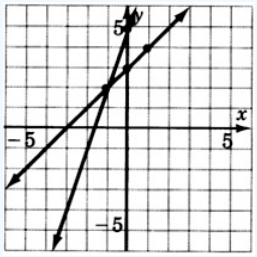
Ejercicio25.2.3

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-3x + y = 5\\
-x + y = 3
\ end {array}\ right.\)



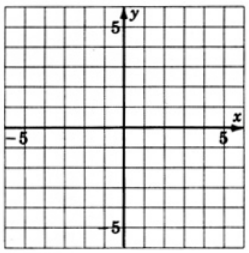
Contestar

$(-1, 2)$



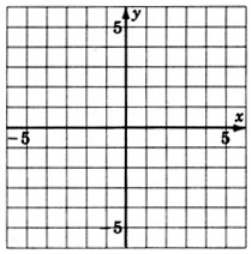
Ejercicio25.2.4

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x - y = -6\\
x + 2y = 0
\ end {array}\ right.\)



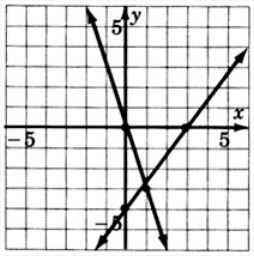
Ejercicio25.2.5

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
3x + y = 0\\
4x - 3y = 12
\ end {array}\ derecha.\)



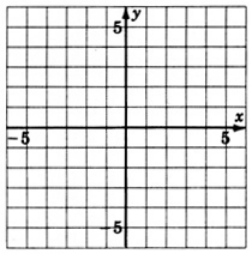
Contestar

$(\frac{12}{13}, -\frac{36}{13})$



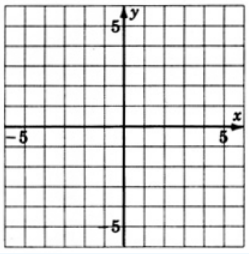
Ejercicio25.2.6

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-4x + y = 7\\
-3x + y = 2
\ end {array}\ right.\)



Ejercicio25.2.7

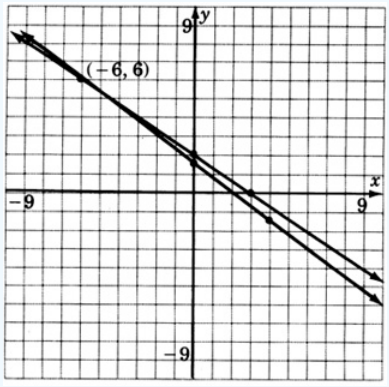
\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 3y = 6\\
3x + 4y = 6
\ end {array}\ right.\)



Contestar

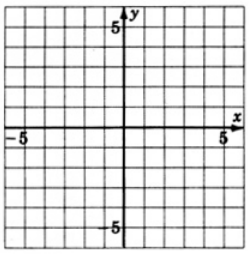
Estas coordenadas son difíciles de estimar. Este problema ilustra que el método gráfico no siempre es el más preciso.

$(-6, 6)$



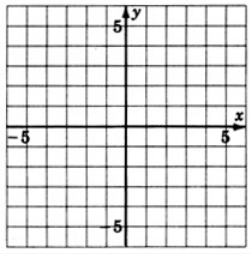
Ejercicio25.2.8

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = -3\\
4x + 4y = -12
\ end {array}\ right.\)



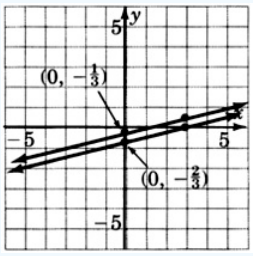
Ejercicio25.2.9

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - 3y = 1\\
4x - 6y = 4
\ end {array}\ right.\)



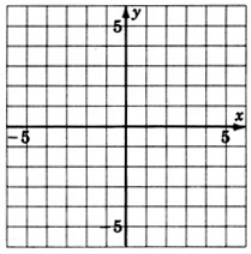
Contestar

inconsistente



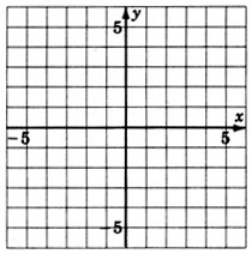
? Ejercicio25.2.10

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + 2y = 3\\
-3x - 6y = -9
\ end {array}\ right.\)



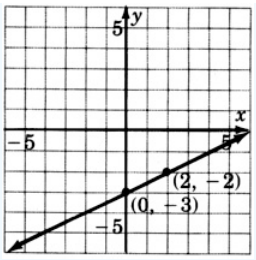
? Ejercicio25.2.11

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x - 2y = 6\\
3x - 6y = 18
\ end {array}\ right.\)



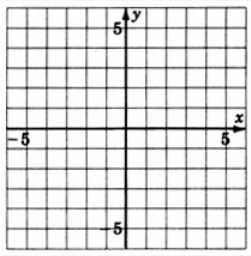
Contestar

dependiente



Ejercicio25.2.12

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 3y = 6\\
-10x - 15y = 30
\ end {array}\ right.\)



Ejercicios para revisión

Ejercicio25.2.13

Expreso0.000426en notación científica.

Contestar

$4.26 + 10^{-4}$

Ejercicio25.2.14

Encuentra el producto$(7x - 3)^2$.

Ejercicio25.2.15

Suministrar la palabra faltante. El _____ de una línea es una medida de la inclinación de la línea.

Contestar

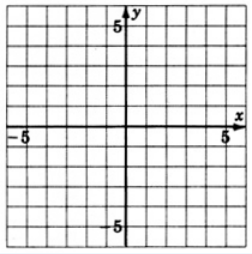
pendiente

Ejercicio25.2.16

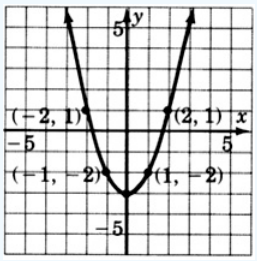
Suministrar la palabra faltante. Una ecuación de la forma$ax^2 + bx + c = 0$, a\ not = 0\), se llama ecuación.

Ejercicio25.2.17

Construir la gráfica de la ecuación cuadráticay $= x^2 - 3$



Contestar



This page titled 25.2: Soluciones por Grafiación is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.2: Solutions by Graphing** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

25.3: Eliminación por sustitución

Cuando la sustitución funciona mejor

Sabemos resolver una ecuación lineal en una variable. Ahora estudiaremos un método para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables transformando las dos ecuaciones en dos variables en una ecuación en una variable.

Para hacer esta transformación, necesitamos eliminar una ecuación y una variable. Podemos hacer esta **eliminación por sustitución**.

Cuando la sustitución funciona mejor

El método de sustitución funciona mejor cuando existe **alguna** de estas condiciones:

1. Una de las variables tiene un coeficiente de 1, o
2. Se puede hacer que una de las variables tenga un coeficiente de 1 sin introducir fracciones.

El método de sustitución

El método de sustitución

Para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables,

1. Resolver una de las ecuaciones para una de las variables.
2. Sustituir la expresión por la variable elegida en el paso 1 en la otra ecuación.
3. Resolver la ecuación resultante en una variable.
4. Sustituir el valor obtenido en el paso 3 en la ecuación obtenida en el paso 1 y resolver para obtener el valor de la otra variable.
5. Verifique la solución en ambas ecuaciones.
6. Escribe la solución como un par ordenado.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo25.3.1

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 3y = 14\\
3x + y = 7
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Dado que el coeficiente de$y$ en la ecuación 2 es1, resolveremos la ecuación 2 para$y$.

$y = -3x + 7$

Paso 2: Sustituir la expresión$-3x + 7$ por$y$ en la ecuación 1.

$2x + 3(-3x + 7) = 14$

Paso 3: Resolver la ecuación obtenida en el paso 2.

\ (\ begin {alineado}
2x + 3 (-3x + 7) &= 14\\
2x - 9x + 21 &= 14\\
-7x + 21 &= 14\\
-7x &= -7\\
x &= 1
\ end {alineado}\)

Paso 4: Sustituir$x = 1$ a la ecuación obtenida en el paso 1,$y = -3x + 7$.

\ (\ begin {alineado}
y &= -3 (1) + 7\\
y &= -3 + 7\\
y &= 4
\ end {alineado}\)

Paso 5: Sustituir$x = 1, y = 4$ en cada una de las ecuaciones originales para una comprobación.

1)

\ (\ begin {aligned}
2 x+3 y &=14\\
2 (1) +3 (4) &=14\ text {¿Es correcto esto? }\\
2+12 &=14\ text {¿Es correcto esto? }\\
14 &=14\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

2)

\ (\ begin {aligned}
3x + y &= 7\\
3 (1) + (4) &= 7\ text {¿Es esto correcto? }\\
3 + 4 &= 7\ text {¿Es correcto esto? }\\
7 &= 7\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

Paso 6: La solución es$(1, 4)$. El punto$(1, 4)$ es el punto de intersección de las dos líneas del sistema.

Conjunto de práctica A

Problema de práctica25.3.1

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
5x - 8y = 18\\
4x + y = 7
\ end {array}\ right.\)

Contestar

El punto$(2, -1)$ es el punto de intersección de las dos líneas.

Sustitución Y Líneas Paralelas

La siguiente regla nos avisa de que las dos líneas de un sistema son paralelas.

Sustitución y líneas paralelas

Si los cálculos eliminan todas las variables y producen una contradicción, las dos líneas de un sistema son paralelas, y el sistema se llama inconsistente.

Conjunto de Muestras B

Ejemplo25.3.2

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - y = 1\\

4x - 2y = 4
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Resolver ecuación para$y$.

\ (\ begin {alineado}
2x - y &= 1\\
-y &= -2x + 1\\
y &= 2x - 1
\ end {alineado}\)

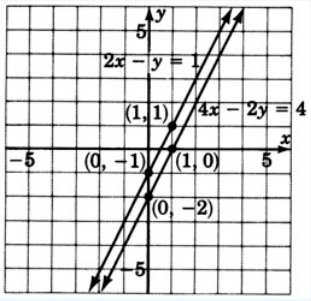
Paso 2: Sustituir la expresión$2x - 1$ por$y$ en la ecuación 2.

$4x - 2(2x - 1) = 4$

Paso 3: Resolver la ecuación obtenida en el paso 2.

\ (\ begin {alineado}
4x - 2 (2x - 1) &= 4\\
4x - 4x + 2 &= 4\\
2 &\ no= 4
\ end {alineado}\)

Los cálculos han eliminado todas las variables y producen una contradicción. Estas líneas son paralelas.



Este sistema es inconsistente.

Set de práctica B

? Problema de práctica25.3.2

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
7x - 3y = 2\\
14x - 6y = 1
\ end {array}\ right.\)

Contestar

La sustitución produce$4 \neq 1$, o$\frac{1}{2} \neq 2$, una contradicción. Estas líneas son paralelas y el sistema es inconsistente.

Sustitución y líneas coincidentes

La siguiente regla nos alerta de que las dos líneas de un sistema son coincidentes.

Líneas de Sustitución y Coincidencia

Si los cálculos eliminan todas las variables y producen una identidad, las dos líneas de un sistema son coincidentes y el sistema se llama dependiente.

Conjunto de Muestras C

Ejemplo25.3.3

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x + 8y = 8\\
3x + 6y = 6
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Divide la ecuación 1 por4 y resuelve para$x$.

\ (\ comenzar {alineado}
4x + 8y &= 8\\
x + 2y &= 2\\
x &= -2y + 2
\ final {alineado}\)

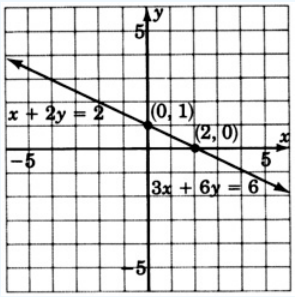
Paso 2: Sustituir la expresión$-2y+2$ por$x$ en la ecuación 2.

$3(-2y+2)+6y=6$

Paso 3: Resolver la ecuación obtenida en el paso 2.

\ (\ comenzar {alineado}
3 (-2y + 2) + 6y &= 6\\
-6y + 6 + 6y &= 6\\
6 &= 6
\ end {alineado}\)

Los cálculos han eliminado todas las variables y han producido una identidad. Estas líneas son coincidentes.



Este sistema es dependiente.

Set de práctica C

Problema de práctica25.3.3

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x + 3y = 1\\
-8x - 6y = -2
\ end {array}\ right.\)

Contestar

Los cómputos producen$-2 = -2$, una identidad. Estas líneas son coincidentes y el sistema es dependiente.

Los sistemas en los que un coeficiente de una de las variables no es1 o no se puede hacer que sea1 sin introducir fracciones no son muy adecuados para el método de sustitución. El problema en el Conjunto de Muestras D ilustra esta situación “desordenada”.

Conjunto de Muestras D

Ejemplo25.3.4

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 2y = 1\\
4x - 3y = 3
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Vamos a resolver la ecuación (1) para$y$.

\ (\ begin {alineado}
3x + 2y &= 1\\
2y &= -3x + 1\\
y &=\ dfrac {-3} {2} x +\ dfrac {1} {2}
\ end {alineado}\)

Paso 2: Sustituir la expresión$\frac{-3}{2}x + \frac{1}{2}$ por$y$ en la ecuación (2).

$4x - 3(\frac{-3}{2}x + \frac{1}{2}) = 3$

Paso 3: Resolver la ecuación obtenida en el paso 2.

\ (\ begin {alineado}
4x - 3 (\ dfrac {-3} {2} x +\ dfrac {1} {2}) &= 3\ text {Multiplica ambos lados por la pantalla LCD,} 2\\
4x +\ dfrac {9} {2} x -\ dfrac {3} {2} &= 3\\
8x + 9x - 3 &= 6\
17x - 3 &= 6\\
17x &= 9\\
x &=\ dfrac {9} {17}
\ final {alineado}\)

Paso 4: Sustituir$x = \frac{9}{17}$ a la ecuación obtenida en el paso 1,$y = \frac{-3}{2}x + \frac{1}{2}$

\ (y =\ dfrac {-3} {2} (\ dfrac {9} {17}) +\ dfrac {1} {2}\\
y =\ dfrac {-27} {34} +\ dfrac {17} {34} =\ dfrac {-10} {34} =\ dfrac {-5} {17}\).

Ahora tenemos$x = \frac{9}{17}$ y$y = \frac{-5}{17}$ \

Paso 5: La sustitución mostrará que estos valores de$x$ yy verifican.

Paso 6: La solución es$(\frac{9}{17}, \frac{-5}{17})$

Set de Práctica D

Problema de práctica25.3.4

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
9x - 5y = -4\\
2x + 7y = -9
\ end {array}\ right.\)

Contestar

Estas líneas se cruzan en el punto$(-1, -1)$.

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver los sistemas por sustitución.

Ejercicio25.3.1

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 2y = 9\\
y = -3x + 6
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(1, 3)$

Ejercicio25.3.2

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
5x - 3y = -6\\
y = -4x + 12
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.3

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 2y = 0\\
x = 3y - 4
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.4

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
9x - 5y = -4\\
2x + 7y = -9
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-1, 1)$

Ejercicio25.3.5

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 5y = 9\\
x = 4y - 14
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.6

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-3x + y = -4\\
2x + 3y = 10
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(2, 2)$

Ejercicio25.3.7

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-4x + y = -7\\
2x + 5y = 9
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.8

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
6x - 6 = 18\\
x + 3y = 3
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(4, -\frac{1}{3})$

Ejercicio25.3.9

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-x - y = 5\\
23x + y = 5
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.10

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-5x + y = 4\\
10x - 2y = -8
\ end {array}\ right.\)

Contestar

Dependiente (misma línea)

Ejercicio25.3.11

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + 4y = 1\\
-3x - 12y = -1
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.12

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x - 2y = 8\\
6x + 3y = 0
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(1, -2)$

Ejercicio25.3.13

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 3y = 12\\
2x + 4y = 18
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.14

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x - 9y = 6\\
6x - 18y = 5
\ end {array}\ right.\)

Contestar

inconsistente (líneas paralelas)

Ejercicio25.3.15

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-x + 4y = 8\\
3x - 12y = 10
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.16

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = -6\\
x - y = 4
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-1, -5)$

Ejercicio25.3.17

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + y = 0\\
x - 3y = 0
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.18

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x - 2y = 7\\
y = 4
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(\frac{15}{4}, 4)$

Ejercicio25.3.19

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + 6y = 11\\
x = -1
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.20

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - 4y = 10\\
3x = 5y + 12
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-1, -3)$

Ejercicio25.3.21

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
y + 7x + 4 = 0\\
x = -7y + 28
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.3.22

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x + 4y = 0\\
x +\ dfrac {2} {3} y =\ dfrac {10} {3}
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(4, -1)$

Ejercicio25.3.23

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x = 24 - 5y\\
x -\ dfrac {5} {4} y =\ dfrac {3} {2}
\ end {array}\ derecha.\)

Ejercicio25.3.24

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x = 11 - 6y\\
3x + 18y = -33
\ end {array}\ right.\)

Contestar

inconsistente (líneas paralelas)

Ejercicio25.3.25

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
2x +\ dfrac {1} {3} y = 4\\
3x + 6y = 39
\ end {array}\ derecha.\)

Ejercicio25.3.26

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
\ dfrac {4} {5} x +\ dfrac {1} {2} y =\ dfrac {3} {10}\
\ dfrac {1} {3} +\ dfrac {1} {2} y =\ dfrac {-1} {6}
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(1, -1)$

Ejercicios para revisión

Ejercicio25.3.27

Encuentra el cociente: $\dfrac{x^2 - x - 12}{x^2 - 2x - 15} \div \dfrac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 2x - 8}$

Contestar

$\dfrac{(x-4)^2}{(x-5)^2}$

Ejercicio25.3.28

Encuentra la diferencia: $\dfrac{x+2}{x^2+5x+6} - \dfrac{x+1}{x^2+4x+3}$

Ejercicio25.3.29

Simplificar$-\sqrt{81x^8y^5z^4}$

Contestar

$-9x^4y^2z^2\sqrt{y}$

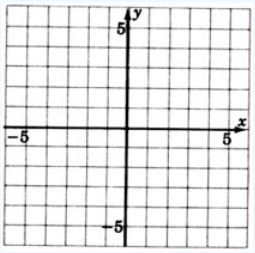
Ejercicio25.3.30

Usa la fórmula cuadrática para resolver$2x^2+2x-3=0$

Ejercicio25.3.31

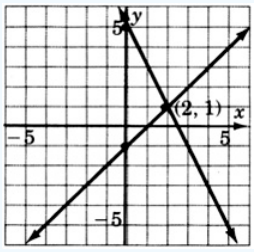
Resuelve graficando:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x - y = 1\\
2x + y = 5
\ end {array}\ right.\)



Contestar

$(2,1)$



This page titled 25.3: Eliminación por sustitución is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.3: Elimination by Substitution** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

25.4: Eliminación por Suma

Las propiedades utilizadas en el método de adición

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables se llama el **método de eliminación por adición**. Es similar al método de eliminación por sustitución en que el proceso elimina una ecuación y una variable. El método de eliminación por adición hace uso de las siguientes dos propiedades.

SiA, B, yC son expresiones algebraicas tales que

$A = B$y$C = D$

Entonces:$A + C = B + D$

$ax + (-ax) = 0$

La propiedad 1 establece que si sumamos los lados izquierdos de dos ecuaciones juntos y los lados derechos de las mismas dos ecuaciones juntos, las sumas resultantes serán iguales. A esto lo llamamos **ecuaciones sumadoras**. La propiedad 2 establece que la suma de dos opuestos es cero.

El método de adición

Para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables por suma,

1. Escribir, si es necesario, ambas ecuaciones en forma general,$ax + by = c$.
2. Si es necesario, multiplique una o ambas ecuaciones por factores que producirán coeficientes opuestos para una de las variables.
3. Sumar las ecuaciones para eliminar una ecuación y una variable.
4. Resolver la ecuación obtenida en el paso 3.
5. Haga una de las siguientes acciones:
   (a) Sustituir el valor obtenido en el paso 4 en cualquiera de las ecuaciones originales y resolver para obtener el valor de la otra variable,
   o
   (b) Repita los pasos 1-5 para la otra variable.
6. Consulta las soluciones en ambas ecuaciones.
7. Escribe la solución como un par ordenado.

El método de adición funciona bien cuando el coeficiente de una de las variables es 1 o un número distinto de 1.

Conjunto de Muestras A

Ejemplo25.4.1

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x-y = 2\\
3x + y = 14
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Ambas ecuaciones aparecen en la forma adecuada.

Paso 2: Los coeficientes de ya$y$ son opuestos,1 y-1, así no hay necesidad de una multiplicación.

Paso 3: Sumar las ecuaciones.

\ (\ begin {array} {c}
x-y=2\\
3 x+y=14\\
\ hline 4 x+0=16
\ end {array}\)

Paso 4: Resolver la ecuación$4x = 16$

\ (4x = 16\\
x = 4\)

El problema aún no está resuelto; todavía necesitamos el valor de$y$.

Paso 5: Sustituir$x = 4$ en cualquiera de las ecuaciones originales. Usaremos la ecuación 1.

\ (\ begin {aligned}
4 - y &= 2 &\ text {Resolver para} y\\
-y &= -2\\
y &= 2
\ end {alineado}\)

Ahora tenemos$x = 4, y = 2$.

Paso 6: Sustituir$x = 4$ y$y = 2$ en ambas ecuaciones originales para una comprobación.

(1)

\ (\ begin {aligned}
x - y &= 2\\
4 - 2 &= 2\ text {¿Es esto correcto? }\\
2 &= 2\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

(2)

\ (\ begin {aligned}
3x + y &= 14\\
3 (4) + 2 &= 14\\
12 + 2 &= 14\\
14 &= 14\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

Paso 7: La solución es$(4, 2)$.

Las dos líneas de este sistema se cruzan en$(4, 2)$.

Conjunto de práctica A

Resuelve cada sistema por adición.

? Problema de práctica$25.4.1$

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 6\\
2x - y = 0
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(2, 4)$

? Problema de práctica$25.4.2$

Resolver el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + 6y = 8\\
-x - 2y = 0
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-4, 2)$

Conjunto de Muestras B

Resuelve los siguientes sistemas usando el método de adición.

Ejemplo25.4.2

Resolver

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 6\\
2x - y = 0
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Las ecuaciones ya están en la forma adecuada,$ax + by = c$

Paso 2: Si multiplicamos la ecuación (2) por-3, el coeficiente de$a$ será opuestos y se volverá0 al sumar, eliminando asía.

\ (\ left\ {\ begin {array} {l}
{6 a - 5 b = 1 4}\\
{- 3 (2 a + 2 b) = - 3 (1 0)}
\ end {array}\ right tarrow\ left\ {\ begin {array} {l}
6 a-5 b=14\
-6 a-6 b=30
\ end {array}\ right. \ derecho.\)

Paso 3: Sumar las ecuaciones.

\ (\ begin {array} {c}
6a - 5b = 14\\
-6a - 6b = 30\\
\ hline 0 - 11b = 44
\ end {array}\)

Paso 4: Resolver la ecuación$-11b = 44$

\ (-11b = 44\\
b = -4\)

Paso 5: Sustituto$b = -4$

\ (\ begin {alineado}
2a + 2b &= -10\\
2a + 2 (-4) &= -10\ texto {Resolver para} a\\
2a - 8 &= -10\\
2a &= -2\\
a &= -1
\ end {alineado}\)

Ahora tenemos$a = -1$ y$b = -4$.

Paso 6: Sustituir$a = -1$ y$b = -4$ en ambas ecuaciones originales para una comprobación.

(1)

\ (\ begin {alineado}
6a - 5b &= 14\\
6 (-1) - 5 (-4) &= 14\\
-6 + 20 &= 14\\

14 &= 14\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

(2)

\ (\ begin {alineado}
2a + 2b &= -10\\
2 (-1) + 2 (-4) &= -10\\
-2 - 8 &= -10
-10 &= -10\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

Paso 7: la solución es$(-1, -4)$.

Ejemplo$25.4.3$

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 6\\
2x - y = 0
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Reescribir el sistema en la forma adecuada.

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 2y = -4\\
4x - 5y = 10
\ end {array}\ right.\)

Paso 2: Dado que los coeficientes de$y$ ya tienen signos opuestos, vamos a eliminar$y$.
Multiplicar la ecuación (1) por5, el coeficiente de$y$ en la ecuación 2.
Multiplicar la ecuación (2) por2, el coeficiente de$y$ en la ecuación 1.

\ (\ left\ {\ begin {array} {l}
{5 (3 x + 2 y) = 5 (- 4)}\\
{2 (4 x - 5 y) = 2 (1 0)}
\ end {array}\ rightarrow\ left\ {\ begin {array} {l}
15 x+10 y=-20\
8 x-10 y=20
\ end {array}\ right. \ derecho.\)

Paso 3: Sumar las ecuaciones.

\ (\ begin {array} {c}
15x + 10y = -20\\
8x - 10y = 20\
\ hline 23x + 0 = 0
\ end {array}\)

Paso 4: Resolver la ecuación$23x = 0$

\ (23x = 0\\
x = 0\)

Paso 5: Sustituir$x = 0$ en cualquiera de las ecuaciones originales. Usaremos la ecuación 1.

\ (\ begin {alineado}
3x + 2y &= -4\\
3 (0) + 2y &= -4\ text {Resolver para} y\\
0 + 2y &= -4\\
y &= -2
\ end {alineado}\)

Paso 6: La sustitución mostrará que estos valores verifican.

Paso 7: La solución es$(0, -2)$

Set de práctica B

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas usando el método de adición.

Problema de práctica25.4.3

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + y = 1\\
5x + y = 3
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(1, -2)$

Problema de práctica25.4.4

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + 4y = 1\\
x - 2y = -5
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-3, 1)$

Problema de práctica25.4.5

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 3y = -10\\
-x + 2y = -2
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-2, -2)$

Problema de práctica25.4.6

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
5x - 3y = 1\\
8x - 6y = 4
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-1, -2)$

Problema de práctica25.4.7

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x - 5y = 9\\

4x + 8y = 12
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(3, 0)$

Suma y líneas paralelas o coincidentes

Cuando las líneas de un sistema son paralelas o coincidentes, el método de eliminación produce resultados idénticos a los del método de eliminación por sustitución.

Suma y líneas paralelas

Si los cálculos eliminan todas las variables y producen una contradicción, las dos líneas del sistema son paralelas y el sistema se denomina inconsistente.

Suma y Líneas Coincidentes

Si los cálculos eliminan todas las variables y producen una identidad, las dos líneas del sistema son coincidentes y el sistema se llama dependiente.

Conjunto de Muestras C

Ejemplo25.4.4

Resolver

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - y = 1\\
4x - 2y = 4
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Las ecuaciones están en la forma adecuada

Paso 2: Podemos eliminar$x$ multiplicando la ecuación (1) por-2.

\ (\ left\ {\ begin {array} {c}
{- 2 (2 x - y) = - 2 (1)}\\
{4 x - 2 y = 4}
\ end {array}\ quad\ rightarrow\ quad\ left\ {\ begin {array} {c}
-4 x+2 y=-2\\
4 x-2 y=4
\ end {array}\ right. \ derecho.\)

Paso 3: Añadir las ecuaciones

\ (\ begin {array} {c}
-4 x+2 y=-2\\
4 x-2 y=4\\
\ hline 0+0=2\\
0=2
\ end {array}\)

Esto es falso y, por tanto, es una contradicción. Las líneas de este sistema son paralelas. Este sistema es inconsistente.

Ejemplo25.4.5

Resolver

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x + 8y = 8\\
3x + 6y = 6
\ end {array}\ right.\)

Paso 1: Las ecuaciones están en la forma adecuada.

Paso 2: Podemos eliminar$x$ multiplicando la ecuación (1) por-3 y la ecuación (2) por4.

\ (\ left\ {\ begin {array} {c}
{- 3 (4 x + 8 y) = - 3 (8)}\\
{4 (3 x + 6 y) = 4 (6)}
\ end {array}\ rightarrow\ left\ {\ begin {array} {c}
-12 x-24 y=-24\
12 x+24 y=24
\ end {array}\ right. \ derecho.\)

Paso 3: Sumar las ecuaciones.

\ (\ begin {array} {c}
-12x - 24y = -24\\
12x + 24y = 24\
\ hline 0 + 0 = 0\\
0=0
\ end {array}\)

Esto es cierto y es una identidad. Las líneas de este sistema son coincidentes.

Este sistema es dependiente.

Set de práctica C

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas usando el método de adición.

Problema de práctica25.4.8

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-x + 2y = 6\\
-6x + 12y = 1
\ end {array}\ right.\)

Contestar

inconsistente

Problema de práctica25.4.9

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x - 28y = -4\\
x - 7y = -1
\ end {array}\ right.\)

Contestar

dependiente

Ejercicios

Para los siguientes problemas, resolver los sistemas usando eliminación por adición.

Ejercicio25.4.1

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 11\\
x - y = -1
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(5, 6)$

Ejercicio25.4.2

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + 3y = 13\\
x - 3y = - 11
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.3

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x - 5y = -4\\
-4x + 5y = 2
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(2, 2)$

Ejercicio25.4.4

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - 7y = 1\\
5x + 7y = -22
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.5

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-3x + 4y = -24\\
3x - 7y = 42
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(0, -6)$

Ejercicio25.4.6

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
8x + 5y = 3\\

9x - 5y = -71
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.7

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-x + 2y = -6\\
x + 3y = -4
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(2, -2)$

Ejercicio25.4.8

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x + y = 0\\
3x + y = 0
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.9

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = -4\\
-x - y = 4
\ end {array}\ right.\)

Contestar

dependiente

Ejercicio25.4.10

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-2x - 3y = -6\\
2x + 3y = 6
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.11

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
3x + 4y = 7\\
x + 5y = 6
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(1, 1)$

Ejercicio25.4.12

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x - 2y = 2\\

7x + 4y = 26
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.13

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + y = -4\\
5x - 2y = -14
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-2, 2)$

Ejercicio25.4.14

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
5x - 3y = 20\\
-x + 6y = -4
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.15

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
6x + 2y = -18\\
-x + 5y = 19
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-4, 3)$

Ejercicio25.4.16

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x - 11y = 17\\
2x - 22y = 4
\ end {array}\ derecha.\)

Ejercicio25.4.17

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-2x + 3y = 20\\
-3x + 2y = 15
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-1, 6)$

Ejercicio25.4.18

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-5x + 2y = -4\\

-3x - 5y = 10
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.19

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-3x - 4y = 2\\
-9x - 12y = 6
\ end {array}\ right.\)

Contestar

dependiente

Ejercicio25.4.20

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x - 5y = 28\\
-4x - 2y = -20
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.21

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
6x - 3y = 3\\
10x - 7y = 3
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(1, 1)$

Ejercicio25.4.22

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-4x + 12y = 0\\
-8x + 16y = 0
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.23

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + y = -1\\
12x + 4y = 6
\ end {array}\ right.\)

Contestar

inconsistente

Ejercicio25.4.24

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
8x + 5y = -23\\

-3x - 3y = 12
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.25

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 8y = 10\\
3x + 12y = 15
\ end {array}\ right.\)

Contestar

dependiente

Ejercicio25.4.26

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x + 6y = 8\\
6x + 8y = 12
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.27

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
10x + 2y = 2\\
-15x - 3y = 3
\ end {array}\ right.\)

Contestar

inconsistente

Ejercicio25.4.28

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x +\ dfrac {3} {4} y = -\ dfrac {1} {2}\\
\ dfrac {3} {5} x + y = -\ dfrac {7} {5}
\ end {array}\ derecha.\)

Ejercicio25.4.29

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x +\ dfrac {1} {3} y =\ dfrac {4} {3}\\
-x +\ dfrac {1} {6} y =\ dfrac {2} {3}
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(0, 4)$

Ejercicio25.4.30

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
8x - 3y = 25\\

4x - 5y = -5
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.31

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-10x - 4y = 72\\
9x + 5y = 39
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-\frac{258}{7}, \frac{519}{7})$

Ejercicio25.4.32

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
12x + 16y = -36\\
-10x + 12y = 30
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.4.33

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
25x - 32y = 14\\
-50x + 64y = -28
\ end {array}\ right.\)

Contestar

dependiente

Ejercicios para revisión

Ejercicio25.4.34

Simplifica y escribe$(2x^{-3}y^4)^5(2xy^{-6})^{-5}$ para que solo aparezcan exponentes positivos.

Ejercicio25.4.35

Simplificar$\sqrt{8}+3\sqrt{50}$.

Contestar

$17\sqrt{2}$

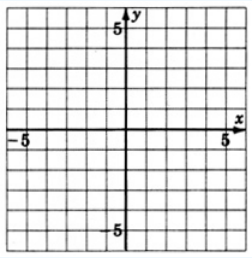
Ejercicio25.4.36

Resolver la ecuación radical$\sqrt{2x+3}+5=8$

Ejercicio25.4.37

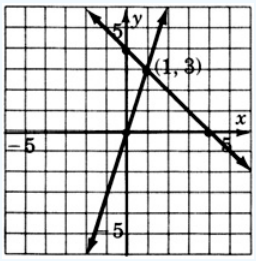
Resuelve graficando:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 4\\
3x - y = 0
\ end {array}\ right.\)



Contestar

$(1, 3)$



? Ejercicio25.4.38

Resuelve usando el método de sustitución:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x - 4y = -11\\
5x + y = -3
\ end {array}\ right.\)

This page titled 25.4: Eliminación por Suma is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.4: Elimination by Addition** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

25.5: Aplicaciones

El método de cinco pasos

A la hora de resolver problemas prácticos, suele ser más conveniente introducir dos variables en lugar de una sola. Se deben introducir dos variables sólo cuando se puedan encontrar dos relaciones dentro del problema. Cada relación producirá una ecuación, y resultará un sistema de dos ecuaciones en dos variables.

Utilizaremos el método de cinco pasos para resolver estos problemas.

1. Introducir dos variables, una por cada cantidad desconocida.
2. Busca dos relaciones dentro del problema. Traducir las frases verbales en expresiones matemáticas para formar dos ecuaciones.
3. Resolver el sistema resultante de ecuaciones.
4. Consulta la solución.
5. Escribe una conclusión.

Conjunto de muestras A (problemas numéricos)

Ejemplo25.5.1

La suma de dos números es37. Un número es5 mayor que el otro. ¿Cuáles son los números?

Paso 1:

Dejar un número$x =$ más pequeño.

Dejar$y =$ un número mayor.

Paso 2: Hay dos relaciones.

a) La suma es37

$x + y = 37$

b) Uno es5 más grande que el otro.

Paso 3:

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x + y = 37\\
y = x + 5
\ end {array}\ derecha.\)

Podemos resolver fácilmente este sistema por sustitución. Sustituto$x + 5\, y$ en la ecuación 1.

\ (\ comenzar {alineado}
x + (x + 5) & = 37\\
x + x + 5 &= 37\\
2x + 5 &= 37\\
2x &= 32\\
x &= 16 &\ texto {Entonces,} y = 16 + 5 = 21\\
x &= 16
\ end {alineado}

Paso 4: La suma si37.

\ (\ begin {aligned}
x + y &= 37\\
16 + 21 &= 37\ text {¿Es esto correcto? }\\
37 &= 37\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

Uno es5 más grande que el otro.

\ (\ begin {aligned}
y &= x + 5\\
21 &= 16 + 5\\
21 &= 21\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

Paso 5: Los dos números son16 y21.

Conjunto de práctica A

? Problema de práctica25.5.1

La diferencia de dos números es 9, y la suma de los mismos dos números es 19. ¿Cuáles son los dos números?

Paso 1:

Paso 2:

Paso 3:

Paso 4:

Paso 5:

Contestar

Los dos números son 14 y 5.

Problemas de valor y tarifas: problemas de monedas y problemas de mezcla

Los problemas en los Conjuntos de Muestras B y C son **problemas de valor**. Se les conoce como problemas de valor porque una de las ecuaciones del sistema utilizado para resolverlos se genera considerando un **valor, o tasa, o cantidad veces una cantidad**.

Juego de Muestras B (Problemas de Monedas)

✓ Ejemplo25.5.2

Un parquímetro contiene 27 monedas consistentes únicamente en monedas de diez centavos y cuartos. Si el medidor contiene $4.35, ¿cuántos de cada tipo de moneda hay?

Paso 1:

Dejar$D =$ número de monedas de diez centavos.

Dejar$Q =$ número de cuartos.

Paso 2: Hay dos relaciones.

a) Hay 27 monedas. $D + Q = 27$.

b) Contribución por diez centavos $= \overset{10D}{(\text{Value})} \cdot (\text{Quantity})$

Contribución por trimestres $= \overset{25Q}{(\text{Value})} \cdot (\text{Quantity})$

$10D + 25Q = 435$

Paso 3:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
D + Q = 27\\
10D + 25Q = 435
\ end {array}\ right.\)

Podemos resolver este sistema usando eliminación por adición. Multiplica ambos lados de la ecuación (1) por-10 y suma.

\ (\ begin {array} {c}
-10 D-10 Q=-270\\
10 D+25 Q=435\
\ hline 15 Q=165\\
Q=11
\ end {array}\)

Entonces,\ (D + 11 = 27\\
D = 16\)

$D = 16, Q = 11$

Paso 4:16 monedas de diez centavos y 11 cuartos son 27 monedas.

\ (\ begin {aligned}
10 (16) + 11 (25) &= 435\ text {¿Es correcto esto? }\\
160 + 275 &= 435\ text {¿Es correcto esto? }\\
435 &= 435\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

La solución comprueba.

Paso 5: Hay 11 trimestres y 16 dimes.

Set de práctica B

? Problema de práctica25.5.2

Una bolsa contiene solo monedas de níquel y diez centavos. El valor de la colección es de $2. Si hay 26 monedas en total, ¿cuántas de cada moneda hay?

Contestar

Hay 14 monedas de diez centavos y 12 monedas de níquel.

Conjunto de Muestras C (Problemas de Mezcla)

✔ Ejemplo25.5.3

Un estudiante de química necesita 40 mililitros (ml) de una solución ácida al 14%. Tenía dos soluciones ácidas, A y B, para mezclarlas para formar la solución ácida de 40 ml. La solución ácida A es 10% de ácido y la solución ácida B es 20% de ácido. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Paso 1:

Dejar$x$ = número de ml es solución A.

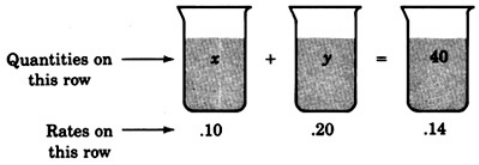
Dejar$y$ = número de ml de solución B.

Paso 2: Hay dos relaciones

a) La suma del número de ml de las dos soluciones es 40.

$x + y = 40$.

b) Para determinar la segunda ecuación, dibuje una imagen de la situación



La ecuación sigue directamente del dibujo si utilizamos la idea de cantidad por cantidad.

Paso 3:$.10x + .20y = .14(40)$

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 40\\
.10x + .20y = .14 (40)
\ end {array}\ right.\)

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 40\\
.10x + .20y = .14 (40)
\ end {array}\ right.\)

Resuelve este sistema por adición. Primero, elimina los decimales en la ecuación 2 multiplicando ambos lados por 100.

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x + y = 40\\
10x + 20y = 14 (40)
\ end {array}\ right.\)

Elimine$x$ multiplicando la ecuación 1 por-10 y luego sumando.

\ (\ begin {array} {c}
-10 x-10 y=-400\\
10 x+20 y=560\
\ hline 10 y=160\
y=16
\ end {array}\)

Entonces,\ (x + 16 = 40\\
x = 24\)

$x = 24, y = 16$

Paso 4:24 ml y 16ml para agregar a 40ml.

\ (\ begin {aligned}
10 (24) + 20 (16) &= 560\ text {¿Es correcto esto? }\\
240 + 320 &= 560\ text {¿Es correcto esto? }\\
560 &= 560\ text {Sí, esto es correcto.}
\ end {alineado}\)

La solución comprueba.

Paso 5: El estudiante debe usar 24 ml de solución ácida A y 16 ml de solución ácida B.

Set de práctica C

Problema de práctica25.5.3

Un estudiante de química necesita 60 ml de una solución salina al 26%. Tiene dos soluciones salinas, A y B, para mezclarlas para formar la solución de 60 ml. La solución salina A es 30% de sal y la solución salina B es 20% de sal. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Contestar

El estudiante debe usar 36 ml de solución salina A y 24 ml de solución salina B.

Ejercicios

Ejercicio25.5.1

La suma de dos números es 22. Un número es 6 más que el otro. ¿Cuáles son los números?

Contestar

Los dos números son 14 y 8.

Ejercicio25.5.2

La suma de dos números es 32. Un número es 8 más que el otro. ¿Cuáles son los números?

Ejercicio25.5.3

La diferencia de dos números es 12 y un número es tres veces mayor que el otro. ¿Cuáles son los números?

Contestar

Los dos números son 18 y 6.

Ejercicio25.5.4

La diferencia de dos números es 9 y un número es 10 veces mayor que el otro. ¿Cuáles son los números?

Ejercicio25.5.5

La mitad de la suma de dos números es 14 y la mitad la diferencia es 2. ¿Cuáles son los números?

Contestar

Los números son 16 y 12.

Ejercicio25.5.6

Un tercio de la suma de dos números es 6 y una quinta parte de la diferencia es 2. ¿Cuáles son los números?

Ejercicio25.5.7

Una mezcla de 14 libras de uvas se vende por $3.10. La uva tipo 1 se vende por 25¢ la libra y la uva tipo 2 se vende por 20¢ la libra. ¿Cuántas libras de cada tipo de uva se utilizaron?

Contestar

6 libras de Tipo 1 y 8 libras de Tipo 2.

Ejercicio25.5.8

El costo de 80 litros de una solución de limpieza mezclada es de $28. La solución tipo 1 cuesta 20¢ el litro y la solución tipo 2 cuesta 40¢ el litro. ¿Cuántos litros de cada solución se utilizaron para formar la solución mezclada?

Ejercicio25.5.9

El costo de 42 gramos de un determinado compuesto químico es de $14.40. El químico tipo 1 cuesta 45¢ el gramo y el químico tipo 2 cuesta 30¢ el gramo. ¿Cuántos gramos de cada químico se utilizaron para formar el compuesto?

Contestar

12 gramos de Tipo 1 y 30 gramos de Tipo 2.

Ejercicio25.5.10

A una obra de teatro asistieron 342 personas, algunos adultos y algunos niños. El ingreso para adultos fue de $1.50 y para niños de 75¢. ¿Cuántos adultos y cuántos niños asistieron a la obra?

Ejercicio25.5.11

Se vendieron 200 boletos para la actuación musical anual de una universidad. Los boletos para estudiantes fueron $2.50 y para no estudiantes $3.50. El monto total recaudado fue de 537 dólares. ¿Cuántos no estudiantes compraron boletos para la actuación?

Contestar

37 boletos para no estudiantes.

Ejercicio25.5.12

Un estudiante de química necesita 22 ml de una solución ácida al 38%. Tiene dos soluciones ácidas, A y B, para mezclarlas para formar la solución. La solución ácida A es 40% de ácido y la solución ácida B es 30% de ácido. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Ejercicio25.5.13

Un estudiante de química necesita 50 ml de una solución salina al 72%. Tiene dos soluciones salinas, A y B, para mezclarlas para formar la solución. La solución salina A es 60% de sal y la solución salina B es 80% de sal. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Contestar

30 ml de solución al 80%; 20 ml de solución al 60%.

Ejercicio25.5.14

Un químico necesita 2 litros de una solución ácida al 18%. Tiene dos soluciones, A y B, para mezclarlas para formar la solución. La solución ácida A es 10% de ácido y la solución ácida B es 15% de ácido. ¿Puede el químico formar la solución ácida necesaria al 18%? (Verificar por cálculo.) Si el químico localiza una solución ácida al 20%, ¿cuánto se tendría que mezclar con la solución al 10% para obtener la solución necesaria de 2 litros al 18%?

Ejercicio25.5.15

Un químico necesita 3 litros de una solución ácida al 12%. Tiene dos soluciones ácidas, A y B, para mezclarlas para formar la solución. La solución ácida A es 14% de ácido y la solución ácida B es 20% de ácido. ¿Puede el químico formar la solución necesaria al 12%? (Verificar por cálculo.) Si el químico localiza una solución ácida al 4%, ¿cuánto habría que mezclar con la solución ácida del 14% para obtener la solución de 3 litros al 12% necesaria?

Contestar

a) No se puede formar una solución al 12%;

b) $\frac{3}{5}$ litro de solución al 4%.

Ejercicio25.5.16

Un estudiante de química necesita 100 ml de una solución ácida al 16%. Tiene una botella de solución ácida al 20%. ¿Cuánta agua pura y cuánto de la solución al 20% se debe mezclar para diluir la solución ácida al 20% a una solución ácida al 16%?

Ejercicio25.5.17

Un estudiante de química necesita 1 litro de una solución salina al 78%. Ella tiene una botella de solución salina al 80%. ¿Cuánta agua pura y cuánto de la solución salina al 80% se debe mezclar para diluir la solución salina al 80% a una solución salina del 78%?

Contestar

25 ml de agua pura; 975 ml de solución salina al 80%.

Ejercicio25.5.18

25 ml de agua pura; 975 ml de solución salina al 80%.

Ejercicio25.5.19

Un banco infantil contiene 78 monedas. Las monedas son sólo centavos y monedas de níquel. Si el valor de las monedas es de $1.50, ¿cuántas de cada moneda hay?

Contestar

18 monedas de cinco centavos; 60 centavos.

Ejercicios para revisión

Ejercicio25.5.20

Simplificar $\frac{x^{n+6}}{x^2}$

Ejercicio25.5.21

Encuentra el producto: $(3x-5)^2$

Contestar

$9x^2-30x+25$

Ejercicio25.5.22

Encuentra la diferencia: $\frac{2x-1}{x^2+x-6} - \frac{x+2}{x^2+5x+6}$

Ejercicio25.5.23

Utilice el método de sustitución para resolver

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
4x - y = 3\\
2x - 5 = 15
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(0, -3)$

Ejercicio25.5.24

Utilice el método de adición para resolver

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 4y = -7\\
4x - 5y = 1
\ end {array}\ right.\)

This page titled 25.5: Aplicaciones is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.5: Applications** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

25.6: Resumen de conceptos clave

Resumen de conceptos clave

Sistema de Ecuaciones

Una colección de dos ecuaciones lineales en dos variables se denomina **sistema de ecuaciones.**

Solución a un Sistema

Un par ordenado que es una solución a ambas ecuaciones en un sistema se denomina **solución al sistema de ecuaciones.** Los valores$x = 3, y = 1$ son una solución para el sistema

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x-y = 2\\
x + y = 4
\ end {array}\ right.\)

Sistemas Independientes

Los sistemas en los que las líneas se cruzan precisamente en un punto son **sistemas independientes.** En las aplicaciones, los sistemas independientes pueden surgir cuando los datos recopilados son precisos y completos.

Sistemas inconsistentes

Los sistemas en los que las líneas son paralelas son **sistemas inconsistentes.** En las aplicaciones, pueden surgir sistemas inconsistentes cuando los datos recopilados son contradictorios.

Sistemas Dependientes

Los sistemas en los que las líneas son coincidentes (una sobre la otra) son **sistemas dependientes.** En las aplicaciones, los sistemas dependientes pueden surgir cuando los datos recopilados están incompletos.

Resolver un sistema graficando

Para resolver un sistema graficando:

1. Grafica cada ecuación del mismo conjunto de ejes.
2. Si las líneas se cruzan, la solución es el punto de intersección.

Resolver un sistema por sustitución

Para resolver un sistema mediante sustitución,

1. Resolver una de las ecuaciones para una de las variables.
2. Sustituir la expresión por la variable elegida en el paso 1 en la otra ecuación.
3. Resolver la ecuación resultante en una variable.
4. Sustituir el valor obtenido en el paso 3 en la ecuación obtenida en el paso 1 y resolver para obtener el valor de la otra variable.
5. Verifique la solución en ambas ecuaciones.
6. Escribe la solución como un par ordenado.

Resolver un sistema por adición

Para resolver un sistema usando la adición,

1. Escribir, si es necesario, ambas ecuaciones en forma general
   $ax + by = c$
2. Si es necesario, multiplique una o ambas ecuaciones por factores que producirán coeficientes opuestos para una de las variables.
3. Sumar las ecuaciones para eliminar una ecuación y una variable.
4. Resolver la ecuación obtenida en el paso 3.
5. Sustituir el valor obtenido en el paso 4 en cualquiera de las ecuaciones originales y resolver para obtener el valor de la otra variable.
6. Verifique la solución en ambas ecuaciones.
7. Escribe la solución como un par ordenado.

Sustitución y adición y líneas paralelas

Si los cálculos eliminan todas las variables y producen una contradicción, las dos líneas del sistema son paralelas y no existe ninguna solución. El sistema es inconsistente.

Sustitución y suma y líneas coincidentes

Si los cálculos eliminan todas las variables y producen una identidad, las dos líneas del sistema son coincidentes y el sistema tiene infinitamente muchas soluciones. El sistema es dependiente.

Aplicaciones

El método de cinco pasos se puede utilizar para resolver problemas aplicados que involucran sistemas lineales que constan de dos ecuaciones en dos variables. En esta sección se examinan las soluciones de problemas numéricos, problemas de mezcla y problemas de valor y tasa. Los problemas de tasa tienen un uso particular en química.

This page titled 25.6: Resumen de conceptos clave is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.6: Summary of Key Concepts** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

25.7: Suplemento de ejercicio

Suplemento de ejercicio

Soluciones por Gráfica - Eliminación por Adición

Para los siguientes problemas, resolver los sistemas de ecuaciones.

Ejercicio25.7.1

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x + y = 5\\
-2x + 3y = -13
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(2, -3)$

Ejercicio25.7.2

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-5x + 2y = 5\\
x + 7y = -1
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.3

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x - 3y = 17\\
8x + 2y = 46
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(\frac{86}{13}, -\frac{45}{13})$

Ejercicio25.7.4

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
6m + 5n = -9\\
2m - 4n = 14
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.5

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x - 9y = 5\\
-x + 3y = 0
\ end {array}\ right.\)

Contestar

sin solución

Ejercicio25.7.6

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
y = 2x - 5\\
8x - 75 = 5
\ end {array}\ derecha.\)

Ejercicio25.7.7

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
x = 8\\
9y = 5x - 76
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(8, -4)$

Ejercicio25.7.8

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
7x - 2y = 4\\
-14x + 4y = -8
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.9

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
y = -x - 7\\
x = y - 5
\ end {array}\ derecha.\)

Contestar

$(-6, -1)$

Ejercicio25.7.10

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
20x + 15y = -13\\
5x - 20y = 13
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.11

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
x - 6y = 12\\
4x + 6y = 18
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(6, -1)$

Ejercicio25.7.12

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
8x + 9y = 0\\
4x + 3y = 0
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.13

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
-5x + 2y = 1\\
10x - 4y = -2
\ end {array}\ right.\)

Contestar

Dependiente (misma línea)

Ejercicio25.7.14

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - 5y = 3\\
5x + 2y = -7
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.15

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
6x + 5y = 14\\
4x - 8y = 32
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(4, -2)$

Ejercicio25.7.16

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
5x - 7y = 4\\
10x - 14y = 1
\ end {array}\ right.\)

Ejercicio25.7.17

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2m + 10n = 0\\
-4m - 20n = -6
\ end {array}\ right.\)

Contestar

Inconsistente (líneas paralelas)

Ejercicio25.7.18

\ (\ izquierda\ {\ begin {array} {r}
7r - 2s = 6\\
-3r + 5s = -15
\ end {array}\ derecha.\)

Ejercicio25.7.19

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
28a - 21b = -19\\
21a + 7b = 15
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(\frac{2}{7}, \frac{9}{7})$

Ejercicio25.7.20

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
72x - 108y = 21\\
18x + 36y = 25
\ end {array}\ right.\)

Aplicaciones

Ejercicio25.7.21

La suma de dos números es 35. Un número es 7 más grande que el otro. ¿Cuáles son los números?

Contestar

Los números son 14 y 21.

Ejercicio25.7.22

La diferencia de dos números es 48. Un número es tres veces mayor que el otro. ¿Cuáles son los números?

Ejercicio25.7.23

Una mezcla de 35 libras de dos tipos de cartón se vende por $30.15. El cartón tipo I se vende por 90¢ la libra y el cartón tipo II se vende por 75¢ la libra. ¿Cuántas libras de cada tipo de cartón se utilizaron?

Contestar

26 libras a 90 ¢; 9 libras a 75 ¢

Ejercicio25.7.24

El costo de 34 calculadoras de dos tipos diferentes es de $1139. La calculadora tipo I se vende por $35 cada una y el tipo II se vende por $32 cada una. ¿Cuántas de cada tipo de calculadoras se utilizaron?

Ejercicio25.7.25

Un estudiante de química necesita 46 ml de una solución salina al 15%. Tiene dos soluciones salinas, A y B, para mezclarlas para formar la solución necesaria de 46 ml. La solución salina A es 12% de sal y la solución salina B es 20% de sal. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Contestar

$28\frac{3}{4}$ml de solución A

$17\frac{3}{4}$ml de solución B

Ejercicio25.7.26

Un químico necesita 100 ml de una solución ácida al 78%. Tiene dos soluciones ácidas para mezclar para formar la solución de 100 ml necesaria. Una solución es 50% de ácido y la otra solución es 90% de ácido. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Ejercicio25.7.27

Un tercio la suma de dos números es 12 y la mitad de la diferencia es 14. ¿Cuáles son los números?

Contestar

$x = 32, y = 4$

Ejercicio25.7.28

Se dice que dos ángulos son complementarios si sus medidas suman 90°. Si un ángulo mide 8 más de cuatro veces la medida de su complemento, encuentra la medida de cada uno de los ángulos.

Ejercicio25.7.29

Un químico necesita 4 litros de una solución ácida al 20%. Tiene dos soluciones para mezclar para formar la solución al 20%. Una solución es 30% de ácido y la otra solución es 24% de ácido. ¿Puede el químico formar la solución ácida necesaria al 20%? Si el químico localiza una solución ácida al 14%, ¿cuánto habría que mezclar con la solución ácida del 24% para obtener la solución necesaria al 20%?

Contestar

a) sin solución

b) 1.6 litros (1600 ml) de la solución al 14%

2.4 litros (2400 ml) de la solución 24%.

Ejercicio25.7.30

Un químico necesita 80 ml de una solución salina al 56%. Ella tiene una botella de solución salina al 60%. ¿Cuánta agua pura y cuánto de la solución salina al 60% se debe mezclar para diluir la solución salina al 60% a una solución salina del 56%?

This page titled 25.7: Suplemento de ejercicio is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.7: Exercise Supplement** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

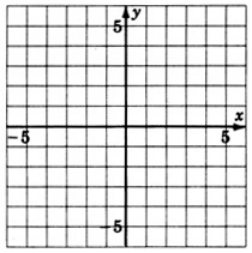
25.8: Examen de Aptitud

Examen de competencia

Ejercicio25.8.1

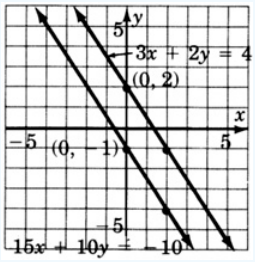
Resolver usando gráficos:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 2y = 4\\
15x + 10y = -10
\ end {array}\ right.\)



Contestar

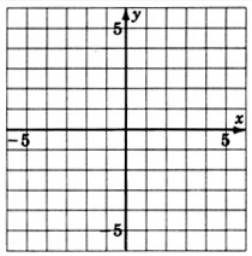
inconsistente



Ejercicio25.8.2

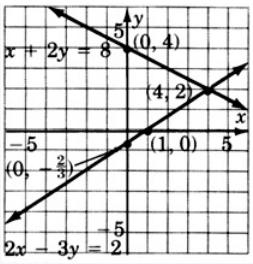
Resolver usando gráficos:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x - 3y = 2\\
x + 2y = 8
\ end {array}\ right.\)



Contestar

(4,2)



Ejercicio25.8.3

Resolver usando sustitución:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
2x + 6y = 16\\
x - 4y = -13
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(-1, 3)$

Ejercicio25.8.4

Resolver usando adición:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
3x + 8y = -5\\
x - 2y = 3
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(1, -1)$

Ejercicio25.8.5

Resolver usando sustitución o adición:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
4x - 4y = 8\\
x - y = 5
\ end {array}\ right.\)

Contestar

inconsistente

Ejercicio25.8.6

Resolver usando sustitución o adición:

\ (\ left\ {\ begin {array} {r}
9x + 3y = 12\\
3x - y = 4
\ end {array}\ right.\)

Contestar

$(\frac{4}{3}, 0)$

Ejercicio25.8.7

La suma de dos números es 43 y la diferencia de los mismos dos números es 7. ¿Cuáles son los números?

Contestar

18 y 25

Ejercicio25.8.8

Un químico necesita 80 ml de una solución ácida al 18%. Tiene dos soluciones ácidas, A y B, para mezclarlas para formar la solución de 80 ml. La solución ácida A es 15% de ácido y la solución ácida B es 20% de ácido. ¿Cuánto de cada solución se debe usar?

Contestar

32 ml de solución A; 48 ml de solución B.

Ejercicio25.8.9

Un parquímetro contiene 32 monedas. Si el medidor contiene solo monedas de cinco centavos y cuartos, y el valor total de las monedas es de $4.60, ¿cuántas de cada tipo de moneda hay?

Contestar

17 níqueles y 15 cuartos

Ejercicio25.8.10

Una persona tiene $15,000 para invertir. Si invierte parte al 8% y el resto al 12%, ¿cuánto debería invertir a cada tasa para producir el mismo rendimiento que si lo hubiera invertido todo al 9%?

Contestar

$11,250 al 8%; $3,750 al 12%

This page titled 25.8: Examen de Aptitud is shared under a CC BY license and was authored, remixed, and/or curated by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. (OpenStax CNX) .

- **11.8: Proficiency Exam** by Denny Burzynski & Wade Ellis, Jr. is licensed CC BY 4.0.

CHAPTER OVERVIEW

Información

Índice
Glossario
Licencias Detalladas

Índice

A

acute angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
area
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
arithmetic mean
14.3: Medidas de Tendencia Central
associative property of multiplication
5.5: Propiedades de la Multiplicación

B

bar graph
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
Basic Counting Rule
15.3: Conteo
Birthday Problem
15.3: Conteo
blind study
13.5: Experimentos
box plot
14.4: Medidas de Variación

C

cards
15.1: Conceptos básicos
categorical data
13.2: Categorizar datos
Celsius scale
11.3: Básculas de Temperatura
census
13.1: Poblaciones y muestras
circles
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
circumference
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
class intervals
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
cluster sampling
13.3: Métodos de muestreo
combinations
15.3: Conteo
common factor
6.4: El mayor factor común
common multiples
6.5: El múltiplo menos común
Commutative Property of Multiplication
5.5: Propiedades de la Multiplicación
comparison group
13.5: Experimentos
complement
15.2: Trabajar con Eventos
complementary angles
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
completing the square
24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado
conditional probability
15.2: Trabajar con Eventos
conditional probability formula
15.2: Trabajar con Eventos
cone
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
confounding
13.5: Experimentos
congruent
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
control group
13.5: Experimentos
convenience samples
13.3: Métodos de muestreo
corresponding angles
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
corresponding sides
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
cross products
7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos
cube
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
cube root
6.1: Exponentes y Raíces
cup
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

D

diameter
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
dividend
5.2: Conceptos de división de números enteros
dividing fractions
7.5: División de Fracciones
division
5.2: Conceptos de división de números enteros
Division of Whole Numbers
5.3: División de Números Enteros
divisor
5.2: Conceptos de división de números enteros

E

elimination by addition
25.4: Eliminación por Suma
event
15.1: Conceptos básicos
exact divisions
9.7: Divisiones no terminadoras
expectation value
15.4: Valor esperado
expected value
15.4: Valor esperado
experiments
13.5: Experimentos
Exponential Notation
6.1: Exponentes y Raíces
exponents
6.1: Exponentes y Raíces

F

face
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
factor label method
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
Fahrenheit scale
11.3: Básculas de Temperatura
fair game
15.4: Valor esperado
fluid ounce
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
frequency polygon
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
frequency table
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos

G

gallon
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
gram
11.2: Unidades Métricas de Medida
greatest common factor
6.4: El mayor factor común

H

histogram
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
Hypotenuse
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

I

improper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
independent events
15.2: Trabajar con Eventos
indeterminant
5.2: Conceptos de división de números enteros
isosceles trapezoid
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área

L

least common multiple
6.5: El múltiplo menos común
legs
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
length
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
11.2: Unidades Métricas de Medida
line
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
line segment
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
liter
11.2: Unidades Métricas de Medida
Loaded questions
13.4: Cómo arruinar las cosas

M

mass
11.2: Unidades Métricas de Medida
mean
14.3: Medidas de Tendencia Central
measurement
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
median
14.3: Medidas de Tendencia Central

meter
11.2: Unidades Métricas de Medida
metric system
11.2: Unidades Métricas de Medida
midpoint
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
mixed numbers
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
mode
14.3: Medidas de Tendencia Central
multiples
6.5: El múltiplo menos común
multiplication of fractions
7.4: Multiplicación de Fracciones
Multiplicative Identity Property
5.5: Propiedades de la Multiplicación
multiplying decimals
9.5: Multiplicación de decimales
mutually exclusive
15.2: Trabajar con Eventos

N

natural numbers
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
nonterminating division
9.7: Divisiones no terminadoras
number sense
1: Sentido numérico

O

observational studies
13.5: Experimentos
obtuse angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
ounce
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
outcome
15.1: Conceptos básicos
outliers
14.3: Medidas de Tendencia Central

P

parameter
13.1: Poblaciones y muestras
Pareto chart
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
Perceived lack of anonymity
13.4: Cómo arruinar las cosas
perimeter
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
permutations
15.3: Conteo
perpendicular lines
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
pi
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
pictogram
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
pie chart
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
pint
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
placebo
13.5: Experimentos
placebo controlled experiment
13.5: Experimentos
placebo effect
13.5: Experimentos
plane
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
point
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
polygon
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
polygons
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
polyhedrons
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
population
13.1: Poblaciones y muestras
population variance
14.4: Medidas de Variación
positive improper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
positive proper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
pound
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
prefix
11.2: Unidades Métricas de Medida
prime factorization
6.3: Factorización de números naturales primos
proper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
pyramids
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
Pythagoras
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
Pythagorean Theorem
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

Q

quadilaterals
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
Quantitative Data
13.2: Categorizar datos
quart
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
quartiles
14.4: Medidas de Variación
Quota sampling
13.3: Métodos de muestreo
quotient
5.2: Conceptos de división de números enteros

R

radical sign
6.1: Exponentes y Raíces
radicand
23.2: Expresiones de raíz cuadrada
radius
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
range
14.4: Medidas de Variación
rationalizing the denominator
23.5: División de expresiones de raíz cuadrada
ray
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
reciprocal
7.5: División de Fracciones
reciprocals
17.7: Exponentes negativos
rectangle
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
rectangular prism
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
Response bias
13.4: Cómo arruinar las cosas
right angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
roots
6.1: Exponentes y Raíces

S

sample
13.1: Poblaciones y muestras
sample space
15.1: Conceptos básicos
sample variance
14.4: Medidas de Variación
Sampling Bias
13.3: Métodos de muestreo
sampling variability
13.3: Métodos de muestreo
selection bias
13.4: Cómo arruinar las cosas
similar triangles
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
simple event
15.1: Conceptos básicos
Simple random sampling
13.3: Métodos de muestreo
sphere
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
square
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
square root
6.1: Exponentes y Raíces
23.2: Expresiones de raíz cuadrada
standard deviation
14.4: Medidas de Variación
statistic
13.1: Poblaciones y muestras
stratified sample
13.3: Métodos de muestreo
supplementary angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
Systematic sampling
13.3: Métodos de muestreo

T

target population
13.1: Poblaciones y muestras
temperature
11.3: Básculas de Temperatura
terminating division
9.7: Divisiones no terminadoras
ton
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

trapezoid
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
treatment
13.5: Experimentos
tree diagram
15.3: Conteo
triangle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

U

U.S. Customary Measurement System
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
unit equivalents
11.2: Unidades Métricas de Medida
unit fraction
11.2: Unidades Métricas de Medida

V

vertex
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
volume
11.2: Unidades Métricas de Medida
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
Voluntary response bias
13.4: Cómo arruinar las cosas
voluntary response samples
13.3: Métodos de muestreo

W

weight
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

Glossario

Sample Word 1 | Sample Definition 1

Licencias Detalladas

Overview

Title: HiSet Mathematica (Lopez)

Webpages: 239

Applicable Restrictions: Noncommercial

All licenses found:

- CC BY 4.0: 77% (184 pages)
- Undeclared: 12.1% (29 pages)
- CC BY-NC-SA 4.0: 10.9% (26 pages)

By Page

- HiSet Mathematica (Lopez) - *Undeclared*
  - Materia Frontal - *Undeclared*
    - Título - *Undeclared*
    - InfoPage - *Undeclared*
    - Table of Contents - *Undeclared*
    - Licencias - *Undeclared*
  - 1: Sentido numérico - *CC BY 4.0*
    - 1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje - *CC BY 4.0*
    - 1.2: Tema B- Conteo - *CC BY 4.0*
    - 1.3: Tema C- Valor posicionar - *CC BY 4.0*
    - 1.4: Tema D- Ordenando números - *CC BY 4.0*
    - 1.5: Tema E- Redondeo de números - *CC BY 4.0*
    - 1.6: Tema F- Más Conteo - *CC BY 4.0*
    - 1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número - *CC BY 4.0*
  - 2: Adición - *CC BY 4.0*
    - 2.1: Tema A- Adición - *CC BY 4.0*
    - 2.2: Tema B- Suma de tres o más números - *CC BY 4.0*
    - 2.3: Tema C- Adición de números más grandes - *CC BY 4.0*
    - 2.4: Unidad 2 Revisión- Adición - *CC BY 4.0*
  - 3: Resta - *CC BY 4.0*
    - 3.1: Tema A- Resta - *CC BY 4.0*
    - 3.2: Tema B- Resta de Números Mayores - *CC BY 4.0*
    - 3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta - *CC BY 4.0*
  - 4: Estimación, Tiempo y Formas - *CC BY 4.0*
    - 4.1: Tema A- Estimación - *CC BY 4.0*
    - 4.2: Tema B- Tiempo - *CC BY 4.0*
    - 4.3: Tema C- Formas - *CC BY 4.0*
    - 4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas - *CC BY 4.0*
  - 5: Multiplicación y división de números enteros - *CC BY 4.0*
    - 5.1: Multiplicación de números enteros - *CC BY 4.0*
    - 5.2: Conceptos de división de números enteros - *CC BY 4.0*
    - 5.3: División de Números Enteros - *CC BY 4.0*
    - 5.4: Algunos datos interesantes sobre la división - *CC BY 4.0*
    - 5.5: Propiedades de la Multiplicación - *CC BY 4.0*
    - 5.6: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
    - 5.7: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
    - 5.8: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
  - 6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros - *CC BY 4.0*
    - 6.1: Exponentes y Raíces - *CC BY 4.0*
    - 6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones - *CC BY 4.0*
    - 6.3: Factorización de números naturales primos - *CC BY 4.0*
    - 6.4: El mayor factor común - *CC BY 4.0*
    - 6.5: El múltiplo menos común - *CC BY 4.0*
    - 6.6: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
    - 6.7: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
    - 6.8: Examen de Aptitud - *Undeclared*
  - 7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones - *CC BY 4.0*
    - 7.1: Facciones de números enteros - *CC BY 4.0*
    - 7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos - *CC BY 4.0*
    - 7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos - *CC BY 4.0*
    - 7.4: Multiplicación de Fracciones - *CC BY 4.0*
    - 7.5: División de Fracciones - *CC BY 4.0*
    - 7.6: Aplicaciones que involucran fracciones - *CC BY 4.0*
    - 7.7: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
    - 7.8: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
    - 7.9: Examen de Aptitud - *Undeclared*

- 8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas - *CC BY 4.0*
  - 8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares - *CC BY 4.0*
  - 8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos - *CC BY 4.0*
  - 8.3: Suma y resta de números mixtos - *CC BY 4.0*
  - 8.4: Comparando Fracciones - *CC BY 4.0*
  - 8.5: Fracciones Complejas - *CC BY 4.0*
  - 8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones - *CC BY 4.0*
  - 8.7: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
  - 8.8: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
  - 8.9: Examen de competencia - *Undeclared*
- 9: Decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.1: Lectura y escritura de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.2: Convertir un decimal a una fracción - *CC BY 4.0*
  - 9.3: Redondeo de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.4: Suma y resta de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.5: Multiplicación de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.6: División de Decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.7: Divisiones no terminadoras - *Undeclared*
  - 9.8: Convertir una Fracción a Decimal - *Undeclared*
  - 9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones - *Undeclared*
  - 9.10: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
  - 9.11: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
  - 9.12: Examen de Aptitud - *Undeclared*
- 10: Ratios y Tarifas - *CC BY 4.0*
  - 10.1: Ratios y Tarifas - *CC BY 4.0*
  - 10.2: Proporciones - *CC BY 4.0*
  - 10.3: Aplicaciones de Proporciones - *CC BY 4.0*
  - 10.4: Por ciento - *CC BY 4.0*
  - 10.5: Fracciones del uno por ciento - *CC BY 4.0*
  - 10.6: Aplicaciones de porcentajes - *CC BY 4.0*
  - 10.7: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
  - 10.8: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
  - 10.9: Examen de Aptitud - *Undeclared*
- 11: Medición - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.2: Unidades Métricas de Medida - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.3: Básculas de Temperatura - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.4: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 12: Geometria - *Undeclared*
  - 12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 12.2: Perímetro, Circunferencia y Área - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 12.3: Volumen de Sólidos Geométricos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 12.4: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 13: Estadísticas, Recopilación de Datos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.1: Poblaciones y muestras - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.2: Categorizar datos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.3: Métodos de muestreo - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.4: Cómo arruinar las cosas - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.5: Experimentos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.6: Ejercicios - *Undeclared*
- 14: Estadísticas, descripción de datos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.1: Presentación gráfica de datos categóricos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.3: Medidas de Tendencia Central - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.4: Medidas de Variación - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.5: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 15: Probabilidad - *Undeclared*
  - 15.1: Conceptos básicos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.2: Trabajar con Eventos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.3: Conteo - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.4: Valor esperado - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.5: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 16: Propiedades básicas de los números reales - *CC BY 4.0*
  - 16.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 16.2: Símbolos y Notaciones - *CC BY 4.0*
  - 16.3: La línea numérica real y los números reales - *CC BY 4.0*
  - 16.4: Propiedades de los números reales - *CC BY 4.0*
  - 16.5: Exponentes - *CC BY 4.0*
  - 16.6: Reglas de Exponentes - *CC BY 4.0*
  - 16.7: Las reglas de poder para exponentes - *CC BY 4.0*
  - 16.8: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 16.9: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 16.10: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 17: Operaciones Básicas con Números Reales - *CC BY 4.0*
  - 17.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 17.2: Números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.3: Valor Absoluto - *CC BY 4.0*
  - 17.4: Suma de números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.5: Resta de números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.6: Multiplicación y división de números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.7: Exponentes negativos - *CC BY 4.0*

- 17.8: Notación científica - *CC BY 4.0*
- 17.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
- 17.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
- 17.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*

- 18: Expresiones y ecuaciones algebraicas - *CC BY 4.0*
  - 18.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 18.2: Expresiones algebraicas - *CC BY 4.0*
  - 18.3: Ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 18.5: Combinar polinomios usando suma y resta - *CC BY 4.0*
  - 18.6: Combinar polinomios usando multiplicación - *CC BY 4.0*
  - 18.7: Productos Binomiales Especiales - *CC BY 4.0*
  - 18.8: Terminología asociada a ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 18.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 18.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 18.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades - *CC BY 4.0*
  - 19.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 19.2: Resolver ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b - *CC BY 4.0*
  - 19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas - *CC BY 4.0*
  - 19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas - *CC BY 4.0*
  - 19.6: Aplicación II - Solución de Problemas - *CC BY 4.0*
  - 19.7: Desigualdades lineales en una variable - *CC BY 4.0*
  - 19.8: Ecuaciones lineales en dos variables - *CC BY 4.0*
  - 19.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 19.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 19.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 20: Factorización de polinomios - *CC BY 4.0*
  - 20.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 20.2: Encontrar los factores de un monomio - *CC BY 4.0*
  - 20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio - *CC BY 4.0*
  - 20.4: El mayor factor común - *CC BY 4.0*
  - 20.5: Factorización por Agrupación - *CC BY 4.0*
  - 20.6: Factorización de Dos Productos Especiales - *CC BY 4.0*
  - 20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1 - *CC BY 4.0*
  - 20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1 - *CC BY 4.0*
  - 20.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 20.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 20.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables - *CC BY 4.0*
  - 21.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable - *CC BY 4.0*
  - 21.3: Trazando puntos en el plano - *CC BY 4.0*
  - 21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables - *CC BY 4.0*
  - 21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea - *CC BY 4.0*
  - 21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción - *CC BY 4.0*
  - 21.7: Encontrar la ecuación de una línea - *CC BY 4.0*
  - 21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables - *CC BY 4.0*
  - 21.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 21.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 21.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 22: Expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 22.2: Expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.3: Reducción de expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD - *CC BY 4.0*
  - 22.6: Sumando y restando expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.7: Ecuaciones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.8: Aplicaciones - *CC BY 4.0*
  - 22.9: Expresiones racionales Complejas - *CC BY 4.0*
  - 22.10: Dividir polinomios - *CC BY 4.0*
  - 22.11: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 22.12: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 22.13: Examen de Competencia - *CC BY 4.0*
- 23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 23.2: Expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.5: División de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*

- 23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
- 23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones - *CC BY 4.0*
- 23.8: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
- 23.9: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
- 23.10: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*

- 24: Ecuaciones cuadráticas - *CC BY 4.0*
  - 24.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas - *CC BY 4.0*
  - 24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización - *CC BY 4.0*
  - 24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces - *CC BY 4.0*
  - 24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado - *CC BY 4.0*
  - 24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática - *CC BY 4.0*
  - 24.7: Aplicaciones - *CC BY 4.0*
  - 24.8: Graficar soluciones cuadráticas - *CC BY 4.0*
  - 24.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 24.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 24.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 25: Sistemas de Ecuaciones Lineales - *CC BY 4.0*
  - 25.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 25.2: Soluciones por Grafiación - *CC BY 4.0*
  - 25.3: Eliminación por sustitución - *CC BY 4.0*
  - 25.4: Eliminación por Suma - *CC BY 4.0*
  - 25.5: Aplicaciones - *CC BY 4.0*
  - 25.6: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 25.7: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 25.8: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- Información - *Undeclared*
  - Índice - *Undeclared*
  - Glossario - *Undeclared*
  - Licencias Detalladas - *Undeclared*

Index

A

acute angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
area
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
arithmetic mean
14.3: Medidas de Tendencia Central
associative property of multiplication
5.5: Propiedades de la Multiplicación

B

bar graph
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
Basic Counting Rule
15.3: Conteo
Birthday Problem
15.3: Conteo
blind study
13.5: Experimentos
box plot
14.4: Medidas de Variación

C

cards
15.1: Conceptos básicos
categorical data
13.2: Categorizar datos
Celsius scale
11.3: Básculas de Temperatura
census
13.1: Poblaciones y muestras
circles
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
circumference
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
class intervals
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
cluster sampling
13.3: Métodos de muestreo
combinations
15.3: Conteo
common factor
6.4: El mayor factor común
common multiples
6.5: El múltiplo menos común
Commutative Property of Multiplication
5.5: Propiedades de la Multiplicación
comparison group
13.5: Experimentos
complement
15.2: Trabajar con Eventos
complementary angles
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
completing the square
24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado
conditional probability
15.2: Trabajar con Eventos
conditional probability formula
15.2: Trabajar con Eventos
cone
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
confounding
13.5: Experimentos
congruent
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
control group
13.5: Experimentos
convenience samples
13.3: Métodos de muestreo
corresponding angles
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
corresponding sides
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
cross products
7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos
cube
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
cube root
6.1: Exponentes y Raíces
cup
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

D

diameter
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
dividend
5.2: Conceptos de división de números enteros
dividing fractions
7.5: División de Fracciones
division
5.2: Conceptos de división de números enteros
Division of Whole Numbers
5.3: División de Números Enteros
divisor
5.2: Conceptos de división de números enteros

E

elimination by addition
25.4: Eliminación por Suma
event
15.1: Conceptos básicos
exact divisions
9.7: Divisiones no terminadoras
expectation value
15.4: Valor esperado
expected value
15.4: Valor esperado
experiments
13.5: Experimentos
Exponential Notation
6.1: Exponentes y Raíces
exponents
6.1: Exponentes y Raíces

F

face
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
factor label method
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
Fahrenheit scale
11.3: Básculas de Temperatura
fair game
15.4: Valor esperado
fluid ounce
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
frequency polygon
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
frequency table
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos

G

gallon
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
gram
11.2: Unidades Métricas de Medida
greatest common factor
6.4: El mayor factor común

H

histogram
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
Hypotenuse
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

I

improper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
independent events
15.2: Trabajar con Eventos
indeterminant
5.2: Conceptos de división de números enteros
isosceles trapezoid
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área

L

least common multiple
6.5: El múltiplo menos común
legs
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
length
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
11.2: Unidades Métricas de Medida
line
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
line segment
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
liter
11.2: Unidades Métricas de Medida
Loaded questions
13.4: Cómo arruinar las cosas

M

mass
11.2: Unidades Métricas de Medida
mean
14.3: Medidas de Tendencia Central
measurement
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
median
14.3: Medidas de Tendencia Central

meter
11.2: Unidades Métricas de Medida
metric system
11.2: Unidades Métricas de Medida
midpoint
14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos
mixed numbers
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
mode
14.3: Medidas de Tendencia Central
multiples
6.5: El múltiplo menos común
multiplication of fractions
7.4: Multiplicación de Fracciones
Multiplicative Identity Property
5.5: Propiedades de la Multiplicación
multiplying decimals
9.5: Multiplicación de decimales
mutually exclusive
15.2: Trabajar con Eventos

N

natural numbers
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
nonterminating division
9.7: Divisiones no terminadoras
number sense
1: Sentido numérico

O

observational studies
13.5: Experimentos
obtuse angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
ounce
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
outcome
15.1: Conceptos básicos
outliers
14.3: Medidas de Tendencia Central

P

parameter
13.1: Poblaciones y muestras
Pareto chart
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
Perceived lack of anonymity
13.4: Cómo arruinar las cosas
perimeter
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
permutations
15.3: Conteo
perpendicular lines
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
pi
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
pictogram
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
pie chart
14.1: Presentación gráfica de datos categóricos
pint
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
placebo
13.5: Experimentos
placebo controlled experiment
13.5: Experimentos
placebo effect
13.5: Experimentos
plane
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
point
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
polygon
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
polygons
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
polyhedrons
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
population
13.1: Poblaciones y muestras
population variance
14.4: Medidas de Variación
positive improper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
positive proper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
pound
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
prefix
11.2: Unidades Métricas de Medida
prime factorization
6.3: Factorización de números naturales primos
proper fractions
7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos
pyramids
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
Pythagoras
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
Pythagorean Theorem
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

Q

quadilaterals
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
Quantitative Data
13.2: Categorizar datos
quart
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
quartiles
14.4: Medidas de Variación
Quota sampling
13.3: Métodos de muestreo
quotient
5.2: Conceptos de división de números enteros

R

radical sign
6.1: Exponentes y Raíces
radicand
23.2: Expresiones de raíz cuadrada
radius
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
range
14.4: Medidas de Variación
rationalizing the denominator
23.5: División de expresiones de raíz cuadrada
ray
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
reciprocal
7.5: División de Fracciones
reciprocals
17.7: Exponentes negativos
rectangle
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
rectangular prism
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
Response bias
13.4: Cómo arruinar las cosas
right angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
roots
6.1: Exponentes y Raíces

S

sample
13.1: Poblaciones y muestras
sample space
15.1: Conceptos básicos
sample variance
14.4: Medidas de Variación
Sampling Bias
13.3: Métodos de muestreo
sampling variability
13.3: Métodos de muestreo
selection bias
13.4: Cómo arruinar las cosas
similar triangles
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
simple event
15.1: Conceptos básicos
Simple random sampling
13.3: Métodos de muestreo
sphere
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
square
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
square root
6.1: Exponentes y Raíces
23.2: Expresiones de raíz cuadrada
standard deviation
14.4: Medidas de Variación
statistic
13.1: Poblaciones y muestras
stratified sample
13.3: Métodos de muestreo
supplementary angle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
Systematic sampling
13.3: Métodos de muestreo

T

target population
13.1: Poblaciones y muestras
temperature
11.3: Básculas de Temperatura
terminating division
9.7: Divisiones no terminadoras
ton
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

trapezoid
12.2: Perímetro, Circunferencia y Área
treatment
13.5: Experimentos
tree diagram
15.3: Conteo
triangle
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras

U

U.S. Customary Measurement System
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos
unit equivalents
11.2: Unidades Métricas de Medida
unit fraction
11.2: Unidades Métricas de Medida

V

vertex
12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras
volume
11.2: Unidades Métricas de Medida
12.3: Volumen de Sólidos Geométricos
Voluntary response bias
13.4: Cómo arruinar las cosas
voluntary response samples
13.3: Métodos de muestreo

W

weight
11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos

Glossary

Sample Word 1 | Sample Definition 1

Detailed Licensing

Overview

Title: Santiago Canyon College

Webpages: 249

Applicable Restrictions: Noncommercial

All licenses found:

- CC BY 4.0: 73.9% (184 pages)
- Undeclared: 15.7% (39 pages)
- CC BY-NC-SA 4.0: 10.4% (26 pages)

By Page

- Santiago Canyon College - *Undeclared*
  - Front Matter - *Undeclared*
    - TitlePage - *Undeclared*
    - InfoPage - *Undeclared*
    - Table of Contents - *Undeclared*
    - Licensing - *Undeclared*
  - HiSet Mathematica (Lopez) - *Undeclared*
    - Materia Frontal - *Undeclared*
      - Título - *Undeclared*
      - InfoPage - *Undeclared*
      - Table of Contents - *Undeclared*
      - Licencias - *Undeclared*
    - 1: Sentido numérico - *CC BY 4.0*
      - 1.1: Tema A- Emociones y Aprendizaje - *CC BY 4.0*
      - 1.2: Tema B- Conteo - *CC BY 4.0*
      - 1.3: Tema C- Valor posicionar - *CC BY 4.0*
      - 1.4: Tema D- Ordenando números - *CC BY 4.0*
      - 1.5: Tema E- Redondeo de números - *CC BY 4.0*
      - 1.6: Tema F- Más Conteo - *CC BY 4.0*
      - 1.7: Revisión de Unidad 1- Sentido de Número - *CC BY 4.0*
    - 2: Adición - *CC BY 4.0*
      - 2.1: Tema A- Adición - *CC BY 4.0*
      - 2.2: Tema B- Suma de tres o más números - *CC BY 4.0*
      - 2.3: Tema C- Adición de números más grandes - *CC BY 4.0*
      - 2.4: Unidad 2 Revisión- Adición - *CC BY 4.0*
    - 3: Resta - *CC BY 4.0*
      - 3.1: Tema A- Resta - *CC BY 4.0*
      - 3.2: Tema B- Resta de Números Mayores - *CC BY 4.0*
      - 3.3: Revisión de la Unidad 3- Resta - *CC BY 4.0*
    - 4: Estimación, Tiempo y Formas - *CC BY 4.0*
      - 4.1: Tema A- Estimación - *CC BY 4.0*
      - 4.2: Tema B- Tiempo - *CC BY 4.0*
      - 4.3: Tema C- Formas - *CC BY 4.0*
      - 4.4: Revisión de la Unidad 4- Estimación, Tiempo y Formas - *CC BY 4.0*
    - 5: Multiplicación y división de números enteros - *CC BY 4.0*
      - 5.1: Multiplicación de números enteros - *CC BY 4.0*
      - 5.2: Conceptos de división de números enteros - *CC BY 4.0*
      - 5.3: División de Números Enteros - *CC BY 4.0*
      - 5.4: Algunos datos interesantes sobre la división - *CC BY 4.0*
      - 5.5: Propiedades de la Multiplicación - *CC BY 4.0*
      - 5.6: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
      - 5.7: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
      - 5.8: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
    - 6: Exponentes, raíces y factorización de números enteros - *CC BY 4.0*
      - 6.1: Exponentes y Raíces - *CC BY 4.0*
      - 6.2: Agrupación de símbolos y el orden de operaciones - *CC BY 4.0*
      - 6.3: Factorización de números naturales primos - *CC BY 4.0*
      - 6.4: El mayor factor común - *CC BY 4.0*
      - 6.5: El múltiplo menos común - *CC BY 4.0*
      - 6.6: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
      - 6.7: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
      - 6.8: Examen de Aptitud - *Undeclared*
    - 7: Introducción a las Fracciones y Multiplicación y División de Fracciones - *CC BY 4.0*
      - 7.1: Facciones de números enteros - *CC BY 4.0*
      - 7.2: Fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos - *CC BY 4.0*

- 7.3: Fracciones equivalentes, reducción de fracciones a términos más bajos y aumento de fracciones a términos más altos - *CC BY 4.0*
- 7.4: Multiplicación de Fracciones - *CC BY 4.0*
- 7.5: División de Fracciones - *CC BY 4.0*
- 7.6: Aplicaciones que involucran fracciones - *CC BY 4.0*
- 7.7: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
- 7.8: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
- 7.9: Examen de Aptitud - *Undeclared*

- 8: Adición y resta de fracciones, comparación de fracciones y fracciones complejas - *CC BY 4.0*
  - 8.1: Suma y resta de fracciones con denominadores similares - *CC BY 4.0*
  - 8.2: Suma y resta de Fracciones con Denominadores Distintivos - *CC BY 4.0*
  - 8.3: Suma y resta de números mixtos - *CC BY 4.0*
  - 8.4: Comparando Fracciones - *CC BY 4.0*
  - 8.5: Fracciones Complejas - *CC BY 4.0*
  - 8.6: Combinaciones de Operaciones con Fracciones - *CC BY 4.0*
  - 8.7: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
  - 8.8: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
  - 8.9: Examen de competencia - *Undeclared*
- 9: Decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.1: Lectura y escritura de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.2: Convertir un decimal a una fracción - *CC BY 4.0*
  - 9.3: Redondeo de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.4: Suma y resta de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.5: Multiplicación de decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.6: División de Decimales - *CC BY 4.0*
  - 9.7: Divisiones no terminadoras - *Undeclared*
  - 9.8: Convertir una Fracción a Decimal - *Undeclared*
  - 9.9: Combinaciones de Operaciones con Decimales y Fracciones - *Undeclared*
  - 9.10: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
  - 9.11: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
  - 9.12: Examen de Aptitud - *Undeclared*
- 10: Ratios y Tarifas - *CC BY 4.0*
  - 10.1: Ratios y Tarifas - *CC BY 4.0*
  - 10.2: Proporciones - *CC BY 4.0*
  - 10.3: Aplicaciones de Proporciones - *CC BY 4.0*
  - 10.4: Por ciento - *CC BY 4.0*
  - 10.5: Fracciones del uno por ciento - *CC BY 4.0*
  - 10.6: Aplicaciones de porcentajes - *CC BY 4.0*
  - 10.7: Resumen de conceptos clave - *Undeclared*
  - 10.8: Suplemento de ejercicio - *Undeclared*
  - 10.9: Examen de Aptitud - *Undeclared*
- 11: Medición - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.1: Sistema de Medición Habitual de los Estados Unidos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.2: Unidades Métricas de Medida - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.3: Básculas de Temperatura - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 11.4: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 12: Geometria - *Undeclared*
  - 12.1: Conceptos geométricos básicos y figuras - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 12.2: Perímetro, Circunferencia y Área - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 12.3: Volumen de Sólidos Geométricos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 12.4: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 13: Estadísticas, Recopilación de Datos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.1: Poblaciones y muestras - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.2: Categorizar datos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.3: Métodos de muestreo - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.4: Cómo arruinar las cosas - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.5: Experimentos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 13.6: Ejercicios - *Undeclared*
- 14: Estadísticas, descripción de datos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.1: Presentación gráfica de datos categóricos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.2: Presentación gráfica de datos cuantitativos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.3: Medidas de Tendencia Central - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.4: Medidas de Variación - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 14.5: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 15: Probabilidad - *Undeclared*
  - 15.1: Conceptos básicos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.2: Trabajar con Eventos - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.3: Conteo - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.4: Valor esperado - *CC BY-NC-SA 4.0*
  - 15.5: Ejercicios - *CC BY-NC-SA 4.0*
- 16: Propiedades básicas de los números reales - *CC BY 4.0*
  - 16.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 16.2: Símbolos y Notaciones - *CC BY 4.0*
  - 16.3: La línea numérica real y los números reales - *CC BY 4.0*
  - 16.4: Propiedades de los números reales - *CC BY 4.0*
  - 16.5: Exponentes - *CC BY 4.0*
  - 16.6: Reglas de Exponentes - *CC BY 4.0*

- 16.7: Las reglas de poder para exponentes - *CC BY 4.0*
- 16.8: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
- 16.9: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
- 16.10: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*

- 17: Operaciones Básicas con Números Reales - *CC BY 4.0*
  - 17.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 17.2: Números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.3: Valor Absoluto - *CC BY 4.0*
  - 17.4: Suma de números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.5: Resta de números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.6: Multiplicación y división de números firmados - *CC BY 4.0*
  - 17.7: Exponentes negativos - *CC BY 4.0*
  - 17.8: Notación científica - *CC BY 4.0*
  - 17.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 17.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 17.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 18: Expresiones y ecuaciones algebraicas - *CC BY 4.0*
  - 18.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 18.2: Expresiones algebraicas - *CC BY 4.0*
  - 18.3: Ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 18.4: Clasificación de Expresiones y Ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 18.5: Combinar polinomios usando suma y resta - *CC BY 4.0*
  - 18.6: Combinar polinomios usando multiplicación - *CC BY 4.0*
  - 18.7: Productos Binomiales Especiales - *CC BY 4.0*
  - 18.8: Terminología asociada a ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 18.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 18.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 18.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 19: Resolver ecuaciones lineales y desigualdades - *CC BY 4.0*
  - 19.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 19.2: Resolver ecuaciones - *CC BY 4.0*
  - 19.3: Resolviendo Ecuaciones de la Forma ax = b y x/a = b - *CC BY 4.0*
  - 19.4: Otras técnicas en la resolución de problemas - *CC BY 4.0*
  - 19.5: Aplicación I - Traducción de expresiones verbales a matemáticas - *CC BY 4.0*
  - 19.6: Aplicación II - Solución de Problemas - *CC BY 4.0*
  - 19.7: Desigualdades lineales en una variable - *CC BY 4.0*
  - 19.8: Ecuaciones lineales en dos variables - *CC BY 4.0*
  - 19.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 19.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 19.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 20: Factorización de polinomios - *CC BY 4.0*
  - 20.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 20.2: Encontrar los factores de un monomio - *CC BY 4.0*
  - 20.3: Factorización de un Monomio a partir de un Polinomio - *CC BY 4.0*
  - 20.4: El mayor factor común - *CC BY 4.0*
  - 20.5: Factorización por Agrupación - *CC BY 4.0*
  - 20.6: Factorización de Dos Productos Especiales - *CC BY 4.0*
  - 20.7: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder 1 - *CC BY 4.0*
  - 20.8: Factorización de Trinomios con Coeficiente Líder Diferente de 1 - *CC BY 4.0*
  - 20.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 20.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 20.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 21: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una y dos variables - *CC BY 4.0*
  - 21.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 21.2: Graficar ecuaciones lineales y desigualdades en una variable - *CC BY 4.0*
  - 21.3: Trazando puntos en el plano - *CC BY 4.0*
  - 21.4: Graficar ecuaciones lineales en dos variables - *CC BY 4.0*
  - 21.5: La forma de pendiente-interceptación de una línea - *CC BY 4.0*
  - 21.6: Graficar ecuaciones en forma de pendiente-intercepción - *CC BY 4.0*
  - 21.7: Encontrar la ecuación de una línea - *CC BY 4.0*
  - 21.8: Graficar desigualdades lineales en dos variables - *CC BY 4.0*
  - 21.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 21.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 21.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 22: Expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 22.2: Expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.3: Reducción de expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.4: Multiplicar y dividir expresiones racionales - *CC BY 4.0*
  - 22.5: Construyendo expresiones racionales y la pantalla LCD - *CC BY 4.0*

- 22.6: Sumando y restando expresiones racionales - *CC BY 4.0*
- 22.7: Ecuaciones racionales - *CC BY 4.0*
- 22.8: Aplicaciones - *CC BY 4.0*
- 22.9: Expresiones racionales Complejas - *CC BY 4.0*
- 22.10: Dividir polinomios - *CC BY 4.0*
- 22.11: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
- 22.12: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
- 22.13: Examen de Competencia - *CC BY 4.0*

- 23: Raíces, Radicales y Ecuaciones de Raíz Cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 23.2: Expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.3: Simplificación de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.4: Multiplicación de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.5: División de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.6: Suma y resta de expresiones de raíz cuadrada - *CC BY 4.0*
  - 23.7: Ecuaciones de Raíz Cuadrada con Aplicaciones - *CC BY 4.0*
  - 23.8: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 23.9: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 23.10: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 24: Ecuaciones cuadráticas - *CC BY 4.0*
  - 24.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 24.2: Resolver ecuaciones cuadráticas - *CC BY 4.0*
  - 24.3: Resolver ecuaciones cuadráticas por factorización - *CC BY 4.0*
  - 24.4: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de extracción de raíces - *CC BY 4.0*
  - 24.5: Resolver ecuaciones cuadráticas usando el método de completar el cuadrado - *CC BY 4.0*
  - 24.6: Resolver ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática - *CC BY 4.0*
  - 24.7: Aplicaciones - *CC BY 4.0*
  - 24.8: Graficar soluciones cuadráticas - *CC BY 4.0*
  - 24.9: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 24.10: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 24.11: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- 25: Sistemas de Ecuaciones Lineales - *CC BY 4.0*
  - 25.1: Objetivos - *CC BY 4.0*
  - 25.2: Soluciones por Grafiación - *CC BY 4.0*
  - 25.3: Eliminación por sustitución - *CC BY 4.0*
  - 25.4: Eliminación por Suma - *CC BY 4.0*
  - 25.5: Aplicaciones - *CC BY 4.0*
  - 25.6: Resumen de conceptos clave - *CC BY 4.0*
  - 25.7: Suplemento de ejercicio - *CC BY 4.0*
  - 25.8: Examen de Aptitud - *CC BY 4.0*
- Información - *Undeclared*
  - Índice - *Undeclared*
  - Glossario - *Undeclared*
  - Licencias Detalladas - *Undeclared*

- Back Matter - *Undeclared*
  - Index - *Undeclared*
  - Glossary - *Undeclared*
  - Detailed Licensing - *Undeclared*